PREDIKSI JUMLAH TERNAK PUYUH BERDASARKAN KEUNTUNGAN HASIL PRODUKSI MENGGUNAKAN METODE *INVERSE REGRESSION*

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains

Oleh :

MIFTAHUL HAYATI
NIM.1301428

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2018

PERSETUJUAN SKRIPSI

PREDIKSI JUMLAH TERNAK PUYUH BERDASARKAN KEUNTUNGAN HASIL PRODUKSI MENGGUNAKAN METODE *INVERSE REGRESSION*

Nama	:	Miftahul Hayati
NIM	:	1301428
Program Studi	:	Matematika
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 29 Januari 2018

Disetujui oleh,

Dosen Pembimbing I	Dosen pembimbing II
Suherman, S.Pd., M.Si	Dra. Hj. Helma, M.Si.
NIP. 19680830 199903 1 002	NIP. 19680324 199603 2 001

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama	:	Miftahul Hayati
NIM	:	1301428
Program Studi	:	Matematika
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan judul

PREDIKSI JUMLAH TERNAK PUYUH BERDASARKAN KEUNTUNGAN HASIL PRODUKSI MENGGUNAKAN METODE *INVERSE REGRESSION*

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 29 Januari 2018

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
1. Ketua	: Suherman, S.Pd., M.Si	1.
2. Sekretaris	: Dra. Hj. Helma, M.Si	2.
3. Anggota	: Drs. Atus Amadi Putra, M. Si	3.
4. Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si	4.
5. Anggota	: Defri Ahmad, S.Pd., M.Si	5.

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Miftahul Hayati
NIM/TM	: 1301428 / 2013
Program Studi	: Matematika
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa Skripsi saya dengan judul **"Prediksi Jumlah Ternak Puyuh Berdasarkan Keuntungan Hasil Produksi Menggunakan Metode *Inverse Regression*"** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara. Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 29 Januari 2018

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika,

Muhammad Subhan, S.Si., M.Si
NIP.19630605 198703 2 002

Saya yang menyatakan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
4B9B0ADF729188108
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Miftahul Hayati
NIM. 1301428

Ku persembahkan Skripsi ini untuk yang selalu bertanya:
"kapan Skripsimu selesai?"

Terlambat lulus ataupun lulus tidak tepat pada waktunya bukanlah sebuah kejahatan, bukan juga sebuah aib. Alangkah kerdilnya jika mengukur kepintaran seseorang hanya dari siapa yang paling duluan lulus. Bukankah sebaik-baiknya Skripsi, adalah skripsi yang selesai? Baik itu selesai tepat waktu maupun tidak tepat waktu.

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu selesai dengan suatu pekerjaan maka kerjakanlah pekerjaan yang lain dengan sungguh-sungguh dan kepada tuhan-Mu lah kamu berharap”

(Q.S. Al-Insyirah 6 – 8)

Terimakasih kepada Sang Pencipta untuk nikmat dan kesempatan hidup sampai saat ini hingga dapat menyelesaikan kewajiban untuk pilihan hidup ini. Teruntuk junjungan kehidupan yakni Nabi Muhammad SAW, yang membawa lentera kehidupan dibumi yang fana ini.

Banyak orang yang memiliki kata-kata motivasi dalam hidupnya untuk selalu dapat berjalan dengan tegap, Ibunda tercinta selalu berkata:

“Dimana ada Kemauan, maka Disana akan selalu ada Jalan”

Seseorang lainnya juga pernah berkata: “ Selama masih berusaha pasti ketemu jalannya, Kalah itu setelah hasil bukan sebelum hasil, karena sekarang belum ada hasilnya jadi jangan merasa kalah dulu.”

Dan aku pegang keduanya dengan mengatakan: “ Selalu ada Harapan yang Allah Tawarkan setiap Impian yang di Perjuangkan”

Sedikit ungkapan terimakasih Ully persembahkan kepada segelintir orang yang ikut berjuang dan berperan demi sebundel karya ini:

My lovely parents

Untuk lelaki yang sangat mencintai ully, selalu menerima semuanya dengan lapang dada ataupun amarah menasehati. Apak UL, ini hanyalah persembahan kecil untuk obat lelah selama 4,5 tahun ini, dengan ini ully bawakan 3 huruf yang selalu Apak banggakan itu. Bagi wanita bidadari kehidupan yang dikirimkan Tuhan untuk ully, tangisan air mata, lelah, keluh, waktu, dan segala hal yang telah dikorbankan demi ully. Sedikit persembahan dibundel ini untukmu ibu Rita Efrianti. Meski sedikit, tapi dengan ridho-Nya ini akan menjadi amalan jariah untuk engkau Sepasang Sayap malaikat hidupku.

Lovely Sista

Hi Chantik (Laura Miftahul Khoirat). Satu hutang janji udah Jully tunaikan. Meski banyak yang lain dibelakangnya, pelan-pelan ya sayank. Sikecil yang selalu bawel nyuruh cepatan tamat kuliah, bawel kalo sudah jarang pulang, kalo sudah lupa nelfon, dan selalu ngambek kalo udah sering pulkam. Rajin-rajin sekolahnya sista biar segera jadi Dokter cantik. Semoga dimasa yang akan datang nama “ dr. Laura Miftahul Khoirat,Sp.OG” itu terpampang didepan rumah kita. Aaamiiin ^-^

My Family

Bagi keluarga besar ully yang selalu memberikan semangat. Keluarga besar Atuk Mawarni Dt Ampek Panduko Sati dan Almh amak Fatimah Heriati. Buat Om Fauzi, Boss Zulham Efendi, Uncu Ausil Maksudina, Mama Susi Lawati. Ante Beate, Ipit, dan Luchi. Para generasi penerus lainnya, si handsome Adam, Zaki, Riky, dan Faiz. Si Cantik Yaya, Zifa yang selalu kepo, dan si Jujing (Nadira). Kepada Et (Wira deswita) dan apak (Izal). Buat Om ganteng tersayang ully (Gio Saputra) cepat-cepat baralek yo om. Untuk om Meliadi dan ante Aini serta si Bintang dan si kecil Aksel. Dan kepada seluruh keluarga besar Caniago lainnya yang teramat banyak untuk disebutkan satu persatu saking besarnya keluarga kita.

Untuk Keluaga besar Atuk Jusman Dt. Indo Marajo dan Unuk Nur Hati. Apak Redinal dan Anton. Serta etek dan pak etek (Soni Fitri dan Iyal), Ante Sari dan Mama Any. Buat my Bro si Abang Wahyu Fitratul Ramadhan, dan M.Arfan yang selalu jadi pacar dadakan kapanpun dibutuhkan. Buat para cewek Putri, Azima, dan Viola.

Nuri 11 Family

Hei, hei sobat dan sodara, minjam namanya ya..

Buat para buronan (kak Amos, Iwid, Tari, any Vika, Uye) makasih udah jadi bagian dalam masa perjuangan ini. Buat Adek Rabiah makasih udah jd adik layaknya sodara meski kita dari daerah yang beda.

Untuk mandan sekamar ully (Mandasari Intan Pertiwi) yang udah sabar liatin kamar berantakan terus, sabar dengarin curhatan yang lebay, sabar jadi saksi perjalanan drama hidup dan hal-hal lainnya, meski terkadang super nyebalin kalo udah kambuh bosan dan jailnya. Buat Accaw yang katanya anak tengah (Anisa Fitri Wulandari), yang juga udah rela jadi bahan bulian ully kalo lagi bosan, jadi tempat curhat seperti ibu dirumah. Semangat ya buat kalian berdua nyusun skripsinya, semoga wisuda di September 2018. Buat ummy (Ika Monisca Yasmin, A.Md.Par) akhirnya kita wisuda juga um. Makasih udah selalu jadi penyelamat sumatra tengah di kosan ummy.

Buat Putri tetap semangat dg itiak pulang patangnyo. Buat rombongan 2015 (Monika cepat sehat syg, dan Nisa) rombongan 2016 (Riva, Ayudhe, Intan, Rani, Ima, bg Len, Uul, Susan, dan Reno) rombongan 2017 (Tari, Shintia, Fani, Efri, Frozen, dan Windi) Rombongan Nuri 13 (Icus, Jules, dan Latifa) semangat ya buat kalian semuanya, selamat menikmati dunia mahasiswa ^-^.

Math 13

Untuk rombongan matematika 2013 yang udah duluan menyelesaikan perjuangan, tampung kami yang akan selalu bertanya loker ya. Buat Math 13 yg seperjuangan (Redha, Refina, Bonita, dan Esti) terimakasih sudah saling

mendengarkan dan menasehati dimasa perjuangan kita. Buat teman math 13 yg masih berjuang, tetap semangat, kalian pasti bisa.

