

**MODEL PENDUGAAN JUMLAH KOMPLIKASI YANG DIDERITA
SEORANG PENDERITA PENYAKIT DIABETES MELLITUS
DI RSUP DR. M. DJAMIL PADANG MENGGUNAKAN
REGRESI POISSON**

TUGAS AKHIR

untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar sarjana sains



GUSMI KHOLIJAH

NIM 73001

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2011

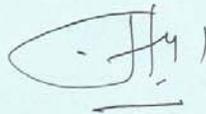
PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Model Pendugaan Jumlah Komplikasi yang Diderita
Seorang Penderita Penyakit Diabetes Mellitus di RSUP Dr.
M. Djamil Padang Menggunakan Regresi Poisson
Nama : Gusmi Kholijah
NIM : 73001
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 20 Juli 2011

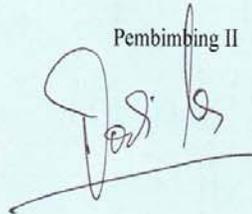
Disetujui oleh :

Pembimbing I



Dra. Hj. Helma, M.Si
NIP. 19680324 199603 2 001

Pembimbing II



Dodi Vionanda, S.Si, M.Si
NIP. 19790611 200501 1 002

PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Nama : Gusmi Kholijah
NIM : 73001
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

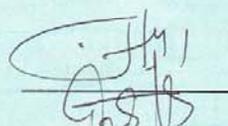
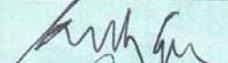
dengan judul

MODEL PENDUGAAN JUMLAH KOMPLIKASI YANG DIDERITA SEORANG PENDERITA PENYAKIT DIABETES MELLITUS DI RSUP DR. M. DJAMIL PADANG MENGGUNAKAN REGRESI POISSON

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Tugas Akhir
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 20 Juli 2011

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Dra. Hj. Helma, M.Si	
Sekretaris	: Dodi Vionanda, S.Si, M.Si	
Anggota	: Drs. Lutfian Almash, M.S	
Anggota	: Dra. Media Rosha, M.Si	
Anggota	: Dra. Hj. Minora Longgom. Nst, M.Pd	

ABSTRAK

Gusmi Kholijah : Model Pendugaan Jumlah Komplikasi yang Diderita Seorang Penderita Penyakit Diabetes Mellitus Di RSUP DR. M. Djamil Padang Menggunakan Regresi Poisson

Diabetes mellitus (DM) merupakan penyakit kronis yang diakibatkan oleh gangguan pada organ pankreas yang tidak mampu menghasilkan hormon insulin sesuai kebutuhan tubuh. DM dapat digolongkan atas 3 jenis yaitu; DM tipe I, DM tipe II dan DM tipe lain. DM dapat menyebabkan terjadinya penyakit pada organ lain (komplikasi) pada penderitanya. Jika penyakit ini dibiarkan akan mengakibatkan risiko kematian yang tinggi dan kecacatan. Untuk melihat kemungkinan jumlah komplikasi yang diderita oleh pasien maka perlu dibentuk suatu model. Sehingga dirumuskan masalah dalam penelitian ini, yaitu “Apa bentuk model pendugaan jumlah komplikasi yang diderita seorang penderita penyakit DM di RSUP DR. M. Djamil Padang menggunakan regresi Poisson?”.

Penelitian ini menggunakan analisis regresi Poisson untuk melihat hubungan jumlah komplikasi dengan jenis penyakit DM yang diderita oleh pasien. Data penelitian ini adalah data pasien penderita DM di RSUP DR. M. Djamil Padang yang berobat pada 1 Januari 2009 sampai 30 November 2010 yang dirawat inap. Untuk menduga jumlah komplikasi dilakukan pendugaan parameter pada regresi Poisson menggunakan metode pendugaan kemungkinan maksimum (MLE) dan diselesaikan dengan pendekatan Newton Raphson. Selanjutnya dilakukan pengujian signifikansi model dengan uji rasio kemungkinan, kemudian uji signifikansi parameter model dengan uji Wald.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh model pendugaan jumlah komplikasi yaitu $y = \exp(0,8641 - 0,4206 X_1 - 0,2250 X_2 - 0,3141 X_3)$. Dari model tersebut disimpulkan bahwa banyaknya komplikasi pada penderita DM sesuai dengan jenis penyakit DM yang diderita. Pasien yang menderita jenis DM tipe I, Jenis DM tipe II, DM tipe lain memiliki komplikasi penyakit rata-rata sebanyak 1 atau 2 penyakit. Sedangkan pasien yang menderita 2 jenis penyakit yaitu jenis DM tipe I dan DM tipe II, DM tipe I dan DM tipe lain, serta DM tipe II dan DM tipe lain rata-rata komplikasinya sebanyak 1 penyakit dan untuk pasien yang menderita DM tipe I, DM tipe II dan DM tipe lain akan menderita komplikasi rata-rata sebanyak 1 penyakit.

