

DIMENSI METRIK GRAF KINCIR

TUGAS AKHIR

*Diajukan kepada Tim Penguji Tugas Akhir Jurusan Matematika sebagai salah satu persyaratan
Guna memperoleh Gelar Sarjana Sains*



Oleh

YUNI ASTUTI

NIM.73017

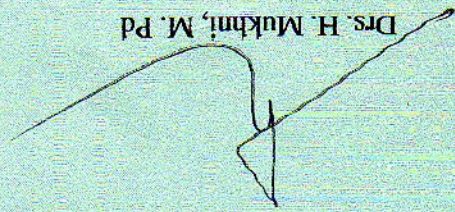
**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011**

PERSetujuan Tugas Akhir

Judul : Dimensi Metrik Graf Kincir
Nama : Yuni Astuti
NIM : 73017
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Februari 2011

Disetujui Oleh:

Pembimbing I,

Drs. H. Mukhlis, M. Pd
NIP. 19591029 198503 1 001

Pembimbing II,

Suherman, S.Pd, M.Si
NIP. 19680830 199903 1 002

PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Nama : Yuni Astuti
 NIM / BP : 73017 / 2006
 Program Studi : Matematika
 Jurusan : Matematika
 Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan Judul Tugas Akhir

DIMENSI METRIK GRAF KINCIR

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan tim Penguji Tugas Akhir
 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
 Universitas Negeri Padang

Padang, Februari 2011

Tim Penguji

1. Ketua	: Drs. H. Mukhlis, M.Pd	Nama
2. Sekretaris	: Suherman, S.Pd, M.Si	
3. Anggota	: Dra. Hj. Helma, M. Si	
4. Anggota	: Dony Permama, M.Si	
5. Anggota	: Drs. Atus Amadi Putra, M. Si	

1. Tanda Tangan

ABSTRAK

Yuni Astuti : Dimensi Metrik Graf Kincir

Jarak $d(u,v)$ antara dua titik u dan v dalam graf terhubung G adalah panjang lintasan terpendek dari u ke v di G . Untuk himpunan terurut $W=\{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subseteq V(G)$, representasi metrik dari v terhadap W adalah $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$. Himpunan W dikatakan himpunan pembeda untuk G , jika $r(u|W) = r(v|W)$ menyebabkan $u = v$ untuk setiap $u, v \in G$. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut basis untuk G . Dimensi metrik dari suatu graf G atau $\dim(G)$ dari suatu graf terhubung G adalah kardinalitas dari basis G . Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan bentuk umum dimensi metrik dari graf kincir.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif dengan melakukan analisis terhadap beberapa buah graf kincir.

Graf yang dibahas dalam tugas akhir ini adalah graf kincir yang bentuk matematisnya berupa $K_1 + mK_n$ dimana $m \geq 2$, $n \geq 3$ bilangan bulat positif. Berdasarkan studi kepustakaan yang dilakukan diperoleh bahwa untuk mencari dimensi metrik dari graf kincir dapat diperoleh dengan terlebih dahulu mencari himpunan pembeda dari graf kincir. Dengan mencari himpunan pembeda untuk setiap graf kincir diperoleh dimensi metrik graf G yaitu $\dim(G) = m(n-1)$.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur peneliti ucapkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan petunjuk, rahmat, dan hidayah-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul "Dimensi Metrik Graf Kincir". Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Dalam menyelesaikan tugas akhir ini peneliti banyak mendapatkan bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Untuk itu dalam kesempatan ini dengan segala kerendahan hati perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Bapak Drs. H. Mukhni, M.Pd, Pembimbing I dan Penasehat Akademis.
2. Bapak Suherman, S.Pd, M.Si, Pembimbing II.
3. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si, Penguji.
4. Bapak Dony Permana, M.Si, Penguji.
5. Bapak Drs. Atus Amadi Putra, M.Si, Penguji.
6. Bapak Drs. Lutfian Almash, M.S, Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
7. Bapak Muhammad Subhan, M.Si, Ketua Program Studi Matematika.
8. Bapak-bapak dan ibu-ibu staf pengajar jurusan Matematika FMIPA UNP.
9. Rekan-rekan sesama mahasiswa jurusan Matematika angkatan 2006 dan semua pihak yang ikut membantu penyelesaian Tugas Akhir ini.

