

**METODE TIPE NEWTON MODIFIKASI BEBAS TURUNAN  
UNTUK MENENTUKAN AKAR PERSAMAAN TAK LINIER**

**SKRIPSI**

*Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Memperoleh Gelar Sarjana Sains*



**ENGKI MAI PUTRA**

**NIM 1201271**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2016**

**HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI**

**METODE TIPE NEWTON MODIFIKASI BEBAS TURUNAN  
UNTUK MENENTUKAN AKAR PERSAMAAN TAK LINIER**

Nama : Engki Mai Putra

NIM : 1201271

Program Studi : Matematika (S-1)

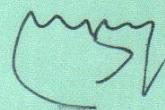
Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 8 Agustus 2016

Disetujui Oleh :

Pembimbing I



Muhammad Subhan, S.Si, M.Si  
NIP. 19701126 199903 1 002

Pembimbing II



Drs. Yusmet Rizal, M.Si  
NIP. 19680121 199303 1 011

**HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI**

Nama : Engki Mai Putra  
NIM : 1201271  
Program Studi : Matematika (S-1)  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

dengan judul:

**METODE TIPE NEWTON MODIFIKASI BEBAS TURUNAN  
UNTUK MENENTUKAN AKAR PERSAMAAN TAK LINIER**  
Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Padang

Padang, 29 Juli 2016

Tim Penguji

	Nama
Ketua	: M. Subhan, S.Si, M. Si
Sekretaris	: Drs. Yusmet Rizal, M. Si
Anggota	: Dr. Edwin Musdi, M.pd
Anggota	: Dra. Hj. Minora Longgom Nst, M.pd
Anggota	: Meira Parma Dewi, S.Si, M.kom

Tanda tangan

## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

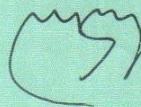
Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Engki Mai Putra  
NIM/TM : 1201271/2012  
Program Studi : Matematika  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan untuk Menentukan Akar Persamaan Tak Linier**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Diketahui oleh,  
Ketua Jurusan Matematika,



Muhammad Subhan, S.Si, M.Si  
NIP. 19701126 199903 1 002

Saya yang menyatakan,



Engki Mai Putra  
NIM. 1201271/2012

## ABSTRAK

### Engki Mai Putra : Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan untuk Menentukan Akar Persamaan Tak linier

Salah satu permasalahan dalam matematika yaitu mencari solusi persamaan tak linier, solusi persamaan tak linier berupa akar, akar persamaan tak linier yang sulit dicari secara analitik dapat diselesaikan dengan metode numerik untuk menghampiri akar persamaan tersebut. Sehingga rumusan masalah dari penelitian ini adalah “Bagaimana menentukan akar persamaan tak linier menggunakan Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan serta seberapa laju kekonvergenanya?”. Tujuan dari penelitian ini yaitu menentukan akar persamaan tak linier dengan Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan, menyusun algoritma dan menentukan kekonvergenan dari Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan, yaitu mengumpulkan teori-teori dari berbagai buku dan sumber yang relevan, adapun langkah-langkah dalam pemecahan masalah di atas yaitu melihat permasalahan persamaan tak linier, mengkaji pembentukan Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan, dan membuat algoritmanya untuk membantu menentukan hampiran akar persamaan tak linier.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan. Kemudian metode tersebut dibuat dalam bentuk algoritma yang nantinya diterapkan kedalam komputer untuk menyelesaikan Persamaan tak linier. Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan memiliki Kekonvergenan akar lebih cepat dari Metode Newton karena memiliki orde konvergensi lima.

*Kata kunci* : Algoritma, Bebas Turunan, Deret Taylor, Metode Newton, Metode Potra dan Ptak

## KATA PENGANTAR

Puji syukur peneliti ucapkan atas kehadirat ALLAH SWT yang telah memberikan petunjuk, rahmat dan karunia-Nya, sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul **“Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan untuk Menentukan Akar Persamaan Tak Linier”** Selanjutnya, shalawat beserta salam untuk nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi seluruh umat.

