

Model Matematika Penyembuhan Tumor Otak

TUGAS AKHIR
untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar sarjana sains



ZETRA OKTAFIANDRI
NIM 48319

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Model Matematika Penyembuhan Tumor Otak
Nama : Zetra Oktafiandri
NIM : 48319
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 15 Agustus 2011

Disetujui Oleh :

Pembimbing I

Pembimbing II

Dra. Arnelis, M.Si .
NIP. 19610502 198703 2 002

Suherman, S.Pd, M.Si
NIP. 19680803 199903 1 002

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Dengan ini dinyatakan bahwa :

Nama : Zetra Oktafiandri
NIM : 48319
Prog. Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : MIPA

Dengan Judul Tugas Akhir

Model Matematika Penyembuhan Tumor Otak

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan tim penguji Tugas Akhir
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 15 Agustus 2011

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Dra. Arnellis, M.Si	_____
Sekretaris	: Suherman, S.Pd, M.Si	_____
Anggota	: Muhammad Subhan, S.Si, M.Si	_____
Anggota	: Dodi Vionanda, S.Si, M.Si	_____
Anggota	: Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc	_____

ABSTRAK

Zetra Oktafiandri: Model Matematika Penyembuhan Tumor Otak

Tumor otak dapat menyerang siapa saja, namun pada umumnya menyerang orang usia produktif atau dewasa. Penyembuhan terhadap penyakit ini akan lebih efisien jika dapat diketahui aspek penting dalam perkembangan tumor otak itu sendiri. Oleh karena itu model pertumbuhan tumor sangat diperlukan untuk memahami fenomena pertumbuhan tumor. Adapun perumusan masalahnya “Bagaimana menggunakan model matematika penyembuhan tumor otak?.” Tujuan penelitian adalah untuk mengetahui : 1. Bagaimana menerapkan model penyembuhan tumor otak, 2. Bagaimana menganalisis model untuk mencari solusi penyembuhan tumor otak.

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan analisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berdasarkan tinjauan kepustakaan. Sehingga pendekatan yang digunakan adalah studi kepustakaan tentang persamaan diferensial parsial dan penyakit tumor otak.

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa model yang diterapkan untuk penyembuhan tumor otak adalah *Tumour Cure Probability* (TCP), dengan:

$$TCP = \exp\left(-\frac{f_1 N_0 e^{\lambda_1(t_0+T)}}{2\sqrt{\pi}(D_0 t_0)^{3/2}} \int_0^\infty r^2 e^{-c_1 r^2 - k_0 T c(r)} dr\right)$$

Dan dari analisis model diperoleh solusi dari persamaan TCP yaitu:

$$TCP = \exp\left(-\frac{f_1 N_0 e^{\lambda_1(t_0+T)}}{\pi} \left[2\sqrt{c_1} \hat{r} e^{-c_1 \hat{r}^2} + \sqrt{\pi}(1 - \operatorname{erf}(\sqrt{c_1} \hat{r}))\right]\right)$$

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, dengan petunjuk dan rahmat Allah SWT, peneliti telah dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul: **“Model Matematika Penyembuhan Tumor Otak”**.

Untuk menyelesaikan tugas akhir ini, peneliti banyak mendapat bantuan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, pada kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih yang setulusnya kepada:

1. Ibu Dra. Arnellis, M.Si, Pembimbing I yang telah memberikan motivasi dan bimbingan kepada peneliti sejak awal kuliah sampai penyelesaian tugas akhir.
2. Bapak Suherman, S.Pd, M.Si, Pembimbing II yang telah memberikan motivasi dan bimbingan kepada peneliti sejak awal kuliah sampai penyelesaian tugas akhir.
3. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si, atas masukan-masukannya selaku Dosen penguji.
4. Bapak Dodi Vionanda, S.Si, M.Si, atas masukan-masukannya selaku Dosen penguji
5. Ibu Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc atas masukan-masukannya selaku Dosen penguji.
6. Drs. H. Yarman, M.Pd, Penasehat Akademis yang telah memberikan motivasi dan bimbingan kepada peneliti
7. Semua Staf Pengajar dan staf Labor Jurusan Matematika Universitas Negeri Padang.
8. Semua pihak yang telah membantu peneliti yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semoga segala bimbingan, bantuan dan motivasi yang telah diberikan menjadi amal dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT, Amiin.

