

**DISTRIBUSI RAYLEIGH YANG DIBANGUN DARI DISTRIBUSI
NORMAL DAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL**

TUGAS AKHIR

untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar sarjana sains



**HANI RAHMAH
NIM 83965**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011**

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Normal
dan Distribusi Eksponensial

Nama : Hani Rahmah

NIM : 83965

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Agustus 2011

Disetujui oleh :

Pembimbing I

Pembimbing II

Drs. Syafriandi, M.Si
NIP 19660908 199103 1 003

Dra. Hj. Nonong Amalita, M.Si
NIP 19690615 199303 2 001

ABSTRAK

Hani Rahmah : Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Normal dan Distribusi Eksponensial

Distribusi Rayleigh merupakan distribusi dengan peubah acak kontinu. Distribusi Rayleigh digunakan untuk menjelaskan kondisi lingkungan yang berubah terhadap waktu secara statistik, misalnya fenomena *fading*. *Fading* yang terjadi dapat dimodelkan secara matematis, dikenal dengan *Rayleigh Fading* yang digunakan untuk mengetahui ketahanan suatu signal terhadap gangguan dari luar sistem. Untuk mengetahui kemunculan gangguan tersebut, data yang diperoleh akibat *fading* harus berdistribusi Rayleigh. Namun data yang dihasilkan akibat *fading* ini tidak selalu berdistribusi Rayleigh. Jika data yang dihasilkan tidak berdistribusi Rayleigh maka perlu dibentuk distribusi baru (Rayleigh). Distribusi Rayleigh dapat dibangun dari distribusi kontinu lain yaitu dari distribusi Normal dan Eksponensial. Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan Eksponensial. Tujuannya yaitu untuk mencari bentuk fungsi padat peluang dari distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan Eksponensial dengan membentuk suatu peubah acak baru, serta mengkaji sifat-sifatnya.

Langkah-langkah dalam penelitian ini yaitu meninjau masalah yang dihadapi, mengumpulkan teori-teori penunjang, membangun distribusi Rayleigh dari distribusi Normal dan Eksponensial menggunakan teknik transformasi peubah acak, dan kemudian mengkaji sifat-sifat distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan Eksponensial.

Hasil analisis menunjukkan bahwa, jika peubah acak $X_1 \sim N(0, \sigma^2)$ dan $X_2 \sim N(0, \sigma^2)$ maka peubah $Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$ akan berdistribusi Rayleigh(σ). Dan jika peubah acak X berdistribusi Eksponensial(λ), maka Y di mana $Y = \sqrt{2X\lambda}$ akan berdistribusi Rayleigh(λ). Bentuk fungsi padat peluang dari distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan distribusi Eksponensial mirip dengan bentuk fungsi padat peluang dari distribusi Rayleigh itu sendiri. Perbedaannya terletak pada parameternya. Begitu juga dengan sifat-sifatnya.

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah, segala puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah Swt, atas rahmat dan hidayah-Nya yang telah diberikan kepada penulis berupa ketabahan, ketekunan dan keuletan, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini yang diberi judul: ***“Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Normal dan Distribusi Eksponensial”***.

Penulisan Tugas Akhir ini bertujuan untuk memenuhi sebagian dari persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Pada penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis banyak mengalami kesulitan, terutama disebabkan oleh kurangnya ilmu pengetahuan. Namun berkat bimbingan, arahan, dan dukungan dari berbagai pihak akhirnya Tugas Akhir ini dapat diselesaikan. Atas bimbingan, arahan dan dukungannya penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Drs. Syafriandi, M. Si. Dosen Pembimbing I sekaligus Penasehat Akademis.
2. Ibu Dra. Hj. Nonong Amalita, M. Si. Dosen Pembimbing II.
3. Bapak M. Subhan, S. Si, M. Si. Ketua Prodi Matematika FMIPA UNP sekaligus anggota tim penguji Tugas Akhir.

4. Ibu Dra. Media Rosha, M. Si dan Ibu Dra. Hj. Helma, M. Si, tim penguji Tugas Akhir.
5. Bapak Drs. Lutfian Almash, M. Si. Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Bapak dan Ibu staf Pengajar dan Labor Jurusan Matematika FMIPA UNP.
7. Seluruh rekan Mahasiswa Jurusan Matematika khususnya angkatan 2007 FMIPA UNP.
8. Semua pihak yang telah rela memberikan bantuan moril dan materil sehingga sampai terlaksananya penyusunan Tugas Akhir ini.