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang. Keberhasilan dalam penyelesaian skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan kali ini dengan segala kerendahan hati peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, M.Si., Pembimbing I, Penasehat Akademik sekaligus Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
2. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M. Si., Pembimbing II.
3. Bapak Dr. Edwin Musdi, M. Pd., Ibu Dra. Hj. Minora Longgom Nst, M. Pd, dan Ibu Meira Parma Dewi, S.Si.,M.Kom., Pengaji.
4. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si., Ketua Prodi Jurusan Matematika FMIPA UNP.
5. Bapak dan Ibu Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Seluruh Staf Labor Komputer Jurusan Matematika FMIPA UNP.

7. Karyawan dan segenap Civitas Akademika Matematika FMIPA UNP.
8. Rekan-rekan seperjuangan, khususnya rekan Mahasiswa/i Program Studi Matematika FMIPA UNP angkatan 2012.

Semoga bimbingan dan dukungan yang telah diberikan, menjadi amal ibadah di sisi-Nya. Peneliti juga menyadari, bahwa Skripsi ini masih terdapat kekurangan, untuk itu peneliti mengharapkan adanya kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Skripsi. Harapan peneliti, semoga Skripsi ini memberikan manfaat bagi peneliti dan Jurusan Matematika FMIPA UNP serta pembaca pada umumnya. Aamiin.

Padang, Juli 2016

Peneliti

## DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK .....	i
KATA PENGANTAR .....	ii
DAFTAR ISI .....	iv
DAFTAR TABEL .....	vi
DAFTAR GAMBAR .....	vii
DAFTAR LAMPIRAN .....	viii
<b>BAB I. PENDAHULUAN</b>	
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Rumusan Masalah .....	3
C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian .....	4
D. Tujuan Penelitian .....	4
E. Manfaat Penelitian .....	5
F. Metode Penelitian .....	5
<b>BAB II. KAJIAN TEORI</b>	
A. Persamaan Tak Linier .....	7
B. Metode Numerik .....	8
1. Galat atau Kesalahan (error) .....	8
2. Metode Pencarian Akar .....	10
C. Kekonvergenan.....	21
1. Barisan Konvergen .....	21
2. Fungsi Orde .....	21
3. Orde Kekonvergenan .....	22
4. Computational Order of Convergence (COC).....	23
D. Deret Taylor .....	23
E. Algoritma .....	24
<b>BAB III. PEMBAHASAN</b>	

A. Pembentukan Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan .....	26
B. Algoritma .....	29
C. Orde Konvergensi .....	35
<b>BAB IV. PENUTUP</b>	
A. Kesimpulan .....	42
B. Saran .....	43
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>44</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>46</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Simbol pada <i>Flowchart</i> dan Kegunaannya .....	25
2. proses dan hasil untuk tebakan awal 3 .....	38
3. proses dan hasil untuk tebakan awal 6 .....	39
4. proses dan hasil untuk tebakan awal 9 .....	39
5. proses dan hasil untuk tebakan awal 1,1 .....	41
6. proses dan hasil untuk tebakan awal -2 .....	41

## **DAFTAR GAMBAR**

Gambar	Halaman
1. Flowchart .....	30

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Proses pencarian nilai $f(w_n)$ .....	46
2. Proses pencarian nilai $\frac{f(w_n)-f(x_n)}{w_n-x_n}$ .....	47
3. Proses pencarian nilai $y_n$ .....	50
4. Proses pencarian nilai $f(y_n)$ .....	54
5. Proses pencarian nilai $z_{n+1}$ .....	56
6. Proses pencarian nilai $f(z_{n+1})$ .....	60
7. Proses pencarian nilai $\frac{f(x_n)-f(y_n)}{x_n-y_n}$ .....	62
8. Proses pencarian nilai $\frac{f(w_n)-f(y_n)}{w_n-y_n}$ .....	66
9. Proses pencarian nilai $\frac{\frac{f(w_n)-f(x_n)}{w_n-x_n}}{\frac{f(x_n)-f(y_n)}{x_n-y_n} \times \frac{f(w_n)-f(y_n)}{w_n-y_n}}$ .....	70
10. Sintaks Program .....	73
11. Output perbandingan program MN dengan MTNYDBT.....	75

