

**PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NONLINIER DENGAN  
METODE BRENT**

**SKRIPSI**

*Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Memperoleh Gelar Sarjana Sains*



**KURNIA FITRI  
NIM . 1101253**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2016**

**PERSETUJUAN SKRIPSI**


**PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NONLINIER DENGAN  
METODE BRENT**

Nama : Kurnia Fitri  
NIM/BP : 1101253/2011  
Program Studi : Matematika  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

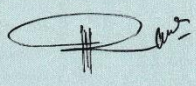
Padang, Januari 2016

Disetujui oleh

Pembimbing I

  
Dra. Hj. Minora Longgom Nst. M.Pd  
NIP. 19620904 198903 2 004

Pembimbing II

  
Riry Sriningsih, S.Si. M.Sc  
NIP. 19830426 200812 2 003



## PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Kurnia Fitri  
NIM : 1101253  
Prog. Studi : Matematika  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan judul

## PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NONLINIER DENGAN METODE BRENT

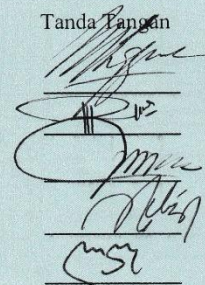
Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji  
Program Studi Matematika Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Padang

Padang, Januari 2016

Tim Penguji

	Nama
1. Ketua	: Dra. Hj. Minora Longgom Nst, M.Pd
2. Sekretaris	: Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc
3. Anggota	: Dr. Edwin Musdi, M.Pd
4. Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si
5. Anggota	: Muhammad Subhan, M.Si

Tanda Tangan



## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : KURNIA FITRI  
NIM/TM : 1101253/2011  
Program Studi : MATEMATIKA  
Jurusan : MATEMATIKA  
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa Tugas Akhir saya dengan judul **“Penentuan Akar Persamaan Nonlinier dengan Metode Brent”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, Januari 2016

Diketahui oleh,  
Ketua Jurusan Matematika



Muhammad Subhan, M.Si  
NIP.19701126 199903 1 002

Saya yang menyatakan



Kurnia Fitri  
NIM.1101253

## ABSTRAK

### **Kurnia Fitri: Penentuan Akar Persamaan Nonlinier dengan Metode Brent**

Salah satu masalah yang sering ditemui dalam menyelesaikan persamaan nonlinier adalah menentukan akar dari persamaan tersebut. Dalam menentukan akar tersebut dapat dilakukan dengan dua cara yaitu cara analitik dan cara numerik. Terdapat beberapa metode pencarian akar diantaranya yaitu metode bagidua, metode secant, dan metode Brent. Metode Brent merupakan modifikasi dari metode Dekker. Kelebihan dari metode Brent ini yaitu dijamin kekonvergenannya dengan menggunakan langkah iterasi yang lebih sedikit. Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu “Bagaimana menentukan akar persamaan nonlinier dengan metode Brent?”

Penelitian ini merupakan penelitian dasar dengan menggunakan buku-buku yang relevan untuk menemukan solusi numerik dari sebuah persamaan nonlinier. Tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah mempelajari literatur mengenai persamaan nonlinier dan metode numerik, menyusun algoritma dengan menggunakan *pseudocode*, menerapkan algoritma yang telah dibuat ke dalam program “Pascal” dan menyimpulkan hasil penelitian.

Berdasarkan penelitian, dapat diambil kesimpulan bahwa penentuan akar persamaan nonlinier dengan metode Brent diperoleh dengan menggunakan rumus metode secant atau rumus *inverse quadratic interpolation*. Selanjutnya dilakukan pemeriksaan tambahan sebelum metode secant diterima untuk langkah iterasi berikutnya, dimana hasil dari metode secant tersebut harus memenuhi kedua pertidaksamaan yg diberikan, yaitu:

- a. Jika langkah sebelumnya menggunakan rumus bagidua, pertidaksamaan yang harus dipenuhi adalah  $|s - b| < 1/2|b - c|$
- b. Jika langkah sebelumnya menggunakan rumus interpolasi, pertidaksamaan yang harus dipenuhi adalah  $|s - b| < 1/2|c - d|$ .

