

**ANALISIS NUMERIK GELOMBANG ROSSBY ATMOSFER
MENGUNAKAN PERSAMAAN *KORTEWEG DE VRIES* MELALUI
PENDEKATAN *FINITE DIFFERENCE***

SKRIPSI

*Diajukan kepada Tim Penguji Skripsi Jurusan Fisika Sebagai Salah Satu
Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains*



Oleh

ILNANDA JALFI

NIM. 01957/2008

**PROGRAM STUDI FISIKA
JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2012

PERSETUJUAN SKRIPSI

**ANALISIS NUMERIK GELOMBANG ROSSBY ATMOSFER
MENGUNAKAN PERSAMAAN *KORTEWEG DE VRIES* MELALUI
PENDEKATAN *FINITTE DIFFERENCE***

Nama : Inanda Jalfi
NIM : 01957
Program Studi : Fisika
Jurusan : Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 25 April 2012

Disetujui Oleh

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Dra. Hidayati, M.Si
NIP. 19671111 199203 2 001

Fatni Mufit, S.Pd, M.Si
NIP. 19731023 200012 2 002

PENGESAHAN

Dinyatakan Lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Fisika Jurusan Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Judul : Analisis Numerik Gelombang Rossby Atmosfer
Menggunakan Persamaan *Korteweg De Vries* Melalui
Pendekatan *Finite Difference*
Nama : Inanda Jalfi
NIM : 01957
Program Studi : Fisika
Jurusan : Fisika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 25 April 2012

Tim Penguji

Nama		Tanda Tangan
1. Ketua	: Dra. Hidayati, M.Si	1. _____
2. Sekretaris	: Fatni Mufit, S.Pd, M.Si	2. _____
3. Anggota	: Prof. Dr. Festiyed, M.S	3. _____
4. Anggota	: Drs. Mahrizal, M.Si	4. _____
5. Anggota	: Drs. Masril, M.Si	5. _____

ABSTRAK

Ilnanda Jalfi : Analisis Numerik Gelombang Rossby Atmosfer Menggunakan Persamaan Korteweg De Vries melalui Pendekatan Finite Difference

Gelombang Rossby atmosfer merupakan gelombang atmosfer yang mengalir dalam ruang bebas sepanjang garis ekuator dan merambat ke arah barat. Gelombang Rossby memiliki karakteristik gelombang yang rotasional dengan penjalaran gelombang yang stabil dan merambat tanpa perubahan bentuk. Karakteristik ini merupakan salah satu sifat dari soliton sebagai gelombang nonlinier. Penelitian ini bertujuan mengkaji dan menganalisis perilaku penjalaran gelombang Rossby Atmosfer dengan memperlihatkan pengaruh ketinggian (h) dan amplitudo (a) terhadap besar kecepatannya.

Penelitian yang dilakukan termasuk jenis penelitian teoritis dan dianalisa menggunakan pendekatan numerik. Pendekatan numerik yang digunakan adalah metoda *Finite Difference* yaitu suatu metoda untuk mendekati harga turunan suatu fungsi setiap titik pada domain solusi. Selanjutnya dengan metoda ini dirancang program menggunakan *software* Matlab R.2010 melalui persamaan *Korteweg De Vries* (KdV) dan solusi soliton.

Berdasarkan solusi soliton yang dihasilkan, dapat dianalisis sifat gelombang Rossby Atmosfer yang menunjukkan bahwa besar kecepatan (v) gelombang Rossby dipengaruhi oleh ketinggian (h) dan amplitudo (a). Hasil dari pemograman yaitu berupa tampilan output nilai kecepatan gelombang Rossby dan bentuk kontur dua dimensi perputarannya. Hasil ini dapat memperlihatkan pengaruh kecepatan (v) gelombang Rossby terhadap variasi amplitudo (a) dan ketinggian (h) lapisan atmosfer, yaitu kecepatan gelombang Rossby atmosfer sebanding dengan nilai amplitudo dan ketinggian lapisannya.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Allah SWT yang telah memberikan karuniaNya sehingga penulis dapat melaksanakan penelitian dan menyelesaikan skripsi ini. Sebagai judul skripsi ini yaitu: “Analisis Numerik Gelombang Rossby Atmosfer menggunakan Persamaan *Korteweg De Vries* melalui Pendekatan *Finite Difference*”. Penulisan laporan skripsi ini berguna untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains di Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) UNP.

Dalam menyelesaikan skripsi ini, penulis dibantu dan dibimbing oleh berbagai pihak. Untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dra. Hidayati, M.Si, sebagai dosen Pembimbing I yang telah membimbing penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Fatni Mufit, S.Pd, M.Si sebagai Penasehat Akademis dan dosen Pembimbing II yang telah membimbing dan memotivasi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
3. Ibu Prof. Dr. Festiyed, M.S, Bapak Drs. Mahrizal, M.Si, dan Bapak Drs. Masril, M.Si, sebagai dosen penguji.
4. Bapak Drs. Akmam, M.Si sebagai Ketua Jurusan Fisika FMIPA UNP.
5. Bapak dan Ibu Staf Pengajar Jurusan Fisika FMIPA UNP.
6. Semua pihak yang telah membantu dalam perencanaan, pelaksanaan, penyusunan dan penyelesaian skripsi ini.

Semoga bantuan dan bimbingan yang telah diberikan menjadi amal shaleh bagi Bapak dan Ibu serta mendapat balasan yang berlipat ganda dari Allah SWT.

Penulis menyadari bahwa dalam laporan skripsi ini masih terdapat kekurangan dan kelemahan. Oleh karena itu penulis mengharapkan saran untuk menyempurnakan skripsi ini. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi pembaca.

Padang, April 2012

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR LAMPIRAN.....	ix
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Perumusan Masalah	5
C. Pembatasan Masalah	5
D. Pertanyaan Penelitian.....	6
E. Tujuan Penelitian	6
F. Kontribusi Penelitian	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	8
A. Gelombang.....	8
B. Gelombang Non Linier	11
C. Persamaan Dasar Hidromagnetik.....	14
D. Lapisan Atmosfer.....	19
E. Gelombang Rossby Atmosfer	21
F. Persamaan <i>Korteweg De Vries</i>	26

G. Metode <i>Finite Difference</i>	30
BAB III METODE PENELITIAN.....	33
A. Jenis Penelitian	33
B. Tempat Penelitian	33
C. Pelaksanaan Penelitian.....	33
D. Instrumen Penelitian	34
E. Desain Penelitian	34
F. Analisa Data.....	37
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	39
A. Hasil Analisis Teoritis Gelombang Rossby	39
1. Persamaan Gelombang Rossby.....	39
2. Persamaan <i>Korteweg De Vries</i> Gelombang Rossby	44
B. Hasil Analisis Numerik Gelombang Rossby	48
1. Metode <i>Finite Difference</i> Gelombang Rossby	48
2. Rekonversi <i>Flowchart</i> Pemodelan Gelombang Rossby	50
3. Hasil Pemodelan Gelombang Rossby.....	52
a. Variasi Amplitudo dengan Ketinggian Tetap terhadap Besarnya Kecepatan	54
b. Variasi Ketinggian dengan Amplitudo Tetap terhadap Besarnya Kecepatan	61
C. Pembahasan	68
BAB V PENUTUP.....	72
A. Kesimpulan	72

B. Saran	72
DAFTAR PUSTAKA	73
LAMPIRAN	75

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Gelombang Tali dengan Amplitudo Tetap.....	10
2. Skema Gelombang Hidromagnetik MC.....	15
3. Sistem Koordinat yang berlaku pada Gaya Coriolis.....	16
4. Kaidah Tangan Kanan Gaya Lorentz.....	18
5. Skema Lapisan Atmosfer berdasarkan Suhu.....	19
6. Profil Kontur dan Arah Perputaran Gelombang Rossby.....	22
7. Bentuk Geometri Analisa Sudut terhadap Gaya Coriolis.....	23
8. Struktur Skematik Sirkular Gelombang Rossby.....	26
9. <i>Flowchart</i> Pemodelan Gelombang Rossby Atmosfer.....	37
10. <i>Flowchart</i> Fungsi Persamaan Gelombang Rossby.....	50
11. <i>Flowchart</i> Pemodelan Gelombang Rossby.....	52
12. Tampilan Output Program Numerik Gelombang Rossby.....	53
13. Tampilan Output Program Gelombang Rossby.....	54
14. Tampilan Kontur Gelombang Rossby dengan Variasi Amplitudo dan Ketinggian Tetap ($a_1=30$ m, $h=1500$ m).....	55
15. Tampilan Output Program Gelombang Rossby.....	56
16. Tampilan Kontur Gelombang Rossby dengan Variasi Amplitudo dan Ketinggian Tetap ($a_2=40$ m, $h=1500$ m).....	57
17. Tampilan Output Program Gelombang Rossby.....	58