Peneliti menyadari bahwa dalam penelitian ini masih banyak terdapat kekurangan. Untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak sangat peneliti harapkan untuk kesempurnaannya. Akhirnya peneliti berharap tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua. Amin Yarabbal'aalamiin.

Padang, 6 Agustus 2011

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iv
 BAB I PENDAHULUAN	 1
A. Latar Belakang	1
B. Perumusan Masalah	4
C. Pertanyaan Penelitian.....	4
D. Tujuan Penelitian	4
E. Manfaat Penelitian	5
F. Metode Penelitian	
 BAB II TINJAUAN KEPUSTAKAAN	 7
A. Tinjauan tentang Tumor Otak.....	7
B. Model Matematika.....	10
C. Persamaan Differensial	12
D. Deret Taylor.....	14
 BAB III PEMBAHASAN	 17
A. Model Penyembuhan Tumor Otak.....	17
B. Analisis Model Penyembuhan Tumor Otak, <i>Tumour</i> <i>Cure Probability</i> (TCP).....	 27
 BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	 31
A. Kesimpulan	31
B. Saran	31
 DAFTAR PUSTAKA	 32

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Model adalah suatu konsep yang digunakan untuk menggambarkan atau mengekspresikan suatu permasalahan. Pengekspresian fenomena yang terjadi dalam kehidupan dengan menggunakan bahasa dan kaedah matematika disebut pemodelan matematika. Menurut Susanta (1989:1.3) model adalah gambaran (perwakilan) suatu objek yang disusun dengan tujuan tertentu. Sedangkan model matematika menurut Nababan (1997:4) adalah deskripsi dan verifikasi suatu fenomena yang dicoba atau diperoleh dengan menggunakan kaidah-kaidah atau bahasa matematika.

Sehingga model matematika dapat dikatakan sebagai suatu bentuk pengekspresian dalam menyajikan perilaku suatu objek dengan cara analitis maupun numeris kedalam persamaan matematika. Model matematika diharapkan dapat memberikan gambaran lebih jelas mengenai suatu objek dan memberi kemudahan dalam menyelesaikan permasalahan terhadap objek tersebut. Model matematika berperan dalam menyelesaikan permasalahan atau persoalan di berbagai bidang ilmu: biologi, kedokteran, fisika, ekonomi, sosiologi, farmasi, geografi, perencanaan bahkan psikologi.

Dalam bidang biologi model matematika merupakan unsur penting dalam pemecahan permasalahannya. Salah satu contohnya adalah dalam

upaya penyembuhan tumor otak. Hampir semua manusia akan merasa takut apabila sudah ditetapkan diagnosis bahwa dirinya menderita tumor apalagi tumor otak. Hal demikian tidaklah berlebihan karena hingga saat ini belum juga ditemukan sistem pengobatan untuk penyembuhan tumor secara tuntas; sehingga wajarlah jika persepsi orang terhadap diagnosis tumor adalah identik dengan menunggu datangnya kematian.

Meskipun sudah disadari bahwa maut pasti datang, namun sangatlah jarang orang yang siap menghadapinya, yang lazim terjadi peristiwa itu selalu merupakan *stressor* bagi yang bersangkutan maupun keluarga yang ditinggalkan. Tumor disebabkan oleh mutasi *Deooxribo Nucleid Acid* (DNA) di dalam sel. Akumulasi dari mutasi-mutasi tersebut menyebabkan munculnya tumor. Sebenarnya sel memiliki mekanisme perbaikan *Deooxribo Nucleid Acid* (DNA) dan mekanisme lainnya yang menyebabkan sel merusak dirinya dengan apoptosis jika kerusakan DNA sudah terlalu berat.

Apoptosis adalah proses aktif kematian sel yang ditandai dengan pembelahan DNA kromosom, kondensasi kromatin, serta fragmentasi nukleus dan sel itu sendiri. Mutasi yang menekan gen untuk mekanisme tersebut biasanya dapat memicu terjadinya tumor. Tumor memiliki potensi untuk menyerang dan merusak jaringan yang berdekatan dan menciptakan *metastasis*. Tumor jinak tidak menyerang tissue berdekatan dan tidak menyebarkan benih (*metastasis*), tetapi dapat tumbuh secara lokal menjadi

besar. Mereka biasanya tidak muncul kembali setelah pembuangan melalui operasi.

