

**UJI KEPRIMAAN SUATU BILANGAN
MENGUNAKAN
TEOREMA LUCAS DAN TEOREMA POCKLINGTON**

SKRIPSI

*Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Memperoleh
Gelar Sarjana Sains*



**ILHAM ANAS
18344/2010**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2018**

HALAMAN PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Uji Keprimaan Suatu Bilangan Menggunakan Teorema Lucas
dan Teorema Pocklington
Nama : Ilham Anas
NIM : 18344
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 02 Agustus 2018

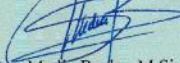
Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dra. Arnellis, M.Si
NIP. 19610502 198703 2 002

Pembimbing II



Dra. Media Rosha, M.Si
NIP.19620815 198703 2 004

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Ilham Anas
NIM : 18344
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan judul

**UJI KEPRIMAAN SUATU BILANGAN MENGGUNAKAN TEOREMA
LUCAS DAN TEOREMA POCKLINGTON**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan tim penguji tugas akhir skripsi



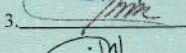
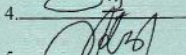
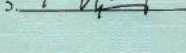
Program Studi Matematika Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Padang

Padang, 02 Agustus 2018

Tim Penguji

Nama	Tanda Tangan
1. Ketua : Dra. Arnellis, M.Si	1. 
2. Sekretaris : Dra. Media Rosha, M.Si	2. 
3. Anggota : Dr. Edwin Musdi, M.Pd	3. 
4. Anggota : Dra. Hj. Helma, M.Si	4. 
5. Anggota : Drs. Yusmet Rizal, M.Si	5. 

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ilham Anas
NIM/TM : 18344/2010
Program Studi : MATEMATIKA
Jurusan : MATEMATIKA
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa Tugas Akhir saya dengan judul "**Uji Keprimaan Suatu Bilangan Menggunakan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 2 agustus 2018

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika



Muhammad Subhan, M.Si
NIP.19701126 199903 1 002

Saya yang menyatakan




Ilham Anas
NIM.18344

ABSTRAK

Ilham Anas : Uji Keprimaan Suatu bilangan Menggunakan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington

Bilangan Prima adalah bilangan yang hanya memiliki 2 faktor yaitu 1 dan bilangan itu sendiri. Namun bentuk umum dari suatu bilangan prima masih belum ditemukan. Ada beberapa formula yang telah ditemukan oleh para ilmuwan, namun belum cukup untuk mencari bilangan prima. Sampai saat ini masih belum ditemukan bentuk khusus dari bilangan prima. Oleh karenanya, salah satu cara yang diteliti oleh para ilmuwan adalah mengenai uji keprimaan suatu bilangan. Ada beberapa cara untuk menguji keprimaan suatu bilang contohnya menggunakan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington. Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan teorema mana yang lebih efisien dalam menentukan keprimaan suatu bilangan.

Pendekatan yang penulis gunakan untuk menjawab permasalahan yang akan dibahas adalah dengan studi kepustakaan, yaitu mengenai bilangan prima, Teorema Lucas, Teorema Pocklington. Metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah yang diteliti adalah dengan mengkaji pembuktian Teorema Lucas dan Teorema Pocklington dan dengan bantuan aplikasi pascal, peneliti membuat sebuah program uji keprimaan suatu bilangan dengan Teorema Lucas.

Dari hasil analisis yang dilakukan didapat dalam pengujian keprimaan suatu bilangan menggunakan Teorema Lucas lebih efektif biarpun memerlukan waktu yang cukup lama dalam menentukan keprimaan suatu bilangan.

Kata Kunci: *Bilangan Prima, Teorema Lucas, Teorema Pocklington*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT yang telah memberikan petunjuk, rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul **“Uji Keprimaan Suatu Bilangan Menggunakan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington”**. Adapun tujuan penulisan tugas Akhir ini untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si) di Jurusan FMIPA Universitas Negeri Padang.

