Aproksimasi Nilai Eigen Dominan

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar
Sarjana Sains

OLEH:

ISMI DAMAYANTI
NIM. 83951

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2012

PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Nama	: Ismi Damayanti
NIM	: 83951
Prog. Studi	: Matematika
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: MIPA

dengan judul :

APROKSIMASI NILAI EIGEN DOMINAN

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan tim penguji Tugas Akhir Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang

Padang, Maret 2012

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Dra. Dewi Murni, M.Si	
Sekretaris	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si	
Anggota	: Dr. Irwan, M.Si	
Anggota	: Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom	
Anggota	: Muhammad Subhan, M.Si	

SURAT PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa tugas akhir ini benar-benar karya saya sendiri. Sepanjang pengetahuan saya tidak terdapat karya atau pendapat yang ditulis atau diterbitkan orang lain kecuali sebagai acuan atau kutipan dengan mengikuti tata penulisan karya ilmiah yang lazim.

Padang, 15 Februari 2012

Yang menyatakan,

Ismi Damayanti

ABSTRAK

Ismi Damayanti : Aproksimasi Nilai Eigen Dominan

Nilai eigen dapat diartikan sebagai nilai eigen sebenarnya atau nilai karakteristik. Ada beberapa metode yang digunakan untuk menemukan nilai eigen. Metode numerik merupakan salah suatu alternatif yang digunakan untuk menemukan nilai eigen, khususnya nilai eigen dominan. Pada penelitian ini metode yang digunakan untuk menemukan nilai eigen dominan tersebut adalah metode pangkat dan metode deflasi. Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana cara mengaproksimasi nilai eigen dominan dengan menggunakan metode pangkat dan metode deflasi.

Sebagai metodologi pada penelitian ini adalah meninjau konsep-konsep dasar yang melandasi aproksimasi nilai eigen dominan dengan menggunakan metode pangkat, meninjau konsep-konsep dasar yang melandasi aproksimasi nilai eigen dominan yang lain dengan menggunakan metode deflasi dan metode pangkat, serta mengaplikasikan metode pangkat untuk menentukan nilai eigen dominan dan metode deflasi untuk mennetukan nilai eigen dominan yang lain. Jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini berdasarkan pada kajian kepustakaan.

Metode pangkat didasarkan pada perkalian berulang dari sebuah vektor eigen x_0 oleh matriks A dengan penskalaan vektor hasil y, sehingga faktor penskalaan mencapai nilai eigen terbesar λ dan skala vektor y menjadi vektor eigen dari nilai eigen yang bersesuaian dengan x. Sehingga diperoleh persamaan untuk metode pangkat adalah $x_1 = \frac{1}{\lambda_1} y_1$. Untuk mendapatkan aproksimasi yang lebih baik dari suatu matriks A yang simetris dapat digunakan rumus nila Rayleigh yaitu $\boldsymbol{\lambda_1} = \frac{\boldsymbol{Av_1 . v_1}}{\boldsymbol{v_1 . v_1}}$. Pada metode deflasi didasarkan pada nilai mutlak eigen kedua yang didapat dari nilai mutlak eigen pertama, dengan menormalisasikan vektor eigen dari nilai mutlak eigen pertama yang mempunyai norma satu. Maka diperoleh nilai mutlak eigen kedua dengan persamaan $B = (A - \lambda_1 \boldsymbol{u_1}\boldsymbol{u_1}^t)$. Dari matriks B tersebut dicari nilai eigen kedua dengan menggunakan metode pangkat.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Puji syukur penulis ucapkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul **"**Aproksimasi Nilai Eigen Dominan**".** Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Dalam menyelesaikan tugas akhir ini penulis banyak mendapatkan bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada :

1. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si. sebagai pembimbing I, Penasehat Akademik, dan Ketua Prodi Matematika FMIPA UNP.
2. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si. sebagai Pembimbing II.
3. Bapak Dr.Irwan, M.Si, Ibu Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom dan Bapak M. Subhan, M.Si sebagai Tim Penguji.
4. Ibu Dr.Armiati, M.Pd sebagai Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
5. Bapak M. Subhan, M. Si, sebagai Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Bapak dan Ibu staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP
7. Seluruh Staf Administrasi dan Staf Labor Komputer Matematika FMIPA UNP.
8. Rekan-rekan serta semua pihak yang telah ikut berpartisipasi membantu dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