Tumor otak dapat menyerang siapa saja, bahkan anak-anak dan remaja, namun pada umumnya tumor menyerang orang usia produktif atau dewasa. Terkadang tumor otak sulit terdiagnosa secara dini atau awal karena tergantung dari lokasi tumor, kecepatan pertumbuhan masa tumor, kecepatan gejala tekanan tinggi dalam kepala, dan efek dari masa tumor itu sendiri. Penyembuhan terhadap penyakit ini akan lebih efisien jika dapat diketahui aspek penting dalam perkembangan tumor otak itu sendiri. Tumor otak merupakan sebuah sistem dinamik dimana sel-sel tumor berkembang dan menyebar yang akhirnya membunuh sel-sel yang baik di otak dengan cara mengambil ruangan dan nutrisi ke otak.

Untuk dapat menghancurkannya, pengobatan tumor harus mampu bergerak lebih cepat daripada penyebaran tumor, karena sel-sel tumor otak tumbuh sangat cepat di setiap titik pada waktu yang lama, dan pengobatan yang mesti dilakukan adalah membunuh sel-sel selama fase aktif, dimana pembelahan sel, motilitas dan kematian sel secara lokal diatur oleh konsentrasi faktor pertumbuhan yang dihasilkan oleh tiap-tiap sel tumor. Oleh karena itu model pertumbuhan tumor sangat dibutuhkan untuk memahami fenomena pertumbuhan tumor dan aplikasinya untuk meningkatkan terapi tumor.

Analisa pertumbuhan tumor *avaskuler* dalam model mencangkup pertumbuhan sel, motilitas dan kematian sel sebagai kompetisi nutrisi

diantara sel normal dan sel tumor. Aksi sel (pembelahan, migrasi dan kematian) secara lokal dikendalikan oleh medan konsentrasi nutrisi. Karena tumor tumbuh dengan sangat cepat pertumbuhan tumor diasumsikan seragam, dan melalui pendekatan formula matematika untuk penyembuhan tumor berdasarkan karakteristik tumor (ukuran pada waktu tertentu, kecepatan pertumbuhan, koefisien difusi).

Aspek –aspek yang mempengaruhi tumor otak menjadi parameter. Sehingga peneliti ingin mengkaji penelitian ini yang berjudul ”Model Matematika Penyembuhan Tumor Otak”.

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah maka perumusan masalah adalah “Bagaimana menelaah model matematika penyembuhan tumor otak ?”

C. Pertanyaan Penelitian

Pertanyaan penelitian adalah:

1. Bagaimana bentuk model penyembuhan tumor otak?
2. Bagaimana solusi model penyembuhan tumor otak?

D. Tujuan Penelitian

Berdasarkan masalah yang telah dirumuskan, maka penelitian ini bertujuan untuk membahas :

1. Bagaimana bentuk model penyembuhan tumor otak
2. Bagaimana solusi model penyembuhan tumor otak.

E. Manfaat Penelitian

Adapun kontribusi dari penelitian ini adalah:

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan peneliti tentang tumor otak, dan permodelan
2. Sebagai bahan masukan untuk penyembuhan tumor otak
3. Sebagai bahan masukan untuk penelitian selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian

F. Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif dengan analisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berdasarkan tinjauan kepustakaan. Dalam melakukan penelitian ini, peneliti memulai dengan meninjau permasalahan, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang didapat dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan.

Langkah – langkah yang dilakukan untuk menjawab permasalahan adalah peneliti mengumpulkan literatur berupa buku dan jurnal ilmiah yang berkaitan dengan masalah penelitian. Kemudian dikumpulkan, diurutkan, diklasifikasikan serta dikelompokkan sehingga diperoleh konsep - konsep yang menjadi landasan pemikiran dan mengarah ke pemecahan masalah penelitian.

