

**PENYELESAIAN OPTIMASI NONLINIER TANPA  
KENDALA MENGGUNAKAN METODE  
DAVIDON FLETHCER POWELL**

**SKRIPSI**

*Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Memperoleh Gelar Sarjana Sains*



**VERONIKA FADILLA F  
NIM. 1101263**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2015**

**PERSETUJUAN SKRIPSI**

**PENYELESAIAN OPTIMASI NONLINIER  
TANPA KENDALA MENGGUNAKAN METODE  
DAVIDON FLETHCER POWELL**

Nama : Veronika Fadilla F  
NIM : 1101263  
Program Studi : Matematika  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 27 Februari 2015

Disetujui Oleh:

Pembimbing I

Pembimbing II

Muhammad Subhan, M.Si  
NIP. 19701126 199903 1 002

  
Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom  
NIP. 19820511 200604 2 001

## HALAMAN PENGESAHAN

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan  
Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang

Judul : **Penyelesaian Optimasi Nonlinier Tanpa Kendala  
Menggunakan Metode Davidon Fletcher Powell**

Nama : Veronika Fadilla F

NIM : 1101263

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 27 Februari 2015

### Tim Penguji

Nama	Tanda Tangan
1. Ketua : Muhammad Subhan, M.Si	1. _____
2. Sekretaris : Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom	2. _____
3. Anggota : Dra. Hj. Helma, M.Si	3. _____
4. Anggota : Dra. Nonong Amalita, M.Si	4. _____
5. Anggota : Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd	5. _____

## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Veronika Fadilla F  
NIM/TM : 1101263/2011  
Program Studi : Matematika  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa Skripsi saya dengan judul "*Penyelesaian Optimasi Nonlinier Tanpa Kendala Menggunakan Metode Davidon Fletcher Powell*" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Diketahui oleh,

Ketua Jurusan Matematika,



Dr. Armiami, M.Pd  
NIP.19630605 198703 2 002

Saya yang menyatakan,



Veronika Fadilla F  
NIM. 1101263

## ABSTRAK

### **Veronika Fadilla F: Penyelesaian Optimasi Nonlinier Tanpa Kendala Menggunakan Metode Davidon Flethcer Powell.**

Optimasi merupakan suatu teknik yang digunakan untuk mendapatkan solusi optimal dari suatu permasalahan. Dalam optimasi terdapat fungsi objektif yang merupakan fungsi yang akan dioptimumkan dan fungsi kendala yang merupakan batasan-batasan dari fungsi objektif. Apabila suatu permasalahan optimasi tidak memiliki fungsi kendala dan bentuk fungsi nonlinier maka masalah optimasi ini dikenal dengan optimasi nonlinier tanpa kendala. Suatu masalah optimasi nonlinier dengan bentuk fungsi yang sederhana dapat diselesaikan secara analitik, sedangkan untuk masalah optimasi yang sulit diselesaikan secara analitik dapat diselesaikan secara numerik. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala adalah metode Davidon Flethcer Powell.

Jenis penelitian ini adalah penelitian dasar yang berpedoman pada referensi-referensi yang mendukung tentang penyelesaian optimasi nonlinier tanpa kendala, khususnya metode Davidon Flethcer Powell. Metode ini merupakan perluasan dari metode Quasi Newton yang digunakan untuk menyelesaikan masalah minimasi.

Proses pembentukan formula metode Davidon Flethcer Powell dimulai dengan menentukan nilai  $\mathbf{x}_i$  yang merupakan solusi minimum dari suatu masalah optimasi nonlinier tanpa kendala pada iterasi ke  $i$ , sedangkan titik minimum pada iterasi ke  $i + 1$  diperoleh dari formula  $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \lambda_i B_i \mathbf{g}_i$ , dimana  $\lambda_i$  merupakan panjang langkah minimum dari arah  $\mathbf{d}_i = -B_i \mathbf{g}_i$  yang diperoleh dengan meminimumkan  $f(\mathbf{x}_i + \lambda_i B_i \mathbf{g}_i)$ . Selanjutnya dihitung hampiran matriks Hessian  $B_i$  yang diperoleh dari formula berikut:

$$B_{i+1} = B_i + \frac{1}{\mathbf{p}_i^T \mathbf{g}_i} \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T - \frac{1}{(\mathbf{B}_i \mathbf{g}_i)^T \mathbf{g}_i} B_i \mathbf{g}_i (\mathbf{B}_i \mathbf{g}_i)^T$$

Hampiran matriks Hessian ini digunakan untuk menghitung nilai  $\mathbf{x}_{i+1}$  untuk iterasi selanjutnya.