Terspesial buat para wanita tangguh ully, Azri Nabilah S.Si, teman perdana di Padang, Zara Anisya Fahmi S.Si orang yang selalu ngingatin untuk selalu berusaha, kak Shella Permatasari S.Si yang selalu ngelindungin dg payung saat panas (sekarang gk ada yg mayungin lagi kak), Rahma Dilla S.Si adek kesayangan yang selalu luangkan waktu buat jadi pembimbing III nya ully, bundelan skripsi ini gk akan siap tanpa bantuanmu dek, makasih banget <3, dan pada akhirnya formasi kita lengkap dengan S.Si nya masing-masing, tetaplah jadi wanita tangguh dalam cerita hidup ini.

My Best

Buat rombongan anak-anak Papi yang seperjuangan dalam menyelesaikan skripsi ini, terutama Ridho Suharis yang selalu jd teman kalo udah buat surat perjanjian, permhonan maaf dan hal iseng lainnya dari papi, makasih udah jadi teman seperjuangan buat dapatkan 3 huruf tambahan di blakang nama ini.

Buat Rahmad Dani yang udah selalu ngeyel nanyain "Skripsinya udah sampai mana Hayati?" makasih udah selalu ngeyel any.

Kepada Mas Djie,S,kom makasih udah bantuin ully lewatin masa-masa itu, untuk saran, semangat, waktu, tawa, begadang bareng dan semua-mua yg lainnya.

Bagi para lelaki ully (Zerry, dan Fadil) makasih udah selalu ada sepanjang perjalanan cerita ini. Serta Amirul yang udah selalu rela buat jalan terbaik.

Untuk bg Boss 7861 RL (bg Indra) yg udah ngantarin perjalanan Payakumbuh-Padangnya ully.

Terakhir buat jejeran **Rios multi cipta** yang sudah selalu ada buat menyelamatkan segala tugas dan buku-buku kuliah, hingga akhirnya menyelesaikan sentuhan terakhir di skripsi ini.

Terimakasih banyak untuk semuanya yang sudah selalu ada buat ully, yang tak sanggup di paparkan 1/1

ABSTRAK

Miftahul Hayati : Prediksi Jumlah Ternak Puyuh Berdasarkan Keuntungan Hasil Produksi Menggunakan Metode *Inverse Regression*

Puyuh adalah ternak yang sudah banyak dikenal oleh masyarakat sebagai salah satu sumber protein hewani. Peternak puyuh harus bisa merumuskan cara yang tepat agar dapat memperoleh keuntungan dari hasil produksi yang sesuai dengan kebutuhan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan model peramalan jumlah ternak puyuh yang dibutuhkan berdasarkan keuntungan hasil produksi.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*. Pada metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic* ini nilai prediksi x_0 diperoleh dari model prediksi pada variabel respon y_0 yang didapatkan dari model persamaan regresi linear sederhana, sehingga setiap asumsi yang digunakan pada analisis regresi sederhana juga harus dipenuhi pada metode penduga *classic*.

Peramalan menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic* menghasilkan model prediksi jumlah produksi yang dibutuhkan adalah $\hat{x} = \frac{y_0 + 2.674.888}{543}$ dan dengan tingkat kepercayaan sebesar 95%, maka selang prediksi jumlah produksi ternak puyuh menggunakan metode *Inverse Regression* penduga *classic* adalah

$$\bar{x} + \frac{1.086\, y_0 - 286.413.169 - \sqrt{\begin{matrix} 5.702,38(y_0 - 263.732,20)^2 \\ +(5,41778992 * 10^{14}) \end{matrix}}}{586.819,808} \leq x_0 \leq \bar{x} + \frac{1,086\, y_0 - 286.413.169 + \sqrt{\begin{matrix} 5.702,38(y_0 - 263.732,20)^2 \\ +(5,41778992 * 10^{14}) \end{matrix}}}{586.819,808}$$

Karena rata-rata produksi ternak puyuh adalah 73% dari jumlah ternak, maka prediksi untuk jumlah ternak yang dibutuhkan adalah $\frac{100}{73}$ dari jumlah produksi.

Kata kunci – *Inverse Regression Classic*, Peramalan Regresi, Ternak puyuh

KATA PENGANTAR

Alhamdullilah peneliti ucapkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya kepada peneliti, sehingga peneliti dapat menyusun Skripsi yang berjudul **“Prediksi Jumlah Ternak Puyuh Berdasarkan Keuntungan Hasil Produksi Menggunakan Metode *Inverse Regression*”.**

Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan pada program S-1 Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Dalam menyelesaikan Skripsi ini, peneliti banyak mendapat sumbangan pemikiran, bimbingan, serta saran dan petunjuk dari berbagai pihak, untuk itu peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Suherman, S.Pd, M.Si, Dosen Pembimbing I sekaligus dosen Penasehat Akademik
2. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si, Dosen Pembimbing II
3. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, Drs. Atus Amadi Putra, M.Si, dan Defri Ahmad, S.Pd., M.Si, dosen penguji.
4. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si, Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
5. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Ketua Program Studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
6. Kedua orang tua yang telah memberikan semangat dan dukungan kepada peneliti.
7. Semua pihak yang turut membantu dalam penelitian ini.

Semoga semua bimbingan, bantuan dan kerjasamanya dapat dibalas oleh Allah SWT sebagai amal ibadah. Pada penyusunan Skripsi ini, peneliti telah berusaha semaksimal mungkin untuk memberikan yang terbaik, namun peneliti menyadari bahwa penyusunan Skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, karena keterbatasan pengetahuan dan kemampuan yang peneliti miliki. Semoga Skripsi ini dapat bermanfaat bagi peneliti dan pembaca. Amin.

Padang,   Januari 2018

Peneliti

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Tabel **Hal**

DAFTAR GAMBAR

Gambar **Hal**

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran **Hal**

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pangan asal ternak sangat dibutuhkan bagi pertumbuhan, kesehatan, dan kecerdasan masyarakat. Menurut Diwyanto (2005:11), dalam beberapa dasawarsa terakhir ini permintaan produk peternakan cendrung terus meningkat, seirama dengan pertambahan penduduk, perkembangan ekonomi masyarakat, perbaikan tingkat pendidikan, serta perubahan gaya hidup sebagai akibat arus globalisasi dan urbanisasi. Menurut Prasetio (2010: 1), segmen pasar untuk bidang peternakan ini sangat luas, karena tidak hanya terbatas pada pasar dalam negeri saja, tetapi pasar global pun cukup berpotensi dan menjanjikan, karena adanya permintaan yang juga cukup tinggi dari pasar global.

Kabupaten Lima Puluh Kota memiliki sumber daya lingkungan yang sangat memadai dalam bidang peternakan, menjadikan kabupaten ini terkenal dengan salah satu sumber protein hewani yang memenuhi permintan pasar, terutama dalam hal produksi telur ayam ras. Tiga kecamatan yang menjadi penghasil utama dari telur ayam ras yaitu, Kecamatan Mungka, Kecamatan Payakumbuh, dan Kecamatan Guguak. Pada Kabupaten Lima Puluh Kota dalam Angka 2016 dari Badan Pusat Statistik Kabupaten Lima Puluh Kota tercatat jumlah ternak ayam ras dari tiga kecamatan tersebut dari tahun 2013 sampai pada tahun 2015 terjadi penurunan jumlah ternak ayam yang sangat banyak, yaitu mencapai 612.975 ekor ternak ayam, penurunan jumlah ternak ini disebabkan oleh harga jual dari hasil produksi yang sangat rendah sementara harga pakan ayam semakin tinggi.

Salah satu upaya untuk mengurangi kerugian, beberapa dari peternak mengganti ternaknya dengan burung puyuh. Kabupaten Lima Puluh Kota dalam Angka 2016 mencatat adanya kenaikan jumlah produksi burung puyuh sebanyak 299.328,20 kg dari tahun 2013 sampai tahun 2015. Salah satu penyalur hasil produksi ternak puyuh di Kabupaten Lima Puluh Kota adalah Mitra PS, yang mencatat data permintaan pasar akan hasil produksi ternak puyuh diawal tahun 2017 mencapai 70.000 butir per harinya, sedangkan hasil produksi ternak puyuh yang ada hanya mencapai setengah dari permintaan pasar.

Ternak puyuh sudah mulai dikenal oleh masyarakat semenjak 20 tahun yang lalu. Puyuh sudah diternakkan oleh berbagai lapisan masyarakat, meskipun belum sepopuler ayam ras dan ayam kampung. Beternak puyuh ini merupakan usaha yang dapat dikerjakan menjadi usaha utama maupun sebagai usaha sampingan. Menurut Wheindrata (2014: 2) ternak puyuh ini menjadi banyak diminati oleh masyarakat disebabkan oleh beberapa faktor yaitu: usaha ini tidak menuntut tempat atau lahan yang luas, cara beternak dan pemeliharaannya tergolong sangat mudah, bibit puyuh mudah didapatkan, tidak membutuhkan modal yang terlalu banyak, dan cepat menghasilkan karena umur mulai berproduksinya hanya 42 hari.