18. Tampilan Kontur Gelombang Rossby dengan Variasi Amplitudo dan Ketinggian Tetap ($a_3=50$ m, $h=1500$ m)	59
19. Tampilan Output Program dan Kecepatan Gelombang Rossby	61
20. Tampilan Kontur Gelombang Rossby dengan Variasi Ketinggian dan Amplitudo Tetap ($h_1=5000$ m, $a_1=40$ m)	62
21. Tampilan Output Program dan Kecepatan Gelombang Rossby	63
22. Tampilan Kontur Gelombang Rossby dengan Variasi Ketinggian dan Amplitudo Tetap ($h_2=8000$ m, $a_2=40$ m)	64
23. Tampilan Output Program dan Kecepatan Gelombang Rossby	65
24. Tampilan Kontur Gelombang Rossby dengan Variasi Ketinggian dan Amplitudo Tetap ($h_1=9000$ m, $a_3=40$ m)	66

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Program Output Kecepatan Gelombang Rossby	75
2. Program Kontur Gelombang Rossby Atmosfer menggunakan Metode <i>Finite Difference</i>	81
3. Hasil Perhitungan Numerik Program Kontur Gelombang Rossby	84

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Perubahan iklim dan dampak yang ditimbulkannya saat ini telah menjadi isu utama permasalahan lingkungan global dan pembangunan di setiap negara. Hal ini dapat dilihat dari kompleksnya masalah penataan kota, perlindungan terhadap hutan dan cagar alam, pembangunan gedung dan rumah di kawasan padat pemukiman dan sebagainya. Keseluruhan permasalahan tersebut menyebabkan banyaknya wacana dan pembahasan tentang perkembangan iklim yang dibahas sebagai studi keikliman. Studi tentang iklim mencakup kajian tentang fenomena fisik atmosfer sebagai hasil interaksi proses-proses fisik dan kimia fisik yang terjadi di atmosfer dengan permukaan bumi.

Perkembangan iklim selalu berubah menurut ruang dan waktu. Dalam skala waktu perubahan iklim akan membentuk pola atau siklus tertentu. Selain perubahan yang berpola siklus, aktivitas manusia juga menyebabkan pola iklim berubah secara berkelanjutan, baik dalam skala global maupun skala lokal. Fenomena iklim ini harus dianalisis dari data pada periode pengamatan iklim yang panjang. Kendala ketersediaan data iklim dalam periode yang panjang inilah yang dihadapi oleh negara berkembang seperti Indonesia, akibatnya identifikasi perubahan iklim sulit untuk dilakukan.

Secara geografis, Indonesia terletak di garis khatulistiwa yang juga diapit oleh dua benua dan dua samudera. Selain itu, 2/3 bagian wilayah Indonesia terdiri

dari lautan dan tersebar diantara kurang lebih 17.000 pulau, sehingga Indonesia terkenal sebagai kawasan benua maritim. Keadaan ini memungkinkan kawasan Indonesia sebagai penyimpan panas baik panas sensibel maupun panas laten yang sangat berpengaruh terhadap kondisi iklimnya. Panas sensibel akan menyebabkan terjadinya kenaikan atau penurunan temperatur di beberapa wilayah Indonesia tetapi tidak diiringi oleh perubahan wujud dari objek yang dilewatinya, sedangkan panas laten akan menyebabkan perubahan wujud objek, dengan temperatur tetap. Keseluruhan keadaan geografis dan keunikan karakteristik atmosfer serta dinamika panas sensibel ini menyebabkan iklim di Indonesia bersifat tropis. Sebagai daerah yang memiliki iklim tropis, stabilitas iklim di Indonesia dipengaruhi oleh notasi osilasi TBO (*Tropospheric Biennial Oscillation*) dan QBO (*Quasi Biennial Oscillation*).

Notasi TBO biasanya digunakan untuk menggambarkan perilaku maupun pola untuk unsur iklim seperti curah hujan, konveksi, dan sirkulasi atmosfer lainnya yang terjadi di lapisan troposfer, sedangkan notasi QBO biasanya digunakan untuk menggambarkan perilaku maupun pola untuk unsur seperti angin zonal maupun angin meridional di lapisan troposfer. Angin zonal merupakan angin yang mempunyai sirkulasi global dalam arah timur-barat. Angin meridional adalah angin yang mempunyai pergerakan dalam arah utara-selatan. Notasi QBO angin zonal juga merupakan tipe osilasi alami yang dominan di daerah stratosfer bawah, khususnya di daerah tropis dengan gaya penyebab utamanya adalah transfer vertikal momentum dari lapisan troposfer ke lapisan stratosfer oleh gelombang Kelvin dan gelombang Rossby atmosfer.

Gelombang Rossby merupakan salah satu gelombang atmosfer yang mengalir (fluida) dalam ruang bebas pada garis ekuator yang menjalar ke arah barat. Gelombang ini membawa angin timuran dan sangat mempengaruhi keadaan dan stabilitas cuaca di suatu daerah. Variabel cuaca seperti awan, curah hujan, suhu udara, dan tekanan udara diatur oleh gelombang Rossby pada lapisan troposfer atas. Gelombang Rossby berinteraksi dengan variabel cuaca di permukaan dalam suatu proses baroklinik. Angin timuran yang dibawa oleh gelombang Rossby akan memperbesar tekanan di lapisan troposfer menyebabkan suhu semakin turun. Pembentukan awan hujanpun akan berlangsung cepat sehingga terjadi siklus dinamika cuaca.

Gelombang Rossby sebagai gelombang atmosfer yang bergerak di lintasan ekuatorial dan memiliki periode waktu, gelombang ini sulit teridentifikasi sehingga belum diketahui karakteristiknya secara jelas. Bila dilihat berdasarkan sifat gelombangnya, gelombang Rossby merambat tanpa perubahan bentuk serta stabil melawan tumbukan. Sifat ini merupakan karakteristik dari soliton. Menurut Ridwan (2007), soliton adalah sebuah gelombang nonlinier yang memiliki sifat terlokalisasi dan merambat tanpa perubahan serta stabil melawan tumbukan dan mempertahankan identitasnya. Jadi, secara sifatnya gelombang Rossby ini dapat dikatakan sebagai soliton. Namun, keberadaan dan karakteristiknya secara spesifik, belum dilakukan penelitian dan dikaji lebih lanjut, khususnya dilapisan troposfer dan stratosfer bawah Indonesia.

Menurut penelitian yang pernah dilakukan oleh Yanai dan Maruyama pada tahun 1966 dalam Holton (2004), gelombang Rossby ditemukan pertama

kali di wilayah Pasifik barat dengan koordinat 3° LS 172° BB dan periode harian 4-5 hari. Keberadaan gelombang Rossby yang teridentifikasi dilapisan troposfer atas memberikan pengaruh yang signifikan terhadap iklim dan lingkungan suatu wilayah. Berdasarkan data yang dirilis dari Subid Peringatan Dini Iklim BMKG (2010) menyebutkan 66 orang tewas dan 15.000 lainnya menderita hipertimia dan *stroke* di Jepang akibat adanya gelombang panas yang mengakibatkan penyimpangan arus *jett* yang dibawa oleh gelombang Rossby.

Arus yang dibawa oleh gelombang Rossby menunjukkan pola yang tidak biasa. Sejak pertengahan Juli 2003, gelombang Rossby dominan mengarah ke timur dan arus *jett* terblokir oleh gelombang Rossby yang menghadangnya. Arus tersebut berupa perangkat sistem cuaca dan udara hangat tersaring ke puncak lapisan sementara udara dingin menuju dasar lapisan, sehingga terjadilah gelombang panas.

Berdasarkan fenomena dan kasus yang terjadi di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian secara teoritis dan numerik gelombang Rossby dengan menggunakan solusi soliton berupa persamaan *Korteweg-de Vries* (KdV). Persamaan KdV merupakan persamaan pendekatan untuk aplikasi gelombang air dangkal. Gelombang air dangkal disini maksudnya gelombang yang memiliki amplitudo lebih kecil dibandingkan jari-jari gelombang yang berbentuk rotasi atau melingkar. Persamaan KdV akan menghasilkan solusi persamaan nonlinier. Solusi yang didapatkan akan dianalisis secara numerik dengan menginputkan persamaan ke dalam program MATLAB. R2010 melalui pendekatan metoda *Finite Difference*. Metoda *Finite Difference* merupakan salah satu metoda yang

digunakan untuk mendekati harga turunan suatu fungsi pada setiap titik domain solusi dari persamaan differensial (Supriyanto, 2008).

