

**PENERAPAN METODE GAUSS-NEWTON DAN METODE
LEVENBERG-MARQUARDT PADA PENDUGAAN
PARAMETER MODEL REGRESI NONLINEAR
(Studi Kasus: Model Cobb-Douglas)**

TUGAS AKHIR

untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains



**MAULINI SARTIKA
NIM 83956**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011**

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Penerapan Metode Gauss-Newton dan Metode Levenberg-Marquardt Pada Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinear. (Studi Kasus: Model Cobb-Douglas)

Nama : Maulini Sartika

NIM : 83956

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 12 Agustus 2011

Disetujui oleh :

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. Lutfian Almash, MS
NIP. 19500506 197503 1001

Dodi Vionanda, S.Si, M.Si
NIP. 19790611 200501 1002

PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Nama : Maulini Sartika
NIM : 83956
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

dengan judul

**PENERAPAN METODE GAUSS-NEWTON DAN METODE LEVENBERG-MARQUARDT PADA PENDUGAAN PARAMETER MODEL REGRESI
NONLINEAR (Studi Kasus: Model Cobb-Douglas)**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Tugas Akhir
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 14 Agustus 2011

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Drs. Lutfian Almash, MS	_____
Sekretaris	: Dodi Vionanda, S.Si, M.Si	_____
Anggota	: Drs. Syafriandi, M.Si	_____
Anggota	: Dra. Hj. Helma, M.Si	_____
Anggota	: Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc	_____

ABSTRAK

Maulini Sartika: Penerapan Metode Gauss-Newton dan Metode Levenberg-Marquardt Pada Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinear. (Studi Kasus : Model Cobb-Douglas)

Analisis regresi adalah suatu teknik statistika yang digunakan untuk memeriksa dan memodelkan hubungan antara beberapa variabel. Berdasarkan kelinearan dalam parameter, maka model regresi dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu model linear dan model nonlinear. Model regresi dikatakan linear jika dapat dinyatakan dalam model:

$$Y = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \cdots + \theta_p X_p + \varepsilon$$

Jika model regresi tidak dapat dinyatakan ke dalam model di atas maka model yang diperoleh adalah model regresi nonlinear. Metode yang digunakan untuk menduga parameter model nonlinear adalah metode kuadrat terkecil nonlinear. Dalam model nonlinear, untuk mendapatkan nilai dugaan kuadrat terkecil hanya bisa diselesaikan dengan metode iteratif. Metode itu dapat dijumpai pada metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt. Dengan demikian, masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah metode mana yang lebih efisien di antara metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt dalam menyelesaikan pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui metode mana yang lebih efisien diantara metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt dalam menyelesaikan pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis) dengan menganalisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas berdasarkan kajian kepustakaan. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur yang mengkaji penggunaan metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt dalam pendugaan parameter model regresi nonlinear dalam model Cobb-Douglas.

Berdasarkan analisis yang dilakukan pada 3 kasus didapat bahwa metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt sama-sama menghasilkan galat yang minimum pada iterasi yang sama. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa kedua metode ini dapat diterapkan sama efisiennya pada model Cobb-Douglas.

Kata kunci : *regresi nonlinear, metode kuadrat terkecil, metode Gauss-Newton, metode Levenberg-Marquardt, dan model Cobb-Douglas.*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT yang telah memberikan petunjuk, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul "Penerapan Metode Gauss-Newton dan Metode Levenberg-Marquardt Pada Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinear (Studi Kasus : Model Cobb-Douglas)". Adapun tujuan penulisan Tugas Akhir ini adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini penulis banyak mendapatkan bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu, dalam kesempatan ini dengan segala kerendahan hati perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Lutfian Almash, M.S, Pembimbing I dan Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
2. Bapak Dodi Vionanda, S.Si, M.Si, Pembimbing II.
3. Bapak Drs. Syafriandi, M.Si, Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si, Drs. Atus Amadi Putra, M.Si, Ibu Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc, Penguji Tugas Akhir.
4. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si, Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNP.
5. Bapak-bapak dan Ibu-ibu staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Seluruh Staf Administrasi dan Staf Labor Komputer Matematika FMIPA UNP.

7. Karyawan serta segenap Civitas Akademika FMIPA UNP.

Semoga bantuan dan bimbingan yang telah diberikan pada penulis dapat menjadi amal ibadah di sisi-Nya.

Penulis juga menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih banyak kekurangan. Penulis mengharapkan adanya kritikan dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini dan untuk perbaikan di masa yang akan datang. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan arti dan manfaat bagi penulis sendiri dan pembaca.

