

**MODEL MATEMATIKA INTERAKSI GLUKOSA-INSULIN DALAM
TUBUH PENDERITA DIABETES TIPE 1**

SKRIPSI



Oleh:

NURMA YENNI

NIM. 18030019

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2022

**MODEL MATEMATIKA INTERAKSI GLUKOSA-INSULIN DALAM
TUBUH PENDERITA DIABETES TIPE 1**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar

Sarjana Sains



Oleh:

NURMA YENNI

NIM. 18030019

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2022

PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh
Penderita Diabetes Tipe 1

Nama : Nurma Yenni

NIM : 18030019

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Juni 2022

Disetujui oleh,

Pembimbing



Muhammad Subhan, M.Si
NIP. 19701126 199903 1 002

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Nurma Yenni
NIM / TM : 18030019/2018
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

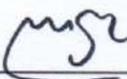
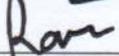
Dengan Judul Skripsi

**Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh Penderita
Diabetes Tipe 1**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, Juni 2022

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Muhammad Subhan, M.Si	
Anggota	: Dra. Helma, M.Si	
Anggota	: Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc	

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nurma Yenni
NIM : 18030019
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, Juni 2022

Diketahui oleh,
Kepala Departemen Matematika,



Dra. Media Rosha, M.Si
NIP. 19620815 198703 2 004

Saya yang menyatakan,



Nurma Yenni
NIM. 18030019

Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin Dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1

Nurma Yenni

ABSTRAK

Diabetes Mellitus (DM) merupakan penyakit kelainan metabolisme yang disebabkan oleh kurangnya hormon insulin. Penyakit ini merupakan penyakit tidak menular yang menyebabkan kematian. Diabetes muncul dikarena hormon insulin yang dikeluarkan oleh sel-sel beta dari struktur dalam pankreas yang bertugas mengatur kadar gula dalam darah tidak lagi bekerja normal. Akibatnya, kadar gula dalam darah meninggi. Pada penelitian ini, dibentuk model matematika untuk memberikan gambaran/informasi mengenai interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif yaitu menganalisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan. Penelitian ini dimulai dengan menentukan variabel, asumsi-asumsi, dan parameter yang berkaitan dengan masalah sehingga dapat dilakukan pembentukan model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1. Selanjutnya, dilakukan analisis pada model matematika, kemudian ditentukan kestabilan dari titik tetap yang diperoleh. Setelah itu akan dilakukan simulasi pada titik tetap tersebut.

Berdasarkan hasil analisis model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1 diperoleh satu titik tetap. Kemudian dilihat kestabilan dari titik tetap berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobi, yang menunjukkan bahwa semua nilai eigennya negatif, sehingga titik tetap model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1 stabil asimotik. Hal ini menunjukkan bahwa penyakit diabetes tidak akan hilang dari tubuh penderitanya. Hasil simulasi numerik juga memperkuat analisis yang telah dilakukan.

Kata Kunci: Model Matematika, Diabetes, glukosa-insulin

Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin Dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1

Nurma Yenni

ABSTRACT

Diabetes Mellitus (DM) is a metabolic disorder caused by a lack of the hormone insulin. This disease is a non-communicable disease that causes death. Diabetes arises because the hormone insulin released by beta cells from structures in the pancreas that is in charge of regulating blood sugar levels is no longer working normally. As a result, blood sugar levels rise. In this study, a mathematical model was formed to provide an overview/information about the glucose-insulin interaction in the body of people with type 1 diabetes.

This research is a basic or theoretical research. The method used in this study is a descriptive method, namely analyzing theories relevant to the problems discussed and based on literature study. This study begins by determining the variables, assumptions, and parameters related to the problem so that a mathematical model of the glucose-insulin interaction can be formed in the body of type 1 diabetics. Next, an analysis is carried out on the mathematical model, then the stability of the equilibrium point obtained is determined. After that, a simulation will be carried out at that equilibrium point.

Based on the results of the analysis of the mathematical model of the glucose-insulin interaction in the body of type 1 diabetics, one equilibrium point was obtained. Then the stability of the equilibrium point is seen based on the eigenvalues of the Jacobi matrix, which shows that all the eigenvalues are negative, so that the equilibrium point of the mathematical model of glucose-insulin interaction in the body of type 1 diabetics is asymptotic stable. This shows that diabetes will not disappear from the sufferer's body. The results of the numerical simulation also strengthen the analysis that has been carried out.