Keuntungan dari peternakan puyuh sangat bergantung kepada jumlah hasil produksi atau jumlah telur dari puyuh tersebut. Agar keuntungan yang dihasilkan dapat memenuhi kebutuhan peternak per bulannya, maka peternak bisa memprediksi jumlah puyuh yang harus diternakkan menggunakan pola hubungan sebab-akibat. Dimana menurut Montgomery dkk,. (2006: 12), teknik statistika yang dapat digunakan untuk memeriksa dan memodelkan hubungan sebab-akibat antara dua buah atau lebih variabel dinamakan dengan analisis regresi. Menurut Quadratullah (2013: 19) analisis regresi linear yang hanya melibatkan dua buah variabel, yaitu satu variabel *respon* dan satu variabel *regressor* disebut dengan analisis regresi linear sederhana. Dalam hal ini keuntungan bertindak sebagai *respon* dan jumlah produksi telur puyuh merupakan *regressor*.

Terdapat suatu permasalahan dalam regresi linear sederhana, dimana untuk suatu nilai y tertentu, katakanlah y_0 dan akan ditentukan nilai ramalan x_0 menurut Draper dan Smith (1992: 44) permasalahan ini dinamakan dengan regresi kebalikan (*Inverse Regression*). Dalam permasalahan ini akan dibicarakan prediksi jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara agar dapat mencapai keuntungan produksi yang diharapkan. Apabila peternakan menginginkan rata-rata keuntungan dalam jumlah tertentu perharinya, maka dapat diketahui jumlah prediksi ternak puyuh yang harus dipelihara untuk meningkatkan dan mencapai keuntungan hasil produksi dari ternak puyuh tersebut.

Analisis *Inverse Regression* adalah metode yang biasa digunakan untuk memprediksi nilai dari variabel X katakanlah x_0 berdasarkan nilai variabel Y yang berkorespondensi dengan nilai x_0 tersebut. Menurut Freund dan Walpole (1987: 333) pendugaan nilai dari x_0 ini disebut dengan pendugaan titik (*point estimation*) karena pendugaan nilai tersebut menggunakan nilai tunggal, atau nilai y_0 dapat diberikan untuk menduga nilai x_0.

Montgomery (2006:489) mengatakan bahwa untuk menduga x dari y dapat menggunakan metode penduga *classic*. Dimana pendugaan ditentukan dari model $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ dengan $\hat{\beta}_0$ merupakan titik potong kurva terhadap sumbu y dan $\hat{\beta}_1$ adalah kemiringan kurva linier. Kemudian akan diberikan nilai nilai observasi baru (y_0) dari nilai tersebut akan diduga nilai dari x_0. Karena nilai dugaan x_0 didapatkan dari model prediksi pada variabel respon y yang diperoleh dari model persamaan linear sederhana, sehingga setiap asumsi yang digunakan pada regresi sederhana juga harus dipenuhi pada metode penduga *classic*.

Berdasarkan uraian di atas, maka akan dicari prediksi dari jumlah ternak puyuh yang disediakan berdasarkan keuntungan perharinya menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*. Untuk itu penelitian ini diberi judul dengan **"Prediksi Jumlah Ternak Puyuh Berdasarkan Keuntungan Hasil Produksi Menggunakan Metode *Inverse Regression*"**

B. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah hanya membahas masalah model peramalan untuk memprediksi jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara berdasarkan keuntungan hasil produksi menggunakan metode *Inverse Reggresion* dengan penduga *classic*.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka dapat dirumuskan suatu masalah yaitu “Bagaimana bentuk model peramalan untuk memprediksi jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara berdasarkan keuntungan hasil produksi menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*?”

D. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan deskriptif yang diikuti dengan analisis data dengan menggunakan teori yang relefan terhadap permasalahan yang akan dibahas. Adapun pertanyaan penelitian yang akan dijawab adalah:

1. Apa bentuk model peramalan untuk memprediksi jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara berdasarkan keuntungan hasil produksi menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*?
2. Berapa selang prediksi untuk ramalan jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara berdasarkan keuntungan hasil produksi menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah

1. Menentukan bentuk model peramalan untuk memprediksi jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara berdasarkan keuntungan hasil poduksi menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*.

2. Menentukan selang prediksi untuk ramalan jumlah ternak puyuh yang harus dipelihara berdasarkan keuntungan hasil poduksi menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic*.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain:

1. Bagi mahasiswa,

   Menambah ilmu dan wawasan tentang penerapan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic* dalam menyelesaikan permasalahan regresi.

2. Bagi peternakan terkait,

   Sebagai bahan pertimbangan untuk meramalkan jumalah ternak puyuh yang harus disediakan berdasarkan keuntungan hasil produksinya.

3. Bagi peneliti selanjutnya

   Referensi bagi peneliti selanjutnya yang ingin menerapkan penggunaan metode *Inverse regression* dengan penduga *classic* pada bidang kajian yang lain.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

A. Peternakan

1. Sejarah dan Perkembangan Peternakan

Beternak merupakan salah satu dari mata pencaharian yang berkembang dimasyarakat. Sistem beternak telah diperkirakan ada semenjak zaman batu yaitu masa antara empat juta tahun sebelum Masehi sampai kira-kira sepuluh ribu tahun sebelum Masehi. Perternakan zaman batu dimulai dengan domestikasi anjing, kambing, dan domba, hal ini dilihat dari peninggalan zaman tersebut berupa lukisan dan alat-alat yang terbuat dari batu (Tamburaka, 2002:280-283). Peternakan kemudian semakin berkembang pada masa Neolitikum, yaitu masa ketika manusia mulai tinggal menetap dalam sebuah kampung yang dimulai sekitar 9000 tahun sebelum Masehi. Pada masa inilah domba dan kambing yang pada mulanya hanya dimanfaatkan dalam hal daging saja mulai dimanfaatkan juga untuk menghasilkan susu dan wol. Seiring berkembangnya pengetahuan, manusia juga mulai memelihara sapi dan kerbau untuk diambil hasil kulit dan susunya, serta juga memanfaatkan tenaganya. Kemudian manusia juga mulai mengembangkan peternakan kuda, babi, unta, unggas dan hewan ternak lainnya (Soekadiso, 1999:274-276).

Secara umum peternakan merukan suatu kegiatan yang mengembang biakkan dan membudidayakan hewan ternak untuk mendapatkan keuntungan dari kegiatan tersebut. Akan tetapi peternakan tidak hanya sebatas pada pemeliharaan saja, di mana antara memelihara dengan peternakan memiliki perbedaan yaitu tujuan pelaksanaannya. Iskandar (2009: 56-58) mengemukakan di Indonesia peternakan yang berkembang pada masyarakat dapat dikelompokkan menjadi tiga kelompok yaitu, peternakan hewan besar, peternakan hewan kecil, dan peternakan unggas. Pernakan hewan besar merupakan peternakan yang memelihara hewan ternak yang berukuran besar seperti kuda, kerbau, dan sapi. Pernakan hewan kecil adalah peternakan yang memelihara hewan ternak berukuran kecil seperti halnya kambing, babi, domba, dan kelinci. Sedangkan peternkan unggas adalah peternakan yang memelihara hewan ternak yang bersayap atau sebangsa burung seperti ayam, itik, angsa, dan burung puyuh.

2. Ternak Puyuh

Hampir semua orang mengenal hewan yang satu ini, terutama telur dari ternak puyuh, karena hampir diseluruh pasar tradisional maupun pasar modern menjual hasil produksi dari ternak puyuh ini. Bentuk telurnya yang mungil dan bercorak hitam-putih menjadikan telur ini terlihat nyentrik dan memiliki daya tarik tersendiri (Prasetio, 2010:87). Ternak puyuh ini juga sudah mulai dikenal masyarakat semenjak 20 tahun yang lalu dan sudah diternakan diberbagai lapisan masyarakat.

Usaha ternak burung puyuh dapat memanfaatkan ruang atau halaman kosong sehingga berdaya guna dan berhasil guna. Menurut Wheindrata (2014:2-3), beberapa faktor yang menyebabkan peternakan burung puyuh dapat tumbuh dengan pesat yaitu:

a. Bisa memanfaatkan lahan yang sempit dengan modal yang tidak besar.
b. Cara pemeliharaan ternak yang mudah.
c. Bibit ternak mudah didapatkan.
d. Biaya perawatan rendah dengan keuntungan yang tinggi.
e. Kemampuan untuk berproduksi dalam waktu yang singkat dan hasil produksi yang tinggi.
f. Permintaan pasar yang sangat banyak.

