

PENERAPAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA UNTUK MENGANALISIS
DAERAH TERTINGGAL DI SUMATERA BARAT

TUGAS AKHIR

*Diajukan kepada Tim Penguji Tugas Akhir Jurusan Matematika sebagai salah
satu persyaratan Guna memperoleh Gelar Sarjana Sains*



Oleh

ARINIA MARIZA DELLA
NIM. 73015 / 2006

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011

HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Penerapan Analisis Komponen Utama untuk Menganalisis
Daerah Tertinggal di Propinsi Sumatera Barat
Nama : Arinia Mariza Della
NIM : 73015
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Februari 2011

Disetujui Oleh :

Pembimbing I

Pembimbing II

Dra. Hj. Minora Longgom Nasution, M.Pd
NIP. 19620904 198903 2004

Dra. Dewi Murni, M.Si
NIP. 19670828 199203 2002

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN AKHIR

Dengan ini menyatakan bahwa :

Nama : Arinia Mariza Della
NIM / BP : 73015 / 2006
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan Judul Tugas Akhir :

Penerapan Analisis Komponen Utama untuk Menganalisis

Daerah Tertinggal di Propinsi Sumatera Barat

Dinyatakan Lulus Setelah Dipertahankan di Depan Tim Penguji Tugas Akhir Program Studi

Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Negeri Padang

Padang, Februari 2011

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
1. Ketua	: Dra. Hj. Minora L. Nst, M. Pd	1. _____
2. Sekretaris	: Dra. Dewi Murni, M. Si	2. _____
3. Anggota	: Drs. Lutfian Almash, MS	3. _____
4. Anggota	: Dra. Hj. Helma, M. Si	4. _____
5. Anggota	: Dodi Vionanda, S. Si, M. Si	5. _____

ABSTRAK

Arinia Mariza Della: Penerapan Analisis Komponen Utama untuk Menganalisis Daerah Tertinggal di Propinsi Sumatera Barat

Daerah tertinggal merupakan suatu daerah kabupaten yang masyarakat dan wilayahnya relatif kurang berkembang dibandingkan dengan daerah lain dalam skala nasional. Di Indonesia saat sekarang ini masih terdapat sebanyak 183 kabupaten daerah tertinggal dan 8 kabupaten diantaranya berada di wilayah Propinsi Sumatera Barat. Dalam mewujudkan agar tidak ada lagi daerah tertinggal di Sumatera Barat, maka perlu ditinjau kriteria dominan sebagai penentu suatu daerah dapat dikategorikan tertinggal. Sehingga penelitian ini dilakukan dengan tujuan menentukan kriteria dan mengidentifikasi daerah tertinggal di Sumatera Barat agar nantinya dapat mempermudah pengambilan kebijakan untuk penanganan masalah daerah tertinggal ini.

Jenis penelitian ini merupakan penelitian terapan mengenai analisis komponen utama yang diterapkan pada data indikator daerah tertinggal di Propinsi Sumatera Barat. Data pada penelitian ini merupakan data sekunder yang bersumber dari Sistem Informasi Statistik Pembangunan Daerah tertinggal (SISPDT) tahun 2008, yang dibangun melalui kerjasama antara Kementerian Negara Pembangunan Daerah Tertinggal dengan Badan Pusat Statistik (BPS).

Berdasarkan hasil analisis data, diperoleh bahwa dari 6 kriteria dengan 51 indikator didapatkan 3 kriteria dominan dengan 4 indikator yang mempengaruhi penentuan daerah tertinggal di Sumatera Barat yaitu kriteria sumber daya manusia (rata-rata jarak bagi desa/kelurahan tanpa SD, SMP, dan SMA), kriteria infrastruktur/prasarana (jumlah desa yang mempunyai pasar tanpa bangunan permanen), dan kriteria karakteristik daerah (persentase daerah gempa bumi dan persentase daerah di kawasan lindung).

KATA PENGANTAR

Segala puji syukur peneliti ucapkan kepada Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan kurnia-Nya, sehingga peneliti telah dapat menyusun dan menyelesaikan tugas akhir yang diberi judul **“Penerapan Analisis Komponen Utama untuk Menganalisis Daerah Tertinggal di Propinsi Sumatera Barat”**.

Penyusunan tugas akhir ini dimaksudkan sebagai syarat memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) Sains pada Jurusan Matematika FMIPA UNP. Dalam penyusunan tugas akhir ini dari awal hingga akhir peneliti menyadari adanya bantuan moril maupun materil dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, dengan segala kerendahan hati peneliti ucapkan terima kasih dan penghargaan yang setulusnya kepada:

1. Ibu Dra. Hj. Minora Longgom Nasution, M.Pd, Pembimbing I.
2. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si, Pembimbing II dan Penasehat Akademis.
3. Bapak Drs. Lutfian Almash, M.S, Penguji dan Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
4. Ibu Dra. Helma, M.Si dan Bapak Dodi Vionanda, M.Si, Penguji.
5. Bapak Drs. Syafriandi, M.Si, Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
6. Bapak/Ibu Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
7. Seluruh Staf Administrasi dan Labor Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

8. Semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan tugas akhir ini.

Peneliti berharap semoga apapun yang telah diberikan diridhoi Allah SWT dan menjadi ibadah disisi-Nya. Amiin. Peneliti juga menyadari banyak kekurangan pada tugas akhir ini, oleh sebab itu peneliti mengharapkan saran untuk kesempurnaan tugas akhir ini.