Dalam menyelesaikan tugas akhir ini penulis banyak mendapat bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Arnellis, M.Si, Dosen Pembimbing I
2. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Dosen Pembimbing II
3. Bapak Dr. Edwin Musdi, M.Pd, Dosen Penguji Tugas Akhir
4. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si, Dosen Penguji Tugas Akhir
5. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, Dosen Penguji Tugas Akhir
6. Bapak Muhammad Subhan, M.Si, Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP
7. Bapak dan Ibu Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP
8. Seluruh rekan seangkatan, kakak angkatan, dan seluruh teman-teman

Semoga bimbingan, dorongan serta pengorbanan yang telah diberikan mendapat ridho Allah SWT.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran dalam rangka penyempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata penulis berharap, semoga tulisan ini

dapat bermanfaat bagi pembaca, terutama bagi penulis sendiri. Amin ya Rabbal'alam.

Padang, Februari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR LAMPIRAN	vii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang.....	1
B. Rumusan Masalah.....	5
C. Pertanyaan Penelitian.....	5
D. Tujuan Penelitian	5
E. Manfaat Penelitian	6
F. Metodologi Penelitian	6
BAB II Teori Pendukung	
1. Keterbagian.....	7
2. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB)	7
3. Kelipatan Persekutuan Terkecil... ..	8
4. Teorema Binomial... ..	9
5. Kongruensi... ..	10
6. Fungsi φ (phi) Euler	11
7. Order Suatu Bilangan.....	12
8. Bilangan Prima... ..	13
9. Algoritma.....	15
BAB III PEMBAHASAN	
A. Teorema Fermat.....	17
B. Teorema Lucas.....	19
C. Teorema Pocklington... ..	20
D. Algoritma Dari Teorema Lucas... ..	21
E. Algoritma Dari Teorema Pocklington.....	25

F. Contoh Penerapan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington.	25
BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	
A. Kesimpulan.....	27
B. Saran.....	27
DAFTAR PUSTAKA	28
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Contoh Saringan Erasthenes	15
2. Diagram Alir Teorema Lucas	22

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Bukti Teorema Binomial.....	29
2. Bukti Teorema Kongruensi.....	30
3. Bukti Order Suatu Bilangan	32

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Simbol ataupun lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Konsep bilangan seperti yang kita kenal pada saat ini adalah hasil pengalaman manusia dan sudah mengalami pengembangan sejak beberapa abad tahun yang lalu, mulai dari zaman primitif sampai zaman modern. Konsep bilangan pada awalnya muncul dari keinginan manusia untuk mengetahui atau menghitung berapa banyaknya kelompok benda-benda atau banyaknya anggota dari suatu himpunan. Seiring dengan perkembangan peradaban manusia, penemuan tentang bilangan semakin beragam dan mempunyai keunikan-keunikan tersendiri.

Para ahli matematika telah mengkaji dan mengelompokkan bilangan sesuai dengan kriteria masing-masing. Hingga saat ini telah banyak jenis dari bilangan yang kita ketahui seperti: bilangan asli, bilangan cacah, bilangan negatif, bilangan imajiner, bilangan real, bilangan bulat, bilangan genap, bilangan ganjil, bilangan prima, bilangan komposit dll. Bilangan asli yang mana meliputi semua bilangan bulat positif yang besar dari 0. Bilangan cacah yaitu semua bilangan bulat yang tidak negatif. Bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi dengan 2. Bilangan komposit adalah bilangan yang memiliki lebih dari 2 faktor. Diantara semua jenis bilangan tersebut terdapat satu jenis bilangan yang masih menjadi misteri sampai saat ini, karena bilangan tersebut masih belum ditemukan bentuk khususnya yaitu bilangan prima.

Bilangan bulat positif yang lebih besar dari 1 dan tidak mempunyai faktor bulat positif kecuali 1 dan bilangan itu sendiri disebut bilangan prima (Sukirman, 2005:70). Bilangan prima memiliki keunikan karena sifatnya yang khas dalam teori bilangan. Salah satunya Teori Fundamental Aritmatika menunjukkan bahwa bilangan prima adalah faktor penyusun bilangan-bilangan bulat lainnya. Hal ini sejalan dengan pendapat Rinaldi (2005:200) yang menyatakan bahwa “Setiap bilangan bulat positif lebih besar atau sama dengan 2 dapat dinyatakan sebagai perkalian satu atau lebih bilangan prima”.