B. Ekspektasi Matematika

1. Nilai Harapan (Rataan)

Ekspektasi menyatakan suatu nilai harapan terhadap distribusi dari data tertentu (Walpole, 1992:131). Nilai tengah atau nilai harapan suatu peubah acak dapat ditafsirkan sebagai nilai tengah populasi atau nilai tengah sebaran. Dengan nilai ekspektasi akan diperoleh gambaran distribusi data, yang berupa besaran suatu data. Menurut Freund dan Walpole (1987:135) nilai harapan didefenisikan sebagai berikut:

Jika X adalah sebuah variabel acak kontinu, dan $f(x)$ adalah nilai fungsi padat peluang (*f.p.p*) dari X. Maka nilai harapan dari X adalah:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Sebagai mana yang dijelaskan oleh Freund dan Walpole, (1987:137) dari defenisi tersebut didapatkan teorema sebagai berikut:

Jika X adalah variabel acak kontinu, dan $f(x)$ adalah nilai fungsi padat peluang (*f.p.p*) dari X. Maka nilai harapan dari variabel acak $g(x)$ adalah:

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x) dx$$

Pembuktian teorema:

Berdasarkan definisi dari nilai harapan, maka diperoleh nilai harapan bagi variabel acak $g(x)$ adalah dengan mengganti X dengan $g(x)$ sehinga diperoleh:

$$\mu_{g(X)} = E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx$$

2. Variansi (Ragam)

Variansi merupakan salah satu teknik satistik yang digunakan dalam menjelaskan homogenitas kelompok. Dimana variansi merupakan jumlah kuadrat dari deviasi nilai-nilai individual terhadap rata-rata kelompok. Sedangkan akar dari variansi disebut sebagai standar deviasi atau simpangan baku (Syafriandi dkk., 1999:22-23). Menurut Freund dan Walpole, (1987:147)

Jika X adalah variabel acak kontinu yang memiliki *f.p.p* yaitu $f(x)$ dan $E(x) = \mu$. Maka variansi dari X adalah

$$Var\ [x] = E[(x - E[x])^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)\ dx$$

Dalam sebuah teorema dijelaskan bahwa: variansi dari variabel acak X dapat dihitung dengan

$$\sigma^2(x) = E(x^2) - \mu^2$$

(Freund dan Walpole, 1987:148)

Pembuktian teorema:

Berdasarkan definisi 2, diperoleh variansi dengan peubah acak X adalah

$\sigma^2(X) = E[X - E(X)^2] = E[(X - \mu)^2]$

$= E(X^2 - 2\mu x + \mu^2) = E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2$

$$= E(X^2) - 2\mu^2 + \mu^2 = E(X^2) - \mu^2$$

3. Kovariansi

Kovariansi menentukan sejauh mana dua variabel saling berkaitan. Dijelaskan oleh Freund dan Walpole (1987:161) bahwa defenisi dari kovariansi adalah sebagai berikut:

Apabila X dan Y merupakan variabel acak kontinu dengan *f.p.p* gabungannya $f(x,y)$. Maka kovariansi dari X dan Y adalah:

$$Cov(x,y) = \sigma_{x,y} = E\big[(x - \mu_x)\big(y - \mu_y\big)\big]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)\big(y - \mu_y\big)\ f(x,y)\ dxdy$$

C. Distribusi Sampling

1. Sampel Acak

Sampel acak sangat dibutuhkan dalam permasalahan *Invers Regression*. Adapun beberapa defenisi dari sampel acak menurut Freund dan Walpole (1987:272-273) yaitu sebagai berikut:

Jika $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah variabel acak yang saling bebas dan identik, maka $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dikatakan sampel acak apabila berasal dari populasi yang tak terbatas.

Dengan rataan sampel dan variansinya didefinisikan sebagai berikut:

Jika $x_1, x_2, \ldots, x_n$ adalah sampel acak, maka rataan sampelnya adalah

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Sedangkan variansi dari sampel adalah

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}{n-1}$$

2. Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan distribusi yang sangat penting dalam bidang statistika. Distribusi normal ini juga disebut dengan distribusi Gauss (Walpole, 1992:180). Menurut Freund dan Walpole (1987:221-223), distribusi normal didefinisikan sebagai berikut:

Jika X adalah suatu peubah acak yang berdistribusi normal, maka memiliki fungsi padat peluang (*f.p.p*) sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

untuk setiap $-\infty < x < \infty$ dan $\sigma > 0$

Suatu distribusi normal dikatakan distribusi normal baku apabila:

Distribusi normal dengan $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$ disebut sebagai distribusi normal baku.

3. Distribusi *t*

Distribusi t berada disekitar nilai tengah nol, sehingga memiliki bentuk menyerupai genta (bel). Selain bergangtung terhadap $\bar{x}$ distribusi t juga bergantung kepada nilai s^2. Dalam sebuah teorema dijelaskan oleh Freund dan Walpole (1987:291), bahwa:

Jika $\bar{x}$ dan s^2 adalah rataan dan variansi dari sebuah sampel acak yang berukuran n dari distribusi normal dengan rataan μ dan variansi σ^2, maka:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Pembuktian Teorema:

Misalkan Z adalah variabel dengan distribusi normal baku dimana $Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ dan U adalah ariabel acak berdistribusi Khi-kuadrat dimana $U = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ dengan derajat kebebasan $v = n - 1$. Karena Z dan U bebas, maka $t = \frac{z}{\sqrt{\frac{U}{v}}}$ bedistribusi t dengan derajat bebas $n - 1$, sehingga diperoleh:

$$t = \frac{Z}{\sqrt{U/n-1}} = \frac{\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}/n-1}} = \frac{\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{s/\sigma} = \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$$

4. Distribusi *F*

Freund dan Walpole (1987:294) menjelaskan sebuah teorema sebagai berikut:

Jika s_1^2 dan s_2^2 adalah variansi dari sampel acak dan bebas berukuran n_1 dan n_2 populasi normal dengan variansi σ_1^2 dan σ_2^2, maka

$$F = \frac{\frac{s_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{s_2^2}{\sigma_2^2}} = \frac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2}$$

merupakan distribusi F dengan derajat bebas $n_1 - 1$ dan $n_2 - 1$.

Pembuktian Teorema:

Misalkan U_1dan U_2 adalah ariabel acak berdistribusi Khi-kuadrat yaitu $U_1 = \frac{(n_1-1)s_1^2}{\sigma_1^2} \sim \chi^2{}_{n_1-1}$ dan $U_2 = \frac{(n_2-1)s_2^2}{\sigma_2^2} \sim \chi^2{}_{n_2-1}$dengan s_1^2 dan s_2^2 adalah variansi dari sampel acak dan bebas berukuran n_1 dan n_2 dari populasi normal dengan variansi σ_1^2 dan σ_2^2 sehingga diperoleh

$$F = \frac{U_1/v_1}{U_2/v_2} = \frac{\frac{(n_1-1)s_1^2}{\sigma_1^2}/n_1 - 1}{\frac{(n_2-1)s_2^2}{\sigma_2^2}/n_2 - 1} = \frac{\left(\frac{s_1^2}{\sigma_1^2}\right)}{\left(\frac{s_2^2}{\sigma_2^2}\right)} = \frac{s_1^2\sigma_2^2}{s_2^2\sigma_1^2}$$

D. Analisis Regresi Linear

Metode statistika yang dapat digunakan untuk mencari pola hubungan antara variabel terikat Y dengan satu variabel bebas X dinamakan analisis regresi linear (Montgomery dkk., 2006:1). Hal-hal yang berhubungan dengan regresi linear adalah sebagai berikut:

1. Regresi Linear Sederhana

Regresi linear sederhana adalah regresi linear yang hanya melibatkan dua variabel, yaitu satu variabel *respons* dan satu variabel *regressor* (Quadratullah, 2013:19). Model dari regresi linear sederhana adalah:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \tag{1}$$

dimana

Y = variabel terikat (*respons*)

X = variabel bebas (*regressor*)

β_0 = titik potong kurva terhadap sumbu y (*intercept*)

β_1 = kemiringan kurva linear (*slope*)

ε = galat

Menurut Montgomery dkk, (2006:122) terdapat beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam regresi linear sederhana yaitu:

a. Kelinearan (*Linearity*)

Asumsi pertama yang harus dipenuhi dalam analisis regresi sederhana adalah melihat kelinearan antara variabel bebas dan variabel terikat (Montgomery dkk., 2006:122). Untuk melihat kelinearan maka diperlukan uji kelinearan model dan uji kelinearan parameter.

