

**MENENTUKAN LUAS DAERAH SEGITIGA SPHERIS**

**SKRIPSI**

*Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Memperoleh  
Gelar Sarjana Sains*



Oleh  
**MULYADI**  
**NIM. 18355**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS NEGERI PADANG**  
**2015**

## PERSETUJUAN SKRIPSI

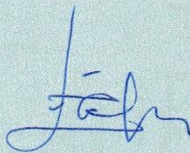
### MENENTUKAN LUAS DAERAH SEGITIGA SPHERIS

Nama : Mulyadi  
NIM : 18355  
Program Studi : Matematika  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Januari 2016

Disetujui Oleh

Pembimbing I,



Mirna, S.Pd., M.Pd  
NIP. 19700811 200912 2 001

Pembimbing II,



Riry Sriningsih, S.Si., M.Sc  
NIP. 19830426 200812 2 003

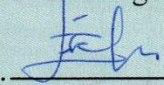

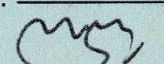
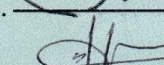
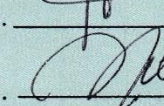
## PENGESAHAN

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang

**Judul** : Menentukan Luas Daerah Segitiga Spheris  
**Nama** : Mulyadi  
**NIM** : 18355  
**Program Studi** : Matematika  
**Jurusan** : Matematika  
**Fakultas** : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Januari 2016

### Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
1. Ketua	: Mirna, S.Pd., M.Pd	1. 
2. Sekretaris	: Riry Sriningsih, S.Si., M.Sc	2. 
3. Anggota	: Muhammad Subhan, S.Si, M.Si	3. 
4. Anggota	: Dra.Dewi Murni, M.Si	4. 
5. Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si	5. 

## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

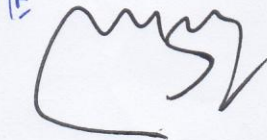
Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : MULYADI  
NIM/TM : 18355/2010  
Program Studi : MATEMATIKA  
Jurusan : MATEMATIKA  
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa Tugas Akhir saya dengan judul “**Menentukan Luas Daerah Segitiga Spheris**” adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Diketahui oleh,  
Ketua Jurusan Matematika



**Muhammad Subhan, M.Si**  
NIP.19701126 199903 1 002

Padang, 13 Januari 2016

Saya yang menyatakan



**Mulyadi**  
NIM.18355

## ABSTRAK

### Mulyadi : Menentukan Luas Daerah Segitiga Spheris

Segitiga Spheris terbentuk dari suatu bagian permukaan bola yang diperoleh dari perpotongan tiga lingkaran besar pada bola. Lingkaran yang membentuk Segitiga Spheris itu memotong titik pusat dari bola. Panjang sisi pada Segitiga Spheris dinyatakan dalam sudut atau radian. Kebanyakan orang hanya mengenal jenis segitiga pada bidang datar, pada dasarnya ada jenis segitiga yang bentuk permukaannya tidak datar seperti segitiga spheris. Dikarenakan pada Segitiga Euclid sisi-sisinya dalam bentuk garis lurus maka luas daerah dapat ditentukan dengan mengalikan salah satu sisi dari segitiga tersebut dengan tinggi segitiga kemudian dibagi dua. Pada Segitiga Spheris sisi-sisinya tidaklah dalam bentuk garis lurus tetapi dalam bentuk kurva. Berdasarkan hal ini, dilakukan penelitian yang bertujuan untuk menentukan luas daerah Segitiga Spheris.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis) yang mengkaji cara menentukan luas daerah dari segitiga spheris dengan menggunakan sifat-sifat dari segitiga spheris tersebut serta menggunakan dasar-dasar trigonometri. Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan menganalisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan kepada studi kepustakaan.