Semoga tugas akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua, terutama bagi peneliti sendiri. Amiin yaa rabbal aalamiin.

Padang, Februari 2011

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR LAMPIRAN	vii
BAB I. PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Perumusan Masalah	4
C. Pembatasan Masalah	4
D. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian	4
E. Tujuan Penelitian	5
F. Manfaat Penelitian	5
BAB II. TINJAUAN KEPUSTAKAAN	
A. Analisis Multivariat	6
B. Matriks Korelasi	7
C. Analisis Komponen Utama.....	7
D. Indikator Daerah tertinggal.....	17
BAB III. METODOLOGI PENELITIAN	
A. Sumber Data	20
B. Metode Pengumpulan Data	23

C. Metode Analisis.....	24
BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	
A. Hasil Penelitian.....	25
B. Pembahasan	49
BAB V. PENUTUP	
A. Kesimpulan.....	52
B. Saran.....	53
DAFTAR PUSTAKA.....	54
LAMPIRAN	55

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Data Indikator Daerah Tertinggal Berdasarkan Kriteria Perekonomian Masyarakat	25
2. Data Indikator Daerah Tertinggal Berdasarkan Kriteria Sumber Daya Manusia.....	27
3. Data Indikator Daerah Tertinggal Berdasarkan Kriteria Infrastruktur (Prasarana)	30
4. Data Indikator Daerah Tertinggal Berdasarkan Kriteria Kapasitas Daerah	34
5. Data Indikator Daerah Tertinggal Berdasarkan Kriteria Aksesibilitas	34
6. Data Indikator Daerah Tertinggal Berdasarkan Kriteria Karakteristik Daerah	35
7. Proporsi Keragaman dan Keragaman Kumulatif Masing-masing Peubah	39
8. Pengelompokkan Kabupaten Berdasarkan Kriteria Sumber Daya Manusia dengan Indikator Rata-rata Jarak bagi Desa/Kelurahan SD, SMP, dan SMA44	
9. Pengelompokkan Kabupaten Berdasarkan Kriteria Karakteristik Daerah dengan Indikator Persentase Desa Gempa Bumi	45
10. Pengelompokkan Kabupaten Berdasarkan Kriteria Infrastruktur dengan Indikator Jumlah Desa yang Mempunyai Pasar tanpa Bangunan Permanen46	
11. Pengelompokkan Kabupaten Berdasarkan Kriteria Karakteristik Daerah dengan Indikator Persentase Desa di Kawasan Lindung	48

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Data Indikator Daerah Tertinggal	55
2. Data Peubah Baku Z	57
3. Matriks Korelasi.....	59
4. Nilai Eigen	66
5. Vektor Eigen	67
6. Korelasi antara Peubah ke-i dengan Komponen Utama ke-j	72
7. Skor Komponen Utama.....	73

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Kesejahteraan penduduk merupakan suatu tujuan penting yang ingin dicapai di setiap negara. Untuk mewujudkan terciptanya masyarakat yang sejahtera perlu dilakukan penanganan terhadap permasalahan yang ada, terutama dalam hal pengentasan kemiskinan.

Kemiskinan pada dasarnya mengandung arti ketidakmampuan seseorang untuk memenuhi standar tertentu dari kebutuhan dasarnya yang berupa makanan dan non makanan. Namun secara umum untuk mengklasifikasi kemiskinan, BPS menggunakan patokan 2100 kalori per hari berdasarkan penelitian yang menyatakan kalau manusia untuk bergerak minimum membutuhkan 2100 kalori. Berbagai upaya telah dilakukan untuk dapat memprediksi kemiskinan sampai tingkat administrasi yang lebih kecil. Salah satunya melalui program Inpres Daerah Tertinggal (IDT).

Ketertinggalan (*underdevelopment*) bukan merupakan sebuah kondisi dimana tidak terdapat perkembangan (*absence of development*), karena pada hakikatnya, setiap manusia atau kelompok manusia akan melakukan sebuah usaha untuk meningkatkan kualitas hidupnya walaupun itu hanya sedikit. Ketertinggalan merupakan sebuah kondisi apabila kita membandingkan tingkat perkembangan suatu wilayah dengan wilayah lainnya. Kondisi ini muncul karena perkembangan sosial manusia yang tidak sama dan dari sudut

pandang ekonomi, sekelompok orang telah lebih maju dibandingkan kelompok orang lainnya.

Terdapatnya kondisi kesenjangan pembangunan antarwilayah yang mengindikasikan adanya daerah tertinggal, pada tahun 2004 di Indonesia telah ditetapkan 199 kabupaten yang tergolong daerah tertinggal. Melalui kebijakan, strategi, program, dan kegiatan yang dilaksanakan selama Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) 2004-2009 terdapat 50 kabupaten tertinggal yang telah keluar dari daftar daerah tertinggal. Namun, sejalan dengan adanya pemekaran daerah, saat ini terdapat 34 kabupaten Daerah Otonom Baru hasil pemekaran dari daerah induk yang merupakan daerah tertinggal sehingga total daerah tertinggal pada tahun 2009 adalah sebanyak 183 kabupaten. Dari 183 kabupaten tersebut, sebanyak 8 kabupaten berada di wilayah Propinsi Sumatera Barat (Badan Perencanaan Pembangunan Nasional (BAPPENAS), 2010: 87).