Salah satu kegunaan dari bilangan prima adalah kriptografi kunci publik. Kriptografi kunci publik ini berguna untuk menjaga rahasia dan mengamankan pengiriman pesan. Contoh algoritma kriptografi kunci publik ini adalah algoritma RSA. Algoritma RSA diperkenalkan oleh 3 peneliti dari *MIT (Massachusetts Institute of Technology)* yaitu Ron Rivest, Adi Shamir, dan Len Adleman pada tahun 1976(Rinaldi,2005:210). Algoritma RSA ini memanfaatkan rumitnya pemfaktoran hasil perkalian dua buah bilangan prima. Semakin besar suatu bilangan semakin sulit memfaktorkannya. Semakin sulit memfaktorkannya semakin kuat pula algoritma RSA.

Salah seorang yang sangat terkenal dengan penemuannya tentang bagaimana menemukan bilangan prima adalah Eratosthenes, yang dikenal dengan Saringan Eratosthenes, yang mana saringan ini mengeliminasi bilangan-bilangan yang merupakan kelipatan dari bilangan sebelumnya. Untuk bilangan yang tidak begitu besar saringan Eratosthenes ini sangat baik digunakan, tetapi untuk bilangan yang

besar, metode ini kurang efektif, karena memerlukan daftar yang sangat panjang dan pekerjaannya semakin lama.

Sudah banyak usaha yang dilakukan para ilmuwan untuk memperoleh suatu formula dalam menentukan bilangan prima, tetapi sampai sekarang masih belum berhasil. Salah satu contohnya adalah formula yang di berikan oleh Euclid yaitu $f(n) = n^2 - n + 41$, tetapi formula ini hanya berlaku untuk $n < 41$, karena pada $n = 41$ maka $f(41) = 41^2$ adalah bilangan komposit. Begitu pula formula $f(n) = n^2 - 79n + 1601$, ini berlaku untuk $n < 80$. Mierre de Fermat, ahli matematika Perancis menggunakan formula $f(n) = 2^{2^n} + 1$ untuk memperoleh bilangan prima. tetapi formula ini berlaku untuk $n < 5$, karena pada saat $n = 5$ maka $f(5) = 2^{32} + 1 = 641 * 6700417$ (Muchtar, 1988: 87). Marin Mersenne dari Perancis juga menemukan sebuah rumus yaitu $M_p = 2^n - 1$ dimana n adalah bilangan prima, namun lagi-lagi gagal pada $n = 11$ yaitu $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 * 89$. Dan sampai sekarang rumus ini hanya menemukan 49 buah bilangan prima, yang terakhir ditemukan tanggal 7 januari 2016 yaitu $2^{74207281} - 1$ dengan banyak digit 22338618 (<https://primes.utm.edu/>, diakses tanggal 11 April 2017).

Sampai saat ini masih belum juga ditemukan pola khusus untuk mencari bilangan prima. Oleh karenanya, salah satu permasalahan yang banyak diteliti adalah mengenai uji keprimaan suatu bilangan. Uji keprimaan bertujuan untuk menguji apakah suatu bilangan bulat positif merupakan bilangan prima atau tidak. Terdapat beberapa teorema yang membahas tentang uji keprimaan ini.

Untuk bilangan yang sangat besar menentukan bilangan itu prima atau tidak sangat sulit. Salah satu cara menentukan keprimaan suatu bilangan bulat dengan menggunakan teorema Fermat. Menurut Rinaldi (2005: 202) “Jika p adalah bilangan prima dan a bilangan bulat yang tidak habis dibagi dengan p , yaitu $(a,p)=1$, maka $a^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$ ”. Namun pada teorema Fermat ini ada kekurangan dimana ada bilangan yang bukan prima memenuhi teorema tersebut. Contohnya $n = 341$, maka $2^{340} \equiv 1 \pmod{341}$, sedangkan $341 = 11 * 31$ adalah bilangan komposit.