Semoga bimbingan, dorongan serta pengorbanan yang telah diberikan mendapat ridho dari Allah SWT.

Penulis menyadari Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, saran dan kritikan yang membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi penulis, jurusan Matematika serta para pembaca pada umumnya.

Padang, Agustus 2011

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
ABSTRAK.....	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR LAMPIRAN.....	vii
 BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Perumusan Masalah.....	4
C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian	4
D. Tujuan Penelitian	5
E. Kontribusi Penelitian.....	5
F. Metodologi Penelitian	5
 BAB II TEORI PENDUKUNG	
A. Fungsi Peluang.....	7
B. Fungsi Distribusi.....	8
C. Nilai Ekspektasi	8
D. Momen	9
E. Fungsi Pembangkit Momen	13
F. Fungsi Karakteristik	14
G. Distribusi Rayleigh	15
H. Distribusi Normal	18
I. Distribusi Eksponensial	18
J. Teknik Transformasi Peubah Acak	
1. Kasus satu peubah	19
2. Kasus dua peubah	20

K. Fungsi Gamma	20
BAB III PEMBAHASAN	
A. Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Normal	23
B. Sifat-sifat Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Normal	33
C. Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Eksponensial	34
D. Sifat-sifat Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari distribusi Eksponensial	38
BAB IV PENUTUP	
A. Kesimpulan	40
B. Saran	41
KEPUSTAKAAN	42
LAMPIRAN.....	43

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Kurva skewness negative dan skewness positif	12
2. Kurva fungsi padat peluang dari distribusi Rayleigh	22

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Bukti Teorema 1	43
2. Bukti Teorema 2	44
3. Bukti Teorema 3	45
4. Bukti Teorema 4	46
5. Bukti Teorema 5	48
6. Bukti Teorema 6	50
7. Bukti Teorema 7	53
8. Bukti Teorema 8	56
9. Bukti Teorema 9	58
10. Bukti Teorema 10	60
11. Bukti Teorema 11	61
12. Bukti Teorema 12	62

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Statistika adalah metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan, penyajian, menganalisis, dan menginterpretasikan data sehingga memberikan informasi yang berguna. Statistika banyak diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu, baik ilmu alam maupun ilmu sosial. Misalnya, pada ilmu alam statistika digunakan untuk menduga ukuran dari partikel batuan, ukuran meteor, mengukur intensitas curah hujan, dan lain sebagainya.

Sebagian besar konsep dasar dari statistika adalah menggunakan teori probabilitas. Salah satu bagian dari teori probabilitas adalah distribusi dari suatu peubah acak. Peubah acak adalah fungsi yang mendefinisikan titik-titik sampel dalam ruang sampel sehingga memiliki nilai berupa bilangan riil. Dinotasikan sebagai X , sedangkan nilai dalam X dinyatakan sebagai x . Peubah acak dikategorikan menjadi dua, yaitu peubah acak diskrit dan peubah acak kontinu. Jika daerah nilai dari fungsi X berupa himpunan bilangan riil yang terbilang, maka disebut peubah acak diskrit. Distribusi peubah acak diskrit diantaranya adalah distribusi Bernoulli, distribusi Binomial, dan distribusi Poisson. Sedangkan jika daerah nilai dari fungsi X berupa himpunan bilangan riil yang tak terbilang, maka X disebut peubah acak kontinu (Freund dan Walpole, 1987:77). Distribusi peubah

acak kontinu diantaranya adalah distribusi Normal, distribusi Weibull, dan distribusi Eksponensial.

Distribusi lainnya adalah distribusi Rayleigh yang merupakan distribusi dengan peubah acak kontinu. Menurut Krishnamoorthy (2006: 289), suatu peubah acak dikatakan berdistribusi Rayleigh jika bentuk fungsi padat peluangnya (fpp) adalah

$$f(x|b) = \frac{x}{b^2} e^{-\frac{x^2}{2b^2}} \quad x > 0, \quad b > 0$$

dengan b sebagai parameter.