Agar 8 kabupaten tertinggal di Sumatera Barat dapat terlepas dari status tertinggal, maka perlu ditentukan kriteria/faktor apa yang dapat mengkategorikan daerah tertinggal, khususnya untuk Sumatera Barat. Hal tersebut dimaksudkan agar pemerintah dapat memutuskan tindakan yang tepat dalam menyelesaikan masalah daerah tertinggal di Sumatera Barat ini.

Dalam menentukan kriteria daerah tertinggal tersebut, terdapat indikator-indikator yang merupakan petunjuk yang memberikan indikasi tentang suatu keadaan atau refleksi dari keadaan tersebut. Dalam statistika, indikator-indikator tersebut dapat dikatakan sebagai peubah-peubah. Peubah-peubah

untuk penentuan daerah tertinggal ini merupakan data multivariat. Analisis statistika yang cocok untuk menganalisis data peubah banyak secara bersama adalah analisis multivariat. Data indikator daerah tertinggal merupakan data yang memiliki satuan yang berbeda, yang tidak membedakan antara peubah bebas dan peubah tidak bebas, maka dalam analisis multivariat dapat dikatakan memiliki hubungan interdependensi yang berfungsi untuk memberikan makna terhadap seperangkat peubah atau membuat kelompok-kelompok secara bersama-sama. Dalam permasalahan menentukan kriteria daerah tertinggal di Sumatera Barat, peubah-peubah yang jumlahnya banyak dan saling berkorelasi akan direduksi menjadi peubah yang lebih sedikit dan tidak lagi berkorelasi serta bersifat dominan. Dengan permasalahan yang demikian maka teknik yang digunakan adalah analisis komponen utama.

Analisis komponen utama merupakan sebuah pendekatan teoritis yang menghasilkan kombinasi linear dari peubah-peubah yang diperoleh dari mereduksi peubah asli yang banyak sekali. Di dalam proses mereduksi, diperoleh peubah yang lebih sedikit akan tetapi masih mengandung informasi yang termuat dalam data asli. Peubah hasil mereduksi tersebut dinamakan faktor yang juga disebut komponen atau faktor komponen (Supranto, 2004: 253).

Komponen utama mampu mempertahankan sebagian besar informasi yang diukur menggunakan keragaman total hanya dengan menggunakan sedikit komponen utama saja. Berdasarkan hal tersebut, maka dalam menentukan kriteria daerah tertinggal di Sumatera Barat dapat dilakukan

dengan menggunakan analisis komponen utama. Sehingga peneliti tertarik untuk menjadikan permasalahan ini sebagai tugas akhir yang berjudul *“Penerapan Analisis Komponen Utama untuk Menganalisis Daerah Tertinggal di Propinsi Sumatera Barat”*.

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka dapat dirumuskan permasalahan yaitu : “Kriteria apakah yang dapat mengidentifikasi daerah tertinggal di Sumatera Barat?”.

C. Pembatasan Masalah

Permasalahan dalam penentuan kriteria daerah tertinggal di Sumatera Barat dibatasi dengan memasukkan peubah yang didasarkan pada kriteria yang telah ditetapkan dalam RPJMN tahun 2010-2014 mengenai indikator pembangunan daerah tertinggal. Kriteria yang digunakan adalah perekonomian masyarakat, sumber daya manusia, infrastruktur (prasarana), kapasitas daerah, aksesibilitas, dan karakteristik daerah.

D. Pendekatan Penelitian dan Pertanyaan Penelitian

Dengan latar belakang dan rumusan masalah di atas maka metode pendekatan yang digunakan adalah pemecahan masalah yang ada dengan memanfaatkan konsep-konsep pada analisis komponen utama. Adapun pertanyaan untuk penelitian ini adalah:

1. Kriteria apakah yang dominan dalam penentuan daerah tertinggal di Sumatera Barat?
2. Bagaimana identifikasi daerah tertinggal untuk masing-masing kabupaten di Sumatera Barat?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah: agar dapat menentukan kriteria dan mengidentifikasi daerah tertinggal di Sumatera Barat.

F. Manfaat Penelitian

Berdasarkan hasil penelitian ini diharapkan :

1. Peneliti dapat lebih memahami tentang analisis komponen utama dan penerapannya.
2. Dapat dijadikan sebagai masukan dalam penentuan kriteria daerah tertinggal bagi pemerintah Sumatera Barat maupun bagi pihak lain yang berkaitan dengan masalah tersebut, sehingga nantinya dapat mempermudah pengambilan kebijakan yang akan dilakukan untuk menyelesaikan masalah daerah tertinggal di Sumatera Barat.

BAB II

TINJAUAN KEPUSTAKAAN

A. Analisis Multivariat

Analisis statistika *multivariate* adalah analisis statistika yang dikenakan pada data yang terdiri dari banyak peubah.

Menurut Supranto (2004: 19) analisis multivariat bisa dikelompokkan menjadi dua kelompok besar, yaitu:

1. Analisis dependensi/ketergantungan (*dependence methods*).

Analisis ini bertujuan untuk menjelaskan atau meramalkan nilai variabel tak bebas berdasarkan lebih dari satu variabel bebas yang mempengaruhinya. Beberapa contoh analisis dependensi, antara lain regresi linear berganda, analisis diskriminan, analisis varian, analisis varian multivariat, korelasi kanonikal, dan analisis konjoin.

2. Analisis interdependensi/saling ketergantungan (*interdependence methods*).

Analisis ini bertujuan untuk memberikan arti kepada suatu set variabel atau mengelompokkan suatu set variabel menjadi kelompok yang lebih sedikit jumlahnya dan masing-masing kelompok membentuk variabel baru yang disebut faktor (mereduksi jumlah variabel). Contoh analisis interdependensi antara lain analisis faktor, analisis *cluster*, penskalaan multidimensional, analisis korespondensi, dan analisis komponen utama.