Padang, Agustus 2011

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR LAMPIRAN	vii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang.....	1
B. Pembatasan Masalah.....	4
C. Perumusan Masalah.....	4
D. Pendekatan Penelitian.....	4
E. Tujuan Penelitian.....	5
F. Manfaat Penelitian.....	5
G. Metodologi Penelitian.....	5
BAB II KERANGKA TEORI	
A. Deret Taylor.....	7
B. Regresi Nonlinear	8
C. Nilai Dugaan Awal.....	9
D. Metode Kuadrat Terkecil pada Regresi Nonlinear	10
E. Metode Gauss-Newton.....	13
F. Metode Levenberg-Marquardt.....	17
G. Fungsi Produksi Cobb-Douglas.....	19
BAB III PEMBAHASAN	
A. Deskripsi Data	20
B. Hasil Analisis Data	23
BAB IV PENUTUP	
A. Kesimpulan.....	34
B. Saran	34
DAFTAR PUSTAKA.....	35

LAMPIRAN.....	36
----------------------	-----------

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Hasil Produksi, Masukan Tenaga Kerja dan Masukan Modal Ekonomi Rakyat Meksiko pada Tahun 1955-1974.....	20
2. Hasil Produksi Makanan dan Minuman, Nilai Pengeluaran Tenaga Kerja, dan Pengeluaran Bahan Baku di DIY pada Tahun 1988-2003	21
3. Hasil Produksi, Masukan Tenaga Kerja, dan Masukan Modal	23
4. Hasil Iterasi Metode Gauss-Newton pada Kasus 1	27
5. Hasil Iterasi Metode Levenberg-Marquardt pada Kasus 1.....	27
6. Hasil Iterasi Metode Gauss-Newton pada Kasus 2	29
7. Hasil Iterasi Metode Levenberg-Marquardt pada Kasus 2.....	30
8. Hasil Iterasi Metode Gauss-Newton pada Kasus 3	32
9. Hasil Iterasi Metode Levenberg-Marquardt pada Kasus 3.....	32

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Lampiran Program MATLAB untuk Mencari Nilai Dugaan Awal	36
2. Lampiran Program MATLAB untuk Metode Gauss-Newton	37
3. Lampiran Program MATLAB untuk Metode Levenberg-Marquardt ..	41

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Analisis regresi adalah suatu teknik statistika yang digunakan untuk memeriksa dan memodelkan hubungan antara beberapa variabel. Berdasarkan kelinearan dalam parameter, maka model regresi dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu model linear dan model nonlinear. Model regresi dikatakan linear jika dapat dinyatakan dalam model:

$$Y = \theta_0 + \theta_1 X_1 + \theta_2 X_2 + \cdots + \theta_p X_p + \varepsilon$$

Jika model regresi tidak dapat dinyatakan ke dalam model di atas maka model yang diperoleh adalah model regresi nonlinear. Model yang nonlinear dalam parameternya dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu model linear intrinsik dan model nonlinear intrinsik. Model linear intrinsik adalah model yang dapat ditransformasikan menjadi bentuk linear, sedangkan model nonlinear intrinsik adalah model yang tidak dapat ditransformasikan menjadi bentuk linear.

Pendekatan yang lazim digunakan dalam pendugaan parameter model regresi linear adalah metode kuadrat terkecil. Metode kuadrat terkecil merupakan metode yang meminimumkan jumlah kuadrat galatnya. Metode kuadrat terkecil nonlinear tidak seperti metode kuadrat terkecil linear, jumlah kuadrat galat nonlinear mungkin memiliki beberapa minimum lokal di samping minimum globalnya (Seber, 2003: 21). Persamaan normal yang

dihasilkan model nonlinear intrinsik tidak dapat dipecahkan secara analitis (Gujarati, 1978: 300).

Untuk memecahkan model nonlinear intrinsik, dilakukan pendekatan dengan menggunakan metode iteratif. Metode itu dapat dijumpai pada metode Gauss-Newton, metode Steepest Descent (turunan tercuram), dan metode Levenberg-Marquardt. Pada metode Steepest Descent, proses kekonvergenya berjalan sangat lambat dan metode ini varian terhadap skala. Oleh karena itu, menurut Draper dan Smith (1992: 449) metode yang tepat digunakan adalah metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt.

Metode Gauss-Newton merupakan suatu algoritma yang digunakan untuk menyelesaikan pendugaan parameter pada metode kuadrat terkecil. Metode ini sering disebut metode linearisasi yang menggunakan ekspansi deret Taylor untuk menghampiri model nonlinear menjadi bentuk linear (Chapra, 1988: 315). Sedangkan metode Levenberg-Marquardt merupakan kompromi atau jalan tengah antara metode Gauss-Newton dengan metode turunan tercuram dan merupakan suatu algoritma untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat (Draper dan Smith, 1992: 450).

