

**MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI
DENGAN MATERNAL ANTIBODI DAN VAKSINASI**

SKRIPSI

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar
Sarjana Sains*



**Oleh:
Yustika Ramayona
NIM 16030029**

**PRODI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2020**

PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan
Maternal Antibodi dan Vaksinasi

Nama : Yustika Ramayona

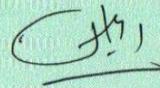
NIM : 16030029

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 22 November 2020
Disetujui oleh,
Pembimbing



Dra. Hj. Helma, M. Si
NIP. 19680324 199603 2 001

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Yustika Ramayona
NIM / TM : 16030029/2016
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

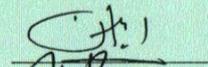
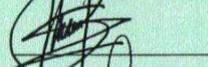
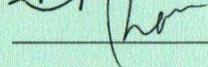
Dengan Judul Skripsi

**MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI DENGAN
MATERNAL ANTIBODI DAN VAKSINASI**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 22 November 2020

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Dra. Hj. Helma, M.Si	
Anggota	: Dra. Media Rosha, M.Si	
Anggota	: Rara Shandy Winanda, S.Pd, M.Sc	

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yustika Ramayona
NIM : 16030029
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 22 November 2020

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika,



Dra. Media Rosha, M. Si
NIP. 19620815 198703 2 004

Saya yang menyatakan,



Yustika Ramayona
NIM. 16030029

Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi

Yustika Ramayona

ABSTRAK

Penyakit Difteri adalah penyakit yang disebabkan oleh infeksi bakteri *Corynebacterium diphtheria*, yang menyerang tenggorokkan dan sistem pernapasan. Upaya yang bisa dilakukan untuk mencegah penyebaran penyakit difteri adalah dengan imunisasi, baik secara aktif maupun pasif. Imunisasi aktif berupa pemberian vaksin dan imunisasi pasif berupa antibodi maternal. Tujuan penelitian ini yaitu membentuk model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi dan menginterpretasikan hasil analisis dari model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Metode yang digunakan adalah menganalisis teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan. Penelitian ini dimulai dengan menentukan variabel, parameter, asumsi-asumsi yang berkaitan dengan permasalahan sehingga dapat dilakukan pembentukan model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi. Setelah model matematika terbentuk, maka model tersebut akan dianalisis dan diinterpretasikan.

Berdasarkan analisis model terdapat dua titik tetap yaitu titik tetap bebas penyakit dan titik tetap endemik. Berdasarkan hasil uji kestabilan titik tetap menggunakan kriteria nilai eigen dan didapatkan kestabilan titik tetap bebas penyakit stabil asimtotik dengan syarat $\mu < (1 - p)\beta \left(\frac{\delta B}{(\delta - \mu)\mu} \right) + \gamma$ dan kestabilan titik tetap endemik juga stabil asimtotik. Sehingga penyakit difteri tidak mewabah.

Kata Kunci: Model Matematika, Penyakit Difteri, Maternal Antibodi, Vaksinasi.

Mathematical Model of the Spread of Diphtheria with Maternal Antibodies and Vaccination

Yustika Ramayona

ABSTRACT

Diphtheria is a disease caused by *Corynebacterium Diphtheria* bacteria infection, that attacked throat and respiratory system. Effort that can be done to prevent the spread of diphtheria disease is immunization, both actively and passively. Active immunization in the form of vaccine and passive immunization in the form of maternal antibody. The purpose this research are forming mathematics model spread of diphtheria disease with maternal antibody and vaccine and interpret result analysis from mathematics model spread of Diphtheria disease with maternal antibody dan vaccine.

This researc is theoretical research. The method used is analysis theorys that relate with the problem. This research started from variable, parameter, assumption determination so that can from the mathematical model spread of diphtheria disease with maternal antibody and vaccine. Then the model can be analyzed and interpret.

Based on model analysis there are two fixed point, they are free disease fixed point and endemic fixed point. Based on stability test, fixed point use eigen value criteria and obtained the stability of free diseases fixed point is asymptotic stable by terms $\mu < (1 - p)\beta \left(\frac{\delta B}{(\delta - \mu)\mu} \right) + \gamma$ and the stability of endemic fixed point is asymptotic stable too. So that diphtery disease not p endemic.