## KATA PENGANTAR



Puji syukur kehadiran Allah SWT yang senantiasa memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penentuan Akar Persamaan Nonlinier dengan Metode Brent”. Selanjutnya, sholawat dan salam semoga tetap tercurah kepada Nabi Muhammad saw. *Allaahumma Shollii ‘alaa Muhammad wa ‘alaa Ali Muhammad.*

Penelitian ini bertujuan untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains di jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Keberhasilan peneliti dalam menyelesaikan skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini dengan segala kerendahan hati peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra.Hj.Minora Longgom Nst, M.Pd, Pembimbing I.
2. Ibu Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc, Pembimbing II dan Penasehat Akademik.
3. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, dan Bapak Dr. Edwin Musdi, M.Pd , sebagai dosen penguji.
4. Bapak Muhammad Subhan, M.Si sebagai dosen penguji sekaligus Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.

5. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si, Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Ketua Prodi Matematika FMIPA UNP.
7. Bapak dan Ibu staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
8. Seluruh staf administrasi dan staf labor komputer Jurusan Matematika FMIPA UNP.
9. Karyawan dan Segenap Civitas Akademika Matematika FMIPA UNP.
10. Rekan-rekan seperjuangan, khususnya rekan mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA UNP angkatan 2011.

Semoga bimbingan dan dukungan yang diberikan dicatat sebagai amal ibadah dan memperoleh pahala di sisi-Nya. Peneliti juga menyadari bahwa skripsi ini masih mempunyai banyak kekurangan. Untuk itu, peneliti sangat mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak untuk perbaikan skripsi ini. Selanjutnya, harapan peneliti, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi peneliti dan para pembaca.

Padang, Januari 2016

Peneliti

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>i</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>ii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>iv</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>vi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>viii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Perumusan Masalah .....	3
C. Batasan Masalah .....	4
D. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian .....	4
E. Tujuan Penelitian .....	4
F. Manfaat Penelitian .....	5
G. Metodologi Penelitian .....	5
<b>BAB II KAJIAN TEORI</b>	
A. Persamaan Nonlinear .....	7
B. Metode Numerik .....	8
C. Galat .....	15



D. Jenis-jenis Metode .....	16
E. <i>Inverse Quadratic Interpolation</i> .....	21
F. Algoritma .....	22
 <b>BAB III PEMBAHASAN</b>	
A. Metode Brent .....	24
B. Algoritma Metode Brent .....	27
 <b>BAB IV PENUTUP</b>	
A. Kesimpulan .....	34
B. Saran .....	36
 <b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	 37
 <b>LAMPIRAN</b> .....	 38

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Penentuan Akar Contoh 1 Secara Numerik .....	31
2. Penentuan Akar Contoh 2 Secara Numerik .....	33

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Plot Contoh 2 .....	32
2. Hasil Output Contoh 1 Menggunakan Metode Bagidua.....	46
3. Hasil Output Contoh 1 Menggunakan Metode Brent .....	47
4. Hasil Output Contoh 2 Menggunakan Metode Bagidua.....	48
5. Hasil Output Contoh 2 Menggunakan Metode Brent .....	48

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Program Pascal Metode Bagidua pada Contoh 1 .....	38
2. Program Pascal Metode Brent pada Contoh 1 .....	40
3. Program Pascal Metode Bagidua pada Contoh 2 .....	42
4. Program Pascal Metode Brent pada Contoh 2 .....	44

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang**

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang banyak digunakan untuk menyelesaikan berbagai macam permasalahan yang ada, diantaranya yaitu masalah dibidang fisika, kimia, biologi dan masalah dibidang matematika itu sendiri. Penyelesaian dari berbagai macam permasalahan dalam matematika tersebut dapat diselesaikan dengan beberapa proses penyelesaian untuk menemukan solusinya. Proses penyelesaian tersebut dapat ditentukan dengan dua cara yaitu cara analitik dan cara numerik.

Proses penyelesaian secara analitik dengan menggunakan rumus matematika akan menghasilkan sebuah nilai eksak (nilai sesungguhnya). Sedangkan proses penyelesaian dengan cara numerik akan menghasilkan sebuah nilai hampiran, dimana nilai hampiran tersebut akan memiliki galat (kesalahan). Menurut Sutarno (2005:1) bahwa metode analitik yaitu metode untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang masih tergolong sederhana dan masih bisa menggunakan formula matematika. Metode numerik adalah teknik-teknik yang digunakan untuk merumuskan masalah-masalah matematika agar dapat diselesaikan hanya dengan operasi hitungan.



Permasalahan matematika yang sukar dan rumit ditemukan solusinya secara analitik maka dapat diselesaikan dengan cara numerik. Salah satu permasalahan matematika tersebut adalah pencarian akar persamaan nonlinier.