Kemudian seluruh konsep yang telah dikumpulkan, diurutkan, dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan asumsi-asumsi model
2. Menuliskan parameter model
3. Menentukan variabel-variabel yang terkait
4. Menelaah karakteristik tumor, desain, dan penyaluran obat
5. Membuat grafik dari TCP
6. Menelaah persamaan TCP dari grafik
7. Menuliskan persamaan diferensial dari model TCP
8. Menyelesaikan persamaan diferensial untuk memperoleh model TCP
9. Menyelesaikan model matematika dari TCP
10. Menginterpretasi model

BAB II

TINJAUAN KEPUSTAKAAN

A. Tinjauan tentang Tumor otak

1. Tumor otak

Tumor dapat diklasifikasikan, tumor benigna (bukan kanker) dan tumor maligna (kanker). Tumor benigna tumbuh secara perlahan-lahan dan tidak menyebar ke bagian-bagian lain dalam tubuh. Walau bagaimanapun, jika tumor itu terletak berdekatan dengan struktur otak yang penting, dapat menimbulkan ancaman yang serius yaitunya mengancam nyawa. Sedangkan tumor maligna, sel-sel tumor ini mampu untuk menyebar ke bagian-bagian badan yang lain. Ia menyerang dan menyebar dengan begitu cepat.

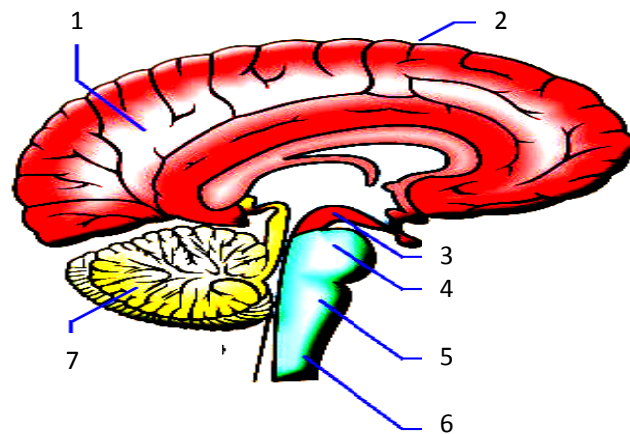
Walaupun bagaimanapun, tumor otak malignan ini jarang sekali menyebar keluar dari sistem saraf pusat. Tumor secara langsung dapat menghancurkan sel-sel otak dan secara tidak langsung membunuh sel-sel apabila terjadi radang, akibat pertumbuhan tumor. Tumor ini dapat menyerang 3 bagian otak: *cerebrum*, *cerebellum* atau *brain stem*

2. Gejala tumor otak

Sebelum memahami lebih lanjut tentang gejala tumor otak, perlu memahami struktur otak manusia terlebih dahulu. Otak merupakan organ

tubuh penting yang mengatur segala aktivitas / gerakan tubuh manusia. Bayangkan saja sedang naik motor, ada berapa aktivitas yang dilakukan yaitu melihat jalan, menyetir, lihat kiri-kanan, lihat kaca spion, menyeimbangkan, belum lagi sambil memikirkan nanti malam mau makan apa. Dalam satu detik, ada ribuan hal yang terjadi dalam otak (baik yang terjadi secara sadar maupun tidak sadar).

Otak dapat *multitasking* karena semua aktivitas tersebut diatur oleh bagian otak yang berbeda (tiap bagian memiliki fungsi yang berbeda). Secara umum, otak manusia dibagi menjadi tiga bagian, yaitu otak besar (*cerebrum*), otak kecil (*cerebellum*) dan batang otak (*brain stem*). Tiap bagian ini terbagi lagi menjadi bagian yang lebih kecil, di mana masing-masing bagian kecil tersebut terbagi lagi, dan seterusnya. Ruang antar bagian terisi oleh cairan otak (*cerebrospinal fluid*), sedangkan bagian luarnya terlindungi oleh tiga lapis selaput otak (*meninges*) dan tulang tengkorak.



