

**METODE NEWTON-STEFFENSEN UNTUK MENENTUKAN
HAMPIRAN AKAR PERSAMAAN TAK LINIER**

SKRIPSI

*diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh
gelar Sarjana Sains*



KHAIRUNISA

NIM. 1201296

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2018**

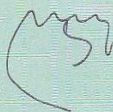
PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Metode Newton-Steffensen untuk Menentukan Hampiran
Akar Persamaan Tak Linier
Nama : Khairunisa
NIM : 1201296
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 13 Februari 2018

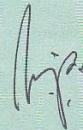
Disetujui Oleh :

Pembimbing I,



Muhammad Subhan, M.Si.
NIP. 19701126 199903 1 002

Pembimbing II,



Meira Parma Dewi, M.Kom.
NIP. 19820511 200604 2 001

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

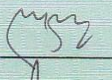
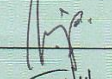
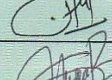

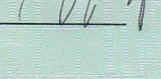
Nama : Khairunisa
NIM : 1201296
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
dengan judul

Metode Newton-Steffensen untuk Menentukan Hampiran Akar Persamaan Tak Linier

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 13 Februari 2018

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
1. Ketua	: Muhammad Subhan, M.Si.	1. 
2. Sekretaris	: Meira Parma Dewi, M.Kom.	2. 
3. Anggota	: Dra. Hj. Helma, M.Si.	3. 
4. Anggota	: Dra. Media Rosha, M.Si.	4. 
5. Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si.	5. 

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Khairunisa
NIM/TM : 1201296/2012
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, Skripsi saya dengan judul **"Metode Newton-Steffensen untuk Menentukan Hampiran Akar Persamaan Tak Linier"** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara yang tidak sesuai dengan etikayang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika



Muhammad Subhan, M.Si
NIP. 19701126 199903 1 002

Padang, 13 Februari 2018
Saya yang menyatakan



Khairunisa
NIM. 1201296

ABSTRAK

Khairunisa : Metode Newton-Steffensen untuk Menentukan Hampiran Akar Persamaan Tak Linier

Ada dua metode dalam menentukan akar persamaan tak linier, yaitu metode analitik dan metode numerik. Metode analitik optimal digunakan untuk menentukan akar pada persamaan yang sederhana. Namun, tidak semua persamaan itu sederhana sehingga sulit ditentukan akar persamaan. Apabila persamaan sulit diselesaikan dengan metode analitik maka digunakan metode numerik. Metode Newton-Steffensen merupakan salah satu metode numerik untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier. Metode Newton-Steffensen merupakan modifikasi dari Metode Newton-Raphson. Adapun rumusan masalah dari penelitian ini adalah “Bagaimana penggunaan Metode Newton-Steffensen untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier?”. Sedangkan tujuan dari penelitian ini diantaranya mengkaji ulang formula iterasi Metode Newton-Steffensen untuk menentukan akar persamaan tak linier, menyusun algoritma Metode Newton-Steffensen untuk akar persamaan tak linier dan menganalisis orde kekonvergenan Metode Newton-Steffensen.

Penelitian ini adalah penelitian teoritis. Selanjutnya pendekatan masalah yang dilakukan merupakan studi kepustakaan yang berpedoman pada berbagai sumber yang relevan terhadap penggunaan Metode Newton-Steffensen untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh formula iterasi Metode Newton-Steffensen. Selanjutnya, metode tersebut dibuat dalam bentuk algoritma yang diterapkan pada program komputer. Metode Newton-Steffensen merupakan metode yang memiliki orde kekonvergenan berpangkat tiga. Metode Newton-Steffensen lebih cepat dalam menghampiri akar persamaan jika dibandingkan dengan Metode Newton-Raphson.

Kata Kunci: Algoritma, Metode Newton-Raphson, Metode Newton-Steffensen, Orde Kekonvergenan.

