

**BILANGAN RAMSEY UNTUK GRAF $2K_2$ DENGAN
GRAF LENGKAP DAN GRAF LINGKARAN**

TUGAS AKHIR

*Diajukan kepada Tim Penguji Tugas Akhir Jurusan Matematika
Sebagai Salah Satu Syarat Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains*



**OLEH
HELDI MUKHLIS
NIM. 83990**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011**

HALAMAN PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap
dan Graf lingkaran
Nama : Heldi Mukhlis
NIM : 83990
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Februari 2011

Disetujui Oleh:

Pembimbing I

Pembimbing II

Dony Permana, M.Si

Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom

_ NIP.19750127 2006 04 1 001

NIP.19820511 2006 04 2 001

PENGESAHAN

**Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Tugas Akhir
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang**

Judul : Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap dan Graf Lingkaran
Nama : Heldi Mukhlis
NIM : 83990
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 04 Februari 2011

Tim Penguji

Nama

Tanda Tangan

1. Ketua	: Dony Permana, M.Si	1. _____
2. Sekretaris	: Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom	2. _____
3. Anggota	: Drs. H. Yarman, M.Pd	3. _____
4. Anggota	: Drs. H. Mukhni, M.Pd	4. _____
5. Anggota	: Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc	5. _____

ABSTRAK

Heldi Mukhlis : Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap dan Graf Lingkaran.

Bilangan Ramsey untuk dua graf sebarang G dan H , adalah bilangan asli $R(G,H)$ terkecil sehingga graf lengkap dengan $R(G,H)$ simpul dengan pewarnaan sisi merah-biru selalu memuat graf G yang semua sisinya berwarna merah atau graf H yang semua sisinya berwarna biru sebagai subgraf. Penentuan bilangan Ramsey untuk dua graf sebarang masih merupakan permasalahan yang rumit dan tidak ada metode umum untuk mencarinya. Penentuan bilangan Ramsey untuk dua graf sebarang G dan H sangat bergantung pada struktur graf G dan graf H . Salah satu rumusan umum bilangan ramsey yang telah ditemukan adalah rumusan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap maupun graf tidak lengkap. Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan nilai eksak bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_n dan graf lingkaran C_n , khususnya untuk $n \leq 10$.

Pendekatan dan konsep yang digunakan dalam menjawab permasalahan yang diteliti adalah studi kepustakaan tentang konsep dasar teori graf dan bilangan Ramsey dengan berpedoman pada buku dan sumber yang relevan dengan permasalahan. Langkah untuk mendapatkan jawaban dari perumusan masalah adalah melakukan analisis penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran. Metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah yang diteliti adalah dengan menggambarkan pewarnaan sisi merah-biru pada graf lengkap dengan $m-1$ titik dan pada graf lengkap dengan m titik dimana m adalah bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dan suatu graf lengkap K_n atau suatu graf lingkaran C_p .

Dari hasil analisis yang dilakukan didapatkan $R(2K_2, K_4) = 6$, $R(2K_2, K_5) = 7$, $R(2K_2, K_6) = 8$, $R(2K_2, C_3) = 4$, $R(2K_2, C_4) = 5$, $R(2K_2, C_5) = 6$, $R(2K_2, C_6) = 7$ dan diperoleh analisis penentuan nilai eksak bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_n dan graf lingkaran C_n .

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT yang telah memberika petunjuk, rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul **“Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap dan Graf Lingkaran”**. Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si) di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Dalam menyelesaikan tugas akhir ini penulis banyak mendapatkan bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dony Permana, M.Si, Dosen Pembimbing I.
2. Ibu Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom, Dosen Pembimbing II.
3. Bapak Drs. H. Mukhni, M.Pd, Dosen Penguji Tugas Akhir.
4. Bapak Drs. H. Yarman, M.Pd, Dosen Penguji Tugas Akhir.
5. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, Dosen Penguji Tugas Akhir
6. Ibu Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc, Dosen Penguji Tugas Akhir
7. Bapak Drs. Lutfian Almash, M.S, Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP
8. Bapak Muhammad Subhan, M.Si, Ketua Prodi Matematika FMIPA UNP

9. Bapak dan Ibu Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP

10. Seluruh rekan seangkatan, kakak angkatan dan seluruh teman-teman.

Semoga bimbingan, dorongan serta pengorbanan yang telah diberikan mendapat ridho Allah SWT.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, karena itu penulis mengharapkan kritikan dan saran dalam rangka penyempurnaan tugas akhir ini. Akhir kata penulis berharap, semoga tulisan ini dapat bermanfaat bagi pembaca, terutama bagi penulis sendiri. Amin ya Robbal'alamin.