KATA PENGANTAR



Syukur Alhamdulillah peneliti ucapkan kehadiran Allah SWT, karena berkat rahmat dan karunia-Nya, peneliti dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul “Model Pendugaan Jumlah Komplikasi yang Diderita Seorang Penderita Penyakit Diabetes Mellitus Di RSUP DR. M. Djamil Padang Menggunakan Regresi Poisson”.

Tugas Akhir ini ditulis untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Negeri Padang. Disamping itu, penulisan Tugas Akhir ini juga untuk memperluas pengetahuan dan sebagai bekal pengalaman bagi peneliti.

Peneliti menyadari bahwa dalam menyusun Tugas Akhir ini banyak tantangan dan kesulitan yang dihadapi. Berkat bantuan berbagai pihak, semua kesulitan itu dapat diselesaikan. Oleh sebab itu, pada kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si, Penasehat Akademik sekaligus Pembimbing I
2. Bapak Dodi Vionanda, M.Si, Pembimbing II
3. Bapak Drs. Lutfian Almash, M.S, Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Ibu Dra. Hj. Minora L. Nasution, M.Pd Dosen Penguji
4. Bapak Drs. Lutfian Almash, M.S, Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP
5. Bapak Muh. Subhan, M.Si, Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNP
6. Bapak/Ibu bagian Diklit dan Rekam Medis RSUP DR. M. Djamil Padang
7. Semua pihak yang sudah berkontribusi dalam penyelesaian Tugas Akhir ini

Semoga segala bimbingan dan bantuan yang Bapak/Ibu berikan menjadi amal kebaikan dan mendapat Ridho dari Allah SWT.

Peneliti menyadari bahwa Tugas Akhir ini jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, peneliti mengharapkan kritikan dan saran yang membangun dari pembaca untuk kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan sumbangan pikiran dan bermanfaat bagi peneliti dan pembaca.

Padang, Juli 2011

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang.....	1
B. Perumusan Masalah.....	3
C. Tujuan Penelitian.....	4
D. Pertanyaan Penelitian	4
E. Manfaat Penelitian	4
BAB II KAJIAN TEORI	
A. Analisis Regresi Linier.....	5
B. Analisis Regresi Poisson	6
1. Sebaran Poisson	6
2. Regresi Poisson	8
a. Pendugaan Parameter Model	10
b. Uji Signifikansi Model Regresi Poisson	12
c. Uji Signifikansi Parameter	13
C. Diabetes Mellitus (DM).....	14
D. Komplikasi DM	16
E. Penelitian yang Relevan.....	17
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
A. Sumber Data	19
B. Teknik Analisis Data.....	19

	Halaman
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
A. Hasil Penelitian	
1. Deskripsi Data	22
2. Analisis Data	23
B. Pembahasan	30
BAB V PENUTUP	
A. Kesimpulan.....	34
B. Saran	35
DAFTAR PUSTAKA	36
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Jumlah Komplikasi Penyakit pada Pasien Penderita DM	22
2 . Jenis DM yang Diderita Pasien	23
3. Hasil Dugaan Parameter dengan Regresi Poisson	25
4. Hasil Uji Signifikansi Masing-Masing Parameter Model Regresi Poisson ...	27

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Diagram Data yang Mengikuti Pola Distribusi Poisson.....	7
2. Plot Respons Jumlah Komplikasi Pasien Penderita DM.....	24

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Struktur Data Terdefinisi	38
2. Output SAS 9.1 untuk Keseluruhan Peubah penjelas	60
3. Output SAS 9.1 Tanpa Melibatkan Peubah Penjelas	61
4. Nilai Kritis Distribusi χ^2	62

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Diabetes mellitus (DM) merupakan penyakit dengan risiko kematian yang tinggi. DM menduduki peringkat kedua penyebab kematian untuk kelompok usia 45-54 tahun di perkotaan (Kompas, 15 November 2010). Price dan Wilson (2006, 1263) juga mengatakan bahwa 75% penderita penyakit DM pada akhirnya meninggal.

DM merupakan penyakit kronis yang diakibatkan oleh gangguan sistem metabolisme dalam tubuh, dimana organ pankreas tidak mampu menghasilkan hormon insulin sesuai kebutuhan tubuh (Price dan Wilson, 2006: 1259-1261). Gangguan DM tidak hanya dirasakan pada organ pankreas, tetapi DM berisiko tinggi adanya komplikasi (terjadinya penyakit pada organ lain). Komplikasi yang terjadi merupakan informasi awal bagi kebanyakan pasien untuk mengetahui terdiagnosa penyakit DM. Hal ini terjadi karena DM timbul tanpa adanya rasa keluhan sampai beberapa tahun dan kurangnya informasi mengenai gejala penyakit DM yang diperoleh masyarakat.

Komplikasi penyakit DM terjadi pada pembuluh darah, sehingga mengakibatkan kerusakan saraf (*neuropathy*), kerusakan ginjal (*nephropathy*), kerusakan mata (*retinopathy*), penyakit jantung, hipertensi, penyakit pembuluh darah *perifer*, stroke, dan infeksi. Komplikasi penyakit DM terjadi pada bagian penting organ tubuh, sehingga DM memerlukan

penanganan yang khusus. Jika komplikasi ini dibiarkan, maka pasien akan menghadapi risiko kematian yang lebih tinggi.

