

SIFAT – SIFAT BILANGAN SEMPURNA

TUGAS AKHIR

untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar sarjana sains



**FAUZAN AZMI
NIM 48318**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011**

ABSTRAK

Fauzan Azmi : Sifat - Sifat Bilangan Sempurna

Seiring dengan perkembangan peradaban manusia, penemuan tentang semakin beragam dan mempunyai keunikan-keunikan tersendiri. Sampai saat ini telah banyak jenis bilangan yang diperkenalkan, salah satu diantaranya adalah bilangan sempurna. Bilangan sempurna merupakan bilangan asli dimana jumlah faktor – faktor murninya adalah sama dengan bilangan itu sendiri. Contoh $6 = 1 + 2 + 3$. Penemuan bilangan sempurna semakin berkembang setelah Euler pada tahun 1772 menyempurnakan Teorema Euclid. Sampai tahun 2006 telah ditemukan sebanyak 44 buah bilangan sempurna. Dari penemuan-penemuan bilangan sempurna ternyata banyak keunikan-keunikan ditemukan. Penelitian ini bertujuan untuk meneliti sifat-sifat bilangan sempurna.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur yang diambil dari berbagai bahan baik buku, jurnal dan sumber lain dari internet yang memadai untuk dipergunakan sebagai bahan sumber dalam penyusunan tugas akhir ini.

Dari pembahasan yang dilakukan disajikan 6 buah sifat bilangan sempurna yang di tuliskan dituliskan berupa teorema yaitu :

1. Jika N bilangan sempurna maka berlaku $\sum_{d|N} \frac{1}{d} = 2$
2. Jika $(2^n - 1)$ untuk $n > 1$ adalah bilangan prima maka $N = 2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ adalah bilangan sempurna.
3. Jika N adalah bilangan sempurna maka N dapat ditulis dalam bentuk $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$, dimana $(2^n - 1)$ adalah bilangan prima.
4. Jika N adalah bilangan sempurna maka N adalah bilangan segitiga.
5. Jika $N = 2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ adalah bilangan sempurna yang lebih dari 6 maka $N = 1^3 + 3^3 + \dots + (2^{(n+1)/2} - 1)^3$
6. Jumlah semua angka penyusun pada bilangan sempurna yang lebih dari 6 adalah 1.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, dengan petunjuk dan rahmat Allah SWT, peneliti telah dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul: **“Sifat – Sifat Bilangan Sempurna”**.

Untuk menyelesaikan tugas akhir ini, peneliti banyak mendapat bantuan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, pada kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih yang setulusnya kepada:

1. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M. Si, Pembimbing I sekaligus Penasehat Akademik yang telah memberikan motivasi dan bimbingan kepada penulis sejak awal kuliah sampai penyelesaian tugas akhir.
2. Ibu Dra. Arnelis, M. Si, Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan kepada penulis sejak awal penyusunan sampai menyelesaikan tugas akhir ini.
3. Bapak Drs. Atus Amadi Putra, M. Si atas masukan – masukannya selaku dosen penguji.
4. Ibu Dra. Dewi Murni, M. Si atas masukan – masukannya selaku dosen penguji.
5. Ibu Meira Parma Dewi, S. Si, M. Kom atas masukan – masukannya selaku dosen penguji.
6. Bapak Drs. Lutfian Almash, M. S, Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP
7. Bapak Muhammad Subhan, S. Si, Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNP
8. Semua Staf Pengajar dan staf Labor Jurusan Matematika Universitas Negeri Padang.
9. Semua pihak yang telah membantu penulis yang tidak bisa disebutkan satu persatu.

Semoga segala bimbingan, bantuan dan motivasi yang telah diberikan menjadi amal dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT, Amiin.

Peneliti menyadari bahwa dalam penelitian ini masih banyak terdapat kekurangan. Untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak sangat peneliti harapkan untuk kesempurnaannya. Akhirnya peneliti berharap tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua. Amin Yarabbal'aalamiin.

Padang, 27 Juli 2011

Peneliti

DAFTAR ISI

	Hal
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	v
BAB I PENDAHULUAN	1
I.1. Latar Belakang	
I.2. Perumusan Masalah	3
I.3. Tujuan Penelitian	3
I.4. Manfaat Penelitian	3
BAB II TEORI PENDUKUNG	5
2.1. Bilangan Bulat	5
2.2. Keterbagian	6
2.3. Kongruensi.....	10
2.4. Bilangan Segitiga	13
2.5. Fungsi σ (sigma).....	14
2.6. Bilangan Sempurna.....	17
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	18
3.1. Jenis Penelitian.....	18
3.2. Metodologi Penelitian	18
BAB IV PEMBAHASAN	20
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	28
5.1. Kesimpulan	28
5.2. Saran	28
DAFTAR PUSTAKA	30