Ilustrasi: Depdiknas © 2008

Gambar Struktur Otak

Pada gambar diatas terlihat: 1.Otak besar (*cerebrum*), 2.Selaput otak(*meninges*), 3.Otak tengah, 4.Pons varoli, 5.Batang otak(*medulla oblongata*), 6.Sumsum tulang belakang, 7.Otak kecil(*cerebellum*)

Setiap bagian otak diatas dapat terkena tumor. Walaupun tumor jinak, tapi karena tumbuhnya di otak, bisa menjadi sangat berbahaya. Tumor tersebut dapat mengganggu fungsi dan merusak struktur susunan saraf pusat, karena terletak di dalam rongga yang terbatas (rongga tengkorak). Seiring dengan berkembangnya tumor tersebut, jaringan otak akan semakin tertekan. Padahal volume rongga tengkorak sangat terbatas dan tidak mungkin bertambah besar. Inilah yang menjadikan sakit kepala / pusing sebagai gejala awal tumor otak.

Dengan perkembangan yang signifikan pada penyembuhan tumor otak, maka telah dikembangkan juga model matematika dinamika tumor otak. Melalui pendekatan formula matematika yang akurat untuk penyembuhan tumor otak berdasarkan karakteristik tumor otak (ukuran pada saat terdeteksi, kecepatan pertumbuhan, dan koefisien difusi).

Ciri-ciri awal tumor otak sangat bervariasi, tergantung pada bagian otak mana yang terserang. Misalnya kepala pusing atau terasa mual. Berikut gejala tumor otak: 1. sakit kepala disertai mual sampai muntah yang menyemprot, 2. daya penglihatan berkurang, 3. penurunan kesadaran atau perubahan perilaku, 4. gangguan berbicara, 5. gangguan pendengaran, 6. gangguan berjalan / keseimbangan tubuh, 7. gangguan

saraf, 8. anggota gerak melemah atau kejang, 9. pada bayi biasanya ubun-ubun besar menonjol.

[http:// id.wikipedia.org/wiki/Tumor Otak](http://id.wikipedia.org/wiki/Tumor_Otak)

B. Model matematika

Bambang Soedijono (1984, hal 186) mengatakan bahwa peranan matematika sangat besar dalam memecahkan atau menjawab berbagai permasalahan dalam situasi nyata. Hal ini dilakukan dengan menerjemahkan masalah-masalah tersebut ke dalam bahasa matematika. Di dalam menyusun model matematika ada beberapa tahapan yang harus dilalui secara berurutan. Di setiap tahapan informasi yang diambil harus lengkap, untuk memudahkan proses tahapan berikutnya.

Tahapan pertama, yang harus dilakukan adalah merumuskan permasalahan yang bersifat umum menjadi permasalahan yang disebut model real. Dalam model real ini diidentifikasi besaran-besaran yang terlibat dan hukum yang mengendalikannya. Jika model ini dipandang terlalu rumit, maka model ini disederhanakan lagi dengan mengabaikan besaran yang dianggap tidak terlalu berperan. Penyederhanaan ini dapat dianjurkan sampai taraf yang kira-kira dapat diselesaikan. Tahap kedua, yaitu membentuk model matematika dari permasalahan. Ini dilakukan untuk mempermudah mencari penyelesaian dari permasalahan.

Tahap ketiga, menentukan integrasi antara besaran-besaran yang terlibat dengan menterjemahkan masalah ke dalam model matematika. Hal

ini dilakuakn dengan menyatakan semua besaran yang terlibat berupa simbol-simbol dan membedakannya yang mana variabel bebas, variabel tak bebas dan yang mana konstanta. Dari simbol-simbol dan variabel dibuat hubungan satu sama lain, sehingga terbentuk model matematika.

Tahap keempat, menyelesaikan model matematika dengan metode matematika, sehingga diperoleh penyelesaian dari model matematika yang diharapkan memberikan informasi tentang masalah. Informasi ini dapat berupa penyelesaian eksak, yang disajikan dalam bentuk eksplisit atau implisit dan dapat juga berupa pendekatan bila penyelesaian eksak tidak dapat diperoleh.

Tahap kelima, yang dilakukan adalah menginterpretasikan informasi yang diperoleh ke fenomena yang ada. Pada saat interpretasi, mungkin terdapat penyimpangan dari kejadian yang sebenarnya. Hal ini boleh saja terjadi, karena telah dilakukan beberapa penyederhanaan sebelumnya yang mungkin menyebabkan penyimpangan. Analisa yang penting dalam hal ini adalah seberapa jauh penyimpangan ini terjadi dan mungkin terdapat kesalahan dalam penyederhanaan, sehingga langkah interpretasi harus dilakukan.