DM dapat dikelompokkan atas tiga jenis berdasarkan penyebab gangguannya. DM ini terdiri atas :

1. DM tipe I, yaitu jenis DM yang timbul pada sembarang usia. Ini disebabkan oleh kerusakan sel penghasil insulin akibat sistem pertahanan tubuh tidak tepat dan terpaut terhadap gen, serta memiliki sifat bergantung terhadap penggunaan insulin.
2. DM tipe II, yaitu jenis DM yang timbul pada masa dewasa atau tua, sering kali berkaitan dengan obesitas dan memiliki sifat tidak tergantung terhadap insulin.
3. DM tipe lain, merupakan jenis DM yang timbul karena kelainan fungsi sel beta, kelainan genetik pada kerja insulin, obat kimia, infeksi, dan malnutrisi.

Jumlah komplikasi yang berkaitan dengan 3 jenis DM ini, diduga terdapat hubungan antara jenis DM dan jumlah komplikasi pada seorang penderita DM. Untuk itu perlu diketahui bentuk hubungan antara jenis DM yang diderita oleh seorang pasien dengan jumlah komplikasi penyakitnya. Dengan mengetahui jumlah komplikasi dapat berguna sebagai informasi dalam menentukan tindakan yang akan dilakukan selanjutnya terhadap pasien.

Data jumlah komplikasi pada seorang penderita DM memiliki pola data diskrit, karena jumlah komplikasi pada seorang penderita DM menyatakan

jumlah atau banyaknya suatu kejadian yang terjadi dalam suatu era dan selang waktu tertentu. Data diskrit merupakan banyaknya kejadian pada suatu waktu dengan variabel acak bulat. Cameron & Trivedi (1998: 10) mengungkapkan bahwa data diskrit juga ditemukan pada pelayanan kesehatan, kerugian bank, kehadiran karyawan pada suatu kantor, asuransi kecelakaan, dan lainnya.

Salah satu analisis hubungan yang menggunakan data diskrit adalah analisis regresi Poisson. Analisis hubungan tersebut dapat dinyatakan dalam suatu model yang disebut dengan model regresi Poisson. Model regresi Poisson adalah salah satu model regresi yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara peubah respons Y yang berdistribusi Poisson dan peubah penjelas X .

Berdasarkan data yang diperoleh, jumlah komplikasi sebagai peubah respons mengikuti distribusi Poisson. Dalam hal ini peubah penjelasnya adalah jenis tipe DM. Untuk itu, penelitian ini diberi judul yaitu: **Model Pendugaan Jumlah Komplikasi yang Diderita Seorang Penderita Penyakit Diabetes Mellitus di RSUP DR. M. Djamil Padang Menggunakan Regresi Poisson.**

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang maka perumusan masalah pada penelitian ini adalah “Apa bentuk model pendugaan jumlah komplikasi yang diderita seorang penderita penyakit diabetes mellitus di RSUP DR. M. Djamil Padang menggunakan regresi Poisson?”.

C. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model pendugaan jumlah komplikasi yang diderita seorang penderita penyakit diabetes mellitus di RSUP DR. M. Djamil Padang menggunakan regresi Poisson dan menduga banyaknya komplikasi yang diderita oleh pasien yang menderita penyakit DM tertentu.

D. Pertanyaan Penelitian

Adapun pertanyaan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apa bentuk model pendugaan jumlah komplikasi yang diderita seorang penderita penyakit diabetes mellitus di RSUP DR. M. Djamil Padang menggunakan regresi Poisson?
2. Berapa banyak komplikasi yang diderita oleh pasien penderita penyakit DM tertentu?

E. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan hendaknya dapat memberikan manfaat bagi

1. Peneliti dapat menambah wawasan dan ilmu tentang regresi dan penyakit DM.
2. Bagi pihak yang memiliki kebijakan dalam kesehatan dapat memberikan informasi kepada masyarakat mengenai bahaya penyakit DM.
3. Bagi peneliti selanjutnya dapat menggunakannya sebagai bahan referensi.

BAB II KAJIAN TEORI

Beberapa teori yang dibutuhkan untuk mempermudah pemahaman tentang analisis regresi Poisson adalah sebagai berikut:

A. Analisis Regresi Linier

Analisis regresi merupakan teknik statistika untuk menyelidiki dan memodelkan hubungan antara beberapa peubah (Montgomery, 2006: 1). Pada analisis regresi dikenal adanya peubah respons (Y) dan peubah penjelas (X). Bentuk model regresi linier, yaitu:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (1)$$

Misalkan terdapat n pengamatan dengan $n \geq k$, yaitu (y_i, x_i) dengan $i = 1, 2, \dots, n$ maka persamaan (1) dapat ditulis sebagai

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n \text{ dan } k \leq n \quad (2)$$

Sehingga, dalam notasi matriks persamaan (2) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

atau,

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

dimana,

\mathbf{y} adalah matriks peubah respons berukuran $n \times 1$

\mathbf{X} adalah matriks peubah penjelas berukuran $n \times k$

β adalah matriks parameter regresi berukuran $k \times 1$

ε merupakan matriks galat acak berukuran $n \times 1$

B. Analisis Regresi Poisson

1. Sebaran Poisson

Menurut Walpole (1995: 218), ciri-ciri suatu data berdistribusi Poisson adalah:

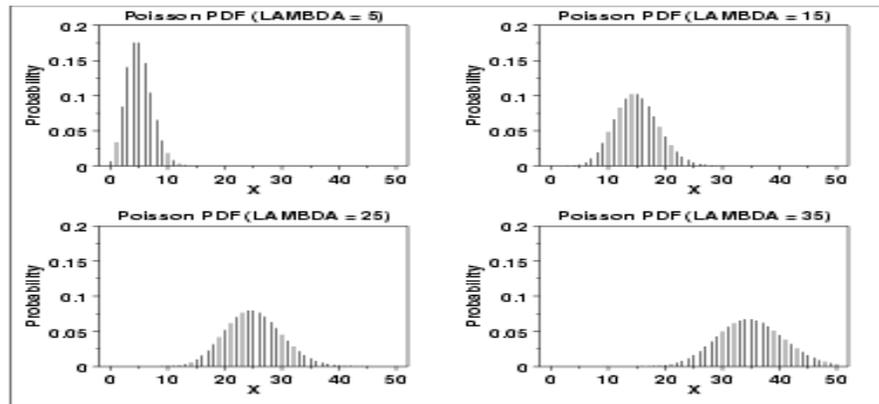
- a. Banyak hasil yang terjadi dalam selang waktu tertentu atau daerah tertentu tidak terpengaruh oleh kejadian pada selang waktu atau daerah lain yang terpisah.
- b. Peluang terjadinya suatu hasil tidak bergantung pada peluang hasil yang lain.
- c. Peluang terjadinya suatu hasil dalam jangka waktu yang pendek atau daerah yang sempit dapat diabaikan.

Data yang penyebarannya berdistribusi Poisson memiliki fungsi peluang sebagai berikut:

$$f(y) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

dengan parameter $\mu > 0$. Nilai harapan dan ragam dari sebaran Poisson adalah $E(y) = Var(y) = \mu$ (Montgomery, 2006: 449). Dalam hal ini $E(y)$ adalah rata-rata dan $Var(y)$ adalah keragaman dari sebaran Poisson.

Adapun grafik dari data yang mengikuti pola distribusi Poisson dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 1: Diagram Data yang Mengikuti Pola Distribusi Poisson
(Anonim, 2003: 489)

Kemudian untuk menguji distribusi data dilakukan dengan memplot peubah respons dengan membentuk diagram histogram, sehingga dapat diketahui pola distribusi yang mengikuti penyebaran data. Selanjutnya dilakukan uji χ^2 sesuai untuk melihat distribusi data. Uji hipotesis yang digunakan, yaitu :

H_0 : Peubah respons berdistribusi Poisson

H_1 : Peubah respons tidak berdistribusi Poisson

Adapun statistik uji untuk uji Chi-Kuadrat tersebut adalah

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{O_i - E_i}{E_i} \right)^2 \quad (5)$$

Dimana;

O_i : banyaknya kasus yang diamati dalam kategori ke-i

E_i : banyaknya yang diharapkan dalam kategori ke-i di bawah H_0

Untuk melihat keputusan yang akan diambil yaitu, jika nilai statistik uji lebih besar dari nilai kritis dengan derajat kebebasan k-1 dan harga α yang

ditetapkan sebelumnya atau $\chi_{hitung}^2 > \chi_{tabel}^2$ maka H_0 ditolak. Dengan kata lain $\chi_{hitung}^2 < \chi_{tabel}^2$ maka H_0 diterima, artinya data pada peubah respons berdistribusi Poisson.

(Siegel, 1985: 53)

2. Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan analisis regresi yang digunakan pada data berbentuk diskrit yang menyatakan jumlah atau banyaknya suatu kejadian yang terjadi dalam suatu era dan selang waktu tertentu. Sebagai contoh jumlah panggilan telepon pada suatu kantor, jumlah kecelakaan pesawat, atau kasus kematian akibat kanker paru-paru. Regresi ini termasuk pada model regresi non linier yang diturunkan dari distribusi Poisson dengan mendefinisikan μ sebagai fungsi peubah penjelas.

Seperti halnya regresi linier, dalam regresi Poisson data disusun dalam struktur tabulasi silang (*Cross Section Data*) yang terdiri dari n pengamatan yang saling lepas dan sebagai pengamatan ke- i adalah (y_i, x_i) . Peubah respons y_i adalah suatu besaran skalar yang menyatakan jumlah terjadinya suatu peristiwa atau kejadian, dan x_i adalah vektor peubah penjelas. (Cameron & Trivedi, 1998: 9)

Menurut Montgomery (2006: 449), model dari regresi Poisson dituliskan sebagai:

$$y_i = E(y_i) + \varepsilon_i, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (6)$$

$E(y_i) = \mu_i$, dimana

y_i merupakan peubah respons untuk observasi ke- i

$E(y_i)$ adalah rata-rata dari peubah respons untuk observasi ke- i
 ε_i merupakan galat