B. Matriks Korelasi

Menurut Johnson & Wichern (2007: 8), koefisien korelasi untuk peubah ke-i dan peubah ke-k didefinisikan sebagai:

$$r_{ik} = \frac{s_{ik}}{\sqrt{s_{ii}}\sqrt{s_{kk}}} = \frac{\sum_{j=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_k)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_i)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{jk} - \bar{x}_k)^2}} \quad (1)$$

dengan s_{ik} = kovariansi sampel peubah ke-i dengan peubah ke-k

s_{ii} = variansi peubah ke-i

s_{kk} = variansi peubah ke-k

Dengan perhitungan ini maka $-1 \leq r_{ik} \leq 1$ sehingga mudah menafsirkannya, bila hubungan linear antara kedua peubah sempurna maka $r_{ik} = \pm 1$, +1 bila hubungan tersebut searah dan -1 bila berlawanan arah. Sebaliknya, bila tidak ada hubungan linear antara kedua peubah ditandai dengan $r_{ik} = 0$.

C. Analisis Komponen Utama

Analisis komponen utama merupakan suatu teknik statistik untuk mengubah sebagian besar peubah asli yang saling berkorelasi satu dengan yang lainnya menjadi satu set peubah baru yang lebih kecil dan saling bebas (tidak berkorelasi lagi). Jadi analisis komponen utama berguna untuk mereduksi data, sehingga lebih mudah untuk menginterpretasikan data-data tersebut (Johnson & Wichern, 2007: 430).

Analisis komponen utama biasanya digunakan untuk :

1. Identifikasi peubah baru yang mendasari data peubah ganda.

2. Mengurangi banyaknya dimensi himpunan peubah yang biasanya terdiri atas peubah yang banyak dan saling berkorelasi dengan mempertahankan sebanyak mungkin keragaman dalam himpunan data tersebut.
3. Menghilangkan peubah-peubah asal yang mempunyai sumbangan informasi yang relatif kecil.

Peubah-peubah baru yang diperoleh dari analisis komponen utama disebut komponen utama, yang memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. Merupakan kombinasi linear dari peubah asal.
2. Jumlah kuadrat koefisien dalam kombinasi linear tersebut bernilai satu.
3. Tidak berkorelasi.
4. Mempunyai ragam berurut dari yang terbesar ke yang terkecil.

Dilihat secara aljabar linier, komponen utama adalah kombinasi linier-kombinasi linier tertentu dari p peubah acak $X_1, X_2, \dots, X_p$ dimana diasumsikan:

$$\underline{X} \sim N_p(\underline{U}, \underline{\Sigma})$$

$$\underline{X}' = (X_1, X_2, \dots, X_p)$$

$$E(\underline{X}) = \underline{U} \text{ dan } \text{Cov}(\underline{X}) = \underline{\Sigma}$$

Artinya, vektor $\underline{X}$ berdistribusi multi-normal dengan nilai rata-rata vektor $\underline{U}$ dan matrik peragam $\underline{\Sigma}$. Jika didefinisikan $\underline{A}$ sebagai matrik konstan berukuran $p \times p$, maka komponen utama dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\underline{KU} = \underline{A}\underline{X} \quad (2)$$

Secara lebih jelas, dapat dinyatakan sebagai:

$$KU_1 = a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + \dots + a_{p1}X_p$$

$$KU_2 = a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{p2}X_p$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$KU_p = a_{1p}X_1 + a_{2p}X_2 + \dots + a_{pp}X_p$$

Jika diketahui $\text{Cov}(X) = \Sigma$ maka diperoleh $\text{Cov}(Y) = A\Sigma A'$

Bukti:

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(Y) &= E(Y - U_y)(Y - U_y)' \\
 &= E[AX - E(AX)][AX - E(AX)]' \\
 &= EA[(X - U)][A(X - U)]' \\
 &= AE[X - U][A(X - U)]' \\
 &= A\Sigma A'
 \end{aligned}$$

Matriks peragam Σ dapat diduga dengan matriks S berukuran $p \times p$ berikut:

$$S_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_k) \quad (3)$$

Dimana S_{ik} adalah kovariansi antara X_i dan X_k , sedangkan untuk $i = k$ terdapat $S_{ik} = S_{ii}$ yang merupakan variansi dari X_i .

Selanjutnya didefinisikan komponen utama pertama sebagai kombinasi linear terbobot peubah asal yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 KU_1 &= a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + \dots + a_{p1}X_p = \mathbf{a}'_1 \mathbf{x} \\
 S^2_{KU_1} &= \mathbf{a}'_1 S \mathbf{a}_1
 \end{aligned}$$

Permasalahan sekarang adalah bagaimana menentukan vektor koefisien pembobot komponen utama pertama, yang memaksimumkan ragam komponen utama pertama dengan kendala $\mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = 1$. Persoalan ini dapat diselesaikan menggunakan metode pengganda Lagrange. Jadi perumusan masalah secara matematika adalah:

$$\text{Maksimumkan} \quad : S^2_{KU_1} = \mathbf{a}'_1 S \mathbf{a}_1$$

$$\text{Dengan kendala} \quad : \mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = 1 \text{ atau } \mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 - 1 = 0$$