Semoga segala bimbingan, bantuan dan motivasi yang telah diberikan menjadi amal ibadah dan mendapat balasan di sisi-Nya. Amin.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritikan dan saran yang sifatnya membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Padang, Februari 2012

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Kata eigen berasal dari bahasa Jerman yang diartikan sebagai sebenarnya atau karakteristik. Oleh karena itu, nilai eigen dapat diartikan sebagai nilai sebenarnya atau nilai karakteristik. Dalam aljabar linier, jika persamaan $Ax = \lambda x$ dengan A adalah suatu matriks dan persamaan tersebut mempunyai penyelesaian taknol x, maka λ disebut sebagai nilai eigen dari A dan x adalah vektor eigen yang berpadanan dengan λ.

Nilai eigen banyak digunakan pada berbagai bidang. Pada biologi, seperti menaksir jumlah suatu populasi. Pada fisika, seperti masalah vibrasi dan matematika seperti menentukan matriks A^k (dengan k adalah bilangan asli dan A adalah matriks persegi tanpa harus mengerjakan perkalian matriks berkali-kali), menentukan bentuk kanonik suatu kerucut serta pada persamaan diferensial dan bentuk kuadrat. Menurut Howard Anton (1991:303-315) kegunaan nilai eigen pada persamaan diferensial adalah untuk mencari pemecahan persamaan diferensial dengan solusi yang ada yang memenuhi kondisi awal yang diberikan. Sedangkan pada bentuk kuadrat, nilai eigen digunakan untuk mencari nilai maksimum dan nilai minimum.

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak permasalahan dari fenomena riil yang dapat dijelaskan melalui pembentukan model matematika. Pada umumnya perumusan model matematika ini berupa fungsi. Dalam banyak kasus, tidak semua model matematika tersebut dapat diselesaikan secara mudah mudah dengan menggunakan metode analitik, sehingga digunakan metode numerik untuk mencari penyelesaiannya. Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmatik biasa (tambah, kali, bagi dan kurang) (Munir, 2003:5). Hasil perhitungan dengan metode numerik cukup dapat memberikan solusi pada persoalan yang dihadapi. Salah satu penerapan metode numerik yaitu dalam masalah nilai eigen dan vektor eigen. Metode numerik memberikan suatu metode iteratif untuk menemukan nilai eigen dan vektor eigen dari suatu matriks.

Menurut Steven J. Leon (1998:389-393) metode numerik yang dapat digunakan untuk menentukan nilai eigen dan vektor eigen yaitu metode pangkat, metode deflasi, dan algoritma QR. Metode pangkat merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah penentuan nilai eigen dominan dari suatu matriks A, jika nilai mutlaknya lebih besar dari nilai eigen mutlak yang lainnya. Metode deflasi digunakan untuk menentukan nilai eigen yang lain dari suatu matriks A jika nilai mutlaknya terbesar kedua, ketiga, dan seterusnya. Sedangkan pada algoritma QR tidak dapat ditentukan nilai eigen dominan.

Pada metode pangkat untuk menentukan nilai eigen dominan, matriks dapat dikalikan secara langsung dengan suatu vektor taknol. Nilai eigen yang berupa bilangan real dan vektor eigennya dapat ditentukan secara bersamaan menggunakan proses yang sama pula sehingga jika nilai eigen dari suatu matriks ditemukan, maka secara otomatis vektor eigen dari matriks yang bersangkutan akan diperoleh. Dalam menentukan nilai eigen dan vektor eigen menggunakan metode pangkat, akan memerlukan proses iterasi yang sangat panjang untuk menemukan hasil yang mendekati nilai yang sebenarnya. Semakin banyak iterasi yang digunakan, maka semakin baik hasil yang diperoleh.

Steven J. Leon (1998: 390) mengatakan metode pangkat bisa digunakan untuk mengaproksimasi nilai eigen dominan yang nilai mutlaknya lebih besar dari nilai eigen mutlak lainnya dari suatu matriks, namun sulit untuk mengaproksimasi nilai eigen secara keseluruhan dari matriks tersebut. Oleh karena itu, diperlukan metode deflasi untuk menemukannya. Metode deflasi digunakan untuk mengaproksimasi nilai eigen yang lain dari nilai mutlak terbesar kedua, ketiga, keempat, dan seterusnya.