Keywords: Mathematical Model, Diphtheria, Maternal Antibody, Vaccinations

KATA PENGANTAR



Dengan mengucapkan rasa syukur kepada Allah SWT, atas segala karunia, rahmat, taufik serta hidayat-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Maternal Antibodi Dan Vaksinasi**” dengan baik. Shalawat beriringan salam peneliti sampaikan kepada Rasulullah, Nabi Muhammad SAW sebagai suri teladan bagi umat manusia dan terimakasih kepada kedua orang tua beserta Keluarga yang selalu mendoakan memberi semangat, nasehat, serta materi dalam menyelesaikan skripsi ini

Skripsi ini disusun guna memenuhi syarat memperoleh gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Dalam penyusunan skripsi ini, peneliti banyak mendapat bantuan dan dukungan berupa dorongan semangat, nasihat, bimbingan, dan kerja sama dari berbagai pihak, oleh sebab itu peneliti ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si, Pembimbing.
2. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Penasehat Akademik, penguji sekaligus Ketua Jurusan dan Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNP.
3. Ibu Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.S.i, Penguji,
4. Bapak dan ibu Dosen Matematika yang telah memberikan ilmu kepada peneliti.
5. Monik, Aye, Ami, Mona, Deva, Nadia, Dhiyah, dan teman-teman Program Studi Matematika 2016 yang telah memberikan semangat dan dukungan

6. Semua pihak yang turut membantu selama proses penyelesaian skripsi ini yang tidak disebutkan satu persatu.

Semoga segala bantuan, bimbingan, dan masukan yang telah diberikan kepada peneliti menjadi amal ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca umumnya. Akhir kata peneliti ucapkan terima kasih. Wassalamu'alaikum.

Padang, 22 November 2020

Yustika Ramayona

DAFTAR ISI

ABSTR AK	i
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR.....	viii
DAFTAR LAMPIRAN	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Perumusan Masalah.....	5
C. Pertanyaan Penelitian	5
D. Tujuan Penelitian	5
E. Metodologi Penelitian	5
F. Manfaat penelitian.....	6
BAB II TEORI PENDUKUNG.....	7
A. Difteri	7
1. Gejala.....	7
2. Cara penularan.....	7
3. Pengobatan dan pencegahan.....	8
B. Maternal Antibodi	9
C. Vaksinasi	10
D. Pemodelan Matematika.....	11
1. Model matematika	11
2. Persamaan Diferensial	18
3. Teori kestabilan	20
BAB III PEMBAHASAN	27
A. Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	27
B. Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	31
C. Interpretasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi.....	43

BAB IV PENUTUP	45
A. Kesimpulan	45
B. Saran.....	47
Daftar Pustaka.....	48

DAFTAR TABEL

TABEL	Halaman
1. Parameter yang Digunakan Dalam Pembentukan Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi....	28
2. Parameter untuk Titik Tetap Bebas Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	40
3. Parameter untuk Titik Tetap Endemik Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	42

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Tahapan Membangun Model Matematika	13
2. Diagram Model SIR	16
3. Diagram Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	29
4. Trayektori di sekitar Titik Tetap Bebas dari Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	41
5. Trayektori disekitar Titik Tetap Endemik dari Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi	43

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	halaman
1. Solusi Titik Tetap Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi.....	50
2. Program MAPLE Simulasi Kestabilan Titik Tetap Bebas e_0	50
3. Program MAPLE Simulasi Kestabilan Titik Tetap Endemik e_*	51

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Difteri adalah penyakit yang disebabkan oleh infeksi bakteri *Corynebacterium diphtheria*, yang menyerang tenggorokan dan sistem pernapasan. Penyakit Difteri ditandai dengan sakit tenggorokan, demam, malaise pada kasus lain ditemukan *pseudomembran* pada faring dan rongga hidung (Pediatri, 2018). Manusia merupakan reservoir tunggal dan sumber penularan utama penyakit Difteri. Tapi 80% kasus ini terjadi pada anak usia kurang dari 15 tahun dan tidak mendapatkan imunisasi primer (Nelson, 2004). Penyakit Difteri ini ditularkan melalui tetesan air liur akibat batuk, bersin, berbicara, melalui alat-alat, pakaian, melalui makanan atau minuman yang sudah terkontaminasi (Nelson, 2004). Bakteri ini cukup kebal terhadap udara panas, dingin, dan dapat bertahan hidup pada debu (Fakultas Kedokteran Universitas Indonesia, 2006).