Penelitian yang berhubungan dengan simulasi gelombang nonlinier ini sebelumnya telah dikembangkan oleh Yunita Jayanti (2011). Gelombang nonlinier yang diteliti adalah gelombang Tsunami untuk memperlihatkan pengaruh amplitudo (a) dan kedalaman (h) terhadap kecepatan (v) gelombang Tsunami. Penulis ingin mengembangkan aplikasi numerik untuk gelombang nonlinier yang lain, yaitu gelombang Rossby atmosfer. Penelitian mengenai pola utama Notasi QBO telah dilakukan sebelumnya oleh Satriyani (2007). Namun penelitian tidak dispesifikasikan membahas pergerakan Gelombang Rossby. Secara matematis, persamaan pendekatan untuk gelombang Rossby telah dibahas oleh observator aplikasi matematika Universitas Georgia, T.D Kaladze (2004).

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dikemukakan di atas, dapat dirumuskan permasalahan penelitian yaitu apakah analisis secara teoritis numerik dari gelombang Rossby dipengaruhi oleh amplitudo (a) dan ketinggian permukaan udara atas (h) berdasarkan teori dengan pendekatan metoda *Finite Difference* ?

C. Pembatasan Masalah

Berdasarkan perumusan masalah dan mengingat luasnya cakupan penelitian ini, maka penulis akan memfokuskan permasalahan menjadi :

1. Analisis gelombang Rossby atmosfer secara teoritis menggunakan persamaan *Korteweg De Vries*.
2. Analisis identifikasi karakter gelombang Rossby atmosfer secara numerik berdasarkan pengaruh amplitudo (a) dan ketinggian permukaan (h) atmosfer.

D. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan penelitian di atas dapat ditentukan masalah yang dikaji dalam penelitian ini, yaitu : apakah analisis secara teoritis dan numerik dari gelombang Rossby atmosfer dipengaruhi oleh amplitudo (a) dan ketinggian (h) sebagai salah satu bentuk dari soliton?

E. Tujuan Penelitian

Dari perumusan masalah dalam penelitian ini, maka dapat dijelaskan bahwa penelitian ini bertujuan untuk :

1. Mengkaji dan menganalisis secara teoritis gelombang Rossby atmosfer dengan memperlihatkan pengaruh amplitudo gelombang (a) dan ketinggian permukaan udara atas (h) terhadap kecepatan angin menggunakan solusi persamaan KdV.
2. Menganalisa secara numerik dan menghasilkan pemodelan gelombang Rossby atmosfer dengan program MATLAB. R2010.

F. Kontribusi Penelitian

Adapun penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat dan kontribusi yaitu :

1. Peneliti, sebagai modal dasar untuk mengembangkan diri dalam bidang penelitian dan untuk memenuhi syarat dalam menyelesaikan pendidikan Strata Satu di Program Studi Fisika Jurusan Fisika FMIPA UNP.
2. Peneliti lainnya, sebagai referensi dan acuan bagi penelitian lanjutan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Gelombang

Gelombang merupakan suatu gejala gangguan yang merambat dalam selang waktu tertentu ke ruang sekitarnya. Gelombang dapat terjadi apabila suatu sistem diganggu dari posisi kesetimbangannya dan gangguan itu merambat dari suatu daerah sistem ke daerah lainnya. Gerak gelombang dapat dilihat sebagai perpindahan berupa pulsa energi dan momentum dari suatu tempat ke tempat lain (Giancolli, 1998).

Menurut Giancolli (1998), gelombang dapat dibedakan atas beberapa aspek. Berdasarkan medium perambatan suatu gelombang, gelombang dapat dibedakan menjadi :

- a. Gelombang mekanik
Gelombang mekanik adalah gelombang yang dalam perambatannya memerlukan medium. Contohnya gelombang bunyi, gelombang tali, gelombang permukaan air dan lain sebagainya.
- b. Gelombang elektromagnetik
Gelombang elektromagnetik adalah gelombang yang dalam perambatannya tidak memerlukan medium. Contohnya gelombang cahaya, gelombang radio, radiasi inframerah dan ultraviolet, sinar X, sinar gamma, dan lain sebagainya.

Gelombang berdasarkan arah getarnya, dapat dikelompokkan menjadi :

- a. Gelombang Transversal
Gelombang transversal adalah gelombang yang arah rambatannya tegak lurus dengan arah getarannya, contohnya gelombang tali, permukaan air, gelombang seismik S dan lain sebagainya. Ciri-ciri dari gelombang transversal yaitu terdiri dari simpul dan perut gelombang.

b. Gelombang Longitudinal

Gelombang longitudinal adalah gelombang yang arah sejajar dengan arah getarnya, contohnya gelombang pegas, gelombang bunyi, gelombang seismik P dan sebagainya. Ciri-ciri gelombang longitudinal yaitu terdiri dari regangan dan rapatan.

Berdasarkan amplitudonya, gelombang dapat dikelompokkan menjadi :

a. Gelombang Berjalan

Gelombang berjalan adalah gelombang yang amplitudonya tetap pada titik yang dilewatinya.

b. Gelombang Stationer

Gelombang stationer adalah gelombang yang amplitudonya berubah-ubah pada titik yang dilewatinya.

Menurut Arief (2008), berdasarkan bentuk mediumnya, gelombang juga dapat dibedakan menjadi :

a. Gelombang Air

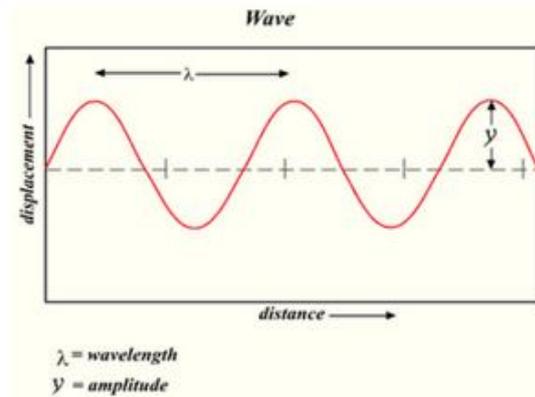
Gelombang air merupakan gelombang yang dibangkitkan dipermukaan air yang disebabkan oleh faktor pembangkitnya. Gelombang tersebut contohnya gelombang laut yang dibangkitkan oleh tiupan angin di permukaan laut, gelombang pasang surut yang dibangkitkan oleh gaya tarik benda-benda langit terutama matahari dan bulan terhadap bumi, gelombang tsunami yang disebabkan adanya letusan gunung berapi atau gempa di laut dan sebagainya.

b. Gelombang Udara

Gelombang udara merupakan gelombang yang merambat di udara. Gelombang ini mencakup gelombang elektromagnetik dan gelombang atmosfer yang ada di lapisan udara. Contoh gelombang ini adalah gelombang cahaya dan gelombang radio yang tidak membutuhkan medium dalam perambatannya, gelombang Kelvin dan gelombang Rossby yang disebabkan adanya transfer vertikal momentum di lapisan atmosfer bumi .

Bentuk gelombang secara umum dapat dilihat pada gejala rambatan gelombang pada tali yang diperlihatkan oleh grafik y sebagai fungsi dari x , seperti

Gambar 1 :



Gambar 1. Gelombang Tali dengan Amplitudo Tetap
(sumber : www.physicedu.com)

Berdasarkan Gambar 1 dapat dianalisa, jika gelombang bergerak dengan kecepatan v dan merambat ke kanan searah sumbu- x , maka fungsi gelombangnya adalah $y = f(x - vt)$ dan jika gelombangnya merambat ke kiri sumbu- x maka fungsi gelombangnya adalah $y = f(x + vt)$. Secara umum fungsi gelombang yang merambat pada sumbu x dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y = f(x \pm vt) \quad (1)$$

Selanjutnya dengan mendifferensial dua kali persamaan (1) secara parsial terhadap x dan t diperoleh :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

Keterangan : y adalah simpangan gelombang
 t adalah waktu perambatan gelombang
 x adalah posisi gelombang
 v adalah cepat rambat gelombang

Persamaan (2) disebut persamaan umum gelombang linier. Secara matematis persamaan ini merupakan persamaan differensial linier orde dua, dengan besaran

y adalah besaran yang bergantung pada x dan t . Salah satu solusi dari persamaan (2) berbentuk :

$$y(x, t) = a \sin(k(x - vt)) \quad (3)$$

Variabel y merupakan simpangan dari gelombang, a adalah amplitudo, k adalah bilangan gelombang, v adalah cepat rambat gelombang, dan t adalah waktu perambatan gelombang (Giancolli, 1998). Berdasarkan persamaan (3) dapat dilihat bahwa cepat rambat gelombang tidak dipengaruhi oleh amplitudo. Gelombang yang cepat rambatnya tidak dipengaruhi oleh amplitudo disebut gelombang linier. Dan sebaliknya gelombang yang cepat rambatnya dipengaruhi oleh besar amplitudo disebut dengan gelombang nonlinier.