Pada tahun 1876 Edouard Lucas ahli matematika dari Perancis, dia menambahkan sebuah kondisi pada Teorema Fermat untuk menemukan sebuah uji keprimaan pada suatu bilangan. Cara ini cukup efektif dalam menguji keprimaan suatu bilangan. Namun Semakin besar nilai yang akan diuji maka semakin besarnya nilai $n - 1$ dan menyebabkan semakin sulitnya menemukan faktor-faktor primanya. Selanjutnya Pocklington mempermudah cara tersebut dengan menfaktorkan $n - 1$ tersebut menjadi hasil kali 2 buah bilangan.

Berdasarkan uraian tersebut, maka akan dibahas tentang Teorema Lucas dan Teorema Pocklington. Oleh karena itu, penelitian ini akan di beri judul **“Uji Keprimaan Suatu Bilangan Menggunakan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington”**

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “ Manakah yang paling tepat dalam menentukan keprimaan suatu bilangan menggunakan Teorema Lucas dan Teorema Pocklington?’

C. Pertanyaan Penelitian

Pertanyaan Penelitian dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimanakah pembahasan Teorema Lucas dalam menguji keprimaan suatu bilangan?
2. Bagaimanakah pembahasan Teorema Pocklington dalam menguji keprimaan suatu bilangan?
3. Apa algoritma dan program dari Teorema Lucas untuk menguji keprimaan suatu bilangan?
4. Apa algoritma dan program dari Teorema Pocklington untuk menguji keprimaan suatu bilangan?

D. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan yang akan dibahas, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui pembahasan dari Teorema Lucas dalam menguji keprimaan suatu bilangan.
2. Mengetahui pembahasan dari Teorema Pocklington dalam menguji keprimaan suatu bilangan.
3. Mengetahui algoritma dan program dari Teorema Lucas dalam menentukan keprimaan suatu bilangan.

4. Mengetahui algoritma dan program dari Teorema Pocklington dalam menentukan keprimaan suatu bilangan.
5. Dapat menentukan teorema manakah yang lebih tepat menentukan keprimaan suatu bilangan.

E. Manfaat penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan pengetahuan untuk peneliti dan pembaca tentang Teorema Lucas dan Teorema Pocklington dalam menentukan bilangan Prima.
2. Mempermudah peneliti dan pembaca untuk menentukan sebuah bilangan itu prima atau tidak.
3. Menjadi bahan masukan bagi para peneliti berikutnya dalam mengembangkan dan memperluas penelitian ini.

F. Metode Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan adalah deskriptif dengan cara menganalisa teori-teori yang relevandengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan. Langkah awal dalam penelitian ini dimulai dengan meninjau permasalahan, mengumpulkan teori-teori yang berhubungan dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan, dan menarik kesimpulan dari permasalahan yang telah dibahas.

BAB IV PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan kajian teori dan pembahasan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Dalam menentukan keprimaan suatu bilangan menggunakan teorema Lucas lebih akurat namun untuk angka yang sangat besar akan memerlukan waktu yang cukup lama, karena mencari setiap faktor-faktor pembagi prima dari $n-1$.
2. Teorema Pocklington memang memiliki kemudahan dalam menguji keprimaan suatu bilangan karena hanya melihat dari salah satu faktor dari $n-1$.
3. Untuk angka yang lebih besar pengujian Teorema Lucas dapat menggunakan sebuah aplikasi, yang akan berguna untuk meminimalisir waktu pengujian keprimaan suatu bilangan.

B. Saran

Setelah menyelesaikan penelitian ini, peneliti mengemukakan saran kepada peneliti selanjutnya agar dapat melanjutkan penelitian ini dengan melakukan penelitian yang lebih spesifik kepada Teorema Pocklington.

DAFTAR PUSTAKA

Muchtar. 1988. *Sejarah Matematika*. Padang: IKIP Padang.

Munir , Rinaldi. 2005. *Matematika Diskrit*. Bandung: Teknik Informatika ITB

Sukirman. 2005. *Pengantar Teori Bilangan*. Yogyakarta: Hanggar Kreator

Wells, David. 2005. *Prime numbers: the most mysterious figures in math*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

www.primes.utm.edu/.(diakses 11 April 2017)