Semoga bantuan dan bimbingan yang telah diberikan pada peneliti dapat menjadi amal ibadah di sisi-Nya.

Peneliti menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih banyak kekurangan, untuk itu peneliti mengharapkan kritikan dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini dan untuk perbaikan di masa yang akan datang. Harapan peneliti semoga Tugas Akhir ini dapat memberikan arti dan manfaat bagi peneliti sendiri dan pembaca.

Padang, Februari 2011

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR GAMBAR	vii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Perumusan Masalah	3
C. Batasan Masalah	3
D. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian	3
E. Tujuan Penelitian	4
F. Manfaat Penelitian	4
G. Metodologi Penelitian	4
BAB II TINJAUAN KEPUSTAKAAN	
A. Konsep Dasar Graf.....	6
B. Eksentrisitas	10
C. Jenis-Jenis Graf	11
1. Graf Lintasan.....	12
2. Graf Lengkap	13
3. Graf Lingkaran.....	13
4. Graf Roda.....	14
5. Graf Kincir	14

D. Operasi Biner pada Graf	15
1. Gabungan Dua Graf	16
2. Penjumlahan Dua Graf	16
E. Dimensi Metrik	17
F. Dimensi Metrik Graf Kincir	19

BAB III PEMBAHASAN

A. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+mK_3	23
1. Dimensi metrik graf kincir K_1+2K_3	23
2. Dimensi metrik graf kincir K_1+3K_3	26
3. Dimensi metrik graf kincir K_1+4K_3	29
4. Dimensi metrik graf kincir K_1+mK_3	32
B. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+mK_4	36
1. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+2K_4	36
2. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+3K_4	39
3. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+4K_4	42
4. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+mK_4	46
C. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+mK_5	50
1. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+2K_5	50
2. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+3K_5	53
3. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+4K_5	57
4. Dimensi Metrik Graf Kincir K_1+mK_5	61

BAB IV PENUTUP

A. Kesimpulan	68
B. Saran.....	68

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Graf G_1	6
2. (a) Graf terhubung (b) Graf tak terhubung	9
3. Graf G_2	9
4. Graf G_3	10
5. (a) graf sederhana, (b) graf tak sederhana.....	12
6. Graf lintasan.....	12
7. Graf lengkap.....	13
8. Beberapa graf lingkaran.....	14
9. Graf roda W_7	14
10. Beberapa graf kincir.....	15
11. Gabungan dua graf.....	16
12. Penjumlahan dua Graf.....	16
13. Graf G_4	17
14. Graf G_5	23
15. Graf G_6	26
16. Graf G_7	29
17. Graf G_8	32
18. Graf G_9	36
19. Graf G_{10}	39
20. Graf G_{11}	42

21. Graf G_{12}	46
22. Graf G_{13}	50
23. Graf G_{14}	53
24. Graf G_{15}	57
25. Graf G_{16}	61

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Teori graf pertama kali dikenalkan oleh ahli matematika asal Swiss, Leonardo Euler pada tahun 1736, dalam tulisannya mengenai upaya pemecahan masalah jembatan Konisberg. Dalam perkembangan dunia matematika, teori graf menjadi salah satu bidang ilmu yang banyak diminati.

Graf merupakan salah satu bahasan dalam matematika diskrit yang sangat menarik dan dapat digunakan untuk menyelesaikan banyak permasalahan. Graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut, dan juga digunakan untuk memodelkan suatu permasalahan agar dapat menjadi lebih mudah. Contoh permasalahan yang dapat dimodelkan dengan menggunakan graf antara lain penggambaran rangkaian listrik, senyawa kimia, jaringan komunikasi, analisis algoritma dan peta.

Secara umum graf merupakan pasangan himpunan yang ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, dimana V adalah himpunan tak kosong dari titik-titik (*vertex*) dan E adalah himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan dua buah titik pada suatu graf.