B. Gelombang Non Linier

Gejala mengenai gelombang nonlinier merupakan salah satu bentuk permasalahan fisika yang umum terjadi di alam, artinya semua fenomena alam semesta yang memiliki sifat nonlinier. Salah satu contohnya adalah soliton. Soliton disebut juga dengan gelombang soliter dalam medium nonlinier (Ridwan, 2007). Kajian mengenai gelombang nonlinier ini bermula pada tahun 1834. Seorang fisikawan Skotlandia bernama John Scott Russell mengamati suatu gerak gelombang tunggal yang bergerak sepanjang kanal tanpa mengalami perubahan bentuk maupun pengurangan laju lambat gelombang. Berdasarkan hasil pengamatan tersebut, Russel mampu menghasilkan gelombang serupa dalam satu eksperimen dan mendapatkan bahwa laju gelombang tersebut sebanding dengan

amplitudonya. Gelombang tunggal tersebut dikenal dengan gelombang Russel (Darzin, 1989).

Fenomena ini menurut Darzin (1989) membuat para peneliti lain melakukan penyelidikan terhadap gejala gelombang Russel ini. Peneliti tersebut meneliti bagaimana gelombang tersebut bisa terjadi. Boussinesq (1872) dan Rayleigh (1876) berhasil memperoleh profil $sech^2$ pada gelombang Russel. Korteweg dan De Vries (1895) dapat mendeskripsikan penjalaran gelombang satu arah pada gelombang Russel yang dikenal dengan persamaan *Korteweg de Vries* atau persamaan KdV. Korteweg dan de Vries mencari solusi analitik persamaan KdV dan dapat membuktikan bahwa kecepatan yang didapatkan oleh Russel ternyata benar. Model KdV kembali diselidiki oleh Zabusky dan Kruskal (1965) yang menggunakan nama soliton pada gelombang tunggal yang pertama kali diamati oleh Russel.

Persamaan cepat rambat gelombang bergantung pada amplitudo, sesuai dengan pengamatan yang dilakukan Russel adalah sebagai berikut (Darzin, 1989)

$$c^2 = g(h + a) \quad (4)$$

Keterangan : c adalah cepat rambat gelombang
 g adalah percepatan gravitasi
 h adalah kedalaman air tanpa gangguan
 a adalah amplitudo

Berdasarkan persamaan (4) dikatakan bahwa untuk h konstan semakin besar a maka c juga semakin besar, sehingga gelombang ini tidak bisa dikategorikan sebagai gelombang linier, melainkan gelombang nonlinier. Jadi

gelombang nonlinier dapat juga dikatakan sebagai gelombang yang cepat rambatnya dipengaruhi oleh amplitudo.

Aplikasi gelombang nonlinier banyak digunakan dalam bidang sains. Mulai dari fisika partikel, zat padat, kosmologi hingga teknologi. Gelombang nonlinier diaplikasikan dalam tinjauan partikel soliton berupa vorteks atau rotasi-rotasi lokal dari suatu fluida. Persamaan nonlinier juga digunakan dalam gejala *Black holes* sebagai solusi persamaan nonlinier Einstein dalam teori relativitas umum yang menjelaskan struktur skala besar alam semesta. Pada bidang dinamika elektron zat padat, gelombang nonlinier sebagai dinamika soliton berperan menentukan sifat konduktivitas listrik sehingga zat padat dapat dikelompokkan sifatnya menjadi konduktor, semikonduktor, maupun isolator. Aplikasi gelombang nonlinier dalam bidang teknologi, gejala nonlinier dimanfaatkan dalam bidang teknologi informasi. Pelebaran sinyal sepanjang jalur transmisi pada jaringan informasi akan memperoleh manfaat dari penggunaan pulsa nondispersif gelombang nonlinier.

Gelombang nonlinier akan menghasilkan persamaan nonlinier yang dapat dianalisis untuk dimanfaatkan dalam kajian tertentu. Berikut beberapa contoh persamaan nonlinier dan kajian terapannya:

- a. Persamaan *Burger* untuk aplikasi di bidang akustik nonlinear dan turbulensi.
- b. Persamaan *Kadomtshv-Petviashvili* dan persamaan *Korteweg-de Vries* untuk aplikasi di bidang gelombang laut dangkal, gelombang Rossby atmosfer, jaringan transmisi listrik.

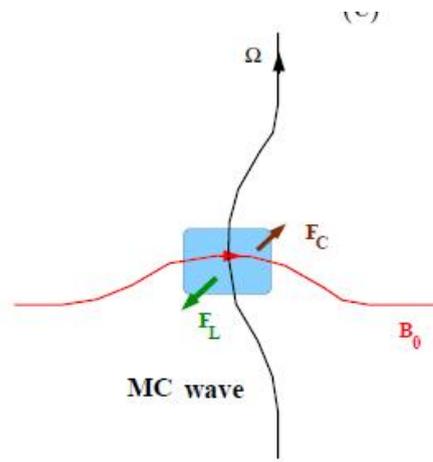
- c. Persamaan *Schrodinger* nonlinear untuk aplikasi di bidang komunikasi serat optik tanpa repeater.
- d. Persamaan medan *Affine-Toda* dan persamaan *Sine-Gordon* untuk aplikasi di bidang *switching* superkonduktor, pulsa optik ultra pendek.
- e. Persamaan *Ernst* untuk aplikasi di bidang kosmologi, *black holes* dan monopol (www.physic.net).

Persamaan nonlinier yang digunakan dalam penelitian ini adalah persamaan *Korteweg De Vries*. Sesuai dengan aplikasinya, persamaan *Korteweg De Vries* dimanfaatkan untuk menganalisa gelombang perairan dangkal, salah satunya gelombang Rossby atmosfer. Gelombang Rossby atmosfer disebut sebagai gelombang perairan dangkal karena identifikasi kecepatan gelombangnya dipengaruhi oleh amplitudo, dengan nilai amplitudo lebih kecil dari nilai radiusnya. Sifat ini merupakan sifat gelombang nonlinier, sehingga gelombang Rossby dapat dianalisis dengan persamaan *Korteweg De Vries*.

C. Persamaan Dasar Hidromagnetik

Persamaan hidromagnetik berlaku untuk menyatakan analisa gelombang hidromagnetik. Gelombang hidromagnetik merupakan gelombang yang merambatkan aliran dalam bentuk listrik konduksi yang ditimbulkan oleh medan magnet (Alperovich, 2004). Studi mengenai gelombang hidromagnetik pertama kali diteliti oleh Alfren pada tahun 1942, merupakan seorang ahli teori Geofisika. Dia merumuskan gelombang berdasarkan sifatnya yang rotasional (gaya Coriolis) yang diakibatkan oleh adanya medan magnetik sehingga disebut sebagai

gelombang skala Magnetik-Coriolis (gelombang MC), salah satu contoh gelombang ini adalah gelombang Rossby.



Gambar 2. Skema Gelombang Hidromagnetik MC
(sumber : Alperovich, 2004)

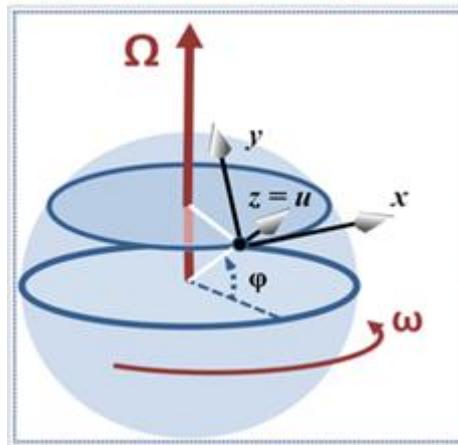
Persamaan gelombang Rossby merupakan persamaan gelombang yang dibentuk oleh perpaduan gaya Coriolis dan gaya magnet yang diasumsikan berdasarkan hukum gaya Lorentz (Pedlosky, 2005). Secara keseluruhan persamaan gelombang ini dikenal sebagai Magnetic Coriolis (MC) gelombang Rossby. Persamaan dasar gelombang MC dijelaskan sebagai berikut :

a. Gaya Coriolis

Gaya Coriolis adalah gaya fiktif yang dimunculkan pada sistem koordinat yang tidak inersia. Salah satu contoh sistem koordinat tidak inersia adalah sistem koordinat yang ikut berotasi dengan bumi, seperti garis lintang dan garis bujur. Gaya Coriolis juga dijelaskan sebagai efek atau gaya semu yang dirasakan oleh benda yang berada pada sebuah medan yang bergerak. Pada gaya tersebut,

kerangka inersia yang diam harus ikut bergerak bersama medan sehingga medan juga dianggap diam. Benda yang bergerak tersebut akan merasa terlempar keluar karena adanya gaya sentrifugal yang arah gayanya tak linier (Ichwan, 2009).