B. Batasan Masalah

Permasalahan yag dibahas dalam tugas akhir ini dibatasi yaitu pada "Metode yang digunakan hanya pada matriks yang semua nilai eigennya berbeda dan berupa bilangan real".

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana cara mengaproksimasi nilai eigen dominan dengan menggunakan metode pangkat?
2. Bagaimana cara mengaproksimasi nilai eigen dominan yang lain dengan menggunakan metode deflasi?.

D. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui bagaimana cara mengaproksimasi nilai eigen dominan dengan menggunakan metode pangkat.
2. Untuk mengetahui bagaimana cara mengaproksmasi nilai eigen dominan yang lain dengan menggunakan metode deflasi.

E. Metodologi Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian dasar. Adapun metode yang digunakan adalah analisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dengan berlandaskan pada kajian kepustakaan. Langkah kerja yang peneliti lakukan adalah meninjau permasalahan yang dihadapi, kemudian mencari teori-teori yang dapat dijadikan penunjang untuk menjawab permasalahan tersebut.

Adapun langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari permasalahan adalah sebagai berikut:

1. Meninjau konsep-konsep dasar yang melandasi aprokmisasi nilai eigen dominan dengan menggunakan metode pangkat.

2. Meninjau konsep-konsep dasar yang melandasi aproksmasi nilai eigen dominan yang lain dengan menggunakan metode deflasi.

3. Mengaplikasikan metode pangkat untuk menentukan nilai eigen dominan dan metode deflasi untuk menentukan nilai eigen dominan yang lain.

BAB II

KAJIAN TEORI

Beberapa teori yang berhubungan dengan aproksimasi nilai eigen dominan, sebagai berikut:

A. Matriks

Definisi 1 : (Matriks)

Matriks adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut dinamakan entri dalam matriks. Apabila suatu matriks A terdiri dari m baris dan n kolom, maka matriks A ditulis

$$A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = \left[a_{ij}\right]$$

Dimana

$$i = 1,2,\dots,.m,\ j = 1,2,\dots,n$$

Matriks dinotasikan dengan huruf besar. Sedangkan huruf-huruf di dalamnya dinotasikan dengan huruf kecil. Jika A adalah sebuah matrik, maka a_{ij} menyatakan elemen yang terdapat dalam baris i dan kolom j dari A. Sehingga $A = [a_{ij}]$.

Anton-Rorres (2004:26)

Definisi 2 : (Matriks Persegi)

Matriks $m \times n$ dengan $m = n$ disebut matriks persegi berordo n atau sebuah matriks persegi n.

Dalam suatu matriks persegi, elemen-elemen $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{mn}$ disebut elemen diagonal karena berada pada diagonal utama matriks.

Anton (1997:23)

Definisi 3 : (Matriks Transpos)

Jika A adalah sebarang matriks $m \times n$, maka ***transpos*** A dinyatakan oleh A^t dan didefinisikan dengan matriks $n \times m$ yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom keduanya adalah baris kedua dari A, demikian juga dengan kolom ketiga adalah baris ketiga dari A, dan seterusnya.

Anton (1997:27)

Definisi 4 : (Matriks Simetri)

Suatu matriks persegi A dinamakan *simetri* jika memenuhi $A^t = A$. Jadi, suatu matriks kuadrat $A = [a_{jk}]$ adalah simetri asalkan $a_{jk} = a_{kj}$, untuk semua j dan k.

Steven J. Leon (1998:47)

Definisi 5 : (Operasi Matriks)

Jika $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ dua matriks $m \times n$, maka jumlah (selisih)-nya,

$A \pm B$, didefinisikan sebagai matriks $C = [c_{ij}]$, $m \times n$, dengan tiap elemen C adalah jumlah (selisih) elemen A dan B yang seletak. Jadi,

$C = A \pm B = [a_{ij} \pm b_{ij}]$.

Hadley (1992:66)

B. Vektor

Suatu matriks yang mempunyai baris atau kolom tunggal adalah sama dengan vektor, dinotasikan dengan huruf kecil yang dicetak tebal.