Jarak dari dua buah titik pada suatu graf adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan kedua titik tersebut. Titik v pada suatu graf

relatif terhadap $R \subseteq V(G)$ adalah jarak metrik titik v relatif terhadap semua anggota R secara berurutan. Representasi titik dipandang sebagai suatu koordinat. Koordinat dapat memberi informasi mengenai keberadaan titik tersebut relatif terhadap subhimpunan titik yang dipilih. Jika subhimpunan titik yang dipilih tidak mengakibatkan terdapat dua titik berbeda memiliki koordinat yang sama maka subhimpunan tersebut dikatakan himpunan pembeda. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut basis. Kardinalitas dari suatu basis didefinisikan sebagai dimensi metrik dari graf.

Konsep dimensi metrik dapat digunakan dalam sistem navigasi robot. Misalkan terdapat sebuah robot yang dapat bergerak dari satu titik ke titik lain pada ruang graf yang memiliki lintasan untuk dilalui. Kemudian misalkan pula bahwa setiap titik pada ruang graf tersebut mempunyai warna yang berbeda. Dengan menghitung jarak terpendek yang dibutuhkan agar bisa sampai ke setiap warna berbeda, robot tersebut dapat mengetahui lokasinya terhadap setiap warna tersebut dengan membentuk tupel terurut dari semua jarak terpendek sebagai sebuah koordinat. Permasalahannya adalah berapa banyak warna minimum yang dibutuhkan agar semua titik yang dilalui robot tersebut dapat menyatakan koordinat yang berbeda. Hal inilah yang dikaji dalam bahasan dimensi metrik.

Berkembangnya penelitian dalam ilmu graf khususnya yang berhubungan dengan dimensi metrik inilah yang mendasari penulis untuk membahas lebih lanjut mengenai dimensi metrik. Dimensi metrik dari beberapa

kelas graf telah banyak dipelajari namun sejauh ini belum ada formula yang berlaku secara umum untuk menentukan dimensi metrik suatu graf. Jadi masih perlu dilakukan penelitian lebih lanjut untuk menentukan dimensi metrik suatu graf. Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik mengangkat permasalahan ini untuk menjadi suatu tugas akhir yang berjudul **“Dimensi Metrik Graf Kincir”**.

B. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dikemukakan di atas, masalah yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah menentukan himpunan pembeda dan dimensi metrik dari suatu graf kincir.

C. Batasan Masalah

Agar penelitian ini lebih terarah dan sesuai dengan kemampuan penulis maka penulis membatasi masalah yang akan diteliti yaitu graf yang digunakan adalah graf sederhana dan terhubung.

D. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, pendekatan yang dilakukan adalah studi kepustakaan tentang teori graf, definisi graf kincir, himpunan pembeda dan dimensi metrik.

Pertanyaan penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menentukan himpunan pembeda dari suatu graf kincir?
2. Bagaimana bentuk umum dimensi metrik dari graf kincir?

E. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan yang dibahas maka tujuan dari penelitian ini adalah mencari bentuk umum dimensi metrik dari graf kincir.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini diharapkan :

1. Dapat memberikan kontribusi pada penelitian dalam bidang teori graf, terutama dalam dimensi metrik dan dapat menambah wawasan yang lebih luas pada dimensi metrik graf kincir.
2. Penelitian ini diharapkan menjadi salah satu acuan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.

G. Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian yang digunakan untuk memecahkan permasalahan dalam tugas akhir ini yaitu studi literatur mengenai graf kincir dan dimensi metrik.

Adapun langkah-langkah yang penulis lakukan untuk menjawab permasalahan adalah sebagai berikut:

1. Meninjau permasalahan, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang didapat dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan.
2. Mencari himpunan pembeda untuk setiap graf kincir dengan mengambil subhimpunan untuk ditentukan koordinat metrik dari setiap representasi titik.

3. Menentukan pola dimensi metrik pada graf kincir dengan mencari basis pada graf kincir $Wd(k,n)$ untuk $k=3, n=2,3,4,\dots,n$, jika sudah diperoleh pola dimensi metriknya maka akan dilanjutkan dengan $k=4, n=2,3,4,\dots,n$, kemudian dilakukan untuk $k=5, n=2,3,4,\dots,n$, demikian seterusnya hingga ditemukan suatu pola yang teratur.
4. Melakukan evaluasi dan menarik suatu kesimpulan dari analisis sebelumnya untuk memperoleh bentuk umum dari dimensi metrik graf kincir.
5. Menyimpulkan hasil penelitian.