Pada kerangka acuan yang berotasi dengan laju sudut ω yang konstan (relatif terhadap sistem inersia), ada gaya fiktif lain yang berlaku sebagai gaya Coriolis. Gaya ini tampak bekerja pada sebuah benda pada kerangka acuan berotasi hanya jika benda tersebut bergerak relatif terhadap kerangka acuan itu, dan berusaha membelokkan benda tersebut ke arah samping, baik itu searah maupun berlawanan arah jarum jam (Giancolli, 1998).



Gambar 3. Sistem Koordinat yang berlaku pada Gaya Coriolis
(sumber : www.wikipedia.or.id)

Gambar 3 menjelaskan efek kerangka acuan gaya Coriolis pada sistem koordinat x , y , dan z . Hal ini juga merupakan efek kerangka acuan yang noninersia sehingga disebut sebagai gaya inersia. Pada gambar 3, terlihat bahwa benda berputar pada kerangka acuan Ω membelok ke kanan dengan kecepatan sudut ω . Titik koordinat yang dilintasi sebagai kerangka acuan yaitu titik x , y , dan z .

Sedangkan sudut yang terbentuk oleh gelombang yang berputar (rotasi) adalah φ dan kecepatan gelombang adalah u . Persamaan umum untuk gaya Coriolis berlaku

$$\bar{F} = 2\bar{\Omega} \times \bar{u} \quad (5.a)$$

Keterangan : \bar{F} adalah gaya (N)
 $\bar{\Omega}$ adalah frekuensi kecepatan sudut rotasi bumi (rad/s)
 u adalah kecepatan (m/s)
 \times adalah perkalian silang dari operasi vektor atau curl

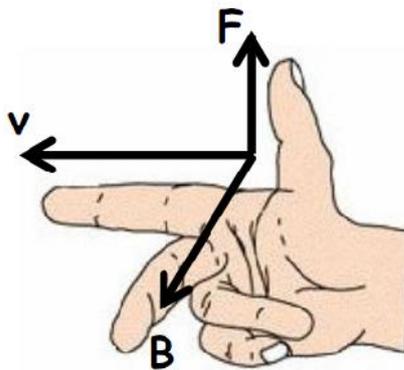
Aplikasi efek Coriolis tampak paling jelas ketika mengamati pola aliran arus laut dan arah angin pasat sepanjang tahun. Pada semester Maret-September matahari berada di belahan utara mengakibatkan atmosfer di belahan selatan mempunyai kelebihan tekanan. Udara dari belahan selatan akan bergerak menyeberangi khatulistiwa ke belahan utara. Gerakan massa udara ke utara ini akan dibelokkan arahnya oleh percepatan Coriolis. Di belahan selatan percepatan Coriolis yang dibawa udara menuju ke barat sehingga angin akan berbelok ke barat laut. Angin ini adalah angin tenggara pada musim kemarau di pulau Jawa setelah menyeberangi khatulistiwa percepatan Coriolis berbalik ke arah timur, sehingga angin berbelok ke arah timur laut.

Pada semester September-Maret angin bergerak ke selatan terkena percepatan Coriolis. Angin terus bergerak ke barat di belahan utara dan ke timur di belahan selatan. Angin ini adalah angin barat laut pada musim penghujan di pulau Jawa. Secara ringkas efek Coriolis menyebabkan gerakan angin akan menyimpang ke kiri di belahan selatan dan menyimpang ke kanan di belahan utara. Hal ini dapat mengakibatkan berputarnya gerakan udara searah jarum jam

di belahan utara dan berlawanan dengan arah jarum jam di belahan selatan, angin yang berputar ini bisa disebut sebagai angin siklon (Ichwan, 2009).

b. Gaya Lorentz

Gaya Lorentz merupakan gaya yang ditimbulkan oleh muatan listrik yang bergerak yang berada dalam suatu medan magnet (B) (Griffiths, 1999).



Gambar 4. Kaidah Tangan Kanan Gaya Lorentz
(sumber : www.wikipedia.or.id)

Arah gaya ini akan mengikuti arah maju skrup yang diputar dari vektor arah gerak muatan listrik (v) ke arah medan magnet (B) sesuai persamaan berikut ;

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (5.b)$$

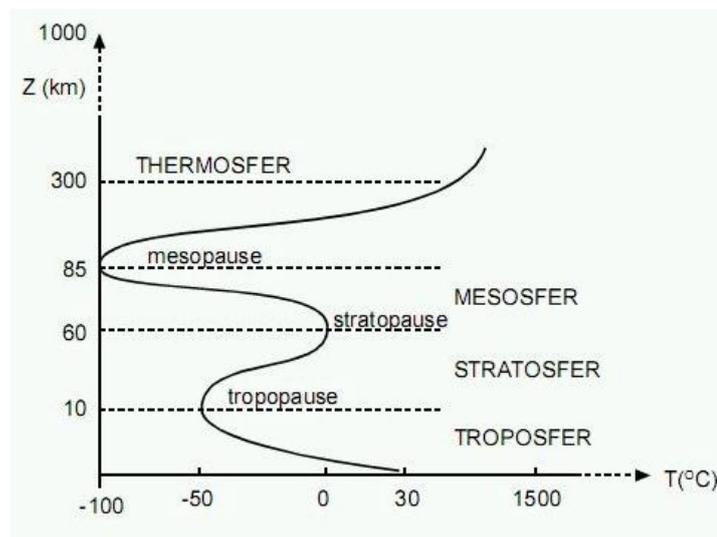
Keterangan : \vec{F} adalah gaya (N)
 B adalah medan magnet (T)
 q adalah muatan listrik (C)
 \vec{v} adalah arah kecepatan muatan (m/s)
 \times adalah perkalian silang dari operasi vektor atau curl

Persamaan gaya Lorentz diaplikasikan dalam kajian gelombang atmosfer disesuaikan berdasarkan sifat-sifat fisis yang dikandung pada tiap-tiap lapisan atmosfer. Interaksi antar lapisan atmosfer bawah dengan lapisan ionosfer didominasi oleh partikel-partikel bermuatan yang melalui lapisan tersebut.

Adanya partikel bermuatan (q) yang selalu bergerak menimbulkan gaya-gaya magnet yang terbentuk dalam medan magnet (B). Pergerakan muatan q menuju arah tertentu menghasilkan vektor kecepatan (\vec{v}). Keseluruhan komponen q , B , dan \vec{v} merupakan parameter gaya Lorentz sesuai persamaan (5.b).

D. Lapisan Atmosfer

Atmosfer bumi merupakan selubung gas yang menyelimuti permukaan padat dan cair pada muka bumi. Selubung tersebut membentang secara vertical sepanjang 60.000 km dan terbagi menjadi beberapa lapisan. Lapisan atmosfer dapat dibedakan berdasarkan suhu dan muatan listrik yang dikandungnya. Setiap lapisan atmosfer memiliki karakteristik yang khas dan berbeda dengan yang lainnya.



Gambar 5. Skema Lapisan Atmosfer berdasarkan Suhu (sumber : Neiburger,1982)

Menurut Neiburger (1982), lapisan atmosfer berdasarkan suhunya dapat dibedakan menjadi :

1. Troposfer

Lapisan ini berada pada level terendah dengan ketebalan 15 km dari permukaan tanah. Campuran gas lapisan troposfer paling ideal untuk mendukung kehidupan di bumi. Dalam lapisan ini kehidupan terlindung dari radiasi yang dipancarkan oleh benda langit. Semua parameter cuaca, perubahan suhu, angin, tekanan, dan kelembaban berinteraksi membentuk cuaca. Kegiatan transfer vertikal energi dan momentum antar gelombang atmosfer juga terjadi pada lapisan ini. Pada lapisan stratosfer, semakin keatas, keadaan suhu semakin menurun. Setiap kenaikan 100 m suhu berkurang $0,61^{\circ}\text{C}$.

Lapisan troposfer yang dekat dengan permukaan bumi dapat menyerap radiasi panas dari matahari dan menyalurkan panasnya ke udara. Setiap pertambahan ketinggian, suhu udara akan berkurang secara *steady*. Diantara lapisan troposfer dan stratosfer terdapat lapisan pembatas yang disebut sebagai lapisan tropopause.

2. Stratosfer

Lapisan stratosfer berada pada ketinggian 11 km dari permukaan tanah. Suhu di lapisan stratosfer paling bawah relative stabil dan sangat dingin yaitu -57°C . Pada lapisan ini, kecepatan angin berlangsung cepat sehingga pola suhunya bertambah sebanding dengan pertambahan ketinggiannya karena kosentrasi ozon juga semakin bertambah. Suhu pada lapisan ini mencapai 18°C pada batas ketinggian 40 km. Lapisan stratopause memisahkan stratosfer dengan lapisan mesosfer.