Definisi 6 :

Matriks yang terdiri dari satu kolom adalah matriks $m \times 1$, disebut sebuah **vektor kolom** dan ditulis :

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

Weber(1999:168)

Notasi u_j berupa bilangan nyata, merupakan komponen vektor. u_j adalah komponen ke-*j* dari vektor **u**. Vektor kolom *A* yang mempunyai *m* baris dikatakan sebuah vektor berkomponen *m* atau vektor berdimensi *m*.

Definisi 7 :

Sebuah matriks yang berisi satu baris adalah suatu matriks $1 \times n$, disebut sebuah **vektor baris** dan ditulis:

$$\boldsymbol{v} = [v_1 \quad v_2 \quad \ldots \quad v_n]$$

Weber(1999:169)

Notasi v_k berupa bilangan nyata, merupakan komponen vektor. v_k adalah komponen ke-k dari vektor v. Vektor baris *A* yang mempunyai *n* kolom dikatakan sebuah vektor berkomponen *n* atau vektor berdimensi *n*.

Definisi 8:

Jika **u** = [u_1, u_2, . . . , u_n], dan **v** = [v_1, v_2, . . . , v_n] adalah sebarang vektor pada R^n, maka *hasil kali dalam Euclidis (Euclidean inner product)* **u . v** didefinisikan dengan **u . v** = $u_1v_1 + u_2v_2 + . . . + u_nv_n$

Anton (1997:133)

norma Euclidis (atau *panjang Euclidis*) vektor **u** = [u_1, u_2, . . . , u_n]

pada R^n didefinisikan menurut :

$$\|u\| = (u.u)^{1/2} = \sqrt{{u_1}^2 + {u_2}^2 + \cdots + {u_n}^2}$$

Anton (1997:134)

Jika v adalah vekor taknol pada ruang kali dalam Euclidis, maka vektor $\frac{1}{\|v\|}v$ memiliki norma 1, karena

$$\left\|\frac{1}{\|v\|}v\ \right\| = \left|\frac{1}{\|v\|}\right| \|v\| = \frac{1}{\|v\|}\|v\| = 1$$

Proses mengalikan sebuah vektor taknol v dengan nilai kebalikan dari panjangnya untuk memperoleh sebuah ektor dengan norma 1 disebut *menormalisasikan v.*

Anton-Rorres(2004:336)

C. Karakterisasi Matriks

Definisi 9 : (Nilai eigen dan vektor eigen)

Jika A matrik $n \times n$, maka sebuah vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen dari A jika *Ax* adalah sebuah kelipatan skalar dari *x*, yakni $Ax = \lambda x$ untuk suatu skalar λ.

Skalar λ dinamakan nilai eigen dari A dan *x* dikatakan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ.

Anton (1997:277)

Untuk mencari nilai eigen suatu matrik $\boldsymbol{A}$ yang berukuran $n \times n$ maka :

$$Ax = \lambda x$$

$$Ax = \lambda I x$$

$$(\lambda I - A)x = 0 \qquad \text{….. …….(1)}$$

Untuk memperoleh λ , maka harus ada pemecahan taknol dari persamaan ini. Sehingga persamaan (1) mempunyai det $(\lambda I - A) = 0$.

Anton (1997:278)

D. Basis

Definisi 10: (Basis)

Jika V adalah suatu ruang vektor sebarang dan $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ himpunan vektor-vektor pada *V*, maka *S* dinamakan *basis* untuk *V* jika:

(i). S bebas linear

(ii). S merentang V.

Teorema 1:

Jika $S = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ adalah sebuah himpunan n vektor bebas linear pada sebuah ruang V yang berdimensi n, maka S adalah sebuah basis untuk V.

Anton (1997:157)

(Bukti pada lampiran 2).

E. Diagonalisasi

Matriks persegi A dinamakan dapat didiagonalkan *(diagonalizeable)* jika terdapat matriks P yang dapat dibalik sehingga $P^{-1}AP$ diagonal. Matriks P dikatakan mendiagonalisasi A.

Teorema 2 :

Jika A adalah matriks $n \times n$, maka pernyataan berikut ekivalen satu sama lain.

a. A dapat didiagonalisasi

b. A mempunyai n vektor eigen bebas linear.

Anton (1997:285)

(Bukti pada lampiran 1).