Fungsi Lagrange dibentuk sebagai berikut:

$$L = a_1' S a_1 - \lambda_1 (a_1' a_1 - 1)$$

Agar L maksimum maka L diturunkan terhadap vektor a_1 dan hasilnya disamakan dengan nol, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial a_1} &= \frac{\partial}{\partial a_1} (a_1' S a_1 - \lambda_1 (a_1' a_1 - 1)) \\ &= \frac{\partial}{\partial a_1} (a_1' S a_1 - \lambda_1 (a_1' a_1) + \lambda_1) \\ &= \frac{\partial}{\partial a_1} (a_1' S a_1) - \frac{\partial}{\partial a_1} (\lambda_1 (a_1' a_1)) + \frac{\partial}{\partial a_1} (\lambda_1) \\ &= 2S a_1 - 2\lambda_1 a_1 + 0 \\ &= 2(S a_1 - \lambda_1 a_1) \\ &= 2(S - \lambda_1 I) a_1 \end{aligned}$$

Selanjutnya perlu diselesaikan persamaan linear berikut yang merupakan hasil diferensiasi dari fungsi Lagrange terhadap vektor a_1 :

$$(S - \lambda_1 I) a_1 = 0 \quad (4)$$

dimana: S = matriks peragam dugaan

λ_1 = nilai eigen dari matriks S

a_1 = vektor eigen padanan nilai eigen λ_1

I = matriks identitas

Agar persamaan (4) mempunyai solusi yang tidak sama dengan nol untuk nilai a_1 , maka matriks $(S - \lambda_1 I)$ haruslah merupakan matriks singular, yaitu matriks yang tidak memiliki invers. Artinya, determinan dari matriks tersebut haruslah sama dengan nol, sehingga $|S - \lambda_1 I| = 0$.

Selanjutnya untuk memperoleh nilai eigen dilakukan dengan menyelesaikan persamaan (4), sebagai berikut:

$$(S - \lambda_1 I) a_1 = 0$$

$$S a_1 - \lambda_1 I a_1 = 0$$

$$Sa_1 = \lambda_1 Ia_1, \text{ kedua ruas dikalikan dengan } a_1'$$

$$a_1'Sa_1 = a_1'\lambda_1 Ia_1, \text{ karena } a_1'a_1 = 1$$

$$a_1'Sa_1 = \lambda_1$$

Dengan demikian diperoleh:

$$\lambda_1 = a_1'Sa_1 = S^2_{KU_1} \quad (5)$$

Dari persamaan (5) tampak bahwa agar ragam komponen utama maksimum, maka haruslah dipilih nilai eigen terbesar dari matriks S.

Dengan prosedur yang sama, akan dibentuk komponen utama kedua, yang didefinisikan sebagai:

$$KU_2 = a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{p2}X_p = \mathbf{a}_2'\mathbf{x}$$

$$S^2_{KU_2} = \mathbf{a}_2'Sa_2$$

Agar ragam komponen kedua maksimum untuk semua koefisien normal $a_2'a_2 = 1$ serta komponen utama kedua tidak berkorelasi dengan komponen utama pertama yang artinya haruslah $a_1'a_2 = 0$. Permasalahan tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan} : S^2_{KU_2} = \mathbf{a}_2'Sa_2$$

$$\text{Dengan kendala} : a_2'a_2 = 1 \text{ atau } a_2'a_2 - 1 = 0 \text{ dan } a_1'a_2 = 0$$

Fungsi Lagrange dibentuk sebagai berikut:

$$L = \mathbf{a}_2'Sa_2 - \lambda_2(\mathbf{a}_2'a_2 - 1) - u\mathbf{a}_1'a_2$$

Selanjutnya L diturunkan terhadap vektor a_2 , sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial a_2} &= \frac{\partial}{\partial a_2} (\mathbf{a}_2'Sa_2 - \lambda_2(\mathbf{a}_2'a_2 - 1) - u(\mathbf{a}_1'a_2)) \\ &= \frac{\partial}{\partial a_2} (\mathbf{a}_2'Sa_2) - \frac{\partial}{\partial a_2} (\lambda_2(\mathbf{a}_2'a_2 - 1)) - \frac{\partial}{\partial a_2} (u(\mathbf{a}_1'a_2)) \\ &= \frac{\partial}{\partial a_2} (\mathbf{a}_2'Sa_2) - \frac{\partial}{\partial a_2} (\lambda_2(\mathbf{a}_2'a_2)) + \frac{\partial}{\partial a_2} (\lambda_2) - \frac{\partial}{\partial a_2} (u(\mathbf{a}_1'a_2)) \end{aligned}$$

$$= 2Sa_2 - 2\lambda_2 a_2 - ua_1$$

Kalikan dengan a_1' , maka:

$$a_1' Sa_2 - a_1' \lambda_2 I a_2 - a_1' u a_1 = 0$$

Karena $a_2' a_2 = 1$ atau $a_2' a_2 - 1 = 0$ dan $a_1' a_2 = 0$, diperoleh:

$$0 - 0 - u = 0$$

$$u = 0$$

Dengan demikian hasil diferensiasi dari fungsi Lagrange terhadap vektor a_2 akan menjadi:

$$(S - \lambda_2 I) a_2 = 0 \quad (6)$$

Agar persamaan (6) mempunyai solusi yang tidak sama dengan nol untuk nilai a_2 , maka matriks $(S - \lambda_2 I)$ haruslah merupakan matriks singular yang tidak memiliki invers. Artinya, determinan dari matriks tersebut haruslah sama dengan nol, sehingga $|S - \lambda_2 I| = 0$.