Adapun tujuan suatu penyusunan model menurut Susanta dan Soedijono (1989:1.4) adalah, guna:

- a. Mengenali perilaku objek dengan cara mencari keterkaitan unsur-unsur.
- b. Mengadakan pendugaan untuk memperbaiki keadaan objek.

- c. Mengadakan optimasi objek.

Jadi fungsi suatu model adalah meniru atau menggambarkan semirip mungkin perilaku atau keadaan yang diamati sesuai dengan tujuan penyelesaian model. Untuk mengetahui besaran-besaran dan hukum-hukum yang terlibat dalam pembentukan model perlu dibahas beberapa kajian seperti persamaan diferensial.

C. Persamaan Diferensial

Definisi 1 (Shepley L. Ross : 1989)

Persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau dua variabel bebas disebut persamaan diferensial.

1. Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial yang memuat turunan biasa dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas disebut persamaan diferensial biasa

Contoh :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + xy \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = 0$$

$$\frac{d^4 x}{dt^4} + 5 \frac{d^2 x}{dt^2} + 3x = \sin t$$

2. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan Diferensial Parsial (PDP) adalah persamaan yang di dalamnya terdapat suku-suku diferensial parsial, yang dalam matematika

diartikan sebagai suatu hubungan yang mengaitkan suatu fungsi yang tidak diketahui, yang merupakan fungsi dari beberapa variabel bebas, dengan turunan-turunannya (melalui variabel-variabel yang dimaksud). PDP digunakan untuk melakukan formulasi dan menyelesaikan permasalahan yang melibatkan fungsi-fungsi yang tidak diketahui, yang merupakan dibentuk oleh beberapa variabel.

Contoh :
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

3. Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial

Dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial dapat digunakan metode pemisahan variabel. Dalam metode ini terlebih dahulu dengan memisalkan : $U=XY$,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = X'Y ; \frac{\partial U}{\partial y} = XY'$$

Contoh : $\frac{\partial U}{\partial x} + U = \frac{\partial U}{\partial t}, \quad U(x,0) = 4 e^{-3x}$

Persamaan diatas dapat diselesaikan dengan memisalkan:

$$U= XT, \frac{\partial U}{\partial x} = X'T ; \frac{\partial U}{\partial t} = XT' \quad \dots 1$$

Jadi PDP menjadi $X'T + XT = XT'$ atau $\frac{X'}{X} + 1 = \frac{T'}{T} = k$ (konstanta)

$$\frac{X'}{X} + 1 = k, \text{ dan } \frac{T'}{T} = k$$

$$X = C_1 e^{(k-1)X}, \text{ dan } T = C_2 e^{kT} \quad \dots 2$$

Substitusi persamaan 2 ke persamaan 1 menghasilkan :

$$U(x, t) = U = XT = C_1 e^{(k-1)X} \cdot C_2 e^{kT} = C e^{(k-1)X + kT}; \quad C = C_1 C_2$$

Karena $U(x, 0) = 4e^{-3x} = C e^{(k-1)X + 0} = C e^{(k-1)X}$, maka dari definisi diperoleh : $C = 4$, $k-1 = -3$, $k = -2$. Jadi penyelesaian PDP adalah $U(x, y) = 4e^{-3x-2t}$

D. Deret Taylor

Deret Taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan suatu masalah terutama persamaan diferensial. Persamaan Deret Taylor :

$$f(x) = f(c) + \frac{f'(c)}{1!}(x-c) + \frac{f''(c)}{2!}(x-c)^2 + \frac{f^{(3)}(c)}{3!}(x-c)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(x-c)^n$$

