

**PELABELAN GRAF SIMPUL AJAIB
PADA GRAF SIKEL**

TUGAS AKHIR

*Diajukan kepada Tim Penguji Tugas Akhir Jurusan Matematika Sebagai Salah Satu
Persyaratan Guna memperoleh Gelar Sarjana Sains*



Oleh:

YESI ARIYANI
NIM.73005

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN LAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2011**

PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Nama : Yesi Ariyani
NIM : 73005
Prog. Studi : Matematika
Jurusan : Matematika

Dengan Judul Tugas Akhir

PELABELAN GRAF SIMPUL AJAIB PADA GRAF SIKEL

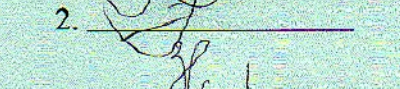
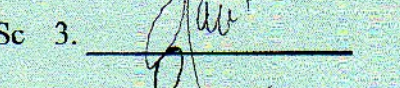
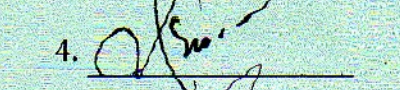
Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan tim Penguji Tugas Akhir
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, Februari 2011

Tim Penguji

Tanda Tangan

- | | Nama |
|---------------|--------------------------------------|
| 1. Ketua | : Drs. H. Mukhni, M.Pd |
| 2. Sekretaris | : Suherman, S.Pd, M.Si |
| 3. Anggota | : Prof. Dr. Ahmad Fauzan, M.Pd, M.Sc |
| 4. Anggota | : Drs. H. Yarman, M.Pd |
| 5. Anggota | : Drs. Yusmet Rizal, M.Si |

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Pelabelan Graf Simpul Ajaib pada Graf Sikel
Nama : Yesi Ariyani
NIM : 73005
Prodi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

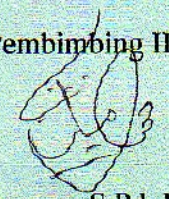
Padang, Februari 2011

Disetujui Oleh :

Pembimbing I


Drs. H. Mukhlai, M.Pd
NIP. 19591029 198503 1 001

Pembimbing II


Suherman, S.Pd, M.Si
NIP. 19680830199903 1 002

ABSTRAK

Yesi Ariyani : Pelabelan Graf Simpul Ajaib pada Graf Sikel

Graf simpul ajaib adalah suatu graf yang memiliki nilai bilangan ajaib yang sama pada masing-masing simpul yang berbeda. Salah satu pelabelan graf simpul ajaib adalah pelabelan graf sikel. Pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel adalah dengan menjumlahkan label simpul dan jumlah dua buah label sisi yang bersisian pada simpul tersebut sehingga dihasilkan bilangan yang sama yang disebut bilangan ajaib (k). Penelitian ini bertujuan mendapatkan pelabelan pada graf sikel yang banyak simpulnya ganjil sehingga diperoleh graf simpul ajaib dan untuk memperoleh bilangan ajaib maksimum dan minimum dari pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan menganalisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan. Pendekatan yang dilakukan adalah studi kepustakaan tentang teori graf, graf sikel, pelabelan graf simpul ajaib, batas atas bilangan ajaib, dan batas bawah bilangan ajaib.

Berdasarkan studi kepustakaan yang telah dilakukan, Pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel dengan banyak simpul ganjil berdasarkan bilangan ajaib maksimum, maka bilangan ajaibnya adalah $\frac{7}{2}v + \frac{3}{2}$ dan pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel dengan banyak simpul ganjil berdasarkan bilangan ajaib minimum, maka bilangan ajaibnya adalah $\frac{5}{2}v + \frac{3}{2}$. Sedangkan Pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel dengan banyak simpul ganjil sebagai label simpulnya, maka bilangan ajaibnya adalah $3v + 2$ dan pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel dengan banyak simpul ganjil sebagai label simpulnya berdasarkan bilangan genap sebagai label simpulnya $3v + 1$.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur Alhamdulillah peneliti ucapkan kehadiran Allah SWT, karena atas kehendak-Nya lah sehingga peneliti bisa menyelesaikan penulisan Tugas Akhir yang berjudul **"Pelabelan Graf Simpul Ajaib pada Graf Sikel"**.