Pencarian akar persamaan nonlinier dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode. Ada dua kelompok metode pencarian akar yaitu metode tertutup (metode pengurangan) dan metode terbuka. Metode tertutup yaitu metode yang menggunakan batas selang akar. Contoh dari metode pengurangan yaitu metode bagi dua dan metode posisi palsu. Kelebihan dari metode ini yaitu dijamin kekonvergenannya namun lambat dalam proses karena menggunakan banyak iterasi. Sedangkan, metode terbuka yaitu metode yang menggunakan tebakan awal sebelum proses iterasi dimulai. Contoh dari metode ini yaitu metode Newton-Rhapson dan metode Secant. Metode ini tidak dijamin kekonvergenannya namun cepat dalam proses dengan iterasi yang sedikit dalam menemukan hampiran akar.

Sebuah metode baru dalam pencarian akar persamaan nonlinier muncul karena adanya kelebihan ataupun kekurangan dari metode-metode sebelumnya. Salah satu metode yang menggabungkan metode-metode sebelumnya adalah metode yang ditemukan oleh T.J Dekker. Dekker mencetuskan ide penggabungan metode bagi dua dan metode Secant. Metode Dekker ini cukup baik dalam menghampiri akar namun adakalanya pada saat penggunaan rumus metode secant untuk iterasi berikutnya, metode Dekker menghasilkan proses iterasi yang jauh lebih lambat jika dibandingkan metode bagi dua. Diperlukan sebuah modifikasi

tambahan sebelum hasil dari metode secant diterima untuk proses iterasi berikutnya.

Modifikasi dari metode Dekker dikenal dengan metode Brent. Metode ini ditemukan oleh seorang ahli bernama Richard Pierce Brent (1971). Brent mengajukan dua pertidaksamaan yang harus dipenuhi sebagai kriteria penentuan nilai selang baru untuk iterasi selanjutnya sebelum hasil metode Secant diterima untuk iterasi berikutnya. Berdasarkan dua pertidaksamaan tersebut untuk beberapa kondisi metode Brent akan diproses menggunakan *inverse quadratic* atau interpolasi linier. Metode Brent lebih cepat konvergen jika dibandingkan dengan metode bagidua dengan iterasi yang jauh lebih sedikit.

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka dilakukan penelitian untuk membahas metode Brent dalam menyelesaikan akar persamaan nonlinear. Untuk itu penelitian ini diberi judul **“Penentuan Akar Persamaan Nonlinear dengan Metode Brent”**.

## **B. Perumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah, maka dapat dirumuskan suatu masalah yaitu: “Bagaimana menentukan akar persamaan nonlinier dengan metode Brent?”

### **C. Batasan Masalah**

Sesuai dengan latar belakang masalah di atas, karena keterbatasan peneliti dari segi kemampuan maka penelitian ini dibatasi hanya untuk masalah penentuan akar persamaan non linier pada bilangan real.

### **D. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian**

Pendekatan masalah yang digunakan adalah studi kepustakaan dengan menggunakan buku-buku yang relevan untuk menemukan solusi numerik dari sebuah persamaan non linier.

Pertanyaan penelitian yang diajukan pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana prinsip penggunaan metode Brent dalam menentukan akar persamaan nonlinier?
2. Bagaimana algoritma dari metode Brent untuk menemukan solusi berupa akar persamaan nonlinier?

### **E. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menelaah prinsip penggunaan metode Brent dalam menghampiri akar persamaan nonlinier.

2. Menyusun algoritma metode Brent untuk menentukan akar persamaan nonlinier

#### **F. Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Memberikan pengetahuan untuk peneliti dan pembaca tentang teori analisis numerik khususnya metode Brent
2. Mempermudah peneliti dan pembaca untuk menemukan akar persamaan nonlinier dengan metode lainnya
3. Menjadi bahan acuan untuk peneliti selanjutnya.

#### **G. Metodologi Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur, yaitu mengumpulkan teori-teori dari berbagai buku dan sumber yang relevan, sehingga diperoleh jawaban atas permasalahan yang sedang diteliti.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk memecahkan permasalahan penelitian adalah:

1. Mengamati masalah yang terkait dengan akar persamaan nonlinier.
2. Mengkaji prinsip penggunaan metode Brent untuk menyelesaikan akar persamaan nonlinier.