Berdasarkan hasil studi kepustakaan yang dilakukan, maka didapatkan rumus luas daerah Segitiga Spheris yaitu

1. Jika diketahui sudut-sudut dihedral Segitiga Spheris yaitu  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , dan jari-jari bola  $r$  maka luas daerah Segitiga Spheris adalah  $(\alpha + \beta + \gamma - \pi)r^2$
2. Jika diketahui sudut-sudut trihedral Segitiga Spheris yaitu  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan jari-jari bola  $r$  maka luas daerah Segitiga Spheris adalah

$$\left( \operatorname{arc\,sin} \frac{(1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c)^{\frac{1}{2}}}{\sin b \sin c} \right. \\ \left. + \operatorname{arc\,sin} \frac{(1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c)^{\frac{1}{2}}}{\sin a \sin c} \right. \\ \left. + \operatorname{arc\,sin} \frac{(1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c)^{\frac{1}{2}}}{\sin a \sin b} \right. \\ \left. - \pi \right) r^2$$

Jadi untuk menentukan luas daerah Segitiga Spheris haruslah diketahui sudut dihedral atau sudut trihedral dan jari-jari dari bola.

## KATA PENGANTAR



Puji dan syukur peneliti ucapkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan petunjuk, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul ”*Menentukan Luas Daerah Segitiga Spheris*”. Adapun tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Pada pembuatan dan penyusunan skripsi ini, peneliti mendapatkan bimbingan dan bantuan yang bersifat membangun dari berbagai pihak. Dalam kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Mirna, S.Pd., M.Pd, Dosen Pembimbing I.
2. Ibu Riry Sriningsih, M.Sc, Dosen Pembimbing II dan Penasehat Akademik.
3. Bapak Muhammad Subhan, M.Si., Penguji dan Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
4. Ibu Dra.Dewi Murni, M.Si., Penguji dan Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA UNP.
5. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si. Penguji
6. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNP.
7. Bapak dan Ibu staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
8. Semua pihak yang telah membantu selama studi dan penyelesaian skripsi ini.

Semoga bantuan dan bimbingan yang telah diberikan dapat menjadi amal ibadah oleh Allah SWT.

Peneliti menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan, untuk itu peneliti mengharapkan adanya kritikan dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan skripsi ini dan untuk perbaikan dimasa yang akan datang. Harapan peneliti semoga skripsi ini dapat memberikan arti dan manfaat bagi pembaca dan peneliti sendiri.

Padang, 12 Januari 2016

Peneliti

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	i
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	ii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	iv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	vi
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	viii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
A. Latar Belakang .....	1
B. Rumusan Masalah .....	2
C. Tujuan Penelitian .....	2
D. Manfaat Penelitian .....	2
E. Metodologi Penelitian .....	2
<b>BAB II KAJIAN TEORI</b>	
A. Segitiga Euclid .....	4
1. Sifat Dasar Segitiga Euclid .....	8
2. Rumus Sudut Rangkap Pada Segitiga Euclid .....	9
3. Aturan Sinus Pada Segitiga Euclid .....	9
4. Aturan Cosinus Pada Segitiga Euclid .....	10
5. Aturan $\frac{1}{2}$ Sudut Pada Segitiga Euclid .....	10
B. Segitiga Spheris.....	12
1. Sudut Dihedral .....	13
2. Sudut Trihedral.....	14
3. Segitiga Siku-Siku Spheris.....	15
4. Sifat-Sifat Segitiga Spheris .....	18
<b>BAB III PEMBAHASAN</b>	
A. Luas Segitiga Spheris Jika Diketahui Sudut-Sudut Dihedralnya	21

B. Luas Segitiga Spheris Jika Diketahui Sudut-Sudut Trihedralnya	22
<b>BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
A. Kesimpulan .....	28
B. Saran.....	28
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>29</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>30</b>

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Segitiga Euclid Sembarang .....	4
2. Segitiga Euclid yang dilewati sebuah garis.....	5
3. Segitiga Euclid ABD.....	6
4. Segitiga Euclid dengan garis bagi.....	7
5. Segitiga Spheris ABC .....	12
6. Sudut Dihedral .....	13
7. Sudut B-O-AC.....	14
8. Sudut Trihedral.....	14
9. Segitiga Spheris Siku-Siku.....	15
10. Proyeksi Segitiga Spheris Siku-Siku.....	15
11. Lune.....	20
12. Daerah Segitiga Spheris .....	21
13. Daerah Lune $\alpha$ .....	22
14. Daerah Lune $\beta$ .....	22
15. Daerah Lune $\gamma$ .....	22
16. Permukaan bola ditutupi Lune $\alpha, \beta, \gamma$ .....	23
17. Segitiga Spheris.....	24
18. Segitiga Euclid dengan garis tinggi .....	31
19. Segitiga Euclid .....	37
20. Segitiga Euclid .....	39
21. Segitiga Spheris PQR.....	41