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Hal
1. Pola Bilangan Segitiga	14

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Konsep bilangan seperti yang dikenal sekarang ini adalah hasil pengalaman dan pengembangan sejak berabad-abad yang lalu, mulai dari zaman primitif sampai zaman modern. Tidak diragukan lagi bahwa konsep bilangan itu pada mulanya timbul dari keinginan manusia untuk mengetahui atau menghitung berapa banyaknya kelompok benda-benda atau banyaknya anggota dari suatu himpunan. Seiring dengan perkembangan peradaban manusia, penemuan tentang bilangan semakin beragam dan mempunyai keunikan-keunikan tersendiri. Dari kajian yang dilakukan oleh para ahli matematika, bilangan-bilangan itu telah dikelompokkan sesuai dengan keunikannya masing-masing. Sampai saat ini telah banyak jenis bilangan yang diperkenalkan, salah satu diantaranya adalah bilangan sempurna. Tidak diketahui secara pasti kapan bilangan sempurna pertama kali ditemukan. Bilangan sempurna merupakan bilangan asli dimana jumlah faktor – faktor murninya adalah sama dengan bilangan itu sendiri.

Pada awalnya telah diketahui sebanyak 4 buah bilangan sempurna yaitu 6 , 28 , 496 dan 8128. Dalam catatan sejarah, keajaiban bilangan sempurna telah dipelajari oleh Phytagoras (569 SM – 475 SM) dan murid-muridnya. Bahkan Phytagoras mengumpamakan bilangan sempurna 6

yang diperoleh dari $6 = 1 + 2 + 3$. Kendati demikian kajian yang lebih khusus tentang bilangan sempurna, baru dilakukan oleh Euclid (300 SM) sebagaimana yang tercantum dalam bukunya yang terkenal Elements. Dalam matematika modern formula yang dikemukakan oleh Euclid untuk bilangan sempurna adalah bilangan dalam bentuk $2^{n-1} (2^n - 1)$. Pada tahun ke 100 SM, Nicomachus dalam bukunya *Introductio Arithmaticae* menegaskan hanya 4 buah bilangan sempurna yang ditemukan yaitu 6, 28, 496 dan 8128 yang terletak dalam interval; 1 – 10, 10 – 100, 100 – 1000 dan 1000 – 10000 (Dickson, 1952). Secara lebih tegas lagi dikatakan bahwa hanya ada sebanyak 4 buah bilangan sempurna antara 1 – 3.000.000. Berabad-abad setelah Euclid, bilangan sempurna kelima baru ditemukan pada tahun 1456 yaitu 33550336. Selanjutnya pada tahun 1588 Cataldi menemukan bilangan sempurna keenam dan ketujuh yaitu 8589869056 dan 137438691328.

Penemuan bilangan sempurna semakin berkembang, terlebih lagi sejak Euler menyempurnakan teorema Euclid dan menemukan bilangan sempurna yang ke-8 pada tahun 1772 yaitu untuk $n = 31$. Seiring dengan kemajuan teknologi, sampai tahun 2006 telah ditemukan sebanyak 44 buah bilangan sempurna, yaitu menggunakan perhitungan dengan bantuan komputer yang dikembangkan oleh GIMPS (The Great Internet Mersenne Prime Search). Dari penemuan bilangan sempurna tersebut dan dengan mencermati 7 buah bilangan sempurna pertama yaitu; 6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056 dan 137438691328, ternyata merupakan bilangan

genap. Apakah hal ini juga berlaku untuk setiap bilangan sempurna selanjutnya?

Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, perhitungan-perhitungan matematika sederhana jelas tidak dapat digunakan. Sehingga untuk memecahkannya, berbagai teori telah dikembangkan oleh ahli-ahli matematika. Dalam perkembangannya masih banyak lagi keunikan-keunikan dari bilangan sempurna ditemukan.

Berdasarkan uraian di atas, maka peneliti membahas sifat-sifat bilangan sempurna. Untuk itu penelitian ini diberi judul “Sifat-sifat bilangan sempurna”

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka masalah penelitian ini dirumuskan sebagai berikut: Bagaimanakah sifat-sifat dari bilangan sempurna?

1.3. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan yang akan dibahas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk menyelidiki sifat – sifat bilangan sempurna.

1.4. Manfaat Penelitian

Adapun kontribusi dari penelitian ini adalah

1. Menambah wawasan peneliti tentang bilangan sempurna serta sifat – sifat yang dimilikinya

2. Memberi informasi dan masukan kepada pembaca tentang keunikan bilangan sempurna
3. Menjadi bahan masukan bagi para peneliti berikutnya dalam mengembangkan dan memperluas hasil cakupan.