## KATA PENGANTAR



*Alhamdulillah* *alhamdulillah* *alhamdulillah*. Segala puji hanya bagi Allah SWT., yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “ **Penyelesaian Optimasi Nonlinier Tanpa Kendala Menggunakan Metode Davidon Fletcher Powell** ”. Selanjutnya, sholawat dan salam semoga tetap tercurah kepada Nabi Muhammad SAW.

Adapun tujuan peneliti menulis skripsi dengan judul di atas adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Keberhasilan peneliti dalam menyelesaikan skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini dengan segala kerendahan hati peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, M.Si., pembimbing I dan Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA UNP.
2. Ibu Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom, pembimbing II.
3. Ibu Dra. Nonong Amalita, M.Si, penguji dan penasehat akademik.
4. Ibu Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd dan Dra. Hj. Helma, M.Si, penguji.
5. Ibu Dr. Armianti, M.Pd., Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Bapak-bapak dan Ibu-ibu staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
7. Seluruh staf administrasi dan staf labor komputer Jurusan Matematika FMIPA UNP.

8. Karyawan dan Segenap Civitas Akademika Matematika FMIPA UNP.
9. Rekan-rekan seperjuangan, khususnya rekan mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA UNP angkatan 2011.

Semoga bimbingan dan dukungan yang diberikan dicatat sebagai amal ibadah dan memperoleh pahala di sisi-Nya. Peneliti juga menyadari bahwa skripsi ini masih mempunyai banyak kekurangan. Untuk itu, peneliti sangat mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak untuk perbaikan skripsi ini. Selanjutnya, harapan peneliti, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi peneliti dan Jurusan Matematika FMIPA UNP serta pembaca pada umumnya.

Padang, Februari 2014

Peneliti

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>i</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>ii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>iv</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>v</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>vi</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>vii</b>
<b>BAB I. PENDAHULUAN</b>	
A. Latar Belakang .....	1
B. Perumusan Masalah .....	5
C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian.....	5
D. Tujuan Penelitian .....	6
E. Manfaat Penelitian .....	6
F. Metodologi Penelitian .....	7
<b>BAB II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
A. Optimasi .....	8
B. Metode Numerik .....	18
C. Metode <i>Golden Section</i> .....	20
D. Metode Numerik untuk Menyelesaikan Optimasi Nonlinier Tanpa Kendala	21
<b>BAB III. PEMBAHASAN</b>	
A. Metode Davidon Fletcher Powell .....	26
B. Algoritma Metode Davidon Fletcher Powell .....	30
C. Penerapan Metode Davidon Fletcher Powell.....	33
<b>BAB IV. PENUTUP</b>	
A. Kesimpulan .....	42
B. Saran .....	44
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>45</b>
<b>LAMPIRAN</b> .....	<b>46</b>

## **DAFTAR TABEL**

<b>Tabel</b>	<b>Halaman</b>
1. Hasil perhitungan metode Davidon Fletcher Powell untuk contoh 1 .....	35
2. Hasil perhitungan metode Davidon Fletcher Powell untuk contoh 2 .....	39
3. Hasil perhitungan metode Davidon Fletcher Powell untuk contoh 3 .....	40

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Grafik hasil transformasi masalah maksimasi menjadi masalah minimasi .....	11
2. Membagi interval menjadi tiga bagian identik .....	20
3. <i>Flow chart</i> metode Davidon Fletcher Powell .....	31
4. <i>Flow chart</i> metode <i>Golden Section</i> .....	32
5. Grafik Fungsi $f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$ .....	33

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran</b>	<b>Halaman</b>
1. Program Maple Metode Davidon Fletcher Powell untuk contoh 1 .....	46
2. Program Maple Metode Davidon Fletcher Powell untuk contoh 2 .....	49
3. Program Maple Metode Davidon Fletcher Powell untuk contoh 3 .....	52
4. Pembuktian teorema 1 .....	57
5. Pembuktian teorema 2 .....	58

## BAB I PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan yang memiliki peranan penting dalam menyelesaikan berbagai permasalahan. Permasalahan yang ditemukan di lapangan umumnya dapat dimodelkan kedalam bentuk model matematika. Diantara aplikasi model matematika dapat dilihat dalam permasalahan ekonomi yang bertujuan memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan kerugian. Model matematika pada masalah tersebut dikenal dengan model optimasi.