Padang, Februari 2011

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR GAMBAR.....	vi
 BAB I. PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Pembatasan Masalah.....	4
C. Perumusan Masalah.....	5
D. Pendekatan Masalah	5
E. Tujuan Penelitian.....	5
F. Kontribusi Penelitian	6
G. Metodologi Penelitian	6
 BAB II. TEORI PENDUKUNG	
A. Definisi Graf	8
B. Jenis-jenis Graf	9
C. Terminologi Graf.....	10
D. Beberapa Graf Sederhana Khusus	14
E. Bilangan Ramsey	17
 BAB III. PEMBAHASAN	
A. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap	
a. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap K_4	20
b. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap K_5	22
c. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap K_6	24
d. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap K_n	26
 B. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lingkaran	
a. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lingkaran C_3	28
b. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lingkaran C_4	30
c. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lingkaran C_5	32

- d. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lingkaran C_633
- e. Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lingkaran C_n35

BAB IV. PENUTUP

- A. Kesimpulan..... 38
- B. Saran 40

DAFTAR PUSTAKA..... 41

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Graf Sederhana, Graf Ganda dan Graf Semu.....	8
2. Graf G_4 dan Graf G_5	10
3. Subgraf dan Komplemennya.....	14
4. Beberapa Contoh Graf Lengkap.....	14
5. Contoh Graf Lingkaran	15
6. Beberapa Graf Lintasan	15
7. Beberapa Graf Bintang	16
8. Graf $2K_2$	16
9. Graf K_5 dengan Pewarnaan Sisi Merah-biru.....	21
10. Graf K_6 dengan Pewarnaan Sisi Merah-biru	22
11. Graf K_7 dengan Pewarnaan sisi merah-biru.....	24
12. Graf K_8 dengan Pewarnaan sisi merah-biru.....	26
13. Graf K_3 dengan Pewarnaan sisi merah-biru.....	29
14. Graf K_4 dengan Pewarnaan sisi merah-biru.....	30

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Teori graf adalah salah satu cabang ilmu matematika yang sering digunakan untuk menyederhanakan atau menganalisis suatu permasalahan yang ditemui dalam kehidupan sehari-hari. Pada aplikasinya, teori graf digunakan untuk mengaitkan hubungan antara suatu himpunan objek dengan himpunan objek lainnya. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit serta kaitan antara objek-objek tersebut. Representasi dari teori graf adalah dengan menyatakan objek sebagai titik atau simpul sedangkan hubungan antar objek dinyatakan dengan garis atau sisi.

Dalam teori graf dikenal suatu teori yaitu teori Ramsey. Teori Ramsey pertama kali dikemukakan oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930. Pada salah satu papernya Ramsey menunjukkan bahwa untuk setiap bilangan asli n ada bilangan $R(n)$ sedemikian sehingga bila graf lengkap yang terdiri dari $R(n)$ simpul yang sisinya diwarnai merah dan biru senantiasa memuat graf lengkap K_n merah atau graf lengkap K_n biru sebagai subgraf. Bilangan $R(n)$ ini kemudian disebut sebagai bilangan Ramsey.

Pada tahun 1935 permasalahan ini diperluas oleh Erdos dan Szekeres, mereka membuktikan bahwa jika diberikan dua bilangan asli a dan b dengan $a, b \geq 2$, maka terdapat bilangan asli $R(a, b)$ sedemikian sehingga jika sisi dari graf lengkap dengan $R(a, b)$ titik diwarnai dengan pewarnaan merah dan biru, maka

graf tersebut akan selalu memuat graf lengkap K_a merah atau K_b biru sebagai subgraf. Bilangan $R(a,b)$ disebut bilangan Ramsey klasik. Bilangan $R(a,b)$ adalah bilangan Ramsey untuk kombinasi graf lengkap K_a dengan a titik dan graf lengkap K_b dengan b titik. Permasalahan yang dibahas pada penentuan bilangan Ramsey adalah berapa nilai $R(a,b)$ terkecil, dimana $R(a,b)$ adalah suatu bilangan asli, sehingga graf lengkap dengan $R(a,b)$ simpul yang sisinya diberikan pewarnaan merah-biru selalu memuat graf lengkap K_a yang sisinya berwarna merah atau graf lengkap K_b yang sisi-sisinya berwarna biru sebagai subgraf.

Seiring perkembangan ilmu matematika, studi tentang penentuan bilangan Ramsey dari dua graf sebarang terus dilakukan, sehingga ditemukan beberapa bilangan ramsey yang tak hanya terbatas pada graf lengkap tapi juga untuk graf-graf lainnya, seperti graf lingkaran, graf roda, dan graf lintasan serta bilangan Ramsey untuk graf tak lengkap. Penentuan bilangan Ramsey graf merupakan upaya untuk mendekati bilangan Ramsey klasik. Para matematikawan terus melakukan penelitian untuk menentukan bilangan Ramsey dari dua graf sebarang, pada tahun 1989 Hendry menemukan $R(W_3, W_5)=19$, pada tahun yang sama S.A Burr dan P.Erdos menemukan $R(C_3, W_m)= 2m+1$, untuk $m \geq 5$, kemudian Surahmat dan Edy Tri Baskoro menemukan bilangan Ramsey $R(P_n, W_4)= 2n-1$, untuk $n \geq 3$ dan $R(S_n, W_5)= 3n-2$, untuk $n \geq 3$.