Dalam model regresi Poisson pada persamaan (6) terdapat rata-rata peubah respons atau $E(y_i)$. Untuk menghubungkan rata-rata respons dengan peubah penjelas, Montgomery (2006: 449) menyatakan bahwa fungsi penghubung (*link function*) dapat digunakan.

$$\text{Misal } g(\mu_i) = \eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} \quad (7)$$

Hubungan antara rata-rata dan peubah penjelas adalah

$$g(\mu_i) = \eta_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}, \text{ sehingga}$$

$$\mu_i = g^{-1}(\eta_i) = g^{-1}(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}) \quad (8)$$

Link function yang digunakan pada distribusi Poisson, di antaranya;

a) *Identity link*, dimana $g(\mu_i) = \mu_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$. Dari persamaan (8) didapatkan

$$\mu_i = g^{-1}(\eta_i) = g^{-1}(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}). \text{ Karena } E(y_i) = \mu_i \text{ maka}$$

$$\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} = \mu_i \text{ atau } \mu_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} \quad (9)$$

b) *Log link*, dimana $g(\mu_i) = \ln \mu_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$

$$\text{Dari persamaan (8) diperoleh } \mu_i = g^{-1}(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$$

$$\Leftrightarrow \ln \mu_i = \ln g^{-1}(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$$

$$\Leftrightarrow \ln \mu_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$$

Sehingga diperoleh hubungan antara peubah respons dan rata-rata, yaitu:

$$\mu_i = e^{\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}}$$

atau dapat dituliskan sebagai

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}) \quad (10)$$

Sehingga, diperoleh model regresi Poisson sebagai berikut

$$y_i = \exp(\mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i$$

$$y_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k) + \varepsilon_i \quad (11)$$

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam membentuk model regresi Poisson adalah sebagai berikut :

a. Pendugaan Parameter Model

Untuk menduga parameter dalam regresi Poisson digunakan Metoda Maksimum Likelihood. Jika pada sampel acak mempunyai n pengamatan dengan peubah respons y dan peubah penjelas x , maka fungsi likelihood dari regresi Poisson adalah :

$$L(\mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^n f_i(\mathbf{y}_i) = \prod_{i=1}^n \frac{e^{-\mu_i} \mu_i^{y_i}}{y_i!}$$

$$= \frac{\prod_{i=1}^n \mu_i^{y_i} \exp(-\sum_{i=1}^n \mu_i)}{\prod_{i=1}^n y_i!} \quad (12)$$

Dari fungsi likelihood dari persamaan (12) dapat dibentuk log-likelihood yaitu:

$$\ln L(\mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n y_i \ln(\mu_i) - \sum_{i=1}^n \mu_i - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) \quad (13)$$

Berdasarkan persamaan (10) maka persamaan (13) dapat ditulis sebagai :

$$\ln L(\mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta} - \sum_{i=1}^n \exp(\mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}) - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!) \quad (14)$$

Untuk menduga parameter $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh dengan mendiferensialkan persamaan (14) terhadap $\boldsymbol{\beta}$, yaitu:

$$\frac{\partial \ln L(\mathbf{y}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}'} = \sum_{i=1}^n (y_i \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}))$$

Nilai dugaan diperoleh dengan memaksimumkan bentuk diferensial tersebut sehingga diperoleh

$$\frac{\partial \ln L(y, \beta)}{\partial \beta'} = \sum_{i=1}^n (y_i x_i - x_i \exp(x_i' \beta)) = 0 \quad (15)$$

Karena fungsi pada persamaan (15) berbentuk implisit, maka digunakan prosedur iterasi numerik yaitu Newton-Raphson. Secara umum persamaan untuk iterasi Newton-Raphson adalah :

$$\beta_{t+1} = \beta_t - (H_t)^{-1} U_t \quad (16)$$

(Agresti, 2002: 144)

Dimana

$$\begin{aligned} U_t &= \frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta'} \\ &= \sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \exp(x_i' \beta) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} H_t &= \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta \partial \beta'} \\ &= - \sum_{i=1}^n x_i \exp(x_i' \beta) x_i' \end{aligned} \quad (18)$$

Pada metode Newton-Raphson dikenal adanya nilai taksiran awal parameter yaitu $\hat{\beta}_t$. Penentuan nilai awal ini diperoleh dengan metode *ordinary least square* (OLS). Adapun nilai dugaan awal parameter yaitu :

$$\hat{\beta}_0 = (X'X)^{-1} X'Y \quad (19)$$

Jika persamaan (17) dan persamaan (18) disubstitusikan ke persamaan (16), maka diperoleh :

$$\hat{\beta}_{t+1} = \hat{\beta}_t - \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \exp(x_i' \beta)}{- \sum_{i=1}^n x_i \exp(x_i' \beta) x_i'} \quad (20)$$