3. Mesosfer

Lapisan mesosfer berada pada ketinggian 41 km hingga 80 km diatas permukaan bumi. Pada lapisan ini suhu kembali turun saat ketinggian bertambah.

4. Termosfer

Lapisan termosfer berada pada ketinggian 81 km hingga 600 km diatas permukaan bumi. Pada lapisan ini, gas-gas akan terionisasi dan molekul oksigen akan terpecah sehingga menghasilkan panas yang akan menyebabkan meningkatnya suhu pada lapisan ini.

5. Eksosfer

Eksosfer adalah lapisan atmosfer yang paling luar. Pada lapisan ini terjadi refleksi cahaya matahari yang dipantulkan sebagai cahaya zodiacal.

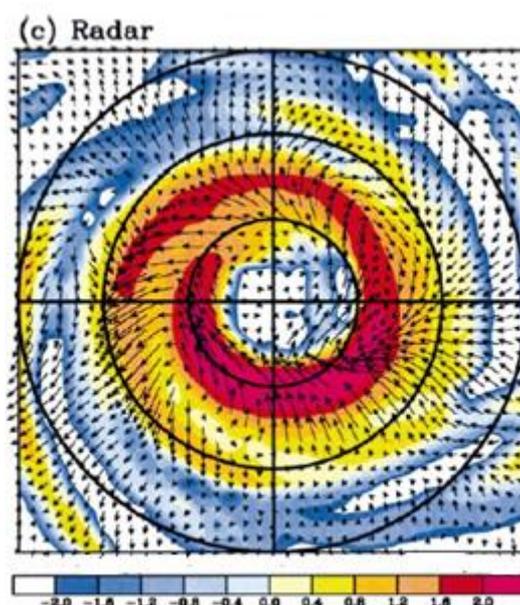
Lapisan atmosfer berdasarkan muatan listrik yang dikandungnya sering disebut sebagai lapisan ionosfer. Ionosfer adalah lapisan yang mengandung ion berupa molekul dan atom yang membawa muatan listrik. Lapisan ini membentang secara vertikal pada batas ketinggian 80 km. Pengukuran pantulan gelombang radio menunjukkan bahwa ionosfer terdiri dari lapisan dengan kerapatan ion yang seragam, yaitu lapisan E dan F. Dari segi susunannya, lapisan ini terbagi menjadi lapisan homosfer yang terbentang dari permukaan bumi dengan kerapatan ion yang seragam. Lapisan yang tidak mengandung muatan listrik disebut sebagai lapisan netrosfer atau lapisan netral. Lapisan selanjutnya adalah ozonosfer, merupakan lapisan yang banyak mengandung ozon. Lapisan di atas 80 km, terdapat lapisan heterosfer sebagai lapisan penyusun kadar unsur kimia yang beragam. (Neiburger, 1982).

E. Gelombang Rossby Atmosfer

Gelombang Rossby merupakan salah satu gelombang atmosfer yang mengalir (fluida) dalam ruang bebas pada garis ekuator yang menjalar ke arah barat dan membawa gejala angin timuran. Gelombang Rossby menyebabkan adanya perpindahan momentum secara vertikal dari lapisan troposfer ke lapisan stratosfer bumi. Gelombang ini sangat mempengaruhi keadaan dan stabilitas cuaca di suatu daerah yang dilaluinya (Arief, 2008).

Gelombang Rossby ditemukan pertama kali oleh Yanai dan Maruyama (1966) di lapisan stratosfer bawah ekuatorial. Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Yanai dan Maruyama, gelombang Rossby muncul ketika aliran

dasar timuran merambat ke arah barat dengan kecepatan 23 m/s relatif terhadap permukaan bumi. Gelombang Rossby memiliki periode 4-5 hari dengan panjang gelombang vertikal 4-6 km. Skala meridional gelombang Rossby berkisar 1000-1500 km dan jumlah gelombang secara zonal ada 4 (Holton, 2004). Bentuk profil gelombang Rossby ditunjukkan oleh hasil pencitraan pada radar sebagai berikut :



Gambar 6. Profil Kontur dan Arah Perputaran Gelombang Rossby (Wang, 2001)

Gambar 6 menunjukkan bentuk kontur yang disertai dengan arah perputaran gelombang Rossby pada daerah ekuatorial. Warna kontur menandai rotasi kontur yang bergerak semakin cepat menuju pusat rotasi. Secara umum, bentuk kontur merupakan profil sirkular.

Persamaan dasar yang melandasi gelombang Rossby ini adalah persamaan gelombang hidromagnetik. Persamaan hidromagnetik adalah persamaan dengan perbandingan gaya Coriolis dan gaya magnet (Lorentz) yang dapat dirumuskan dalam notasi berikut :

$$\bar{F}_{Coriolis} = \bar{F}_{Lorentz} \quad (6)$$

$$2\bar{\Omega} \times \bar{u} = q(\bar{v} \times \bar{B}) \quad (7)$$

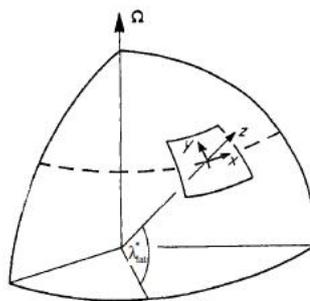
Dalam teori gaya magnet yang terdapat pada medan yang berputar mengelilingi sumbunya (*Rotating Magneto Convection*), berlaku persamaan kecepatan \bar{v} sebagai berikut (Alperovich, 2004) :

$$\bar{v} = \frac{E_0}{\rho_c \mu} \quad (8)$$

Persamaan (8) diinputkan ke persamaan (7) maka menghasilkan persamaan berikut :

$$\begin{aligned} 2\bar{\Omega} \times \bar{u} &= q(\bar{v} \times \bar{B}) \\ 2\bar{\Omega} \times \bar{u} &= q \left| \frac{E_0}{\rho_c \mu L} \times \bar{B} \right| \\ 2\bar{\Omega} \times \bar{u} &= \frac{1}{\rho_0} \nabla P \left| \frac{E_0}{\rho_c \mu L} \times \bar{B} \right| \end{aligned} \quad (9)$$

Variabel Ω adalah frekuensi untuk perputaran sudut, u adalah kecepatan gelombang, B adalah medan magnetik, ρ_0 adalah kerapatan zat alir (fluida) dan L adalah panjang skala maksimum gelombang Magnetik Coriolis yang terjadi. Medan magnetik untuk medan magnet yang seragam pada koordinat 3 dimensi (x , y , z) dapat ditulis sebagai medan B_0 .



Gambar 7. Bentuk Geometri Analisa Sudut terhadap Gaya Coriolis (sumber : Alperovich, 2004)

$$B_0 = B_{Cx}\hat{x} + B_{Cy}\hat{y} + B_{Cz}\hat{z} \quad (10)$$

Pendekatan gelombang hidromagnetik dapat dilakukan untuk gelombang rotasional yang bertransisi dari gelombang lambat menjadi gelombang yang berputar cepat (Alperovich, 2004). Persamaan dasar dari gelombang hidromagnetik ini menjadi :

$$2\bar{\Omega} \times \bar{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \frac{1}{\mu\rho_0} (B_0 \cdot \nabla) b \quad (10.a)$$

Medan B merupakan medan magnetik dalam skala magnet konveksi sehingga dipengaruhi oleh faktor Θ sebagai faktor temperatur. Selanjutnya persamaan gelombang hidromagnetik dengan faktor Magnetik Coriolis (MC) dapat ditulis (Alperovich, 2004) :

$$2\bar{\Omega} \times \bar{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \frac{1}{\mu\rho_0} (B_0 \cdot \nabla) b + \gamma\alpha\mathcal{C}\hat{z} \quad (10.b)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = (B_0 \cdot \nabla) u \quad (10.c)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \beta'(\hat{z} \cdot u) \quad (10.d)$$

Langkah selanjutnya adalah mengambil $\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times$ momentum pada persamaan (10.b) untuk mengeliminasi fungsi momentum, sehingga persamaan menjadi :

$$2(\bar{\Omega} \cdot \nabla) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{(E_0 \nabla)}{\mu\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times b) + \gamma\alpha \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathcal{C}\hat{z}) \quad (11)$$

Langkah berikut dengan mengoperasikan curl dari induksi magnetik pada persamaan (10.a) maka menghasilkan persamaan :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times b) = (B_0 \cdot \nabla) (\nabla \times u) \quad (12)$$