Secara teoritis pada masalah-masalah tertentu proses kekonvergenan pada metode Gauss-Newton berjalan lambat dan bahkan kadang tidak mencapai kekonvergenannya. Sedangkan metode Levenberg-Marquardt hampir selalu menghasilkan kekonvergenan dan proses kekonvergenannya tidak berjalan lambat. Namun demikian, kedua metode sebelumnya dapat diterapkan sama baiknya pada banyak masalah praktis, karena pada model

nonlinear tidak ada metode yang dapat disebut metode terbaik (Draper dan Smith, 1992: 443-450). Dalam komputasi untuk menyelesaikan pendugaan parameter dengan menggunakan metode iteratif harus ditentukan nilai dugaan awal parameternya. Ada beberapa metode untuk memperoleh nilai dugaan awal, salah satu diantaranya adalah jika banyaknya parameter p , substitusikan p amatan (x_u, y_u) ke dalam model yang diberikan dengan mengabaikan galatnya, selanjutnya selesaikan p persamaan yang diperoleh. Nilai-nilai amatan yang terpisah jauh sering memberikan hasil yang lebih baik (Draper dan Smith, 1992: 453).

Salah satu contoh dari model nonlinear adalah model fungsi Cobb-Douglas. Fungsi produksi Cobb Douglas adalah fungsi produksi yang banyak digunakan oleh para ahli ekonomi. Fungsi ini menyatakan hubungan antara input tenaga kerja (X_1) dan modal (X_2) terhadap output (Y) dalam suatu proses produksi (Gujarati, 1978 : 99). Ada dua bentuk model fungsi Cobb Douglas, yaitu $Y_i = \theta_1 X_{i1}^{\theta_2} X_{i2}^{\theta_3} e^{\varepsilon_i}$ dan $Y_i = \theta_1 X_{i1}^{\theta_2} X_{i2}^{\theta_3} + \varepsilon_i$. Pada penelitian ini model yang digunakan adalah $Y_i = \theta_1 X_{i1}^{\theta_2} X_{i2}^{\theta_3} + \varepsilon_i$, karena model ini adalah model nonlinear intrinsik. Berdasarkan model ini akan dibandingkan hasil pendugaan parameternya dengan menggunakan metode Gauss-Newton dan Levenberg-Marquardt. Dari hasil tersebut dapat dilihat metode mana yang lebih efisien dalam menduga parameternya dalam fungsi Cobb-Douglas, sehingga penelitian ini diberi judul: ***“Penerapan Metode Gauss-Newton dan Metode Levenberg-Marquardt Pada Pendugaan Parameter Model Regresi Nonlinear”***.

B. Pembatasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas dengan menggunakan metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt.

C. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dalam tulisan ini masalah yang akan dibahas adalah

1. Bagaimana memperoleh pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas dengan menggunakan metode Gauss-Newton ?
2. Bagaimana memperoleh pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas dengan menggunakan metode Levenberg-Marquardt ?
3. Metode mana yang lebih efisien di antara metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt dalam menyelesaikan pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas?

D. Pendekatan penelitian

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah di atas, pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur yang mengkaji penggunaan metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt dalam pendugaan parameter model regresi nonlinear dalam model Cobb-Douglas.

E. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah :

1. Memperoleh pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas melalui metode Gauss-Newton.
2. Memperoleh pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas melalui metode Levenberg-Marquardt.
3. Mengetahui metode mana yang lebih efisien diantara metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt dalam menyelesaikan pendugaan parameter regresi nonlinear pada model Cobb-Douglas.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Menambah wawasan penulis dan pembaca dalam mempelajari regresi nonlinear dan menduga parameternya dengan menggunakan metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt.
2. Referensi bagi peneliti selanjutnya.

G. Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian teoritis. Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan analisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan. Dalam melakukan penelitian ini, penulis memulai dengan meninjau permasalahan,

mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang didapat dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan dan terakhir menarik kesimpulan dari permasalahan yang telah dibahas.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Input data untuk membangun model Cobb-Douglas dengan menggunakan software MATLAB.
- b. Menentukan nilai dugaan awal parameter dengan cara jika banyaknya parameter p , subsitusikan p amatan (x_u, y_u) ke dalam model yang diberikan dengan mengabaikan galatnya. Selanjutnya selesaikan p persamaan yang diperoleh. Nilai-nilai amatan yang terpisah jauh sering memberikan hasil yang lebih baik.
- c. Menyelesaikan fungsi produksi Cobb-Douglas dengan menggunakan metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt.
- d. Membandingkan hasil dari metode Gauss-Newton dan metode Levenberg-Marquardt, sehingga didapatkan metode mana yang lebih efisien dalam menyelesaikan pendugaan parameter model Cobb-Douglas.