Dari hasil survei yang dilakukan oleh Radziszowski pada tahun 2009, hanya ada beberapa bilangan Ramsey yang sudah ditemukan. Ini menunjukkan bahwa penentuan bilangan Ramsey, baik untuk graf lengkap maupun untuk jenis

graf lainnya masih merupakan permasalahan yang rumit. Oleh karena itu permasalahan penentuan bilangan Ramsey menjadi topik yang menarik untuk dibahas. Salah satu topik bilangan Ramsey yang menarik adalah penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lainnya, yang telah ditemukan rumusan umumnya oleh Chavatal dan Harary pada tahun 1972. Salah satu daya tarik tersendiri dari penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lainnya adalah karena struktur dari graf $2K_2$ yang cukup sederhana, yaitu terdiri dari dua graf lengkap K_2 . Sehingga penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lainnya tidak terlalu rumit. Penentuan bilangan Ramsey dari graf $2K_2$ dengan sebuah graf F juga sangat bergantung pada struktur graf F . Graf F yang paling lazim digunakan adalah graf lengkap dan graf lingkaran, hal ini dikarenakan struktur graf lengkap dan graf lingkaran cukup sederhana dan merupakan graf teratur.

Penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf graf lengkap maupun graf lingkaran belum banyak diketahui. Meskipun telah ditemukan rumusan umumnya, namun penentuan bilangan Ramsey untuk graf ini sangat bergantung pada struktur graf lengkap dan graf lingkaran tersebut. Oleh karena itu penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_n dan graf lingkaran C_n dimulai dari n yang sederhana, pengertian sederhana disini adalah untuk suatu bilangan asli yang kecil. Salah satu bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran yang telah dibuktikan pada tahun 2010 adalah $R(2K_2, K_4) = 6$ dan $R(2K_2, C_4) = 5$.

Pembuktian tersebut merupakan pembuktian mendasar untuk penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran, dimana graf lengkap K_4 adalah graf lengkap paling sederhana pada penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran C_4 juga merupakan graf lingkaran yang sederhana, dimana graf lingkaran paling sederhana adalah C_3 . Karena masih banyaknya penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap maupun graf lingkaran yang belum dibuktikan, khususnya untuk graf lengkap K_n dan graf lingkaran C_n dengan n yang sederhana, maka dari itu penulis tertarik untuk membahas tentang” **Bilangan Ramsey untuk Graf $2K_2$ dengan Graf Lengkap dan Graf Lingkaran**”.

B. Pembatasan Masalah

Karena luasnya cakupan penelitian, pada penelitian ini penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran untuk graf lengkap terbatas pada K_4 , K_5 , K_6 dan secara umum untuk graf lengkap K_n , dan untuk graf lingkaran terbatas pada C_3 , C_4 , C_5 , C_6 dan secara umum untuk graf lingkaran C_n .

C. Perumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian ini adalah “Bagaimana menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran ?”.

D. Pendekatan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah diatas, pendekatan yang dilakukan adalah studi kepustakaan tentang teori graf dan bilangan Ramsey serta analisis penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran.

E. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan latar belakang masalah maka tujuan dari penelitian ini adalah menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran, khususnya untuk graf lengkap K_4 , K_5 , K_6 , dan pembuktian deduktif penentuan bilangan Ramsey secara umum untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_n , dan untuk graf lingkaran khususnya pada graf lingkaran C_3 , C_4 , C_5 , C_6 dan pembuktian deduktif penentuan bilangan Ramsey secara umum untuk graf $2K_2$ dengan graf lingkaran C_n .

F. Kontribusi Penelitian

Kontribusi dari penelitian ini adalah:

- a. Memberikan penjabaran analisis pembuktian deduktif penentuan bilangan Ramsey khususnya bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_n dan graf lingkaran C_n .
- b. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan tentang graf dan bilangan Ramsey, khususnya bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran.
- c. Sebagai bahan masukan untuk peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian di bidang teori graf khususnya tentang bilangan Ramsey.

G. Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis), metode yang digunakan adalah pembuktian deduktif dengan menganalisa teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan kepada studi kepustakaan. Langkah awal dalam penelitian ini dimulai dengan menganalisis permasalahan, mengumpulkan teori-teori yang berhubungan dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan.

Langkah kerja dalam penelitian ini:

1. Mengkaji teori graf, bilangan Ramsey khususnya bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap dan graf lingkaran.

2. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_4 .
3. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_5 .
4. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_6 .
5. Menganalisis penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lengkap K_n untuk $n \geq 4$ secara umum.
6. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lingkaran C_3 .
7. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lingkaran C_4 .
8. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lingkaran C_5 .
9. Menganalisis dan menentukan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lingkaran C_6 .
10. Menganalisis penentuan bilangan Ramsey untuk graf $2K_2$ dengan graf lingkaran C_n untuk $n \geq 3$ secara umum.