22. Segitiga Spheris Lancip dan Tumpul .....	42
--	----

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Bukti Sifat Dasar Segitiga Euclid .....	30
2. Bukti Aturan Sinus Pada Segitiga Euclid .....	36
3. Bukti Aturan Cosinus Pada Segitiga Euclid.....	38
4. Bukti Sifat 1 Segitiga Spheris .....	40
5. Bukti Sifat 2 dan 3 Segitiga Spheris .....	41

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang**

Segitiga merupakan sebuah bangun datar yang dibentuk oleh tiga titik yang tidak segaris dan setiap titik tersebut dihubungkan oleh sebuah garis. Segitiga dapat dibedakan dalam beberapa bentuk berdasarkan sisi dan sudutnya. Berdasarkan sisi, ada 3 jenis segitiga yang dikenal yaitu segitiga sama sisi, segitiga sama kaki, dan segitiga sebarang. Berdasarkan sudut, ada 3 jenis segitiga yang dikenal yaitu segitiga lancip, segitiga siku-siku, dan segitiga tumpul.

Kebanyakan orang hanya mengenal jenis segitiga pada bidang datar, tetapi menurut Ayres (1954:147) pada dasarnya ada jenis segitiga yang bentuk permukaannya tidak datar yaitu segitiga spheris. Segitiga spheris merupakan sebuah segitiga yang terdapat pada permukaan bola yang mana segitiga spheris ini dibentuk oleh bidang-bidang yang memotong sebuah bola dan membentuk lingkaran besar. Lingkaran besar dibentuk oleh bidang yang memotong bola melewati titik pusat bola tersebut.

Jika luas daerah segitiga dapat ditentukan dengan mengalikan salah satu sisi dari segitiga tersebut dengan tinggi segitiga kemudian dibagi dua, yang mana tinggi segitiga haruslah tegak lurus dengan sisi yang akan dikalikan maka hal ini belum tentu dapat kita gunakan dalam menentukan luas daerah segitiga spheris. Dikarenakan segitiga spheris merupakan segitiga yang terdapat pada permukaan

bola maka segitiga ini bukanlah bangun datar. Berdasarkan hal tersebut, penulis tertarik untuk mengkaji bagaimana menentukan luas daerah Segitiga Spheris.

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimana menentukan luas daerah Segitiga Spheris?”.

## **C. Tujuan Penelitian**

Sesuai dengan masalah yang dibahas, maka tujuan penelitian ini adalah menentukan luas daerah Segitiga Spheris.

## **D. Manfaat Penelitian**

Manfaat penelitian ini adalah

1. Memberikan tambahan wawasan dan ilmu pengetahuan bagi penulis mengenai Segitiga Spheris, beserta luas daerah dari Segitiga Spheris tersebut.
2. Memberi Informasi dan masukan kepada pembaca tentang Segitiga Spheris.
3. Menjadi bahan masukan bagi para peneliti berikutnya dalam mengembangkan dan memperluas hasil cakupan.

## **E. Metodologi Penelitian**

Penelitian ini adalah penelitian dasar. Adapun metode yang digunakan adalah analisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang di bahas dengan berlandaskan kajian kepustakaan. Langkah kerja yang dilakukan adalah meninjau permasalahan yang dihadapi, kemudian mencari teori-teori yang dapat dijadikan penunjang untuk menjawab permasalahan tersebut.

Adapun langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari permasalahan adalah sebagai berikut:

1. Menelaah tentang definisi Segitiga Spheris.
2. Menelaah tentang sudut dihedral dan trihedral beserta teorema-teorema yang berlaku pada sudut tersebut. Kemudian mengkaitkan antara sudut dihedral dan trihedral tersebut dengan definisi Segitiga Spheris.
3. Menelaah hubungan sudut dan sisi berdasarkan teorema ataupun sifat dasar yang telah diperoleh sebelumnya.
4. Menentukan luas Segitiga Spheris berdasarkan teorema ataupun sifat dasar yang telah diperoleh sebelumnya.