KATA PENGANTAR

Puji syukur peneliti panjatkan atas kehadiran ALLAH SWT yang telah memberikan petunjuk, rahmat, dan karunia-Nya, sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul **“Metode Newton-Steffensen Untuk Menentukan Hampiran Akar Persamaan Tak Linier”**. Selanjutnya, shalawat beserta salam untuk Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi seluruh umat.

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang. Keberhasilan dalam penyelesaian skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan kali ini dengan segala kerendahan hati peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, M.Si., dosen Pembimbing I sekaligus Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
2. Ibu Meira Parma Dewi, S.Si., M.Kom., dosen Pembimbing II .
3. Ibu Dra. Hj. Helma ,M.Si., dosen Penguji sekaligus Penasehat Akademik.
4. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si., dosen Penguji sekaligus Ketua Program Studi Matematika.
5. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si., dosen Penguji.
6. Bapak dan Ibu Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.

7. Seluruh Staf Labor Komputer Jurusan Matematika FMIPA UNP.
8. Karyawan dan segenap Civitas Akademia Matematika FMIPA UNP.
9. Kedua Orangtua dan Keluarga besar peneliti yang selalu memberikan semangat dan doa.
10. Rekan-rekan seperjuangan, khususnya rekan Mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA UNP angkatan 2012.

Semoga bimbingan dan dukungan yang telah diberikan, menjadi amal ibadah di sisi-Nya. Peneliti juga menyadari, bahwa Skripsi ini masih terdapat kekurangan, untuk itu peneliti mengharapkan adanya kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Skripsi. Harapan peneliti, semoga Skripsi ini memberikan manfaat bagi peneliti dan Jurusan Matematika FMIPA UNP serta pembaca pada umumnya. Aamiin.

Padang, Februari 2018

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR LAMPIRAN	vii
 BAB I. PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Batasan Masalah	4
C. Rumusan Masalah	4
D. Pertanyaan Penelitian	5
E. Tujuan Penelitian	5
F. Manfaat Penelitian	6
G. Metode Penelitian	6
 BAB II. KAJIAN TEORI	
A. Persamaan Tak Linier	8
B. Metode Numerik	10
C. Deret Taylor	16
D. Metode Numerik untuk Persamaan Tak Linier	17
E. Algoritma	22
 BAB III. PEMBAHASAN	
A. Penurunan Formula Iterasi Metode Newton-Steffensen	25
B. Algoritma Metode Newton-Steffensen	33
C. Orde Kekonvergenan Metode Newton-Steffensen	35
 BAB IV. PENUTUP	
A. Kesimpulan	46

B. Saran	47
DAFTAR PUSTAKA	48
LAMPIRAN	50

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Simbol pada <i>Flowchart</i>	24
2. Hampiran Akar Metode NR	41
3. Hampiran Akar dan Galat Metode NS dan Metode NR untuk Contoh 1.....	42
4. Hampiran Akar Metode NS untuk Contoh 1. $x_0=0.9$	43
5. Hampiran Akar Metode NS dan Metode NR untuk Contoh 2	43
6. Hampiran Akar Metode NS dan Metode NR untuk Contoh 3	44

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. <i>Syntax Program</i> Metode Newton-Raphson	50
2. <i>Syntax Program</i> Metode Newton-Steffensen	51
3. <i>Output</i> program Metode NR untuk contoh no.1 dengan $x_0 = -2$	52
4. <i>Output</i> program Metode NS untuk contoh no.1 dengan $x_0 = -2$	53
5. <i>Output</i> program Metode NS untuk contoh no.1 dengan $x_0 = 0.9$	54
6. <i>Output</i> program Metode NS untuk contoh no.1 dengan $x_0 = 8$	55
7. <i>Output</i> program Metode NR untuk contoh no.2 dengan $x_0 = 1$	56
8. <i>Output</i> program Metode NS untuk contoh no.2 dengan $x_0 = 1$	57
9. <i>Output</i> program Metode NR untuk contoh no.3 dengan $x_0 = 12.8765$	58
10. <i>Output</i> program Metode NS untuk contoh no.3 dengan $x_0 = 12.8765$	59

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu ilmu yang memegang peranan penting dalam menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan matematika yaitu menentukan solusi persamaan tak linier. Solusi persamaan tak linier diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan sedemikian sehingga diperoleh nilai yang membuat persamaan menjadi bernilai benar. Solusi persamaan yaitu berupa akar.