Kasus Difteri ini kecil tetapi memberikan dampak yang cukup besar terhadap penderitanya. Dampak yang dapat di timbulkan dari penyakit Difteri ini yaitu bisa menyebabkan kerusakan pada ginjal, jantung, sistem syaraf ataupun organ lainnya, dan yang paling membahayakan yaitu menyebabkan kematian. Sedangkan faktor-faktor yang menyebabkan seseorang terjangkit penyakit Difteri menurut Lestari (2012) yaitu umur, jenis kelamin, penghasilan rendah, status gizi, lingkungan, pelayanan kesehatan, status imunisasi, sumber penularan, mobalitas, pengetahuan, sikap dan tindakan.

Penyakit Difteri dinyatakan telah menghilang di Indonesia sekitar tahun 1990-an. Namun mulai muncul kembali pada tahun 2003 di Bangkalan Jawa Timur, kemudian menyebar ke hampir seluruh Kabupaten/Kota di Jawa timur. Pada tahun 2014 Kota Padang juga melaporkan adanya kasus Difteri dan dinyatakan sebagai KLB, kasus tersebut menyebar ke Kabupaten Padang Pariaman dan Solok (Kementerian kesehatan, 2016). Sampai tanggal 25 Desember 2017 Kementerian Kesehatan telah mengumpulkan data penyakit Difteri. Saat ini terdeteksi sebanyak 907 kasus(kumulatif selama tahun 2017) dimana 44 diantaranya meninggal dunia, kasus dilaporkan ada 164 kabupaten/kota dari 29 provinsi (Kementerian kesehatan, 2017).

Beberapa upaya yang bisa dilakukan untuk mencegah penyebaran penyakit Difteri adalah dengan imunisasi. Imunisasi berasal dari kata “imun” yang berarti kebal atau resisten. Imunisasi merupakan pemberian kekebalan tubuh terhadap suatu penyakit dengan memasukkan sesuatu ke dalam tubuh agar tubuh tahan terhadap suatu penyakit yang sedang mewabah atau berbahaya bagi seseorang (Lisnawati, 2011). Imunisasi terbagi atas dua, yaitu imunisasi pasif dan imunisasi aktif. Imunisasi aktif adalah pemberian kuman yang sudah dilemahkan atau vaksin dengan tujuan untuk merangsang tubuh memproduksi antibodi yang bertahan selama bertahun-tahun. Imunisasi pasif adalah pemberian antibodi dengan maksud memberikan imunitas secara langsung tanpa harus memproduksi sendiri zat aktif tersebut untuk kekebalan tubuhnya (Notoatmodjo, 2007).

Bentuk imunitas pasif yang paling penting itu adalah imunitas yang diperoleh bayi dari ibu yang disebut antibodi maternal. Transfer antibodi maternal ini melalui plasenta, berlangsung pada masa 1-2 bulan terakhir kehamilan. Antibodi ini akan

melindungi bayi dari infeksi, baik infeksi bakteri maupun virus. Jenis antibodi yang disalurkan melalui plasenta adalah Immunoglobulin G (IgG) (Ikatan Dokter Indonesia, 2014). Immunoglobulin adalah jenis antibodi yang dibentuk oleh tubuh untuk melawan racun, bakteri, virus, dan zat asing lainnya. Sedangkan diantara berbagai macam immunoglobulin, hanya IgG lah yang dapat melintasi plasenta dan merupakan antibodi yang paling kecil yang dibentuk tubuh tetapi jumlahnya paling banyak (Etika, 2016).