Persamaan diatas diperoleh dengan terlebih dahulu memisalkan

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n \quad \text{maka } f(x) \text{ ini dapat}$$

$$\text{ditulis : } f(x) = S_n(x) + R_n \quad \dots 1$$

$$S_n(x) = \sum_{n=0}^{n-1} a_nx^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} \quad \dots 2$$

$$R_n = a_nx^n \quad \dots 3$$

Residu R_n dapat muncul dalam berbagai bentuk, misalnya oleh

Lagrange (1799) ditulis : $R_n = \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(\xi)$; ξ = nilai diantara 0 dan x atau

$$R_n = \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(x + \theta h); 0 < \theta < 1.$$

Dari $f(x) = S_n(x) + R_n$ dan : $R_n = \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(\xi)$, untuk $n \rightarrow \infty$ menyebabkan

$$R_n \rightarrow 0, \text{ maka } S_n(x) \rightarrow f(x).$$

Ini berarti fungsi $f(x)$ dapat diwakili deret pangkat (Mac Laurin) hanya apabila R_n mempunyai limit nol. Selain itu $f(x)$ harus mempunyai turunan di semua tingkat pada $x = 0$.

Fungsi-fungsi seperti : $\ln x$, $\cot x$, $\sqrt{x}$, $\frac{1}{x}$ tidak dapat diuraikan

atas deret Mac Laurin, karena turunannya di $x = 0$ tidak terdefinisikan (tak ada). Atas dasar tersebut, dapat di kembangkan fungsi atas deret pangkat di sekitar titik bukan nol, misal pada $x = c$ sehingga persamaan 1 menjadi:

$$f(x) = a_0 + a_1(x-c) + a_2(x-c)^2 + a_3(x-c)^3 + \dots + a_n(x-c)^n \quad \dots 4$$

Kofaktor-kofaktor $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ dicari sebagai berikut :

$$f(x) = a_0 + a_1(x-c) + a_2(x-c)^2 + a_3(x-c)^3 + \dots + a_n(x-c)^n \text{ maka } f(c) = a_0$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2(x-c) + 3a_3(x-c)^2 \text{ maka } f'(c) = a_1$$

$$f^{(n)}(x) = n(n-1)(n-2)\dots 3.2.1a_n \text{ maka } f^{(n)}(c) = n(n-1)(n-2)\dots 3.2.1.a_n$$

Dari yang terakhir ini diperoleh bentuk umum : $a_n = \frac{f^{(n)}(c)}{n!}$,

sehingga persamaan 4 menjadi :

$$f(x) = f(c) + \frac{f'(c)}{1!}(x-c) + \frac{f''(c)}{2!}(x-c)^2 + \frac{f^{(3)}(c)}{3!}(x-c)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(x-c)^n \quad \dots 5$$

Persamaan 5 tersebut merupakan **Deret Taylor**.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

1. Model untuk penyembuhan tumor otak adalah *Tumour Cure Probability* (TCP), dengan :

$$TCP = \exp\left(-\frac{f_1 N_0 e^{\lambda_1(t_0+T)}}{2\sqrt{\pi}(D_0 t_0)^{3/2}} \int_0^\infty r^2 e^{-c_1 r^2 - k_a T c(r)} dr\right)$$

2. Analisis model diperoleh solusi dari persamaan TCP, yaitu

$$TCP = \exp\left(-\frac{f_1 N_0 e^{\lambda_1(t_0+T)}}{\pi} \left[2\sqrt{c_1} \hat{r} e^{-c_1 \hat{r}^2} + \sqrt{\pi} (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{c_1} \hat{r}))\right]\right)$$

B. SARAN

Pada tugas akhir ini dalam bagian simulasi dan analisis persamaan differensial masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu kekurangan-kekurangan yang ada pada tugas akhir ini masih menjadi masalah yang dapat dijadikan sebagai bahan kajian untuk selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

[http:// id.wikipedia.org/wiki/Tumor Otak](http://id.wikipedia.org/wiki/Tumor_Otak)

Lawrence M. Wein. *Cell Prolif.* Jurnal. MD, Illinois;Chicago (diakses 12 Oktober 2010)

Nababan, SM. 1997. *Pemodelan Matematika*. Makalah. Bandung; FMIPA Institut Teknologi Bandung.

Shepley L. Ross. 1989. *Introduction to Ordinary Differential Equation.*; Chicago

Susanta & Soedijono. 1989. *Model Matematika*. Jakarta; Karunia Universitas Terbuka.