Ada beberapa cara yang digunakan dalam menentukan akar persamaan tak linier yaitu dengan faktorisasi, metode horner, dan menggunakan rumus yang dikenal dengan rumus abc yang biasa digunakan untuk persamaan polinom berderajat dua. Adapun penerapan beberapa cara ini biasanya disebut sebagai penyelesaian persamaan secara analitik. Akan tetapi, penerapan beberapa cara ini hanya optimal pada persamaan tak linier berbentuk sederhana. Namun, tidak semua persamaan berbentuk sederhana, sehingga persamaan tersebut sulit diselesaikan secara analitik.

Apabila suatu persamaan sulit diselesaikan secara analitik maka metode numerik dapat digunakan dalam menyelesaikan persamaan. Hal ini sejalan dengan pendapat Santoso (2011: 20) yang menyatakan bahwa metode numerik adalah metode yang digunakan untuk mencari penyelesaian numerik dari suatu model matematis dan digunakan apabila penyelesaian secara analitik sulit ditentukan dan memerlukan waktu yang lama. Selain itu, menurut Munir (2013: 15), metode

numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi hitung/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Solusi yang dihasilkan metode numerik diperoleh dengan cara menghampiri akar persamaan. Beberapa metode numerik yang digunakan untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier diantaranya yaitu Metode Newton-Raphson, Metode Secant, Metode Steffensen, dan metode lainnya.

Setiap metode memiliki karakteristik masing-masing. Metode Newton-Raphson adalah metode yang memakai konsep garis singgung dengan turunan pertama tidak boleh sama dengan nol (Susila, 1992: 41-42). Metode ini memerlukan satu tebakan awal, kemudian dari tebakan awal itu ditarik garis singgung sehingga memotong sumbu x, begitu seterusnya sampai mendekati akar. Metode Newton-Raphson memiliki kekonvergenan berorde dua atau kuadratik (Sharma, 2005: 243). Hal ini menyatakan bahwa Metode Newton-Raphson memiliki kecepatan untuk mencapai akar lebih lambat dibandingkan dengan metode yang memiliki orde kekonvergenan tiga, empat dan seterusnya. Oleh karena itu, dilakukan berbagai modifikasi pada Metode Newton-Raphson agar orde kekonvergenan metode ini meningkat.

Metode Newton-Raphson memerlukan turunan pertama $f'(x)$. Namun, tidak semua fungsi memiliki turunan di semua titik. Selain itu, menurut Munir (2013: 99) tidak semua turunan fungsi mudah dicari, terutama untuk fungsi yang berbentuk rumit. Salah satu cara memodifikasi metode ini yaitu mengganti

perhitungan turunan pertama menggunakan perhitungan hampiran untuk turunan, seperti pada Metode Secant.

Metode Secant adalah metode yang diperoleh dari Metode Newton-Raphson namun menghindari perhitungan turunan dari fungsi (Susila, 1992: 48). Untuk menghindari perhitungan turunan Metode Secant memakai hampiran selisih mundur. Akan tetapi, setelah menghitung turunan fungsi menggunakan hampiran turunan Metode Secant lebih lambat kekonvergenannya dibandingkan dengan Metode Newton-Raphson. Metode Secant memiliki laju kekonvergenan superlinier (Kincaid dan Cheney, 1991: 78).

Selain itu, terdapat metode lain yang juga mengganti turunan pertama dengan menggunakan hampiran untuk turunan yaitu Metode Steffensen. Metode Steffensen merupakan modifikasi lain dari Metode Newton-Raphson. Metode Steffensen merupakan metode yang menggunakan hampiran untuk turunan pertama (Sharma, 2005: 243). Hampiran yang digunakan Metode Steffensen merupakan hampiran selisih maju dengan sedikit modifikasi. Namun, Metode Steffensen tidak mengubah orde kekonvergenan yang dimiliki Metode Newton-Raphson. Metode Steffensen memiliki kekonvergenan berorde dua atau kuadratik (Sharma, 2005: 243).