Langkah-langkah untuk mendiagonalkan matriks A yang berukuran $n \times n$ dapat didiagonalisasi:

1. Carilah n vektor eigen bebas linear $A, p_1, p_2, \ldots, p_n$
2. Bentuklah matriks P yang mempunyai $p_1, p_2, \ldots, p_n$ sebagai vektor-vektor kolomnya.

3. Matriks $P^{-1}AP$ akan diagonal dengan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ sebagai entri-entri diagonalnya yang berurutan, dimana λ_i adalah nilai eigen y yang bersesuaian dengan $p_{i\,,}$ $i = 1, 2, \dots, n$.

Diagonalisasi bertujuan untuk mencari matriks P sehingga $P^{-1}AP$ menjadi matriks diagonal. Misalkan D, dimana A akan similar dengan D sehingga dapat dinyatakan bahwa sejumlah sifat yang melekat pada D juga ada di A. Dalam matriks diagonal dengan mudah mendapatkan nilai eigen, vektor eigen dan menghitung determinan. Anton (1997:286)

F. Metode Numerik

Metode numerik yang digunakan dalam menentukan nilai eigen dan vek tor eigen yaitu:

1. Algoritma QR

Algoritma QR merupakan salah satu metode numerik digunakan untuk menyelesaikan masalah penentuan nilai eigen atau nilai karakteristik suatu matriks persegi. Secara garis besar teknik yang digunakan dalam algoritma QR adalah terlebih dahulu mereduksi suatu matriks, dalam hal ini matriks yang mempunyai sifat simetri, ke dalam bentuk matriks tridiagonal dengan menggunakan transformasi householder, yaitu suatu metode yang efisien untuk mereduksi suatu matriks simetri ke dalam bentuk matriks tridiagonal. Matriks simetri yang sudah di tranformasi Householder, dikatakan matriks A_1 , akan didekomposisikan ke dalam bentuk perkalian matriks ortogonal Q dengan matriks segitiga atas R, dengan serangkaian matriks rotasi bidang. Kemudian perkalian tersebut dibalik untuk mendapatkan matriks selanjutnya yaitu matriks A_2 yang similiar dengan matriks A_1. Proses ini dilakukan berulang-ulang hingga diperoleh matriks A_n yang berbentuk matriks segitiga atas, dengan tujuan menentukan nilai eigen dari matriks tersebut.

2. Metode pangkat

Metode pangkat merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menentukan nilai eigen dominan dengan mutlak terbesar dan vektor eigen yang bersesuaian dari suatu matriks.

Definisi 12 :

Sebuah nilai eigen dari sebuah matriks *A* dinamakan ***nilai eigen dominan (dominant eigenvalue)*** *A* jika nilai mutlaknya lebih besar dari nilai-nilai mutlak dari nilai-nilai eigen yang selebihnya. Sedangkan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen dominan dinamakan ***vektor eigen dominan (dominant eigen vector)*** *A*.

Anton (1997:371)

Metode pangkat sering menghasilkan vektor-vektor yang mempunyai komponen-komponen yang besar. Untuk aproksimasi vektor eigen tersebut digunakan langkah-langkah dalam metode pangkat dengan penskalaan.

Tidak ada kaidah yang rumit dan cepat untuk menentukan berapa langkah-langkah yang digunakan dalam metode pangkat tersebut. Dalam metode pangkat, salah satu cara yang digunakan adalah untuk menentukan nilai eigen yang sesungguhnya terlebih dahulu ditentukan galat *E*. Apabila galat relatifnya lebih kecil dari *E*, maka kita dapat menghentikan perhitungan jika

$$\left|\frac{\tilde{\lambda}\ (i) - \tilde{\lambda}\,(i-1)}{\tilde{\lambda}\,(i)}\right| < E$$

$\tilde{\lambda}\ (i)$ menyatakan aproksimasi terhadap nilai eigen dominan pada langkah ke-i. Dalam hal ini ditetapkan galat relatif lebih kecil dari 0.5% (E=0.5%).

3. Metode deflasi

Metode deflasi merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menentukan nilai eigen dominan yang lain setelah nilai eigen mutlak terbesar pertama diperoleh dengan metode pangkat.