Optimasi merupakan suatu teknik untuk menemukan hasil terbaik dari suatu permasalahan. Supranto (1983: 4) menyatakan bahwa permasalahan optimasi adalah suatu permasalahan yang membuat nilai suatu fungsi objektif beberapa variabel menjadi maksimum atau minimum dengan memperhatikan batasan-batasan yang ada. Dimana fungsi objektif merupakan fungsi yang akan dimaksimalkan atau diminumkan. Sedangkan batasan-batasan yang harus dipenuhi sehingga permasalahan optimasi memiliki solusi optimum dikenal dengan fungsi kendala.

Secara umum, optimasi didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Maks/min: } f(\mathbf{x}), \text{ dimana } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

dengan kendala:  $g_i(\mathbf{x}) \geq a_i, i = 1, 2, \dots, p$

$$h_j(\mathbf{x}) \leq b_j, j = 1, 2, \dots, q$$

$$l_k(\mathbf{x}) = c_k, \quad k = 1, 2, \dots, r$$

keterangan:  $\mathbf{x}$  : vektor berdimensi  $n$

$f(\mathbf{x})$  : fungsi objektif

$g_i(\mathbf{x}), h_j(\mathbf{x}), l_k(\mathbf{x})$  : fungsi kendala

$a_i, b_j, c_k$  : konstanta

(Rao, 2009: 6)

Dipandang dari ada atau tidaknya fungsi kendala, optimasi dapat dibedakan menjadi optimasi berkendala dan optimasi tanpa kendala. Optimasi berkendala merupakan penyelesaian suatu permasalahan untuk mendapatkan solusi optimal dengan memperhatikan fungsi kendala, sedangkan optimasi tanpa kendala merupakan suatu penyelesaian permasalahan optimasi tanpa memperhatikan fungsi kendala.

Berdasarkan bentuk dari fungsi objektif dan fungsi kendala, optimasi dibedakan menjadi optimasi linier dan optimasi nonlinier. Suatu masalah optimasi dikatakan optimasi linier apabila fungsi objektif dan fungsi kendala merupakan fungsi linier. Sedangkan apabila sembarang fungsi dari fungsi objektif dan fungsi kendala merupakan fungsi nonlinier, maka optimasi ini dikenal dengan optimasi nonlinier. Apabila suatu optimasi nonlinier tidak memiliki batasan-batasan, maka optimasi ini dikenal dengan optimasi nonlinier tanpa kendala. Sedangkan apabila optimasi nonlinier memiliki batasan-batasan, maka optimasi tersebut dikenal dengan optimasi nonlinier berkendala.

Menurut Brinkhuis & Tikhomirov (2005:222) salah satu aplikasi dari optimasi adalah sebagai berikut.

Seorang investor ingin menginvestasikan uangnya sebesar \$1.000. Investor tersebut ingin menanamkan modalnya pada perusahaan Haineken dan perusahaan Philips. Misalkan  $x_1$  merupakan jumlah investasi investor pada perusahaan Haineken dan  $x_2$  merupakan jumlah investasi investor pada perusahaan Philips. Dari portofolio diperoleh rata-rata keuntungan  $E[r_p] = 0,01x_1 + 0,12x_2$  dengan risiko  $\sigma_p^2 = 0,005x_1^2 - 0,006x_1x_2 + 0,008x_2^2$ . Investor tersebut ingin menentukan berapa banyak ia harus menanamkan modalnya pada Haineken dan berapa banyak pada Phillips, agar tingkat resiko yang diperoleh di bawah \$625. Permasalahan ini dapat dibentuk menjadi model optimasi berikut:

$$\begin{aligned} \text{Maks} & : f(x_1, x_2) = 0,01x_1 + 0,12x_2 \\ \text{Kendala} & : 0,005x_1^2 - 0,006x_1x_2 + 0,008x_2^2 \leq 625 \\ & x_1 + x_2 \leq 1.000. \end{aligned}$$

Keberadaan optimasi nonlinier berkendala lebih sering ditemukan di lapangan dibandingkan masalah optimasi lainnya. Meskipun demikian, dengan menggunakan metode Pengali Lagrange, optimasi nonlinier berkendala dapat ditransformasi menjadi optimasi nonlinier tanpa kendala. Selain itu, suatu masalah maksimasi juga dapat ditransformasi menjadi masalah minimasi dengan mengalikan fungsi  $f(x)$  dengan -1.

Suatu masalah optimasi nonlinier dengan bentuk fungsi yang rumit, sulit diselesaikan secara analitik. Meskipun demikian, permasalahan tersebut dapat diselesaikan secara numerik yang memberikan hasil hampiran bagi variabel keputusan. Adapun metode-metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan optimasi secara numerik adalah metode *steepest descent*, metode *conjugate gradient*, metode Davidon Fletcher Powell dan metode-metode lainnya.