Selain Metode Newton-Raphson, Metode Secant dan Metode Steffensen, juga terdapat metode lain yaitu Metode Newton-Steffensen. Metode Newton-Steffensen ini merupakan modifikasi dari Metode Newton-Raphson dan Metode Steffensen. Turunan fungsi pada Metode Newton-Raphson diganti dengan menghitung hampiran turunan seperti pada Metode Steffensen. Berdasarkan

hampiran turunan pada Metode Steffensen diperoleh bentuk umum hampiran turunan. Bentuk umum hampiran turunan inilah yang akan mengganti perhitungan turunan yang ada pada Metode Newton-Raphson. Setelah perhitungan turunan pada Metode Newton-Raphson diganti, selanjutnya diekspansi dengan menggunakan deret Taylor agar diperoleh metode dengan orde kekonvergenan yang lebih baik dari Metode Newton-Raphson, sehingga diperoleh Metode Newton-Steffensen. Metode Newton-Steffensen lebih cepat dalam mencapai akar jika dibandingkan dengan Metode Newton-Raphson.

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka dilakukan penelitian untuk membahas penggunaan Metode Newton-Steffensen dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier. Oleh karena itu, penelitian ini diberi judul **“Metode Newton-Steffensen Untuk Menentukan Hampiran Akar Persamaan Tak Linier”**.

B. Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang dikemukakan di atas maka batasan masalah dalam penelitian ini adalah persamaan yang digunakan merupakan persamaan tak linier satu variabel dan akar persamaan berupa bilangan riil.

C. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan hampiran akar persamaan tak linier $f(x)$ menggunakan Metode Newton-Steffensen?

D. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan yang berpedoman pada berbagai sumber yang relevan terhadap permasalahan solusi numerik untuk persamaan tak linier, khususnya untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier dengan menggunakan Metode Newton-Steffensen.

Sesuai dengan rumusan masalah di atas, pertanyaan penelitian yang diajukan pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pembentukan formula iterasi Metode Newton-Steffensen untuk persamaan tak linier ?
2. Bagaimana algoritma dari Metode Newton-Steffensen untuk persamaan tak linier?
3. Bagaimana orde kekonvergenan Metode Newton-Steffensen untuk persamaan tak linier?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menelaah pembentukan Metode Newton-Steffensen untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier.
2. Menyusun algoritma Metode Newton-Steffensen untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier.
3. Menganalisis orde kekonvergenan Metode Newton-Steffensen.

F. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Menambah pengetahuan bagi pembaca mengenai analisis numerik, khususnya metode yang digunakan dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier.
2. Memudahkan pembaca dalam menentukan akar persamaan tak linier yang sulit dicari secara analitik.
3. Sebagai bahan referensi bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan cakupan penelitian.

G. Metodologi Penelitian

Metode yang digunakan adalah studi literatur yaitu mengumpulkan teori-teori dari berbagai buku dan sumber yang relevan sehingga diperoleh jawaban atas permasalahan yang diteliti. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membaca dan mempelajari literatur mengenai persamaan tak linier dan metode numerik dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier.
2. Mempelajari prinsip Metode Newton-Raphson dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier.
3. Mempelajari prinsip Metode Steffensen dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier.
4. Mempelajari prinsip Metode Newton-Steffensen dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier.

5. Menelaah pembentukan formula Metode Newton-Steffensen.
6. Menyusun algoritma Metode Newton-Steffensen.
7. Menerapkan algoritma Metode Newton-Steffensen dalam menentukan hampiran akar persamaan tak linier pada program komputer.
8. Menganalisis orde kekonvergenan.
9. Menerapkan Metode Newton-Steffensen dalam menentukan hampiran akar dan membandingkan hasil hampiran akar dengan hasil hampiran akar Metode Newton-Raphson.
10. Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan teori yang telah dipelajari.