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### **A. Latar Belakang**

Matematika merupakan salah satu ilmu yang memiliki banyak manfaat dalam menyelesaikan suatu permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu permasalahan dalam matematika yaitu mencari solusi persamaan tak linier. Solusi dari persamaan tak linier yaitu berupa akar persamaan. Akar persamaan tak linier dapat ditemukan dengan dua cara, yaitu secara analitik dan secara numerik. Akar persamaan dari persamaan tak linier dapat ditemukan secara analitik jika masih dalam bentuk sederhana, misal persamaan tak linier berbentuk:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan  $a, b$ , dan  $c$  bilangan real dan  $a \neq 0$ . Persamaan diatas dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus abc yaitu:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

namun jika persamaan tak linier berbentuk sangat rumit maka sulit diselesaikan secara analitik sehingga dibutuhkan metode numerik untuk menghampiri akar persamaan tak linier tersebut. Menurut Sutarno (2005:1), metode numerik adalah teknik-teknik yang digunakan untuk merumuskan masalah-masalah matematika agar dapat diselesaikan dengan operasi-operasi aritmatika (hitungan) biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Metode numerik

juga membutuhkan bantuan dari program komputer sebagai alat bantu dalam menyelesaikan permasalahan.

Adanya program komputer membuat metode numerik menjadi menarik untuk dibahas, termasuk dalam pencarian akar persamaan tak linier. Secara umum metode numerik pencarian akar dapat dikelompokan menjadi dua, yaitu metode tertutup dan metode terbuka. Metode tertutup merupakan metode pencarian akar di dalam selang  $[a, b]$ . Selang  $[a, b]$  dipastikan berisi minimal satu buah akar, dengan kata lain metode ini selalu konvergen. Yang termasuk metode tertutup adalah metode bagi dua dan metode posisi palsu. Metode terbuka adalah metode yang memerlukan tebakan awal akar, lalu dengan prosedur iterasi digunakan untuk menghitung hampiran akar yang baru. Metode ini dapat konvergen atau divergen, diantara metode terbuka adalah Metode Newton Raphson yang selanjutnya nanti disebut Metode Newton, Metode Secant, dan lain-lain.

Menurut Atkinson (1993: 81-82) walaupun Metode Newton lebih cepat konvergen namun karena adanya perhitungan berupa turunan maka metode ini memiliki kelemahan, karena tidak semua fungsi dapat diturunkan. Metode Newton memiliki Orde konvergensi 2 atau kuadratik.

Seiring dengan berkembangnya ilmu matematika, para ilmuwan telah banyak melakukan modifikasi terhadap Metode Newton, tujuannya untuk memperoleh orde konvergensi yang tinggi, sehingga lebih efektif dalam menghampiri akar persamaan.

Adapun diantaranya yaitu: pertama, “*A variants of Newton’s method with accelerate*” oleh S.Weerakoon and T.G.I. Fernando pada tahun 2000, dimana metodenya diberi nama *Arithmetic Mean Newton Method*. Metode ini diturunkan dari *Trapezoid Rule* untuk integral. Kedua, “*some new variants of Newton Method*” oleh A.Y.Ozhban pada tahun 2004 yaitu *Harmonic Newton Method*, juga diturunkan dari *Trapezoid Rule*. Ketiga, “*Modification in the Newton Method Base On Geometric Mean*” oleh J. Jayakumar and M. Kalyanasundara. Keempat, “*A modification of Newton Method*” berlandaskan *simpson 1/3-Quadrature Rule*, oleh V.I. Hasanov, I.G. Ivanov dan G. Nedjibov pada tahun 2002, dan lain-lain.