1) Uji Kelinearan Model

Sembiring (1995:234) menyatakan bahwa, dalam uji kelinearan model digunakan uji$-F$, yaitu untuk menguji hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat. Uji kelinearan model bertujuan untuk mengukur secara bersama atau serentak dampak yang ditimbulkan dari variabel bebas terhadap variabel terikat.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = 0$ (tidak terdapat hubungan linear antara variabel bebas dan variabel terikat)

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ (terdapat hubungan linear antara variabel bebas dan variabel terikat)

Uji statistik yang digunakan dalam uji kelayakan model adalah:

$$F_0 = \frac{ss_{reg}/db_{reg}}{ss_{res}/db_{res}} = \frac{ss_{reg}/1}{ss_{res}/(n-2)}$$

$ss_{reg} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 =$ jumlah kuadrat regresi

$ss_{res} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y})^2 =$ jumlah kuadrat *residuals*

$db_{reg} =$ derajat bebas regresi

$db_{res} =$ derajat bebas *residuals*

n = jumlah sampel

Dengan kriterianya:

Gagal tolak H_0 apabila $F_0 \leq F_{\alpha,1,n-2}$ atau

Tolak H_0 apabila $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$.

Statistika ini mengikuti distribusi F yang memiliki derajat kebebasan sama dengan $n-2$. Apabila nilai F_{hitung}

yang didapatkan lebih besar dari nilai F_{tabel} maka ini berarti menolak H_0, dengan kata lain parameter β_1 tidak sama dengan nol pada model yang didapatkan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan secara linear antara variabel terikat dengan variabel bebas, maka model dapat disarankan untuk digunakan.

2) Uji Kelinearan Parameter

Apabila pengujian kelinearan telah dilakukan, maka selanjutnya perlu melakukan uji kelinearan parameter. Dimana uji kelinearan parameter bertujuan untuk mengukur secara terpisah dampak yang ditimbulkan dari variabel bebas terhadap variabel terikat. Uji kelinearan parameter ini dapat dilihat dengan menggunkan uji$-t$.

Hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = 0$ (tidak ada pengaruh antara variabel bebas β_1 terhadap variabel terikat)

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ (terdapat pengaruh antara variabel bebas β_1 terhadap variabel terikat)

Menggunakan uji statistik sebagai berikut:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1}{se(\hat{\beta}_1)}$$

Dengan kriterianya:

Gagal tolak H_0 apabila $|t_0| \leq t_{\frac{\alpha}{2}}; (n-2)$ atau

Tolak H_0 apabila $|t_0| > t_{\frac{\alpha}{2}; (n-2)}$

Hal ini berarti apabila $|t_0| > t_{tabel}$ dengan tingkat kepercayaan sebesar $(1-\alpha)100\%$ maka menolak H_0. Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa variabel bebas mempengaruhi variabel terikat (Montgomery dkk., 2006:24).

b. Kebebasan Nilai Sisa (*Independence of Residuals*)

Tidak adanya korelasi antara galat yang satu dengan galat lainnya dinyatakan dengan $Cov(\varepsilon_i , \varepsilon_j) = 0$ (Mulyono, 1998:205). Asumsi ini dikenal dengan istilah *non autokorelasi*. Sisaan yang saling bebas atau galat tidak berkorelasi dengan sesamanya berarti bahwa nilai satu pengamatan tidak dipengaruhi oleh pengamatan lainnya.

Uji yang sering digunakan untuk melihat apakah ada atau tidak adanya korelasi atar galat ialah uji *Durbin-Watson* (DW). Menurut (Sembiring, 1995:289), uji DW didasarkan pada rumus statistik berikut:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}$$

dimana:

ε_i = galat pada pengamatan ke$-i$

ε_{i-1} = galat pada pengamatan sebelum ke$-i$

Kriteria yang digunakan dalam pengujian *Durbin-Watson* adalah:

Apabila $d > d_L$, berarti terdapat autokorelasi positif

Apabila $d > (4 - d_L)$, berarti terdapat autokorelasi negatif

Apabila $d > d_U$ dan $(4 - d) > d_U$, berarti tidak terdapat autokorelasi.

Di mana: d : nilai *Durbin-Watson*

d_L : nilai kritis Lower (bawah) dari tabel *Durbin-Watson*

d_U : nilai kritis upper (atas) dari tabel *Durbin-Watson*

c. Homoskedastisitas (*Homoscedasticity*)

Asumsi *homoskedastisitas* secara teknik dinyatakan dengan $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ yang juga menyatakan variansi ε_i untuk setiap x_i adalah satu angka positif yang sama dengan σ^2. Dengan kata lain, untuk setiap galat mempunyai variansi yang sama (Gujarat, 1978:36).

Menurut Montgomery (2006:131), untuk memeriksa asumsi kehomogenan dari ragam sisaan dapat menggunakan *plot of residuals versus the fitted values*, dimana apabila sebaran titik pada *plot of residuals versus the fitted values* tersebar secara acak, tidak terdapat pola yang sistematis (*satisfactory*) serta titik-titik menyebar disekitar angka nol, maka dapat dinyatakan asumsi kehomogenan ragam sisaan terpenuhi.

Gambar 1. Pola Grafik Homoskedastisitas dan Heteroskedastisitas

Gambar di atas menunjukkan pola grafik (a) Homoskedastisitas dan (b), (c), (d), (e), (f) menunjukkan pola grafik heteroskedastisitas. Menurut Quadratullah (2013:195), salah satu uji yang dapat digunakan untuk melihat homoskedastisitas adalah uji Goldfeld-Quandt.

H_0 : Homoskedastisitas

H_1 : Heteroskedastisitas

Statistik uji yang digunakan yaitu:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_2^2}{\sum_{i=1}^{n} U_1^2}$$

Kriteria:

Apabila $F < F_{tabel}$ maka terima H_0,

dan apabila $F > F_{tabel}$ maka tolah H_0.

d. Kenormalan Nilai Sisa (*Normality of Residuals*)

Menurut Mulyono (1998:204), kenormalan galat yaitu kesalahan atau galat (*error*) mengikuti distribusi normal dengan rata-rata nol dan variansi σ^2. Untuk dapat melihat kenormalan galat tersebut dapat menggunakan uji *Anderson-Darling.*

H_0 : galat berdistribusi normal

H_1 : galat tidak berdistribusi normal

Data yang akan diuji distribusi normalnya dengan tingkat signifikan sebesar α maka menurut Fallo (2013:152), dapat menggunakan uji *Anderson-darling* dengan rumus sebagai berikut:

$$A = -n - s$$

dengan

A = Statistik uji untuk metode *Anderson-Darling*,

n = ukuran sampel,

x_i = data ke-i yang telah diurutkan,

Z_i = data x_i yang distandarisasi,

$\bar{x}$ = rata-rata data,

s = standard deviasi data $\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}{n-1}}\right)$

$F(Z_i)$ = nilai fungsi distribusi kumulatif normal baku di Z_i.

Nilai kritis dari uji *Anderson-Darling* bergantung pada distribusi yang akan diuji. Kriteria untuk keputusan tolak H_0 apabila A lebih besar dari nilai kritis yang telah ditentukan.

Jika salah satu dari asumsi tidak dipenuhi maka dapat dilakukan transformasi. Sembiring (1995:195) mengatakan bahwa transformasi bertujuan untuk mengusahakan anggapan regresi dipenuhi seperti kenormalan, kesamaan variansi, dan peubah bebas yang masuk ke dalam persamaan regresi linier.

2. Penduga Parameter Regresi

Koefisien regresi β_0 dan β_1 merupakan parameter dan nilainya tidak diketahui, tetapi dapat diestimasi dari data sampel. Salah satu metode estimasi yang biasa digunakan untuk mengestimasinya, yaitu Metode Kuadrat Terkecil atau sering disebut dengan metode OLS (*Ordinary Least Square*) (Quadratullah, 2013:21). Pengestimasian menggunakan n data berpasangan, misalkan $(x_i, y_i), i = 1,2, \dots, n$ data berpasangan. Model yang didapatkan untuk n data berpasangan adalah:

$$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \varepsilon_i \tag{2}$$

Dalam metode kuadrat terkecil untuk menentukan koefisien regresi β_0 dan β_1 dengan cara membuat S minimum yaitu mencari turunan parsial pertama S terhadap β_0 dan β_1 kemudian menyamakannya dengan nol (Sembiring, 1995:47). Berikut akan dicari nilai β_0 dan β_1:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right)^2 \tag{3}$$

Turunan dari S terhadap β_0 didapatkan sebagai berikut:

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \beta_0}\right|_{\beta_0=\widehat{\beta}_0} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right) = 0 \tag{4}$$

Turunan dari S terhadap β_1 didapatka sebagai berikut:

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \beta_0}\right|_{\beta_1=\widehat{\beta}_1} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right)x_i = 0 \tag{5}$$