BAB IV

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada penelitian ini diperoleh beberapa kesimpulan:

1. Formula iterasi Metode Newton-Steffensen adalah

$$x_{n+1} = x_n - \frac{[f(x_n)]^2}{f'(x_n)[f(x_n) - f(x_n^*)]}$$

dimana

$$x_n^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

2. Algoritma dari Metode Newton-Steffensen untuk menentukan hampiran akar persamaan tak linier terjadi dalam tiga tahap yaitu masukan, proses, dan keluaran. Untuk bagian masukan yaitu masukan persamaan tak linier $f(x)$ dan $f'(x)$ dimana persamaan ini telah diketikkan pada program, kemudian masukan nilai awal x_0 , iterasi maksimal M , dan toleransi t yang diinginkan. Untuk bagian proses yaitu hitung nilai $f(x_n)$, jika $f(x_n)=0$ maka x_n akar, jika tidak hitung nilai $f'(x_n)$, jika $f'(x_n)=0$ maka program terhenti, jika tidak maka hitung nilai x_n^* dan nilai x_{n+1} . Selanjutnya hitung galat $|x_{n+1} - x_n|$. Jika galat kecil dari toleransi maka hampiran akar adalah x_{n+1} . Jika galat besar dari toleransi maka x_{n+1} digunakan sebagai nilai awal untuk menghitung nilai selanjutnya pada iterasi berikutnya. Untuk bagian keluaran yaitu keluarnya nilai yang berupa akar persamaan.
3. Metode Newton-Steffensen memiliki orde kekonvergenan berpangkat tiga.

B. Saran

Adapun saran yang diberikan pada peneliti selanjutnya yang ingin mengkaji penentuan hampiran akar persamaan tak linier, agar dapat mengembangkan metode numerik baru yang lebih cepat dalam menuju akar dan tidak membutuhkan banyak iterasi. Metode numerik untuk menentukan hampiran akar lainnya yaitu metode-metode modifikasi Metode Newton-Raphson, Metode Laguerre, Metode Jain, dan metode lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Bartle, Robert G dan Sherbert, Donald R. 2011. *Introduction to Real Analysis Fourth Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Chapra, S.C dan Canale, R.P. 2002. *Numerical Methods*. Amerika: McGraw-Hill.
- Gautschi, Walter. 2012. *Numerical Analysis Second Edition*. Springer New York Dordrecht Heidelberg London: Birkhäuser.
- Jaiswal, J.P. 2013. "A New Third-Order Derivative Free Method for Solving Nonlinear Equations". *Universal Journal of Applied Mathematics* 1. 29 (131-135).
- Kincaid, David dan Cheney, Ward. 1991. *Numerical Analysis*. California : Brooks/Cole Publishing Company.
- King, M.R dan Mody, N.A. 2010. *Numerical and Statistical Methods for Bioengineering Applications in Matlab*. New York: Cambridge University Press.
- Munir, Rinaldi. 2007. *Algoritma & Pemograman dalam Bahasa Pascal dan C Edisi Revisi*. Bandung: Informatika.
- _____. 2013. *Metode Numerik Revisi Ketiga*. Bandung: Informatika.
- Sahid. 2003. "Analisis dan Implementasi Metode Newton-Raphson". Yogyakarta: Prosiding Seminar Nasional Hasil Penelitian MIPA dan Pendidikan MIPA UNY.
- Santoso, F.G.I. 2011. "Analisis Perbandingan Metode Numerik dalam Menyelesaikan Persamaan-persamaan Serentak". *Widya Warta* No.1 tahun XXXV (19-39).
- Sharma, J.R. 2005. "A composite third order Newton-Steffensen method for solving nonlinier equation". *Applied Mathematics and Computation*. 169 (242-246).
- Siswono, T.Y.E dan Lastiningsih, Netti. 2007. *Matematika 1 SMP dan MTs untuk Kelas VII*. Jakarta: Esis.