Substitusi persamaan (12) ke persamaan (11) untuk $\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{b})$ menghasilkan gaya Coriolis pada bagian kiri persamaan dan medan magnetik pada bagian kanan persamaan sehingga menghasilkan persamaan berikut :

$$2(\bar{\Omega} \cdot \nabla) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} (\nabla \times \mathbf{u}) + \gamma \alpha \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \Theta \hat{\mathbf{z}}) \quad (13)$$

Operasi curl untuk persamaan (13) dengan $\nabla \times \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0}$. Operasi curl tersebut menghasilkan persamaan (14) :

$$2(\bar{\Omega} \cdot \nabla) \frac{\partial}{\partial t} \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} = \left(\frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} \right) (\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{u})) + \gamma \alpha \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times (\nabla \times \Theta \hat{\mathbf{z}})) \quad (14)$$

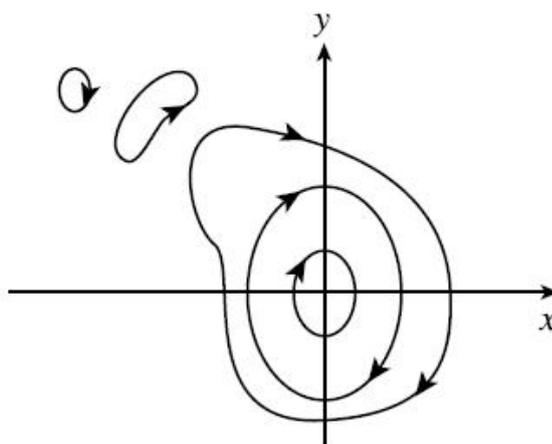
Bentuk persamaan (14) merupakan bentuk persamaan yang belum sederhana sehingga dapat mengeliminasi $\frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} \nabla \times$ dengan persamaan (13) lagi, dimana operator untuk fluida yang tak termampatkan menggunakan $(\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u})) = -\nabla^2 \mathbf{u}$. Kemudian dengan mengambil perkalian dot product dari persamaan (14) dan menyatakan bahwa $\hat{\mathbf{z}} \cdot (\nabla \times \Theta \hat{\mathbf{z}}) = 0$ dan $\hat{\mathbf{z}} \cdot (\nabla \times (\nabla \times \Theta \hat{\mathbf{z}})) = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \Theta = -\nabla_H^2 \Theta$, sehingga :

$$4(\bar{\Omega} \cdot \nabla)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_z = -\left(\frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0}\right)^2 \nabla u_z - \gamma \alpha \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} \nabla_H^2 \frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (15)$$

Maka dengan menggunakan persamaan (10.b) untuk mengeliminasi $\frac{\partial \Theta}{\partial t}$, keenam persamaan diatas dijadikan dalam bentuk u_z .

$$\left[4(\bar{\Omega} \cdot \nabla)^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \left(\frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0}\right)^2 \nabla - \gamma \alpha \beta' \frac{(\mathbf{E}_0 \cdot \nabla)^2}{\mu f_0} \nabla_H^2 \right] u_z = 0 \quad (16)$$

Persamaan ini merupakan persamaan penyebaran gelombang Magnetik Coriolis, dalam hal ini adalah gelombang Rossby Atmosfer. Bentuk skematik berdasarkan analisis teoritis gelombang Rossby atmosfer adalah sebagai berikut :



Gambar 8. Struktur Skematik Sirkular Gelombang Rossby
(Kaladze, 2004)

Gambar 8 merupakan bentuk penjalaran gelombang Rossby pada posisi lintang dan bujur. Penjalaran gelombang Rossby sebagai gelombang nonlinier mendapatkan solusi berupa persamaan KdV dan berhasil direpresentasikan dalam bentuk struktur skematik berdasarkan hasil penelitian T.D.Kaladze dalam *Journal of Geophysical Research*. Pada Gambar 8 terlihat bahwa kecepatan perputaran gelombang Rossby dibentuk oleh radius pada ketinggian tertentu.

F. Persamaan Korteweg De Vries

Persamaan Korteweg de Vries (KdV) dihasilkan pertama kali oleh seorang ilmuwan bernama J.S. Russell dengan meninjau gelombang pada air dangkal. Gelombang air dangkal merupakan sebutan untuk gelombang yang nilai

amplitudonya sangat kecil dibandingkan dengan panjang gelombang tersebut (Darzin, 1989). Pada persamaan gelombang Rossby, sebagai gelombang yang rotasional, maka berlaku nilai amplitudo lebih kecil dibandingkan dengan jari-jari pusaran gelombangnya.

Persamaan Korteweg de Vries (KdV) berlaku pada penjalaran gelombang soliton. Menurut Darzin (1989) :

Soliton adalah solusi persamaan nonlinier yang mempunyai representasi dai gelombang dengan bentuk permanen, serta terlokalisasi sehingga mempunyai nilai nol atau konstan di tak hingga, dan dapat berinteraksi dengan soliton-soliton lain, dengan tetap mempertahankan bentuknya setelah mengalami interaksi

Soliton ini telah diamati dalam berbagai fenomena fisis, seperti pada perairan dangkal. Persamaan yang mendeskripsikan penjalaran gelombang soliton pada permukaan air diturunkan oleh Korteweg de Vries pada tahun 1895. Persamaan ini dinamakan soliton Korteweg de Vries, dapat ditulis sebagai berikut (Darzin, 1989) :

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0 \quad (17)$$

Keterangan : u adalah simpangan gelombang

t adalah fungsi waktu

x adalah fungsi posisi

u_t adalah fungsi gelombang diturunkan sekali terhadap t

u_x adalah fungsi gelombang diturunkan sekali terhadap x

u_{xxx} adalah fungsi gelombang diturunkan tiga kali terhadap x

Konstanta pada variabel persamaan (17) tidak berlaku konvensional namun sangat penting yaitu mengalikan t , x , dan u dengan fungsi pendekatan. Konstanta pada persamaan dapat digunakan untuk membuat koefisien salah satu dari tiga variabel dan dihasilkan sama dengan nol. Persamaan (17) merupakan

persamaan umum *Korteweg de Vries*. Selain persamaan (17), persamaan KdV juga memiliki variasi-variasi persamaan yang terbentuk dari persamaan dasar yang menyusunnya. Variasi persamaan tersebut diantaranya adalah persamaan *Modified Korteweg de Vries* (MKdV). Bentuk persamaan MKdV dituliskan dalam persamaan (18) berikut :

$$\varphi_t - \varphi_{xxt} + \beta \varphi_x + \alpha \varphi \varphi_x = 0 \quad (18)$$

Persamaan MKdV memiliki variabel koefisien α dan β , sehingga dalam ilmu aplikasi matematika disebut juga sebagai persamaan *KdV variable coefficients*. Variabel α dan β tidak merubah struktur persamaan differensial parsial dari persamaan KdV. Variabel α dan β memiliki fungsi yang sama dengan konstanta pada persamaan umum KdV, yaitu membuat koefisien salah satu dari tiga variabel dan dihasilkan sama dengan nol. Variasi persamaan KdV ini terbentuk karena pendekatan fungsi yang dimilikinya. Komponen fungsi terpenting dari persamaan KdV adalah faktor φ , t , dan x .

Solusi persamaan KdV berlaku umum sesuai dengan sifat gelombang soliton yaitu selalu mempertahankan bentuknya saat bergerak ke kanan pada kecepatan fase c . Hal ini memberikan persamaan diferensial biasa sesuai persamaan (17) :

$$-c \frac{df}{dx} + \frac{d^3 f}{dx^3} + 6f \frac{df}{dx} = 0 \quad (19)$$

Persamaan (19) diintegrasikan terhadap x sehingga dihasilkan persamaan berikut :

$$-cf + \frac{d^2 f}{dx^2} + 3f^2 = A \quad (20)$$

Variabel A adalah konstanta integrasi. Memisalkan variabel independen x pada persamaan (20) sebagai variabel waktu, hal ini berarti variabel f memenuhi persamaan Newton gerak dalam potensi kubik. Jika parameter disesuaikan sehingga fungsi potensial $V(x)$ memiliki nilai maksimum pada $x = 0$, maka akan didapatkan solusi dimana $f(x)$ dimulai dari titik $t = \infty$, akhirnya menghasilkan nilai minimum gelombang, kemudian kembali ke sisi lain gelombang dengan mencapai ketinggian yang sama, kemudian berbalik arah, dan berakhir pada kondisi awal gelombang lagi pada waktu maksimum ∞ . Dengan kata lain, $f(x)$ mendekati 0 sebagai $x \rightarrow \pm \infty$. Ini adalah karakteristik solusi gelombang soliton. Solusi gelombang soliton secara umum dijelaskan dalam bentuk persamaan berikut (Darzin, 1989) :

$$\varphi(x, t) = \frac{1}{2} c \operatorname{sech}^2 \left| \frac{vc}{2} (x - ct - a) \right| \quad (21)$$

Keterangan : φ adalah konstanta solusi gelombang KdV
 t adalah waktu (s)
 x adalah posisi (m)
 c adalah cepat rambat gelombang soliton (m/s^2)
 a adalah amplitudo (m)

Persamaan (21) merupakan bentuk solusi dari persamaan *Korteweg De Vries* yang menghasilkan profil sech^2 dan bergantung pada nilai kecepatan gelombang soliton. Kecepatan gelombang soliton sesuai dengan kecepatan gelombang nonlinier yang ditunjukkan oleh persamaan (4). Besarnya nilai kecepatan soliton pada persamaan (4) menunjukkan bahwa kecepatan dipengaruhi oleh nilai amplitudo (a) dan ketinggian (h).