Berdasarkan Persamaan (10) maka persamaan (20) bisa dibentuk menjadi

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t+1} &= \hat{\boldsymbol{\beta}}_t + \left(\sum_{i=1}^n x_i \hat{\mu}_{i(t)} x_i'\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \mu_{i(t)})\right) \\ &= \left(\sum_{i=1}^n x_i \hat{\mu}_{i(t)} x_i'\right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^n x_i \hat{\mu}_{i(t)} x_i'\right) \hat{\boldsymbol{\beta}}_t + \left(\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \mu_{i(t)})\right)\right] \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{t+1} &= \left(\sum_{i=1}^n x_i \hat{\mu}_{i(t)} x_i'\right)^{-1} \sum_{i=1}^n x_i \hat{\mu}_{i(t)} \left\{x_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}_t + \frac{y_i - \hat{\mu}_{i(t)}}{\hat{\mu}_{i(t)}}\right\}\end{aligned}\quad (21)$$

Persamaan (21) dapat ditulis menjadi :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{t+1} = \left(\sum_{i=1}^n x_i \hat{y}_{i(t)} x_i'\right)^{-1} \sum_{i=1}^n x_i \hat{y}_{i(t)} \left\{x_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}_t + \frac{y_i - \hat{y}_{i(t)}}{\hat{y}_{i(t)}}\right\}\quad (22)$$

Apabila digunakan bantuan matriks, maka persamaan (22) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\beta}_{t+1} = [\mathbf{X}'\mathbf{W}_t\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{W}_t\mathbf{Z}_t\quad (23)$$

Dimana

\mathbf{X} Matriks peubah penjelas, dinotasikan sebagai berikut :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

\mathbf{W} = Matriks pembobot, dinotasikan sebagai berikut :

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\hat{y}_{i(t)})$$

\mathbf{Z} = matriks untuk peubah respons

b. Uji Signifikansi Model Regresi Poisson

Uji signifikansi ini dilakukan untuk melihat besarnya kontribusi dari peubah penjelas di dalam model. Uji signifikansi model yang digunakan dalam model regresi Poisson adalah uji rasio kemungkinan (*likelihood ratio test*).

Uji rasio kemungkinan bertujuan untuk melihat peranan peubah penjelas dalam model secara bersama-sama. Untuk uji rasio kemungkinan terlebih dahulu ditentukan dua buah fungsi likelihood yang berhubungan dengan model regresi yang diperoleh. Fungsi likelihood tersebut adalah ℓ_1 yaitu nilai likelihood untuk model lengkap dengan melibatkan peubah penjelas dan ℓ_0 yaitu nilai likelihood untuk model sederhana tanpa melibatkan peubah penjelas.

Adapun hipotesis pada pengujian ini adalah :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{paling tidak ada satu } \beta_i \neq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, k$$

Dengan statistik uji adalah:

$$T = 2 (\ln \ell_1 - \ln \ell_0) \quad (24)$$

Dengan T merupakan peubah acak yang menyebar mengikuti sebaran $\chi^2_{\alpha, k}$.

Keputusan yang diambil yaitu, jika nilai statistik uji lebih besar dari nilai $\chi^2_{\alpha, k}$ yang diperoleh dari tabel dengan taraf nyata α maka H_0 ditolak.

Dengan kata lain, jika $T > \chi^2_{\alpha, k}$ maka H_0 ditolak, yang berarti pada model regresi Poisson terdapat paling kurang ada satu parameter yang tidak sama dengan nol.

(Cameron & Trivedi, 1998: 45)

c. Uji Signifikansi Parameter

Pada model regresi Poisson, parameter yang dihasilkan dari pendugaan parameter belum tentu mempunyai kontribusi yang signifikansi

terhadap model. Untuk itu dilakukan uji terhadap masing-masing parameter model.

Uji signifikansi yang digunakan pada model regresi Poisson adalah Uji Wald. Hipotesis yang digunakan adalah :

$$H_0 : \beta_i = 0 \text{ (kontribusi peubah ke } - i \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0 \text{ (kontribusi peubah ke } - i \text{ signifikan)}$$

Adapun statistik uji yang digunakan adalah :

$$G_j = \left(\frac{\widehat{\beta}_i}{se(\widehat{\beta}_i)} \right)^2 \quad i = 0, 1, \dots \quad (25)$$

Statistik uji berdistribusi χ^2 dengan derajat kebebasan 1 dan taraf nyata α . Untuk daerah penolakannya adalah H_0 ditolak jika $G_j > \chi_{\alpha,1}^2$, artinya parameter regresi signifikan terhadap model. Dengan kata lain peubah penjelas memiliki kontribusi terhadap model jika peubah penjelas yang lainnya juga ada pada model.

(Montgomery, 2006: 454)

C. Diabetes Mellitus (DM)

Diabetes mellitus (DM) merupakan penyakit yang dikenal dengan nama kencing manis atau penyakit gula. DM merupakan penyakit yang disebabkan karena adanya gangguan pada kerja hormon insulin yang dihasilkan oleh kelenjar pankreas. Insulin adalah hormon yang bertanggung jawab mengontrol jumlah/kadar gula dalam darah dan insulin dibutuhkan untuk mengubah (memproses) karbohidrat, lemak, dan protein menjadi energi yang diperlukan tubuh manusia.