Vaksin adalah olahan pathogen yang mati atau yang lemah, atau produknya yang saat diperkenalkan ke dalam tubuh merangsang produksi antibodi tanpa menyebabkan sakit. Vaksinasi juga disebut imunisasi aktif karena sistem kekebalan tubuh dirangsang untuk secara aktif mengembangkan kekebalannya sendiri terhadap potagen (Okafor, 2007). Jenis vaksin Difteri yang diberikan harus disesuaikan dengan usia pemberian. Sebagai imunisasi dasar, vaksin Difteri diberikan bersamaan dengan imunisasi tetanus dan pertusis, dalam bentuk vaksin DPT (Sembiring, 2019).

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika juga memberikan peranan yang penting dalam mencegah meluasnya penyebaran virus. Peranan tersebut berupa model matematika. Model matematika digunakan secara kualitatif dan kuantitatif. Dalam memperoleh, membuat, mengembangkan atau menurunkan model, melibatkan asumsi, pendekatan yang didasarkan atas eksperimen maupun observasi terhadap fenomena sebenarnya. Asumsi, pendekatan digunakan untuk mempelajari fenomena tersebut secara sederhana (Cahyono 2013: 2).

Model matematika banyak digunakan untuk meneliti tentang kasus penyebaran penyakit. Beberapa model yang umum digunakan dalam dinamika

penyebaran penyakit, diantaranya adalah model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*), dimana *Susceptible* merupakan suatu kondisi individu yang rentan terkena penyakit, *Infected* merupakan kondisi individu tertular penyakit dan dapat menularkan penyakitnya kepada individu lain, *Recovered* merupakan kondisi individu yang telah sembuh dari penyakit yang dideritanya.

Pemodelan matematika terhadap penyakit Difteri ini sudah banyak dilakukan oleh para peneliti. Beberapa diantaranya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Wulandari (2013) yang mendapatkan model penyebaran penyakit Difteri dengan model MSEIR, dan pada penelitian I. Suryani dan Mela Yuenita. E (2016) dengan model MSEIR dengan *Saturated Incidence Rate*". Pada penelitian Husein (2019) dengan model SIR pada penyakit Difteri. Sehingga dalam penelitian ini, model yang digunakan untuk penyakit difteri yaitu model epidemik MSIR dengan pemberian vaksinasi pada kelas *susceptible*. Bayi yang baru lahir tidak masuk dalam kelas rentan karena diasumsikan bayi mempunyai imun alami dan kebal terhadap penyakit Difteri. Setiap bayi baru lahir mempunyai imun pasif yang melindunginya dari infeksi bakteri maupun virus selama beberapa bulan yang diperoleh dari antibodi ibu. Setelah imun pasif menghilang maka vaksin sangat diperlukan oleh tubuh untuk kekebalan terhadap penyakit. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mengkaji model MSIR dengan pemberian vaksinasi dalam penyebaran penyakit Difteri dalam sebuah penelitian yang berjudul "**Model Matematika Penyebaran Penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi**".

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah untuk penelitian ini adalah “Bagaimana bentuk Model Matematika Penyebaran penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi”.

C. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, dijabarkan pertanyaan penelitian sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk model matematika pada penyebaran penyakit difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi?
2. Apa hasil interpretasi yang diperoleh dari hasil analisis kestabilan lokal model matematika pada penyebaran penyakit Difteri dengan Maternal Antibodi dan Vaksinasi?

D. Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang diajukan di atas maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Membentuk model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.
2. Menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.

E. Metodologi Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan adalah metode deskriptif yaitu menganalisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi, memilih dan merumuskan masalah yang akan diangkat dalam penelitian tentang penyebaran penyakit difteri.
2. Mengumpulkan dan mengkaji teori-teori, konsep-konsep yang relevan dengan masalah model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.
3. Menentukan asumsi, variabel, dan parameter yang dapat membantu dalam membentuk dan menganalisis model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.
4. Membentuk model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.
5. Menganalisis model yang telah dibentuk dari penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.
6. Menginterpretasikan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit difteri dengan maternal antibodi dan vaksinasi.
7. Membuat kesimpulan.

F. Manfaat penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan gambaran bagi peneliti dan pembaca terhadap usaha untuk mengurangi populasi penyakit difteri.
2. Gambaran yang diberikan diharapkan dapat menjadi referensi bagi pihak-pihak terkait dalam menentukan kebijakan yang tepat untuk mengurangi populasi penyakit difteri di masa yang akan datang.

3. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.