Dengan menyelesaikan persamaan (4) dan (5) di atas,

$$-2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - n\hat{\beta}_0) - \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}x_i = 0$$

apabila

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n} \text{ dan } \bar{y} = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{n}$$

maka diperoleh

$$n\bar{y} - n\hat{\beta}_0 - n\hat{\beta}_1\bar{x} = 0$$

$$\bar{y} - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1\bar{x} = 0$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x}$$

Dari persamaan (5) diperoleh

$$-2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i\right)(x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i x_i - \hat{\beta}_0 x_i - \hat{\beta}_1 {x_i}^2\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i x_i) - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n}(x_i) - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n}(x_i^2) = 0$$

$$\hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^{n}(x_i) + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$$

apabila

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} \text{ dan } \bar{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{n}$$

sehingga diperoleh

$$\left(\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}\right) n\bar{x} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$$

$$n\bar{x}\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} n\bar{x} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$$

$$n\bar{x}\bar{y} - \hat{\beta}_1 n\bar{x}^2 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

karena

$$-n\bar{x}\bar{y} = -\bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + n\bar{x}\bar{y}$$

$$-n\bar{x}^2 = -2\bar{x} \sum_{i=1}^{n} x_i + n\bar{x}^2$$

maka diperoleh:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \bar{x} \sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^{n} x_i + n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^{n} x_i + n\bar{x}^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Jadi menurut Quadratullah (2013:22), penduga parameter dengan pendekatan kuadrat terkecil adalah:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x} \tag{6}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{7}$$

3. Sifat-sifat Estimator dengan Metode *Least-Squares*

Pendugaan merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel. Montgomery (2006:13-14) menyatakan, "Penduga *least-squares* adalah penduga tak bias linear terbaik (BLUE) dimana terbaik menyatakan variansi minimum (efisien)". Menurut Quadratullah (2013:24) untuk melihat apakah estimator dari β_0 dan β_1 memiliki sifat BLUE atau tidak dapat dilihat dari 3 hal, yaitu:

a. Linear

Dengan model linear regresi sederhana pada persamaan (1) dengan metode kuadrat terkecil diperoleh pendugaan parameter regresi. Dari persamaan (7) diketahui

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})y_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} - \frac{\bar{y}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

karena $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$ maka didapatkan

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})y_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} c_i y_i \qquad (8)$$

dimana

$$c_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

(Gujarat, 1978:59)

demikian juga untuk persamaan

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1\hat{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} c_i y_i$$

Misalkan $d_i = \left(\frac{1}{n} - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} c_i\right)$ maka

$$\hat{\beta}_0 = \sum_{i=1}^{n} d_i y_i \qquad (9)$$

Dari persamaan (8) dan (9) dapat dilihat bahwa $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_0$ adalah penduga linear (Quadratullah, 2013:25).

b. Tidak Bias (*Unbiased*)

Suatu penduga dikatakan tidak bias apabila nilai harapannya sama dengan nilai parameter sebenarnya (Quadratullah, 2013:25). Jadi, penduga $\hat{\theta}$ dikatakan sebagai penaksir yang tak bias dari parameter θ jika $E(\hat{\theta}) = \theta$. Dari model regresi linear sederhana pada persamaan (1) diperoleh pendugaan parameter dengan metode kuadrat terkecil seperti pada persamaan (6) dan (7).

Untuk pendugaan parameter $\hat{\beta}_0$ didapatkan bahwa:

$$E(\hat{\beta}_0) = E(\bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x})$$

$$= E\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{n} - \hat{\beta}_1\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n}E(y_i - \hat{\beta}_1 x_i)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E\left(\beta_0 + \beta_1 x_i - \hat{\beta}_1 x_i\right)$$

$$= \frac{1}{n}\left\{\sum_{i=1}^{n}E\,(\beta_0) + \sum_{i=1}^{n}E\,\left(\beta_1 x_i - \hat{\beta}_1 x_i\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{n}n\,\beta_0 + \frac{1}{n}(0) = \beta_0$$

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0 \qquad (10)$$

Untuk menunjukkan bahwa $\hat{\beta}_1$ adalah penduga tak bias diperoleh

$$E(\hat{\beta}_1) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}\right)$$

$$E(\hat{\beta}_1) = E\left(\sum_{i=1}^{n} c_i y_i\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} c_i\ E(\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i)$$

karena diasumsikan bahwa $E(\varepsilon_i) = 0$, maka

$$E(\hat{\beta}_1) = \sum_{i=1}^{n} c_i \ (\beta_0 + \beta_1 x_i)$$

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_0 \sum_{i=1}^{n} c_i \ + \beta_1 \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

lalu akan dicari nilai dari $\sum_{i=1}^{n} c_i$ dan $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$

$$\sum_{i=1}^{n} c_i \ = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}({x_i}^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)} \right)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}({x_i}^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}$$

$$= \frac{n\bar{x} - n\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}({x_i}^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)} = 0$$

sementara

$$\sum_{i=1}^{n} c_i x_i = \ \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right) x_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{({x_i}^2 - x_i\bar{x})}{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^{n} x_i + n\bar{x}^2} \right)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} n\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} n\bar{x}^2} = 1$$

sehingga diperoleh

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_0(0) + \beta_1(1) = \beta_1$$

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1 \qquad (11)$$

Dari persamaan (10) dan (11) dapat disimpulkan bahwa $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$ adalah penduga tidak bias (Quadratullah, 2013:26).

c. Terbaik (*Best*)

Suatu penduga dikatakan *best*, jika penaksir tersebut memiliki nilai variansi terkecil dibandingkan dengan penaksir lain yang juga linear dan tidak bias (Qudratullah, 2013:27). Pertama-tama akan dicari variansi dari $\hat{\beta}_1$ dan $\hat{\beta}_0$

$$Var\ (\hat{\beta}_1) = Var\left(\sum_{i=1}^{n} c_i y_i\right) = \sum_{i=1}^{n} {c_i}^2\, Var\ (y_i)$$

karena $Var\ (y_i) = \sigma^2$ maka

$$Var\ (\hat{\beta}_1) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} {c_i}^2$$

$$= \sigma^2 \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right)^2}$$

$$Var\ (\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad (12)$$

Sedangkan

$$Var\ (\hat{\beta}_0) = Var\ \left(\sum_{i=1}^{n} d_i\, y_i\right)$$

karena $Var\ (y_i) = \sigma^2$ maka

$$Var\ (\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} {d_i}^2$$

$$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{2\bar{x}c_i}{n} + \bar{x}^2 {c_i}^2\right)$$

$$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{2\bar{x}c_i}{n} + \bar{x}^2 {c_i}^2\right)$$

$$Var\ (\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{x}^2}{n \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \tag{13}$$

Sekarang akan dibuktikan $Var\ (\hat{\beta}_1)$ dan $Var\ (\hat{\beta}_0)$ memiliki variansi minimum. Menurut Quadratullah (2013:28), untuk membuktikan $\hat{\beta}_1$ memiliki variansi minimum, perlu dibandingkan dengan penaksir β_1 lainnya yang memiliki sifat linear dan tidak bias (katakanlah β_1^*).

$$\beta_1^* = \sum_{i=1}^{n} b_i y_i \tag{14}$$

dimana b_i juga bobot dengan b_i tidak perlu sama dengan c_i. Sekarang pandang ekspetasi β_1^*:

$$E(\beta_1^*) = \sum_{i=1}^{n} b_i E(y_i) = \sum_{i=1}^{n} b_i (\beta_0 + \beta_1 x_i)$$

$$E(\beta_1^*) = \beta_0 \sum_{i=1}^{n} b_i + \beta_1 \sum_{i=1}^{n} b_i x_i$$

agar β_1^* tak bias maka haruslah $\sum_{i=1}^{n} b_i = 0$ dan $\sum_{i=1}^{n} b_i x_i = 1$ sehingga

$$E(\beta_1^*) = \beta_1 \tag{15}$$

selanjutnya pandang variansi dari β_1^*

$$Var\ (\beta_1^*) = Var\left(\sum_{i=1}^{n} b_i y_i\right) = \sum_{i=1}^{n} {b_i}^2\, Var\ (y_i)$$

karena $Var\ (y_i) = \sigma^2$ maka

$$Var\ (\beta_1^*) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} {b_i}^2$$

$$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left({b_i}^2 - \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} + \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)^2$$

$$= \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(b_i - \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)^2$$

$$+ 2\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right) \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)$$

$$+ \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)^2$$

karena $2\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right) \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right) = 0$, maka

$$Var\ (\beta_1^*) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(b_i - \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)^2$$

$$+ \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)^2$$

$$Var\ (\beta_1^*) = \sigma^2 \sum_{i=1}^{n} \left(b_i - \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \right)^2 + \sigma^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Variansi β_1^* dapat diminimumkan hanya dengan manipulasi unsur pertama, yaitu

$$b_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

sehingga

$$Var\ (\beta_1^*) = \sigma^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = Var\ (\hat{\beta}_1) \tag{16}$$

Oleh karena nilai $\sum_{i=1}^{n} c_i^2 > 0$ (selalu positif), maka $Var\ (\beta_1^*) > Var\ (\hat{\beta}_1)$. Hal ini menunjukkan bahwa $\hat{\beta}_1$ memiliki sifat *best* (variansi minimum). Dengan cara yang sama dapat pula dibuktikan $\hat{\beta}_0$ memiliki sifat *best* (variansi minimum) (Qudratullah, 2013:30).