Berdasarkan uraian di atas, maka untuk mendapatkan metode dengan orde konvergensi yang tinggi serta untuk menutupi kekurangan dari metode newton peneliti tertarik untuk melakukan modifikasi terhadap dua orde terendah dari Metode Newton, yaitu menggabungkan metode newton yang berorde 2 dengan modifikasi Metode Newton yang berorde 3 yaitu metode Potra dan Ptak dengan bantuan Deret Taylor. Kemudian turunan pertama dari hasil metode tersebut didekati dengan *gradien*, sehingga terbentuklah Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan. Oleh karena itu, penelitian ini diberi judul **“Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan untuk Menentukan Akar Persamaan Tak Linier.”**

## B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan di atas, maka permasalahan yang dibahas dalam skripsi ini yaitu: “bagaimana menentukan akar persamaan

tak linier menggunakan Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan serta seberapa laju kekonvergenanya?”

### **C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian**

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan dengan berpedoman pada berbagai buku, jurnal dan sumber – sumber lainnya yang relevan dalam menemukan akar hampiran dari persamaan tak linier. Sesuai dengan rumusan masalah, maka pertanyaan penelitian yang diajukan pada penelitian ini adalah :

1. Apa bentuk formula dari Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan untuk menyelesaikan persamaan tak linier ?
2. Bagaimana algoritma dari Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan untuk menyelesaikan persamaan tak linier?
3. Bagaimana laju kekonvergenan dari Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan untuk menyelesaikan persamaan tak linier?

### **D. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menelaah pembentukan formula Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan untuk menemukan akar persamaan tak linier.
2. Menyusun algoritma Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan untuk menemukan akar persamaan tak linear.
3. Menentukan kekonvergenan Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan dalam menemukan akar persamaan tak linear.

## **E. Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan pengetahuan untuk peneliti dan pembaca tentang teori analisis numerik, khususnya Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan dalam mencari akar hampiran dari persamaan tak linear yang sulit didapat dengan metode analitik.
2. Mempermudah peneliti dan pembaca untuk menemukan akar persamaan tak linear.
3. Menjadi bahan acuan untuk penelitian selanjutnya.

## **F. Metode Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian adalah studi kepustakaan, yaitu mengumpulkan teori-teori yang relevan dari berbagai buku, jurnal dan sumber lain yang relevan, sehingga diperoleh jawaban atas permasalahan yang sedang diteliti. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk memecahkan permasalahan penelitian adalah :

1. Melihat masalah yang terkait dengan akar persamaan tak linear.
2. Mengkaji pembentukan Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan serta orde konvergensiya.
3. Menyusun algoritma untuk Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan dalam menemukan akar persamaan tak linear.
4. Menerapkan algoritma yang telah dibuat ke dalam program komputer.
5. Menganalisa galat dan kekonvergenan dari Metode Tipe Newton yang Dimodifikasi Bebas Turunan.

6. Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan teori yang telah dipelajari.

## BAB IV

### PENUTUP

#### A. Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang diperoleh berdasarkan penelitian yang telah dilakukan adalah:

1. Pembentukan Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan untuk menentukan akar persamaan tak linier diperoleh melalui ekspansi Deret Taylor, Metode Newton dan Metode potra dan Ptak. Sehingga diperoleh Formula Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan sebagai berikut

$$x_{n+1} = z_{n+1} - \frac{f(z_{n+1}) \cdot \frac{f(w_n) - f(x_n)}{w_n - x_n}}{\frac{f(x_n) - f(y_n)}{x_n - y_n} \cdot \frac{f(w_n) - f(y_n)}{w_n - y_n}}, \text{ dengan}$$

$$z_{n+1} = x_n - \frac{(f(x_n) + f(y_n)) \cdot f(x_n)}{f(w_n) - f(x_n)} \quad \text{dan}$$