Jika persamaan (6) dikalikan dengan a_2' diperoleh:

$$a_2' Sa_2 - a_2' \lambda_2 I a_2 = 0$$

$$a_2' Sa_2 = a_2' \lambda_2 I a_2, \text{ karena } a_2' a_2 = 1$$

$$a_2' Sa_2 = \lambda_2$$

Dengan demikian diperoleh:

$$\lambda_2 = a_2' Sa_2 = S_{KU_2}^2 \quad (7)$$

Dapat disimpulkan bahwa agar ragam komponen utama kedua maksimum perlu dipilih nilai eigen λ_2 terbesar. λ_2 merupakan nilai eigen terbesar kedua setelah λ_1 , sehingga $\lambda_1 > \lambda_2$.

Secara umum vektor pembobot komponen utama ke- j ($j = 1, 2, \dots, p$) yaitu a_j' ditentukan dengan jalan menyelesaikan persamaan berikut:

$$(S - \lambda_j I)a_j = 0 \quad (8)$$

Agar persamaan tersebut menghasilkan vektor a_j yang tidak sama dengan nol, maka haruslah dipenuhi syarat bahwa determinan dari matriks $(S - \lambda_j I)$ sama dengan nol, jadi: $|S - \lambda_j I| = 0$.

Jika persamaan (8) dikalikan dengan vektor a_j' , maka akan menghasilkan:

$$\begin{aligned} a_j' S a_j - a_j' \lambda_j I a_j &= 0 \\ a_j' S a_j &= a_j' \lambda_j I a_j \end{aligned}$$

Dengan kendala $a_j' a_j = 1$, maka diperoleh:

$$a_j' S a_j = \lambda_j$$

Sehingga diperoleh hasil:

$$\lambda_j = a_j' S a_j = S_{KU_j}^2 \quad (9)$$

Komponen utama ke- j ($j = 1, 2, \dots, p$) dari contoh pengamatan berdimensi p peubah dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$KU_j = a_{1j}X_1 + a_{2j}X_2 + \dots + a_{pj}X_p = \mathbf{a}_j' \mathbf{x}$$

Vektor $\mathbf{a}_j'$ merupakan vektor normal yang dipilih sehingga keragaman komponen utama ke- j maksimum, serta ortogonal terhadap vektor $\mathbf{a}_i'$ dari komponen utama ke- i ($i \neq j$ dengan $i, j = 1, 2, \dots, p$). Agar ragam komponen utama ke- j maksimum serta tidak berkorelasi dengan komponen utama ke- i , maka haruslah dipilih kendala:

$$a_j' a_j = 1 \text{ serta } a_i' a_j = 0 \text{ untuk } i \neq j \text{ dengan } i, j = 1, 2, \dots, p$$

Maka nilai eigen λ_j dapat diinterpretasikan sebagai ragam komponen utama ke-j serta sesama komponen utama tidak berkorelasi, sehingga berlaku:

$$S_{KU_j}^2 = a_j' S a_j = \lambda_j$$

$$\text{Cov}(KU_i, KU_j) = 0, \text{ untuk } i \neq j \text{ dengan } i, j = 1, 2, \dots, p$$

Berdasarkan penjelasan di atas, tahap awal penentuan komponen utama adalah mendapatkan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks S. Jadi titik awal analisis komponen utama adalah matriks S. Namun demikian, meskipun hasilnya belum tentu sama, matriks S dapat diganti dengan matriks korelasi R. Penggunaan matriks korelasi R ini seringkali dianjurkan, kecuali ada dukungan yang cukup bahwa peubah-peubah yang ada diukur menggunakan skala yang sama dan memiliki besaran ragam yang tidak terlalu jauh berbeda. Dengan menggunakan matriks korelasi bisa dipandang sebagai penggunaan matriks S dengan terlebih dahulu membakukan peubah asal menjadi peubah baku (Sartono, 2003: 136).

Pembakuan peubah asal X ke dalam peubah baku Z, dapat dilakukan sebagai berikut:

$$Z_{ij} = \frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)}{S_j} \quad (10)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, n$

$j = 1, 2, \dots, p$

$\bar{X}_j = \text{nilai rata-rata peubah ke-j}$

$S_j = \text{simpangan baku peubah ke-j}$

Menurut Gasperz (1992: 399) komponen utama dari Z dapat ditentukan dari vektor eigen matriks korelasi peubah asal. Dengan demikian dapat dibuat

suatu pernyataan umum yang berkaitan dengan analisis komponen utama yang diturunkan dari matriks korelasi R , sebagai berikut:

Komponen utama ke- j ($j = 1, 2, \dots, p$) dari contoh pengamatan berdimensi p peubah baku (peubah asal yang dibakukan satuan pengukurannya) adalah merupakan kombinasi linear terbobot peubah baku yang dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$KU_j = a_{1j}Z_1 + a_{2j}Z_2 + \dots + a_{pj}Z_p = \mathbf{a}_j' \mathbf{z}$$

Vektor $\mathbf{a}_j'$ dapat ditentukan dengan persamaan karakteristik dengan menggunakan matrik korelasi R berikut:

$$(R - \lambda_j I) \mathbf{a}_j = 0 \quad (11)$$

Agar persamaan (11) menghasilkan vektor $\mathbf{a}_j$ yang tidak sama dengan nol, maka haruslah dipenuhi syarat bahwa determinan matriks $(R - \lambda_j I)$ sama dengan nol, jadi haruslah:

$$|R - \lambda_j I| = 0 \quad (12)$$

Ragam komponen utama ke- j adalah sama dengan nilai eigen ke- j , serta antara komponen utama ke- j dan komponen utama ke- i tidak berkorelasi untuk $i \neq j$ dengan $i, j = 1, 2, \dots, p$.