Keywords: Mathematical Model, Diabetes, glucose-insulin

KATA PENGANTAR



Dengan mengucapkan rasa syukur kepada Allah SWT atas segala karunia, rahmat, taufik serta hidayat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin Dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1”** dengan baik. Shalawat beserta salam penulis sampaikan kepada kepada Rasulullah, Nabi Muhammad SAW sebagai suri teladan bagi umat manusia.

Skripsi ini disusun guna memenuhi syarat gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Dalam penulisan skripsi ini, penulis banyak mendapatkan bantuan dan dorongan berupa motivasi, nasehat, dan bimbingan dari berbagai pihak juga selama mengikuti perkuliahan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Oleh karena itu peneliti mengucapkan Terimakasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, M.Si sebagai Pembimbing sekaligus Penasehat Akademik.
2. Ibu Dra. Helma, M.Si, M.Sc sebagai Penguji.
3. Ibu Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc sebagai penguji.
4. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si sebagai Kepala Departemen Matematika dan Ketua Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang.
5. Bapak dan Ibu Dosen, Staf Pengajar, dan Karyawan Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.

6. Orang tua dan Keluarga terutama ayah dan ibu yang selama ini selalu memberikan semangat, dukungan dan do'a dalam penyusunan skripsi ini.
7. Sahabat-sahabat tercinta, teman-teman sepembimbing dan semua pihak yang turut membantu dan mendukung dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga segala bantuan, bimbingan, dan masukan yang telah diberikan kepada penulis menjadi amal ibadah dan mendapat balasan dari Allah SWT. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, maka saran dan kritik yang membangun dari semua pihak sangat diharapkan demi penyempurnaan selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca umumnya. Atas perhatiannya penulis ucapkan terimakasih.

Padang, Mei 2022

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL.....	vii
DAFTAR LAMPIRAN.....	viii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	5
C. Pertanyaan Penelitian	5
D. Tujuan Penelitian	5
E. Manfaat Penelitian	6
F. Metode Penelitian.....	6
BAB II KAJIAN TEORI.....	8
A. Diabetes Mellitus (DM)	8
B. Glukosa	10
C. Insulin.....	11
D. Model Matematika	13
E. Pembentukan Model Matematika	16
F. Teori Kestabilan.....	19
BAB III PEMBAHASAN	23
A. Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin Dalam Tubuh Penderita Diabetes	23
B. Analisis Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin Dalam Tubuh Penderita Diabetes	26
BAB IV PENUTUP	37
A. KESIMPULAN	37
B. SARAN	38
DAFTAR PUTAKA	40
LAMPIRAN.....	44

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Sepuluh negara dengan jumlah penderita diabetes (juta) tertinggi tahun 2019.....	3
Gambar 2. Trayektori Pertama di Sekitar Titik Tetap Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1	31
Gambar 3. Trayektori Kedua di Sekitar Titik Tetap Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1	33

DAFTAR TABEL

Tabel 1. Nilai Parameter Pertama untuk Titik Tetap Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1	30
Tabel 2. Nilai Parameter Kedua untuk Titik Tetap Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1	32

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Titik Tetap	44
Lampiran 2. Simulasi Pertama dan Kedua Maple Titik Tetap.....	44

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Diabetes Mellitus (DM) merupakan penyakit kelainan metabolisme yang disebabkan oleh kurangnya hormon insulin. Menurut *World Health Organization* (WHO) diantara 10 penyakit penyebab kematian salah satunya adalah penyakit Diabetes Mellitus (DM) yang merupakan penyakit tidak menular. Ada banyak pasien diabetes di dunia dan diabetes mellitus menjadi salah satu penyakit terburuk sehubungan dengan ukuran populasi yang terkena. Hal ini memotivasi banyak peneliti untuk mempelajari sistem regulasi endokrin glukosa-insulin.

Menurut Lanywati (2001) saat glukosa masuk ke dalam tubuh maka glukosa tersebut kemudian akan mengalir dalam peredaran darah sehingga jumlah glukosa di dalam tubuh akan meningkat. Ketika tubuh merasakan peningkatan kadar glukosa maka tubuh akan berusaha mengembalikan kadar glukosa tersebut ke keadaan normal. Di dalam tubuh manusia terdapat organ pankreas yang di dalam pankreas tersebut terdapat pulau Langerhans (sekelompok sel putih yang terdiri dari beberapa jenis sel salah satunya adalah sel beta). Sel beta di dalam pulau Langerhans menghasilkan insulin yang berfungsi untuk menurunkan kadar glukosa di dalam tubuh manusia. Insulin akan mengirimkan glukosa dari peredaran darah ke sel-sel dalam tubuh manusia untuk dipakai sebagai sumber energi dan insulin juga akan mengirimkan glukosa dari peredaran darah ke organ liver (hati) untuk disimpan sebagai cadangan energi. Akan tetapi apabila seseorang menderita penyakit