G. Metode Finite Difference

Untuk merancang suatu program aplikasi dalam memodelkan suatu persamaan gelombang, diperlukan perhitungan numerik yang korelatif. Gejala gelombang Rossby memiliki hasil akhir dalam bentuk persamaan differensial, sehingga metoda yang dapat menyelesaikan persamaan tersebut adalah metoda *Finite Difference*. Metoda *Finite Difference* merupakan suatu operasi differensial yang mengubah persamaan menjadi selisih nilai fungsi dengan tingkat pendekatan yang dikehendaki (Supriyanto, 2008).

Metode *Finite Difference* melakukan pendekatan numerik terhadap persamaan diiferensial dengan mengambil nilai batas yang dapat ditentukan. Pencarian solusi persamaan differensial dilakukan dengan memanfaatkan polynomial Taylor untuk mengevaluasi fungsi, sehingga relatif lebih mudah untuk diselesaikan. Selain itu, persamaan-persamaan differensial dengan orde dibawah 10 dapat diselesaikan oleh metode *Finite Difference* dengan iterasi yang tidak terlalu banyak, namun memiliki ketelitian 10^{-5} (Suparno, 2008). Hal inilah yang menjadi kelebihan dari metode *Finite Difference* sebagai solusi numerik untuk persamaan differensial.

Turunan dari fungsi secara matematis didefenisikan sesuai dengan persamaan (22) sebagai berikut :

$$f' = \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (22)$$

Turunan tersebut merupakan limit dari hasil bagi selisih, yaitu pengurangan dua buah nilai yang besar ($f(x+h) - f(x)$) dan membaginya dengan bilangan yang kecil (h). Pada persamaan (22) dilakukan pendekatan sehingga menjadi :

$$f'_h(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \quad (23)$$

Persamaan (23) dapat juga dihitung dengan menggunakan deret Taylor untuk fungsi $f(x+h)$, yaitu :

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) - \frac{h^2}{2!}f''(x) + \dots \quad (24)$$

Persamaan (24) dapat ditulis $f'(x)$ sebagai berikut :

$$f'(x) = \frac{1}{h} [f(x+h) - f(x) - \frac{h^2}{2!}f''(x) + \dots] \quad (25)$$

Persamaan (25) ini adalah deret untuk $f'(x)$ aproksimasi. Bila dilakukan aproksimasi sampai dua suku pertama dengan menggunakan metode *forward difference* akan diperoleh :

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + O(h) \quad (26)$$

Turunan kedua untuk fungsi $f(x)$ adalah ;

$$f''(x) = \frac{f(x+2h)-2f(x+h)+f(x)}{h^2} + O(h) \quad (27)$$

Selain menggunakan metoda *forward difference*, juga dapat dihitung menggunakan *central difference*. Metode ini memanfaatkan polynomial Taylor untuk mengevaluasi f'' dan f' pada $f(x+h)$ dan $f(x-h)$ seperti berikut ini :

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) \quad (28)$$

dan

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) \quad (29)$$

Jika persamaan (28) dan (29) ini dijumlahkan kemudian mengeliminasi turunan kedua $f''(x)$. Dari sini $f'(x)$ dapat ditentukan persamaan sebagai berikut :

$$f'(x) = \frac{f(x+h)-2f(x-h)}{2h} + O(h^2) \quad (30)$$

Dengan cara yang sama $f''(x)$ dapat dicari sebagai berikut :

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + O(h^2) \quad (31)$$

(Rinaldi, 2000)

Persamaan KdV secara komputasi dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *Finite Difference* dengan menghasilkan solusi persamaan differensial untuk masing-masing konstanta. Kemudian solusi persamaan differensial ini disubstitusikan kedalam persamaan KdV gelombang Rossby.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisa numerik dan pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya menghasilkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Kecepatan gelombang Rossby dipengaruhi oleh amplitudo (a) dan ketinggian (h) sebagai berikut :
 - a. Pada ketinggian (h) yang sama, kecepatan gelombang Rossby berbanding lurus dengan amplitudo (a)
 - b. Pada amplitudo (a) yang sama, kecepatan gelombang Rossby berbanding lurus dengan ketinggiannya (h)
2. Pemodelan gelombang Rossby berupa kontur menunjukkan hubungan yang sebanding antara amplitudo (a) dan ketinggian (h) terhadap kecepatan (c).

B. Saran

Dari kesimpulan yang penulis dapatkan, penulis menyarankan untuk lebih lanjut :

1. Memperlihatkan model gelombang Rossby dengan pengaruh arah pergerakannya.
2. Memperlihatkan simulasi gelombang Rossby menggunakan data yang dihasilkan alat ukur.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad Ridwan, Ginanjar Azie, Jusak S. Kosasih. 2007. *Studi Teoritik Gelombang Permukaan Air dan Soliton pada Air Dangkal*. Bandung : ITB
- Alperovich, Leonid S. 2004. *Hydromagnetic Waves In The Magnetosphere and The Ionosphere*.
- Arief Suryantoro, Bambang Iswanto. 2008. *Analisis Korelasi Suhu Udara Permukaan dan Curah Hujan dengan Anomali Suhu Permukaan Air Laut Samudera India dan Pasifik Tropis dalam Kerangka Osilasi Dua Tahunan Troposfer*. Jurnal Sains Dirgantara Vol.6 No.1 Desember 2008.
- Darzin, P.G, Johnson, R.S. 1989. *Soliton an Introduction*. London : Cambridge University.
- Fisika Edukasi. 2010. *Gelombang*. www.physicedu.com (diakses tanggal 29 Januari 2012)
- Fisika Edukasi. 2011. *Soliton*. www.physicnet.com (diakses tanggal 24 Februari 2012)
- Giancolli, Douglas C. 1998. *Physics Fifth Edition*. Jakarta : Erlangga
- Griffiths, David J. 1999. *Introduction to Electrodynamics*. New Jersey : Prentice-Hall
- Holton, James R. 2004. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. New York : Elsevier, Inc
- Ichwan Dwi. 2009. *Efek Koriolis*. www.i.Geography.net (diakses tanggal 8 Februari 2012)
- Kaladze,TD, Abujarnia. 2004. *Theory of Magnetized Rossby Waves in the Ionospheric E Layer*. Journal of Geophysical Research, Vol.109.
- Neiburger. 1995. *Memahami Lingkungan Atmosfer Kita*. Bandung : ITB.
- Pedlosky, J, P.E.Isachen, LaCasce. 2005. *Rosby Wave Instability and Apparent Phase Speeds in Large Ocean Basins*. Journal of Norwegian Meteorological Institute.
- Rinaldi Munir. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta : Erlangga

- Satriyani. 2007. *Studi Identifikasi Pola Utama Data Radiosonde Melalui Analisis Komponen Utama dan Analisis Spektrum (Studi Kasus Bandung)*. Bogor : FMIPA IPB.
- Subid Peringatan Dini Iklim BMKG. 2010. *Gelombang Panas*. www.data.bmkg.go.id (diakses tanggal 12 Agustus 2011).
- Supriyanto Suparno. 2008. *Komputasi untuk Sains dan Teknik*. Jakarta : Departemen Fisika-FMIPA UI
- Wang, Yuqing. 2002. *Vortex Rossby Waves in a Numerically Simulated Tropical Cyclone*. *Journal of The Atmospheric Sciences*, American Meteorological Society.
- Wikipedia. *Gaya Koriolis*. www.wikipedia.or.id (diakses tanggal 25 Januari 2012)
- Wikipedia. *Gaya Lorentz*. www.wikipedia.or.id (diakses tanggal 25 Januari 2012)
- Wikipedia. *Soliton*. www.wikipedia.or.id (diakses tanggal 8 Februari 2012)
- Yunita Jayanti. 2011. *Analisa Numerik Gelombang Tsunami menggunakan Solusi Soliton melalui Pendekatan Metoda Finite Difference*. Padang : FMIPA UNP