Menurut Price dan Wilson (2006: 1260) DM merupakan gangguan metabolisme yang secara genetis dan klinis termasuk heterogen dengan hilangnya toleransi karbohidrat. Karbohidrat ini berbentuk kadar glukosa darah. Kadar glukosa darah ini di dalam tubuh akan diatur oleh hormon insulin yang terdapat dalam pankreas yang berfungsi untuk merendahkan glukosa darah dan meningkatkan kadar glukosa darah.

Pasien penderita DM akan merasakan gejala awal dengan adanya keluhan di antaranya banyak buang air kecil (*polyuria*) terutama pada malam hari, gampang haus dan banyak minum (*polydipsia*), mudah lapar dan banyak makan (*polyphagia*), mudah lelah dan sering mengantuk, penglihatan kabur, sering pusing dan mual, koordinasi gerak anggota tubuh terganggu, berat badan menurun terus, sering kesemutan dan gatal-gatal pada tangan dan kaki (Republika, 25 Mei 2009)

Adapun faktor-faktor penyebab penyakit DM di antaranya pola makan yang berlebihan, obesitas, faktor genetis, bahan-bahan kimia dan obat-obatan, penyakit dan infeksi pada pankreas, serta pola hidup (Republika, 10 Agustus 2010).

Menurut Price dan Wilson (2006: 1261) klasifikasi DM ini terdapat beberapa tipe diantaranya :

1. Diabetes Mellitus Tipe I (Insulin Dependent DM)

DM tipe I dulu dikenal sebagai tipe *juvenile onset* dan tipe dependent insulin. Tipe ini bisa muncul pada sembarang usia. DM tipe I ini merupakan DM yang terpaut dengan gen, juga merupakan kelainan

akibat gangguan metabolisme glukosa yang ditandai oleh hiperglikemia kronik. Keadaan ini disebabkan oleh kerusakan sel β pankreas sehingga produksi insulin berkurang atau terhenti.

Penderita DM tipe I memiliki kesehatan dan berat badan yang baik pada saat terdiagnosa penyakit ini. Saat ini penderita DM tipe I hanya bisa diobati dengan menggunakan insulin, dengan pengawasan yang teliti terhadap tingkat glukosa darah melalui alat monitor pengujian darah (Helex, bagan intheword: 2010).

2. Diabetes Mellitus Tipe II (Non Insulin Dependent DM)

DM tipe II dikenal sebagai tipe dewasa atau tipe *onset maturitas* dan tipe non insulin dependent. Masalah obesitas sering dikaitkan dengan tipe DM ini. Pola hidup sangat mempengaruhi timbulnya penyakit ini dalam tubuh.

3. Diabetes Tipe Lain

Tipe ini terjadi karena kelainan genetik pada sel beta, kelainan genetik pada kerja insulin, penyakit pada eksokrin pankreas, infeksi, obat-obat bersifat toksin terhadap sel-sel beta, penyakit endokrin seperti sindrom Cushing dan akromegali. DM tipe ini biasa juga disebut dengan DM malnutrisi.

D. Komplikasi DM

Penyakit DM yang diderita oleh seorang pasien ternyata tidak hanya menyerang bagian organ pankreas saja, penyakit ini dapat menyerang bagian organ tubuh lainnya yang biasa disebut komplikasi (penyebab terjadinya

penyakit lain). Komplikasi terjadi karena penderita DM sangat lama mengetahui kalau tubuhnya sudah terdiagnosa penyakit DM. DM ini terdeteksi setelah terjadinya sakit pada organ lain. Hal ini karena kurangnya informasi tentang DM, pengelolaan yang kurang baik dan tepat terhadap penyakit DM.

Sudoyo (2006: 1886-1904) menyampaikan bahwa komplikasi kronik penyakit DM terjadi pada pembuluh darah, sehingga mengakibatkan kerusakan mata (*retinopati*), kerusakan ginjal (*nefropati*), kerusakan saraf (*neuropati*), penyakit jantung, hipertensi, kerusakan pembuluh darah perifer. Price dan Wilson (2006: 1272) juga menambahkan bahwa komplikasi mengakibatkan terjadinya stroke dan infeksi.

E. Penelitian yang Relevan

Penelitian mengenai regresi Poisson telah pernah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya yaitu :

1. Ismunarti (2003) melakukannya untuk menduga model kelimpahan makrozoobenthos terhadap parameter kualitas perairan. Faktor-faktor yang berpengaruh nyata terhadap peluang keberadaannya adalah salinitas, kecerahan, kecepatan arus, DO dan suhu. Adapun bentuk model regresi Poissonnya adalah $\log(\mu) = -14.33 + 0.46 \text{ Suhu} + 0.038 \text{ salinitas} + 0.053 \text{ kecerahan} - 0.215 \text{ kecepatan arus} + 0.52 \text{ DO}$.
2. Rahmawati (2002) menyatakan bahwa variabel sarana kesehatan yang mempengaruhi jumlah penderita penyakit diare di Sumenep adalah persentase kepemilikan jamban, persentase kepemilikan tempat

pengelolaan air limbah dan persentase kepemilikan tempat persediaan air bersih dengan bentuk model regresinya adalah $\lambda = \exp(6.030308853 - 0.014428280X_1 + 0.066562269X_3 + 0.008902657X_4)$.