$$y_n = x_n - \frac{f(x_n)}{\frac{f(w_n) - f(x_n)}{w_n - x_n}}$$

2. Algoritma dari Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan untuk mencari akar persamaan tak linier terjadi dalam tiga tahap yaitu masukan, proses dan keluaran. tahap pertama yaitu masukan fungsi tak linier  $f(x)$  (dibuat di dalam program), nilai awal  $x$ , maksimal iterasi dan toleransi yang diinginkan. Tahap kedua yaitu proses hitung  $f(x)$  jika  $f(x) = 0$ , maka akar  $= x$  jika tidak hitung nilai  $y_n$  dan  $z_{n+1}$ , kemudian hitung nilai baru yaitu  $x_{n+1}$ . Selanjutnya hitung galat dengan rumus  $|x_{n+1} - x|$ , jika galat kecil dari toleransi maka akar  $= x_{n+1}$ , jika galat besar atau sama

dengan toleransi maka  $x_{n+1}$  digunakan sebagai tebakan awal untuk menghitung nilai baru pada iterasi selanjutnya. Tahap ketiga yaitu keluaran, dengan keluaranya berupa akar.

3. Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan memiliki orde konvergensi 5.

## B. Saran

Pada penelitian ini, telah dibahas tentang Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan, dimana turunan pertamanya *gradien*. Bagi pembaca yang tertarik mengembangkan penelitian ini disarankan untuk memodifikasi Metode Tipe Newton Modifikasi Bebas Turunan dengan turunan pertamanya didekati dengan metode yang lain seperti menghampiri turunanya dengan interpolasi newton, interpolasi lagrange ataupun dengan interpolasi hermit.

## DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K. 1993. *Elementary Numerical Analysis, 2<sup>nd</sup> ed.* Willey, New York.
- Dunn, Stanley,dkk. 2006. *Numerical Methods in Biomedical Engineering.* Amerika Serikat : Elsevier Academic Press.
- Gautschi,Walter. 2012. *Numerical Analysis.* Springer New York Dordrecht Heidelberg London: Birkhäuser.
- Kincaid & Cheney.1996. *Numerical Analysis second edition.*Amerika Serikat:Brooks/cole.
- Marwati, Rini. 2003. *Pemograman Komputer Untuk Matematika.* Bandung: UPI
- Mathews, John H. 1992. *Numerical Methods for Mathematics Science and Engineering, Second Edition.* United States of America: Prentice-Hall International,Inc.
- Munir, Rinaldi. 2003. *Metode Numerik.* Bandung: Informatika.
- Sudiadi dan Rizani Teguh. 2015. *Metode Numerik.* Palembang: STMIK MDP.
- Suharyono, Yuzi Andri. 2013."Konvergensi Metode Potra – Ptak dengan Menggunakan Kelengkungan Kurva". Skripsi. RIAU: UIN SUSKA Riau.
- Susila, I nyoman. 1992. *Metode Numerik.* Bandung: FMIPA ITB.
- Sutarno, Heru. 2005. *Metode Numerik.* Bandung: PT Sinar Baru Algesindo.
- Tim Pembina TOKI. 2004. *Konsep Dasar Pemrograman Prosedural (dilengkapi contoh soal dan pembahasan).* Jakarta : Bagian Proyek Pengembangan Wawasan Keilmuan Direktorat Pendidikan Menengah Umum, Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah, Departemen Pendidikan Nasional RI.
- Utami, Ema dan Suwanto Raharjo. 2004. *Logika Algoritma dan implementasinya dalam bahasa python di GNU/Linux.* Yogyakarta : Penerbit Andi.

Weerakon, S. dan T.G.I. Fernando. 2000. “*A Variant of Newton’s Method With Accelerated Third-Order Convergence*”. Applied Mathematics Letters. 13, Hlm.87-93.