Pentingnya suatu komponen utama tertentu, diukur dengan besarnya proporsi atau persentase keragaman total yang mampu diterangkan oleh komponen utama ke- j yaitu sebesar ragam komponen ke- j dibagi dengan ragam total. Apabila komponen utama diturunkan dari matriks korelasi ke R , maka proporsi keragaman komponen utama ke- j diukur sebagai berikut:

$$\text{Proporsi keragaman } KU_j = \frac{\lambda_j}{\text{tr}(R)} = \frac{\lambda_j}{p} \quad (13)$$

dimana p merupakan banyaknya peubah asal dan penjumlahan dari semua nilai eigen suatu matriks akan sama dengan teras matriks korelasi R .

Untuk mengukur keeratan hubungan (korelasi) antara peubah asal dan komponen utama dapat dilihat melalui besarnya koefisien korelasi antara peubah asal dengan komponen utama tersebut. Untuk komponen utama yang diturunkan dari matriks korelasi R , koefisien korelasi antara peubah baku ke i dan komponen utama ke j adalah:

$$r_{z_i KU_j} = r_{ij} = a_{ij} \sqrt{\lambda_i} \quad (14)$$

Dalam analisis komponen utama, dari p komponen utama yang ada, dipilih k ($k < p$) komponen yang telah mampu menerangkan keragaman data cukup tinggi sekitar 80%-90%, atau jika peranan komponen utama pertama kurang dari 5% maka komponen utama tersebut tidak digunakan.

Untuk analisis selanjutnya, maka dihitung skor komponen utama bagi setiap individu pengamatan. Untuk komponen utama yang diturunkan dari matrik korelasi R , maka skor komponen utama dari individu ke- h ($h=1,2,\dots,n$) adalah:

$$SKU_{h1} = a'_1 z_h, \dots, SKU_{hj} = a'_j z_h \quad (15)$$

dengan SKU_{hj} = skor komponen utama ke- j dari individu ke- h .

a'_j = vektor koefisien komponen utama ke- j .

Z_h = vektor skor baku dari peubah diamati pada individu ke- h .

Menurut Gasperz (1992: 418) skor komponen utama digunakan untuk mengelompokkan kabupaten berdasarkan tingkat tertinggalnya di Sumatera Barat. Tingkat tertinggal itu dikategorikan menjadi 3 bagian, yaitu:

1. Untuk $SKU_{hj} > \overline{SKU}_j + S_{KU_j}$ berarti daerah agak tertinggal.
2. Untuk $\overline{SKU}_j - S_{KU_j} \leq SKU_{hj} \leq \overline{SKU}_j + S_{KU_j}$ berarti daerah sangat tertinggal.
3. Untuk $SKU_{hj} < \overline{SKU}_j - S_{KU_j}$ berarti daerah tertinggal parah.

Dimana berdasarkan penjelasan sebelumnya $S_{KU_j}^2 = \lambda_j$ sehingga $S_{KU_j} = \sqrt{\ddot{e}_j}$.

D. Indikator Daerah Tertinggal

Daerah tertinggal didefinisikan sebagai daerah kabupaten yang masyarakat dan wilayahnya relatif kurang berkembang dibandingkan dengan daerah lain dalam skala nasional. Sesuai dengan pengertian tersebut, maka pada penetapan daerah tertinggal yang dirumuskan oleh Kementerian PDT, digunakan data agregat pada tingkat kabupaten. Hal ini sesuai dengan UU No 32 Tahun 2004 tentang Pemerintahan Daerah yakni kewenangan pelaksanaan pembangunan secara penuh diberikan kepada pemerintahan kabupaten. Dengan memberi batasan daerah tertinggal pada tingkat kabupaten tersebut, maka akan menjadi semakin jelas bahwa tanggung jawab pembangunan daerah tertinggal sepenuhnya berada pada pemda. Pemerintah pusat akan berfungsi sebagai fasilitator dan motivator. Kementerian PDT sesuai tugas akan berfungsi dalam merumuskan kebijakan nasional pembangunan daerah tertinggal serta melakukan koordinasi pelaksanaannya. Dengan demikian, kebijakan pembangunan daerah tertinggal secara nasional menjadi tanggung

jawab Kementerian PDT sedang implementasinya dilakukan oleh sektor-sektor maupun daerah.

Dalam Keputusan Menteri Negara Pembangunan Daerah Tertinggal RI No.001/KEP/M-PDT/I/2005 tentang Strategi Nasional Pembangunan daerah tertinggal dijelaskan bahwa suatu daerah dikategorikan sebagai daerah tertinggal, karena beberapa faktor penyebab, antara lain:

1. Geografis. Umumnya secara geografis daerah tertinggal relatif sulit dijangkau karena letaknya yang jauh di pedalaman, perbukitan/pegunungan, kepulauan, pesisir, dan pulau-pulau terpencil atau karena faktor geomorfologis lainnya sehingga sulit dijangkau oleh jaringan baik transportasi maupun media komunikasi.
2. Sumberdaya Alam. Beberapa daerah tertinggal tidak memiliki potensi sumberdaya alam, daerah yang memiliki sumberdaya alam yang besar namun lingkungan sekitarnya merupakan daerah yang dilindungi atau tidak dapat dieksploitasi, dan daerah tertinggal akibat pemanfaatan sumberdaya alam yang berlebihan.
3. Sumberdaya Manusia. Pada umumnya masyarakat di daerah tertinggal mempunyai tingkat pendidikan, pengetahuan, dan keterampilan yang relatif rendah serta kelembagaan adat yang belum berkembang.
4. Prasarana dan Sarana. Keterbatasan prasarana dan sarana komunikasi, transportasi, air bersih, irigasi, kesehatan, pendidikan, dan pelayanan lainnya yang menyebabkan masyarakat di daerah tertinggal tersebut mengalami kesulitan untuk melakukan aktivitas ekonomi dan sosial.
5. Daerah Rawan Bencana dan Konflik Sosial. Seringnya suatu daerah mengalami bencana alam dan konflik sosial dapat menyebabkan terganggunya kegiatan pembangunan sosial dan ekonomi.
6. Kebijakan Pembangunan. Suatu daerah menjadi tertinggal dapat disebabkan oleh beberapa kebijakan yang tidak tepat seperti kurang memihak pada pembangunan daerah tertinggal, kesalahan pendekatan dan prioritas pembangunan, serta tidak dilibatkannya kelembagaan masyarakat adat dalam perencanaan dan pembangunan.

Penentuan kriteria daerah tertinggal pada prinsipnya berorientasi pada kondisi sosial ekonomi masyarakat yang berada pada daerah tersebut. Hal ini

merupakan indikasi dari *outcome* dan *impact* suatu proses pembangunan. Namun demikian, dalam praktiknya penentuan kriteria daerah tertinggal di Indonesia sangat dibatasi oleh ketersediaan data sekunder yang ada. Saat ini data yang digunakan adalah data Potensi Desa (PODES), data Survey Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) dan data Keuangan Daerah.

Dalam Rencana Pembangunan Jangka Menengah (RPJM) tahun 2010-2014, telah ditetapkan daftar 183 kabupaten yang masuk katagori daerah tertinggal. Penentuan 183 kabupaten tertinggal tersebut didasarkan pada perhitungan 6 (enam) kriteria utama, yaitu: (1) perekonomian masyarakat, (2) sumberdaya manusia; (3) infrastruktur (prasarana); (4) kapasitas daerah; (5) aksesibilitas dan (6) karakteristik daerah.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh berdasarkan penelitian ini adalah:

1. Berdasarkan hasil analisis data diketahui bahwa terdapat 3 kriteria yang dominan dalam menentukan daerah tertinggal di Sumatera Barat, kriteria-kriteria tersebut yaitu sumber daya manusia, infrastruktur (prasarana), dan karakteristik daerah.
2. Identifikasi daerah tertinggal untuk masing-masing kabupaten di Sumatera Barat dilakukan dengan pengkategorian terhadap skor komponen utama yang diperoleh.
 - a. Daerah tertinggal sesuai kriteria sumber daya manusia, yaitu rata-rata jarak bagi desa/kelurahan tanpa SD, SMP, dan SMA diidentifikasi bahwa: tidak ada daerah yang agak tertinggal, 7 daerah sangat tertinggal dan 1 daerah tertinggal parah.
 - b. Daerah tertinggal sesuai kriteria karakteristik daerah, yaitu persentase desa gempa bumi diidentifikasi bahwa: 2 daerah agak tertinggal, 4 daerah sangat tertinggal dan 2 daerah tertinggal parah.
 - c. Daerah tertinggal sesuai kriteria infrastruktur (prasarana), yaitu jumlah desa yang mempunyai pasar tanpa bangunan permanen diidentifikasi bahwa: 2 daerah agak tertinggal, 5 daerah sangat tertinggal dan 1 daerah tertinggal parah.

- d. Daerah tertinggal sesuai kriteria karakteristik daerah, yaitu persentase desa di kawasan lindung diidentifikasi bahwa: 2 daerah agak tertinggal, 4 daerah sangat tertinggal dan 2 daerah tertinggal parah.

B. Saran

Adapun saran yang dapat diberikan berdasarkan penelitian adalah:

1. Untuk peneliti selanjutnya yang melakukan penelitian dengan permasalahan yang sama yaitu mengenai daerah tertinggal agar menggunakan analisis lain.
2. Untuk mewujudkan agar tidak ada lagi daerah tertinggal di Sumatera Barat, diharapkan pemerintah daerah dalam mengambil kebijakan lebih memperhatikan kriteria-kriteria dominan sebagai penentu daerah tertinggal yang telah diperoleh dari hasil penelitian ini dan mendahulukan penanganan terhadap daerah-daerah yang tingkat tertinggalnya lebih parah.

DAFTAR PUSTAKA

-, Februari 2010. *Rangkuman Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) tahun 2010-2014*. Badan Perencanaan Pembangunan Nasional (BAPPENAS).
- Gasperz, Vincent.1992. *Teknik Analisis dalam penelitian Percobaan 2*, Transito. Bandung.
- Johnson, A. Richard & Wichern W. Dean. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth edition*. Prentice Hall. New Jersey.
- Sartono, B dkk. 2003. *Analisis Peubah Ganda*. Bogor: IPB.
- Sistem Informasi Statistik Pembangunan Daerah Tertinggal*.<http://kpdt.bps.go.id/>. Diakses tanggal 20 Oktober 2010
- Supranto, J. 2004. *Analisis Multivariat: arti dan Interpretasi*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.