Teknik untuk mengaproksimasi nilai eigen dominan yang lain dinamakan metode deflasi**.** Pada metode deflasi nilai eigen yang digunakan adalah nilai mutlak terbesar kedua. Nilai mutlak terbesar kedua ini didapat dari nilai eigen mutlak terbesar pertama yang telah diperoleh dengan metode pangkat. Dengan menormalisasikan vektor eigen dominan dari nilai mutlak terbesar pertama, maka diperoleh vektor eigen dominan v_1 yang mempunyai norma satu. Maka terbentuklah matriks baru yang dinamakan dengan matriks B, yang mana matriks B ini terbentuk dari hasil pengurangan matriks A dengan perkalian dari nilai eigen mutlak terbesar pertama dengan vektor eigen dominan v_1 dan v_1^t.

BAB IV
PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa :

1. Langkah-langkah menggunakan metode pangkat
   a. Jika matriks A berukuran $n \times n$, maka tentukanlah sebuah vector kolom x_0 yang berukuran $n \times 1$ dan bukan matriks nol.
   b. Carilah y_1 yang memenuhi $\mathrm{y}_1 = Ax_0$
   c. Bagi vektor kolom y_1 dengan elemen dari vektor tersebut yang harga mutlaknya terbesar yaitu λ_1 sehingga didapatkan
   $$x_1 = \frac{1}{\lambda_1} y_1$$
   d. Ulangi langkah b dan c dengan $x_k = x_{k+1}$ dengan $k = 0,1,2,3, \ldots$ Sampai suatu iterasi ke-k yang menunjukkan bahwa nilai eigen yang diperoleh mendekati hampiran yang lebih kecil antar iterasi, jika galat yang diperoleh sudah lebih kecil dari 0.5%.
   e. Untuk mengaproksimasi nilai eigen dominan dari suatu matriks A yang berukuran $n \times n$ khususnya matriks simetri, maka dapat digunakan rumus nilai Rayleigh yaitu $\boldsymbol{\lambda_1} = \frac{\boldsymbol{Av_1 . v_1}}{\boldsymbol{v_1 . v_1}}$
2. Semua nilai eigen dan vektor eigen dari suatu matriks dapat diaproksimasikan dengan menggunakan metode pangkat dan metode deflasi dengan langkah-langkah berikut :

a. Carilah nilai eigen mutlak terbesar ($\lambda_1 = \lambda_{largest}$) dan aproksimasi vektor eigen v_1 yang bersesuaian dari suatu matriks A dengan metode pangkat.

b. Normalisasikan v_1 , $\| v_1 \| = 1$

c. Hitung elemen-elemen matriks B dengan menggunakan persamaan $B = A - \lambda_1 u_1 {u_1}^t$. dimana $u_1 = \frac{1}{norm\ |v_{1|}} v_1$.

d. Carilah nilai eigen mutlak terbesar (λ_2) dan aproksimasi vektor eigen (v_2) yang bersesuaian dari matriks *B* dengan menggunakan metode pangkat.

e. Kembali ke langkah b dengan aproksimasi vektor eigen $v_n = v_{n+1}$ dengan *n* = 1, 2, 3,…, v_n adalah vektor eigen untuk nilai eigen mutlak terbesar ke-*n*.

f. Iterasi berhenti jika banyak nilai eigen dari suatu matriks A yang telah ditemukan sama dengan banyak baris atau kolom dari matriks A tersebut.

B. Saran

Penggunaan metode pangkat masih terbatas pada matriks yang seluruh nilai eigennya adalah bilangan real. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan ada penelitian tentang metode pangkat untuk mencari nilai eigen kompleks

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. 1997. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.

Anton, H dan Rorres, C. 2004. *Aljabar Linier Elementer*. Edisi Kedelapan / Jilid 1. Jakarta: Erlangga.

Budhi, Wono Setya. 1995. *Aljabar Linear*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Friedberg, Stepen dan Arnold Insel. 1986. *Introduction to Linear Algebra with Applications*. USA: Prentice-Hall.

Hadley, G. 1992. *Aljabar Linear*. Jakarta: Erlangga.

Leon, Steven J. 2001. *Aljabar Linear dan Aplikasinya*. Jakarta: Erlangga

Mathews, John H. 1992. *Numerical Methods for Mathematics, Science, & Engineering*. New York: Mc. Graw Hill

Munir, Rinaldi. 2006. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika

Weber, Jean E. 1999. *Analisis Matematika Penerapan Bisnis dan Ekonomi*. Jakarta: Erlangga