Metode *steepest descent* dikemukakan oleh Cauchy pada tahun 1847. Metode ini merupakan metode dasar untuk meminimalkan fungsi objektif dari beberapa variabel, dimana arah pencarian garis diperoleh dengan menghitung vektor gradien fungsi. Menurut Shilling & Harris (1999:267) metode *steepest descent* memiliki algoritma yang mudah untuk diprogramkan. Akan tetapi, dalam menyelesaikan suatu permasalahan optimasi, metode ini membutuhkan banyak iterasi.

Menanggulangi kekurangan metode *steepest descent*, Hestes dan Stiefel mengemukakan metode *conjugate gradient* pada tahun 1952 untuk menyelesaikan sistem persamaan linier. Pada tahun 1964, Fletcher Reeves memperluas metode ini untuk menyelesaikan masalah minimasi dari sistem persamaan nonlinier dan menggunakannya untuk menyelesaikan optimasi tanpa kendala. Meskipun dapat mengatasi kekurangan metode *steepest descent*, menurut Rao (2009: 343) solusi yang diperoleh dari metode *conjugate gradient* menghasilkan galat yang besar.

Selain metode *steepest descent* dan metode *conjugate gradient*, terdapat metode lain untuk menyelesaikan masalah optimasi nonlinier tanpa kendala yaitu metode Davidon Fletcher Powell. Metode ini merupakan perluasan dari metode Quasi Newton yang dikemukakan oleh Davidon pada tahun 1959, kemudian dikembangkan oleh Fletcher dan Powell pada tahun 1963. Menurut Rao (2009:352) metode Davidon Fletcher Powell menghasilkan solusi yang akurat apabila digunakan untuk menyelesaikan masalah minimasi dan tidak membutuhkan iterasi yang banyak untuk menuju suatu solusi optimal.

Berdasarkan latar belakang di atas, peneliti tertarik untuk meneliti tentang penyelesaian optimasi nonlinier tanpa kendala menggunakan metode Davidon Fletcher Powell. Dengan demikian, penelitian ini diberi judul “**Penyelesaian Optimasi Nonlinier Tanpa Kendala Menggunakan Metode Davidon Fletcher Powell**”.

### **B. Perumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “ Bagaimana penyelesaian optimasi nonlinier tanpa kendala menggunakan metode Davidon Fletcher Powell?”

### **C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian**

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan dengan berpedoman pada berbagai buku dan sumber-sumber yang relevan dengan metode optimasi nonlinier tanpa kendala, khususnya untuk metode Davidon Fletcher Powell.

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka pertanyaan penelitian yang diajukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana proses pembentukan formula Davidon Fletcher Powell untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala?
2. Bagaimana algoritma dari metode Davidon Fletcher Powell untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala?

#### **D. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Memperoleh formula dari metode Davidon Fletcher Powell untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala.
2. Memperoleh algoritma metode Davidon Fletcher Powell untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala.

#### **E. Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diharapkan melalui penelitian ini adalah:

1. Memberikan tambahan wawasan dan ilmu pengetahuan bagi peneliti dan pembaca mengenai analisis numerik, khususnya metode yang digunakan untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala.
2. Sebagai bahan acuan dan bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.
3. Memberikan kontribusi terhadap dunia akademis berupa kajian ilmiah tentang metode Davidon Fletcher Powell dan menambah pembendaharaan pengetahuan mengenai pemanfaatan ilmu matematika dilingkungan masyarakat ilmiah.
4. Memberikan sumbangan saran bagi pemecahan masalah-masalah optimasi nonlinier tanpa kendala yang ditemukan dalam kehidupan sehari-hari.

## **F. Metodologi Penelitian**

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis teori-teori yang relevan terhadap permasalahan yang dibahas dengan berlandaskan pada kajian pustaka. Dalam meninjau permasalahan yang akan dihadapi, langkah kerja yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari literatur mengenai optimasi nonlinier tanpa kendala dan metode numerik.
2. Menelaah pembentukan formula dan mengkaji prinsip-prinsip metode Davidon Flethcer Powell untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala.
3. Menyusun algoritma metode Davidon Flethcer Powell untuk menyelesaikan optimasi nonlinier tanpa kendala.
4. Menerapkan algoritma yang telah dibuat kedalam aplikasi Maple.
5. Menyimpulkan hasil penelitian.