3. Sundayani (2004) juga melakukan terhadap analisis regresi Poisson untuk menganalisis faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu di Provinsi Jawa Timur. Bentuk model regresi Poissonnya adalah $\mu = \exp(0.5243 + 0.000X_1 + 0.0189X_2 + 0.0090X_4 - 233.2086X_6)$. Dengan faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian Ibu adalah jumlah Ibu bersalin (X_1), cakupan kunjungan Ibu hamil trisemester pertama (k-1) (X_2), persentase Ibu hamil resiko tinggi (X_4), proporsi jumlah tenaga medis (X_6).

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan

Dari hasil analisis data dan pembahasan dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model untuk menduga jumlah komplikasi yang diderita oleh seorang penderita penyakit DM di RSUP DR. M. Djamil Padang yaitu $y = \exp(0,8641 - 0,4206X_1 - 0,2250X_2 - 0,3141X_3)$.

Model ini menyatakan bahwa setiap jenis DM yang diderita oleh pasien memberikan peluang terjadinya komplikasi.

2. Seorang penderita penyakit DM akan menderita komplikasi penyakit pada tubuhnya sesuai dengan jenis DM yang diderita. Pasien yang menderita jenis DM tipe I kemungkinan memiliki komplikasi rata-rata sebanyak 1 atau 2 penyakit. Jenis DM tipe II, rata-rata komplikasi penyakitnya 1 atau 2 penyakit. Untuk DM tipe lain, rata-rata jumlah komplikasi penyakitnya juga sebanyak 1 atau 2 penyakit. Sedangkan pasien yang menderita jenis DM tipe I dan DM tipe II, komplikasi penyakitnya sebanyak 1 penyakit. Jika pasien menderita DM tipe I dan DM tipe lain, komplikasi penyakitnya rata-rata sebanyak 1 penyakit. Pasien yang menderita DM tipe II dan DM tipe lain, penyakit lain yang diderita rata-rata sebanyak 1 penyakit juga dan untuk pasien yang menderita 3 jenis DM yaitu; DM tipe I, DM tipe II dan DM tipe lain akan menderita jumlah komplikasi pada tubuhnya rata-rata sebanyak 1 penyakit lain.

B. SARAN

1. Hendaknya pembaca waspada terhadap penyakit DM sebab penyakit ini tidak hanya menyerang saluran pankreas tetapi bisa menyerang organ tubuh yang lainnya.
2. Diharapkan agar lembaga yang memegang kebijakan dalam kesehatan dapat memberikan informasi kepada masyarakat bahwa penyakit DM merupakan salah satu penyakit yang berbahaya karena dapat menyebabkan terjadinya komplikasi pada tubuh penderita.
3. Hendaknya peneliti selanjutnya dapat menentukan jenis penyakit yang sering timbul pada pasien yang menderita jenis DM tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. 2002. *Caterogical of Data*. Canada: A John Wiley & Sons, Inc: Publication
- Aninom. 2003. *Exploratory Data Analysis*. <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section4/eda43>. (di Akses 13 November 2003)
- Anonim. 2010. *Pengidap Diabetes Meningkat Pesat*. <http://health.kompas.com>. (di Akses tanggal 5 februari 2011)
- Anonim. 2009. *Kenali dan Cegah Diabetes*. <http://www.republika.co.id>. (di Akses tanggal 4 februari 2011)
- Anonim. 2010. *Ayooo...Kenali Gejala Awal Diabetes*. <http://www.republika.co.id>. (di Akses tanggal 4 februari 2011)
- Cameron, A., dan Trivedi, P. K. 1998. *Regression Analysis of Count Data*. New york: Cambridge University Press.
- Cody, R. P., dan Smith, J. K. 2006. *Applied Statistics And The SAS Programming Language*. USA: Pearson Education, Inc.
- Wirawan, H. 2010. *Penyakit Diabetes Mellitus Dan Komplikasi*. <http://www.baganintheworld.com/penyakit>. (di Akses tanggal 10 Desember 2010)
- Ismunarti, D. H., Wahyuni, R. A. T., dan Subagyo. 2003. *Analisis Regresi Poisson untuk Menduga Model Kelimpahan Makrozoobenthos terhadap Parameter Kualitas Air*. Semarang: Undip. (di Akses tanggal 29 November 2010)
- Mansjoer, A., Triyanti, K., Savitri, R., Wardhani, W. I., dan Setiowulan, W. 2001. *Kapita Selekta Kedokteran edisi Ketiga Jilid Pertama*. Jakarta: Media Aesculapius FK UI.
- Montgomery, D. C., Elizabeth, A. P., dan G. Geoffrey, V. 2006. *Introduction to Linear Regression Analysisi 4nd edition*. Canada: A John Wiley & Sons, Inc. Publication.
- Price, Sylvia A., dan Wilson, L. M. 2006. *Pathophysiology: Clinical Concepts of Disease Processes 6nd edition*. (Terjemahan). Michigan: Arrangement with Mosby. Buku asli diterbitkan tahun 2002.
- Rahmawati, A. E. 2002. *Analisis Regresi Poisson terhadap Variabel Sarana Kesehatan Lingkungan yang Mempengaruhi Penyakit Diare di*