3. Menyusun algoritma untuk metode Brent dalam menyelesaikan akar persamaan nonlinier.
4. Menerapkan algoritma yang telah dibuat ke dalam program komputer.
5. Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan teori yang telah dipelajari



## BAB IV

### PENUTUP

#### A. Kesimpulan

1. Metode Brent merupakan sebuah metode gabungan aspek-aspek penting dari metode bagidua, metode secant, dan *inverse quadratic interpolation*. Metode ini juga merupakan modifikasi dari metode Dekker, yang terlebih dahulu mencetuskan ide menggabungkan metode bagidua dan metode secant. Modifikasi yang diberikan oleh metode Brent yaitu dengan memberikan pemeriksaan tambahan yang harus dipenuhi sebelum hasil dari metode secant atau metode *inverse quadratic* diterima untuk iterasi berikutnya. Pemeriksaan tambahan itu berupa pemenuhan dua buah pertidaksamaan, yaitu:

- c. Jika langkah sebelumnya menggunakan rumus bagidua, pertidaksamaan yang harus dipenuhi adalah  $|s - b| < 1/2|b - c|$
- d. Jika langkah sebelumnya menggunakan rumus interpolasi, pertidaksamaan yang harus dipenuhi adalah  $|s - b| < 1/2|c - d|$ .

#### 2. Algoritma Metode Brent

Masukan: fungsi  $f$ , batas selang akar  $[a, b]$ , maksimum iterasi  $M$ , galat  $\epsilon$

Keluaran: akar  $s$

Langkah:

- 1) Masukkan fungsi  $f$ , batas selang akar  $a$  dan  $b$  dan titik sebelumnya  $c$   
(untuk iterasi pertama  $a = c$ , maksimal iterasi, galat  $eps$ )
- 2) If  $f(a)f(b) \geq 0$  then error-exit end if
- 3)  $c := a$
- 4) repeat until  $|b - a| < eps$ 
  - a) if  $f(a) \neq f(s)$  and  $f(b) \neq f(s)$   
then  $q = \frac{af(b)f(s)}{(f(a)-f(b))(f(a)-f(s))} + \frac{bf(a)f(s)}{(f(b)-f(a))(f(b)-f(s))} +$   
 $\frac{sf(a)f(b)}{(f(s)-f(a))(f(s)-f(b))}$  end if
  - b) if  $|f(a) < f(b)|$  then  $s = b - f(b) \frac{b-a}{f(b)-f(a)}$  end if
  - c) if  $\frac{(3a+b)}{4} > s > b$  or if  $|s - b| \geq \frac{1}{2}|b - a|$  or if  $|s - b| \geq$   
 $\frac{1}{2}|c - d|$  or if  $|b - c| > |eps|$  or if  $|c - d| > |eps|$  then  $s := \frac{a+b}{2}$   
end if
  - d)  $d := c$
  - e)  $c := b$
  - f) if  $f(a)f(s) < 0$  then  $b := s$  else  $a := s$  end if
  - g)  $|b - a| < |eps|$  then  $akar := s$  else kembali ke langkah a)
  - h) Keluarkan akar  $s$ .

**B. Saran**

Adapun saran pada penelitian ini yaitu untuk peneliti selanjutnya dapat membahas lebih lanjut mengenai metode Brent. Peneliti selanjutnya juga dapat mencoba untuk menggabungkan metode-metode lainnya agar lebih cepat konvergen dalam menghampiri akar.

## DAFTAR PUSTAKA

- Conte, Samuel D. 1992. *Dasar-Dasar Analisis Numerik*. Jakarta: Erlangga
- Gautschi, Walter. 2012. *Numerical Analysis*. Springer New York Dordrecht Heidelberg London: Birkhäuser
- Hager, William W. 1988. *Applied Numerical Linear Algebra*. United States of America : Prentice-Hall International Editions
- Leithold, Louis. 1991. *Kalkulus dan Ilmu Ukur Analitik*. Jakarta: Anggota IKAPI
- Martono, Koko. 1999. *Kalkulus*. Jakarta: Erlangga
- Marwati, Rini. 2003. *Pemrograman Komputer Untuk Matematika*. Bandung: UPI
- Munir, Rinaldi. 2003. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika
- Susila, I Nyoman. 1992. *Metode Numerik*. Bandung: FMIPA ITB
- Sutarno, Heru. 2005. *Metode Numerik*. Bandung: PT Sinar Baru Algesindo
- Tommy Gunardi. (2011). “Studi Pencarian Akar Solusi Persamaan Nirlanjar dengan Menggunakan Metode Brent”. *Jurnal ITB*. Hlm. 3- 4