4. Model Prediksi untuk $\boldsymbol{y_i}$

Berdasarkan hasil pendugaan parameter yang diperoleh dari persamaan (6) dan (7) maka dapat dibentuk penaksiran model regresi linear sederhana yaitu:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \qquad (17)$$

dimana

$\hat{y}_i$: nilai duga variabel terikat

x_i : nilai variabel bebas

$\hat{\beta}_0$: titik potong terhadap sumbu y

$\hat{\beta}_1$: kemiringan kurva linear

i : $1,2,3, \dots, n$.

5. Penaksiran tidak Bias untuk $\boldsymbol{\sigma^2}$

Jumlah kuadrat dari sisaan dinamakan dengan pendugaan dari variansi atau σ^2 (Montgomery dkk., 2006:20). Dimana perbedaan antara nilai observasi y_i dengan nilai dugaan variabel respon $\hat{y}_i$ disebut dengan galat atau residual, yaitu:

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i\right) \quad (18)$$

Jumlah kuadrat residualnya adalah:

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i)\right)^2$$

$$SS_{res} = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^{n} y_i (x - \bar{x})^2 \quad (19)$$

Nilai ekspetasi dari SS_{res} adalah $E(SS_{res}) = (n-2)\sigma^2$. Dengan derajat kebebasan bagi jumlah kuadrat sisaan adalah $n - 2$. Maka pendugaan tak bias dari σ^2 adalah

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_{res}}{n-2} = MS_{res}$$

MS_{res} adalah rataan dari kuadrat sisaan. Akar kuadrat dari $\hat{\sigma}^2$ bisa dikenal dengan *standard error (se)* regresi (Montgomery, 2006:20-21). Karena σ^2 biasanya tidak diketahui, maka harus diduga dari data dengan penaksir tak bias. Jadi, akan dibuktikan bahwa $E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$

Dari model regresi linear sederhana $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ dan rata-rata model $\bar{y} = \beta_0 + \beta_1 \bar{x} + \bar{\varepsilon}$ diperoleh:

$$y_i - \bar{y} = \beta_1 (x_i - \bar{x}) + (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})$$

ingat bahwa

$$y_i - \hat{y}_i = e_i = y_i - \bar{y} - \hat{\beta}_1 (x_i - \bar{x})$$

dengan mensubstitusikan persamaan di atas diperoeh

$$e_i = \beta_1 (x_i - \bar{x}) + (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}) - \hat{\beta}_1 (x_i - \bar{x})$$

Jadi,

$$\sum e_i^2 = \left(\beta_1 - \hat{\beta}_1\right)^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 - 2\left(\beta_1 - \hat{\beta}_1\right)$$

$$\sum (x_i - \bar{x})\ (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})$$

$$E\left(\sum e_i^2\right) = \sum (x_i - \bar{x})^2 E\left(\beta_1 - \hat{\beta}_1\right)^2 + E\left(\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2\right)$$

$$-2E\left(\beta_1 - \hat{\beta}_1\right) \sum (x_i - \bar{x})\ (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})$$

dimana

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 E\left(\beta_1 - \hat{\beta}_1\right)^2 = \sigma^2 \text{ dan } E\left(\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2 = (N-1)\sigma^2\right)$$

sehingga diperoleh

$$E\left(\sum e_i^2\right) = \sigma^2 + (N-1)\sigma^2 - 2\sigma^2 = SS_{res}$$

jadi, kalau didefinisikan

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{E(\sum e_i^2)}{N-2} = \sigma^2$$

yang menunjukkan bahwa $\hat{\sigma}^2$ adalah penduga tak bias dari σ^2 yang sebenarnya.

dimana

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_{res}}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} \qquad (20)$$

Dalam aplikasi $\hat{\sigma}^2$ bisa dilambangkan dengan s^2 dan $n-2$ merupakan derajat kebebasan (db) (Qudratullah, 2013:32).

6. Uji Kecocokan Model (*Goodness of Fit Test*)

Untuk mengetahui sejauh mana ketepatan dan kecocokan suatu garis regresi sampel dalam mencocokan sekumpulan data, diperlukan suatu ukuran lazim yang dinamakan koefisien determinasi (R^2). Menurut Gujarat (1987:44), dimana koefisien determinasi merupakan ukuran seberapa baik garis regresi mencocokan data (*a measure of goodness of fit*). Selain itu koefisien determinasi mencerminkan seberapa besar kemampuan variabel bebas dalam menjelaskan varians variabel terikatnya. Koefisien determinasi regresi linear sederhana didefinisikan sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{SS_{Reg}}{SS_{Tot}} = 1 - \frac{SS_{Res}}{SS_{Tot}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})} \qquad (21)$$

dimana:

SS_{Res} = jumlah kuadrat residual

SS_{Reg} = jumlah kuadrat regresi

SS_{Tot} = jumlah kuadrat total

Sembiring (1995:54-55) menyatakan bahwa, “Koefisien determinasi R^2 merupakan besaran *nonnegative* dengan batas $0 \leq R^2 \leq 1$. Jika R^2 bernilai 1 berarti suatu kecocokan sempurna, sedangkan jika R^2 bernilai nol berarti model regresi yang ada tidak menjelaskan sedikitpun variasi dalam variabel terikat. Jadi besarnya R^2 lebih merupakan pengukuran dekat atau titik-titik pengamatan ke garis regresi”.

E. *Inverse Regression*

Banyak permasalahan regresi yang melibatkan pendugaan atau prediksi, biasanya akan ditentukan berapa nilai y yang bersesuaian bila nilai x diberikan. Namun, ada yang terjadi sebaliknya yaitu akan ditentukan berapa nilai x yang bersesuaian bila nilai y diberikan. Permasalahan ini menurut Jones (2009:61) lebih dikenal sebagai regresi kebalikan (*inverse regression*). Menurut Montgomery dkk., (2006:488), *Inverse Regression* adalah apabila diketahui nilai observasi y, misalkan y_0 maka dapat diduga nilai variabel bebas x_0. Permasalahan regresi kebalikan menurut Tellinghuisen (2000:585), juga dapat diselesaikan dengan menggunakan metode penduga *classic*.

Apabila terdapat sebuah data dari suatu penelitian yang terdiri x_i dan y_i yang saling berhubungan, dimana $i = 1, \dots , n$. Diasumsikan hubungan antara x_i dan y_i adalah linear. Sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x \qquad (22)$$

(Shein-Chung, 1990:220-221)

Dari persamaan Linear (22) di atas didapatkan parameter dugaan yaitu $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$, sehingga dapat diperkirakan $\hat{x}_0$ sebagai berikut:

$$\hat{x}_0 = \frac{y_0 - \hat{\beta}_0}{\hat{\beta}_1} \qquad (23)$$

langkah ini dinamakan pendekatan atau penduga *classic* dari *Inverse Regression* (Tellinghuisen, 2000:585). Selanjutnya akan ditentukan selang kepercayaan nilai aktual untuk observasi yang baru. Qudratullah (2013:44)

Selang kepercayaan untuk x_0 dapat dibangun dengan menggunakan metode pada penyusunan selang kepercayaan untuk nilai observasi baru y_0, yaitu:

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2, A^2)$$

Sehingga diperoleh

$$y_0 - \hat{y}_0 = y_0 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_0 \sim N(0, \sigma^2, A^2) \tag{24}$$

dimana $y_0 - \hat{y}_0$ merupakan variabel acak dari distribusi normal dengan rataan nol dan variansi sebagai berikut:

$$Var(\hat{y}_0) = Var(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0)$$

$$= Var(\hat{\beta}_0) + {x_0}^2 Var(\hat{\beta}_1) + 2x_0 Cov\,(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$$

$$= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right) + {x_0}^2 \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} + 2x_0 \left(\frac{-\sigma^2 \bar{x}}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

$$= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x})^2 + {x_0}^2 - 2x_0\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right) = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

sehingga

$$Var(y_0 - \hat{y}_0) = Var(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0) + Var\,(\varepsilon_0)$$

$$= \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right) + \sigma^2$$

$$Var(y_0 - \hat{y}_0) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right] \tag{25}$$