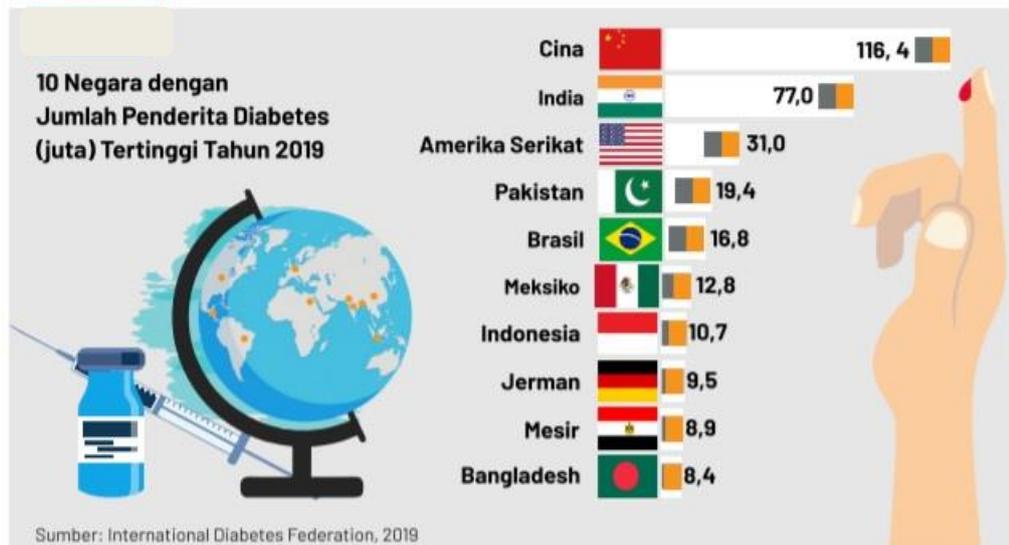
diabetes maka orang tersebut tidak dapat mengatur kadar gula dalam peredaran darahnya.

Diabetes muncul dikarena hormon insulin yang dikeluarkan oleh sel-sel beta dari struktur dalam pankreas yang bertugas mengatur kadar gula dalam darah tidak lagi bekerja normal. Akibatnya, kadar gula dalam darah meninggi. Kadar glukosa darah dikendalikan oleh interaksi kompleks dari beberapa bahan kimia dan hormon dalam tubuh, termasuk hormon glukosa dan insulin yang masing-masing diproduksi di sel alfa dan beta pankreas (Ardiansah dan Kharis, 2012). Insulin sangat dibutuhkan dalam pengendalian kadar glukosa pada penderita diabetes, karena insulin merupakan hormon yang berfungsi untuk mengubah gula (glukosa) menjadi energi dan membantu menjaga keseimbangan kadar gula darah dalam tubuh yang diproduksi oleh pankreas. Kekurangan hormon insulin menyebabkan penyakit diabetes mellitus.

Diabetes dikaitkan dengan berbagai kelainan metabolisme insulin. Gula, pati, dan makanan lainnya diubah menjadi energi dengan insulin. Pada tahun 1922 untuk pertama kalinya insulin digunakan untuk pengobatan diabetes dalam tingkat tertentu sesuai dengan mempertahankan kadar glukosa 60-120 mg/dl. Konsentrasi glukosa dapat berubah secara dinamis tergantung pada aktivitas fisik manusia. Jadi, kebutuhan insulin dapat bervariasi (Srinivas dan Rao, 2012). Jika kadar gula dalam tubuh sangat tinggi maka akan menyebabkan timbulnya penyakit lain seperti serangan jantung, stroke, gangguan pada ginjal, jantung, mata, kulit dan masih banyak lainnya.

Indonesia merupakan salah satu dari 10 negara dengan jumlah penderita diabetes terbanyak. Indonesia menempati peringkat ke-7 pada tahun 1995 dan

diprediksi akan naik menjadi peringkat ke-5 pada tahun 2025 dengan perkiraan jumlah penderita sebanyak 12,4 juta jiwa (Arisma, 2010). Dari Pusat Data dan Informasi Kementerian Kesehatan RI jumlah penderita diabetes di Indonesia pada tahun 2019 sebanyak 10,7 juta jiwa. Sepuluh negara dengan jumlah penderita diabetes (juta) tertinggi tahun 2019 dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Sepuluh negara dengan jumlah penderita diabetes (juta) tertinggi tahun 2019