Distribusi Rayleigh biasanya digunakan untuk menjelaskan kondisi lingkungan yang berubah terhadap waktu secara statistik. Misalnya fenomena *fading*, yaitu perubahan fase, polarisasi, dan level dari suatu sinyal terhadap waktu. Fenomena *fading* yang terjadi dapat dimodelkan secara matematis, dikenal dengan *Rayleigh Fading* yang digunakan untuk mengetahui ketahanan suatu sinyal terhadap gangguan di luar sistem, di mana gangguan tersebut merupakan suatu proses acak sehingga tidak dapat diprediksi secara pasti kemunculannya. Untuk mengetahui kemunculan gangguan tersebut, data yang diperoleh harus berdistribusi Rayleigh. Namun, data yang dihasilkan akibat *fading* ini tidak selalu berdistribusi Rayleigh, misalnya berdistribusi Normal atau Eksponensial. Jika data yang dihasilkan tidak berdistribusi Rayleigh, maka perlu dibentuk distribusi baru (Rayleigh) agar dapat membentuk *Rayleigh Fading* (Nashrudin, 1998:1). Untuk

membentuk distribusi dari suatu peubah dapat digunakan teknik transformasi peubah acak dan teknik fungsi pembangkit momen (Trie, 2010:1).

Distribusi Rayleigh memiliki keterkaitan atau hubungan dengan distribusi kontinu lain. Maksudnya, distribusi Rayleigh dapat dibentuk dari distribusi kontinu lain yaitu dari distribusi Normal dan distribusi Eksponensial (Krishnamoorthy, 2006: 291).

Selanjutnya yang akan dibahas dalam kajian ini adalah bagaimana bentuk distribusi Rayleigh yang dibangun atau dibentuk dari distribusi Normal dan distribusi Eksponensial serta mengkaji sifat-sifat dari distribusi yang terbentuk tersebut di antaranya mean, variansi, skewness, kurtosis, fungsi pembangkit momen dan fungsi karakteristiknya. Parameter-parameter ini sangat penting untuk diketahui karena memiliki kegunaan masing-masing. Mean merupakan kecenderungan dari suatu fungsi distribusi dan satu-satunya ukuran pusat yang memanfaatkan informasi yang dikandung semua pengamatan. Meskipun mean merupakan statistik yang paling penting, pencarian atau variansi pengamatan-pengamatan yang ada pun sangat penting untuk diketahui, di mana variansi digunakan untuk melihat penyimpangan data dari mean suatu fungsi peluang. Kurtosis dari suatu peubah acak digunakan untuk menentukan ketajaman dari suatu kurva distribusi peubah acak. Skewness digunakan untuk menentukan kemencengan kurva dari distribusi peubah acak. Fungsi karakteristik dari suatu distribusi peubah acak digunakan untuk menentukan keluarga atau family dari distribusi peubah acak tersebut.

Berdasarkan latar belakang di atas, penulis tertarik untuk mengkaji tentang distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan distribusi Eksponensial serta mengkaji sifat-sifatnya. Untuk itu, penelitian ini diberi judul **“Distribusi Rayleigh yang Dibangun dari Distribusi Normal dan Distribusi Eksponensial ”**.

B. Perumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimanakah bentuk dan sifat-sifat dari distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan Distribusi Eksponensial?

C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, pendekatan yang penulis lakukan adalah studi kepustakaan tentang distribusi Rayleigh, distribusi Normal dan distribusi Eksponensial serta meninjau teori-teori yang relevan dengan masalah yang dihadapi.

Adapun pertanyaan penelitian yang akan penulis jawab dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimanakah bentuk distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal?
2. Bagaimanakah sifat-sifat distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal?
3. Bagaimanakah bentuk distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Eksponensial?

4. Bagaimanakah sifat-sifat distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Eksponensial?

D. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan masalah yang akan dibahas, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk distribusi Rayleigh dari distribusi Normal dan distribusi Eksponensial serta mendapatkan sifat-sifatnya.

E. Kontribusi Penelitian

Adapun kontribusi penelitian ini adalah:

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan penulis tentang bentuk fungsi padat peluang dari Distribusi Rayleigh yang dibangun dari Distribusi Normal dan Distribusi Eksponensial.
2. Memberikan informasi dan pengetahuan bagi pembaca tentang sifat-sifat dari Distribusi Rayleigh yang dibangun dari Distribusi Normal dan Distribusi Eksponensial.
3. Sebagai bahan masukan untuk peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan ini

F. Metodologi Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan dengan menganalisa teori-teori yang relevan terhadap permasalahan yang dibahas. Dalam melakukan penelitian ini, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Meninjau masalah yang dihadapi

2. Menentukan teori-teori yang digunakan sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan
3. Membangun distribusi Rayleigh dari distribusi Normal dan distribusi Eksponensial
4. Mengkaji sifat-sifat dari distribusi Rayleigh yang dibangun dari distribusi Normal dan Eksponensial di antaranya adalah mean, variansi, skewness, kurtosis, fungsi pembangkit momen dan fungsi karakteristik dengan menggunakan torema-teorema dasar dalam statistika.