Misalkan

$$A^2 = \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right] \tag{26}$$

sehingga didapatkan

$$Var(y_0 - \hat{y}_0) = \sigma^2 A^2$$

Karena observasi baru y_0 saling bebas dengan $\hat{y}_0$, maka

$$T = \frac{y_0 - \hat{y}_0}{se(y_0 - \hat{y}_0)} = \frac{y_0 - \hat{y}_0}{\sqrt{Var(y_0 - \hat{y}_0)}} = \frac{y_0 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_0}{\hat{\sigma} A} \tag{27}$$

dengan tingkat kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ maka akan dibentuk selang kepercayaan bagi T.

$$1-\alpha = p\left[|T| \leq t_{\alpha/2, n-2}\right]$$

$$= p\left[T^2 \leq t^2_{\alpha/2, n-2}\right]$$

dengan mensubstitusikan persamaan (27) ke dalam pesamaan di atas diperoleh:

$$\frac{\left(y_0 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_0\right)^2}{\hat{\sigma}^2 A^2} \leq t^2_{\alpha/2, n-2}$$

$$\left(y_0 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_0\right)^2 - \hat{\sigma}^2 A^2 t^2_{\alpha/2, n-2} \leq 0$$

Substitusikan persamaan (26) dan (6) kedalam persamaan

$$\left(y_0 - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_0\right)^2 - \hat{\sigma}^2 A^2 t^2_{\alpha/2, n-2} \leq 0$$

sehingga diperoleh

$$\Leftrightarrow \left(y_0 - \left(\bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}\right) - \hat{\beta}_1 x_0\right)^2 - \hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right] t^2_{\alpha/2, n-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(y_0 - \bar{y} + \hat{\beta}_1 \bar{x} - \hat{\beta}_1 x_0\right)^2 - \hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right] t^2_{\alpha/2, n-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(y_0 - \bar{y} + \hat{\beta}_1 (\bar{x} - x_0)\right)^2 - \hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right] t^2_{\alpha/2, n-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (y_0 - \bar{y})^2 + 2(y_0 - \bar{y})\hat{\beta}_1(\bar{x} - x_0) + \hat{\beta}_1{}^2(\bar{x} - x_0)^2 - \hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}$$

$$- \frac{\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}}{n} - \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow y_0{}^2 - 2y_0\bar{y} + \bar{y}^2 + 2y_0\hat{\beta}_1(\bar{x} - x_0) - 2\bar{y}\hat{\beta}_1(\bar{x} - x_0) + \hat{\beta}_1{}^2(\bar{x} - x_0)^2$$

$$- \hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2} - \frac{\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}}{n} - \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}$$

$$\leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\hat{\beta}_1{}^2 - \frac{\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right](\bar{x} - x_0)^2 - \left[2\left(y_0\hat{\beta}_1 - \bar{y}\hat{\beta}_1\right)\right](\bar{x} - x_0)$$

$$+ \left[y_0{}^2 - 2y_0\bar{y} + \bar{y}^2 - \hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right] \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\hat{\beta}_1{}^2 - \frac{\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right](\bar{x} - x_0)^2 - \left[2\hat{\beta}_1(y_0 - \bar{y})\right](\bar{x} - x_0)$$

$$+ \left[(y_0{}^2 - \bar{y})^2 - \hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right] \leq 0$$

Kemudian, misalkan $\bar{x} - x_0 = d$, sehingga didapatkan

$$\left[\hat{\beta}_1{}^2 - \frac{\hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\right]d^2 - \left[2\hat{\beta}_1(y_0 - \bar{y})\right]d + \left[(y_0{}^2 - \bar{y})^2 - \hat{\sigma}^2 t^2{}_{\alpha/2, n-2}\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right] \leq 0 \quad (28)$$

Menurut Montgomery (2006:489), selang kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ untuk observasi baru x_0 adalah

$$\bar{x} + d_1 \leq x_0 \leq \bar{x} + d_2$$

dimana d_1 dan d_2 adalah akar dari persamaan (28).

BAB V
PENUTUP

A. Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang diperoleh dari perhitungan tersebut adalah:

1. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh model peramalan jumlah produksi ternak puyuh yang harus disediakan berdasarkan keuntungan hasil produksi menggunakan metode *Inverse Regression* dengan penduga *classic* sebagai berikut:

$$jumlah\ produksi = \frac{keuntungan\ hasil\ produksi + 2.674.888}{543}$$

2. Dengan tingkat kepercayaan sebesar 95% dan $\bar{x} = 5.408$, bentuk selang prediksi jumlah produksi ternak puyuh yang harus disediakan adalah sebagai berikut:

$$\bar{x} + \frac{1.086 keuntungan - 286.413.169 - \sqrt{\begin{matrix} 5.702,38(keuntungan - 263.732,20)^2 \\ +5,41778992 * 10^{14} \end{matrix}}}{586.819,808}$$

$$\leq jumlah\ ternak \leq$$

$$\bar{x} + \frac{1,086 keuntungan - 286.413.169 + \sqrt{\begin{matrix} 5.702,38\big(keuntungan - 263.732,20\big)^2 \\ +5,41778992 * 10^{14} \end{matrix}}}{586.819,808}$$

Karena rata-rata hasil produksi dari ternak puyuh adalah 73% dari jumlah ternak, maka masing-masing selang prediksi dibagi dengan $0,73$ untuk mendapatkan prediksi jumlah ternak puyuh yang harus diternakkan berdasarkan keuntungan hasil produksi.

B. Saran

Adapun saran dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan penelitian lanjutan dengan mengambil lebih dari satu variabel bebas untuk memperoleh hasil prediksi yang lebih optimal.
2. Melakukan penelitian yang lebih banyak (lebih dari 30 hari) agar data yang diperoleh lebih meyakinkan untuk hasil penelitian yang lebih akurat.
3. Berdasarkan perhitungan dari hasil penelitian, agar keuntungan dari ternak puyuh pada Peternakan Laura dapat memenuhi semua kebutuhan peternak maka disarankan supaya peternak meningkatkan jumlah ternak peliharaanya.

DAFTAR PUSTAKA

Draper, Norman dan Smith, Harry. 1992. *Analisis Regresi Terapan: Edisi Kedua*. (Ir. Bambang Sumantri: Terjemahan) Jakarta: PT. Gramedia Pusaka Utama.

Diwyanto, Kusuma.,dkk. 2005. *Prospek dan Arah Pengembangan Komoditas Peternakan: Unggas, Sapi, dan Kambing-Domba.* Bogor: Pusat Penelitian dan Perkembangan Peternakan. WARTAZOA: *Vol. 15, No.1* [diakses pada tanggal 15 Januari 2018]

Fallo, J. O, Setiawan, A. Sutanto, B. 2013. *Uji Normalitas Berdasarkan Metode Andersondarling, Cramer-Von Mises Dan Lilliefors Menggunakan Metode Bootstra.* Salatiga: Universitas Kristen Satya Wacana. ISBN : 978 – 979 – 16353 – 9 – 4 [diakses pada tanggal 4 Agustus 2017]

Freund, Jhon E., dan Walpole, Ronald E. 1987. *Mathematical Statistic 4th Edition.* Prentice Hall. Inc: New Jersey Omery.

Gujarat, D., and Zain, S. 1978. *Ekonometrika Dasar*. Jakarta:Erlangga.

Iskandar, L.(2009). *Geografi 2 : Kelas XI SMA dan MA*. Jakarta. PT.Remaja Rosdakarya.

Jones, Geoffrey. Paul, Lyons. 2009. *Approximate Graphical Methods for Inverse Regression*. Journal of Data Science 7, 61-71. [diakses pada tanggal 15 November 2017]

Makridakis, S., dkk. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. (Ir. Hari Suminto. Terjemahan). Jakarta: Binarupa Aksara.

Mulyono, Sri. 1998. *Statistik untuk Matematika*. Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.

Montgomery, D.C., Peck, E.A., dan Vining, G.G. 2006. *Introduction to Linear Regression Analisys*. New York: John Wiley and Son.

Prasetio, Bambang. 2010. *16 Peluang Usaha Top Bidang Perternakan*. Yogyakarta: Lily Publisher.

Quadratullah, M. F. 2013. *Analisis Regresi Terapan: Teori, Contoh Kasus, dan Aplikasi dengan SPSS.* Yogyakarta: Andi.

Sembiring. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: ITB Bandung.

Shein-Chung, Chow. Jun, Shao. 1990. *On the Difference Between The Classical and Inverse Methods of Calibration*. Appt Statist 39. No.2.pp, 219-228 [diakses pada tangal 8 November 2017]

Soekadiso. 1999. *Antropologi edisi keempat*. Jakarta: Erlangga.