Tindakan pengendalian DM sangat diperlukan, khususnya dengan mengusahakan tingkat gula darah sedekat mungkin dengan normal. Hal ini merupakan salah satu usaha pencegahan yang terbaik terhadap kemungkinan berkembangnya komplikasi dalam jangka panjang (Sustrani dkk, 2005). Diabetes dibedakan menjadi empat jenis yaitu diabetes tipe 1, diabetes tipe 2, diabetes pada kehamilan, dan diabetes yang lain (Tandra, 2017). Penelitian ini fokus pada diabetes tipe 1 sehingga yang menjadi masalah disini adalah bagaimana pengendalian sistem pengaturan glukosa-insulin pada penyakit diabetes tipe 1 yang efektif bisa membantu mengontrol kadar glukosa dan

insulin dalam tubuh penderita diabetes agar bisa mendekati normal. Berdasarkan uraian tersebut permasalahan ini dapat dicari solusinya menggunakan analisis kestabilan lokal di sekitar titik tetapnya. Permasalahan akan dimodelkan ke dalam bentuk matematika dimana nantinya model akan menggambarkan kondisi yang nyata dalam pengendalian sistem pengaturan glukosa-insulin pada penyakit diabetes tipe 1 sehingga peneliti tertarik untuk membahas dan mengkaji tentang glukosa dan insulin pada penyakit diabetes mellitus tipe 1.

Banyak model matematika yang telah dikembangkan untuk mengidentifikasi karakteristik regulasi glukosa-insulin di dalam tubuh manusia diantaranya tentang model penundaan dua waktu yang jelas dimana peneliti menduga bahwa salah satu dari banyak kemungkinan penyebab osilasi sekresi insulin adalah karena penundaan waktu sekresi insulin yang dirangsang oleh peningkatan konsentrasi glukosa (Lii dkk, 2006), kemudian model terapi insulin baru menggunakan kinetika Michaelis-Menten dimana peneliti mengabaikan efek tertunda dari produksi glukosa namun faktanya efek tertunda pada dinamika glukosa dan insulin untuk subjek normal di bawah infuse glukosa terus menerus dan konstan dapat menjadi signifikan (Wang dkk, 2009), dan deskripsi model matematika dari sistem persamaan yakni tentang cadangan pankreas dipengaruhi oleh perubahan glukosa yang mengandung racun dikalikan dengan glukosa dan cadangan pankreas, perubahan glukosa yang dipengaruhi oleh laju perubahan insulin dan perubahan insulin yang dipengaruhi oleh sel beta juga perubahan glukosa dan perubahan insulin itu sendiri (Afifah, 2011).

Berdasarkan banyaknya model matematika tentang glukosa dan insulin yang telah dikembangkan sebelumnya, penelitian ini merujuk pada penelitian terdahulu dan mengangkat beberapa penelitian sebagai acuan. Pada penelitian ini akan dibahas interaksi glukosa-insulin pada penyakit Diabetes Mellitus (DM) tipe 1. Sehingga penelitian ini diberi judul "*Model Matematika Interaksi Glukosa-Insulin Dalam Tubuh Penderita Diabetes Tipe 1*".

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalahnya adalah bagaimana model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1?

C. Pertanyaan Penelitian

1. Apa bentuk model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1?
2. Bagaimana menganalisis model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1?
3. Apa hasil interpretasi model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1?

D. Tujuan penelitian

1. Membentuk model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1.
2. Menganalisis model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1.

3. Menginterpretasikan hasil analisis model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1.

E. Manfaat Penelitian

1. Menambah pengetahuan dan pemahaman pembaca tentang konsep model matematika dalam dunia nyata.
2. Memberi gambaran kepada pembaca tentang interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1.
3. Gambaran yang diberikan diharapkan bisa bermanfaat bagi pihak-pihak tertentu agar terhindar dari penyakit diabetes tipe 1.
4. Sebagai acuan dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.

F. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau penelitian teoritis. Pada penelitian ini menggunakan metode deskriptif dimana dilakukan dengan cara menganalisis teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan yang akan diteliti.

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah:

1. Mengidentifikasi masalah yang akan diangkat dalam penelitian ini
2. Mengkaji, memahami dan mempelajari buku-buku yang berkaitan dengan masalah penyakit diabetes mellitus dan pemodelan matematika
3. Menentukan variabel, asumsi, dan parameter yang dapat membantu dalam membentuk dan menganalisis model

4. Membentuk model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1
5. Menganalisis model matematika interaksi glukosa-insulin dalam tubuh penderita diabetes tipe 1
6. Simulasi numerik untuk menampilkan grafik dengan bantuan program maple 18 serta menginterpretasikan grafik tersebut
7. Membuat kesimpulan.