Tugas akhir ini bertujuan untuk memenuhi sebagian dari persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sain (S.Si) pada Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang. Dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini, peneliti banyak mendapatkan bantuan, bimbingan, arahan dan motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu pada kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Bapak Drs. H. Mukhni, M.Pd, sebagai dosen Pembimbing I yang telah memberikan arahan dan saran-saran dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
2. Bapak Suherman, S.Pd, M.Si, sebagai dosen Pembimbing II dan Ketua Program Studi Pendidikan Matematika yang telah memberikan arahan dan saran-saran dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
3. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, sebagai dosen Penguji sekaligus Penasehat Akademik yang telah memberikan masukan yang berarti demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Prof. Dr.Ahmad Fauzan, M.Sc dan Bapak Drs.Yarman, M.Pd, sebagai dosen penguji yang telah memberikan masukan yang berarti demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

5. Bapak Drs .Lutfian Almash,M.S Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si sebagai Ketua Program Studi Matematika.
7. Semua staf pengajar, staf labor dan staf ruang baca Jurusan Matematika Universitas Negeri Padang.
8. Rekan-rekan sesama mahasiswa jurusan Matematika angkatan 2006 dan semua pihak yang ikut membantu penyelesaian Tugas Akhir ini.

Semoga segala bimbingan, bantuan dan motivasi yang telah diberikan menjadi amal dan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT, Amiin.

Peneliti menyadari bahwa penelitian masih banyak terdapat kekurangan. Untuk itu kritik dan saran yang bersifat membangun dari semua pihak sangat peneliti harapkan untuk kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya peneliti berharap Tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua terutama bagi peneliti sendiri. *Amiin Yarabbal'alamiin.*

Padang, Februari 2010

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	viii
 BAB I. PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	3
C. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian	3
D. Tujuan Penelitian	3
E. Manfaat Penelitian	4
F. Metode Penelitian	4
 BAB II. TINJAUAN KEPUSTAKAAN	
A. Terminologi dalam Graf	6
B. Graf Sikel	10
C. Graf Terhubung	11
D. Pelabelan Graf	11
E. Simpul Ajaib	13

F. Graf Simpul Ajaib	14
G. Bawah Bilangan Ajaib	15
H. Batas Atas Bilangan Ajaib	20

BAB III. PEMBAHASAN

A. Pelabelan Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Ajaib Maksimum	24
B. Pelabelan Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Ajaib Minimum	29
C. Pelabelan Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Ganjil sebagai Label Simpul	33
D. Pelabelan Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Genap sebagai Label Simpul	37

BAB IV. PENUTUP

A. Kesimpulan	41
B. Saran	42

DAFTAR PUSTAKA	43
-----------------------------	-----------

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Graf G_1 , Graf G_2 , dan Graf G_3	7
2. Graf Sederhana, dan Graf Tak Sederhana	9
3. Graf Tak Berarah dan Graf Berarah	10
4. Graf Sikel	11
5. Graf Terhubung	11
6. Pelabelan Graf Simpul Ajaib pada Graf C_5	12
7. Notasi Fungsi dari Graf C_5	13
8. Pelabelan Graf C_3	13
9. Graf Simpul Ajaib dan (b) Graf Sisi Ajaib	15
10. Label Graf Sikel dengan Banyak Titik Ganjil dan Bilangan Ajaib Maksimum	25
11. Graf Sikel dengan 3 Simpul dan Bilangan Ajaib 12	28
12. Graf Sikel dengan 5 Simpul dan Bilangan Ajaib 19	28
13. Label Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Ajaib Minimum	29
14. Graf Sikel dengan 3 Simpul dan Bilangan Ajaib 9	32
15. Graf Sikel dengan 5 Simpul dan Bilangan Ajaib 14	32
16. Label Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Ganjil sebagai Label Simpul	34
17. Graf Sikel dengan 3 Simpul dan Bilangan Ajaib 11	36
18. Graf Sikel dengan 5 Simpul dan Bilangan Ajaib 17	37

19. Label Graf Sikel dengan Banyak Simpul Ganjil dan Bilangan Genap sebagai Label Simpul	38
20. Graf Sikel dengan 3 Titik dan Bilangan Ajaib 10	41
21. Graf Sikel dengan 5 Simpul dan Bilangan Ajaib 16	41

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Aturan Pelabelan sisi Graf Sikel dengan Banyak Titik Ganjil dan Bilangan Ajaib Maksimum	26
2. Aturan Pelabelan sisi Graf Sikel dengan Banyak Titik Ganjil dan Bilangan Ajaib Minimum	30
3. Aturan Pelabelan sisi Graf Sikel dengan Banyak Titik Ganjil dan Bilangan Ganjil sebagai Label Simpul	35
4. Aturan Pelabelan sisi Graf Sikel dengan Banyak Titik Ganjil dan Bilangan Genap sebagai Label Simpul	39

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Teori graf dikenalkan oleh Leonhard Euler ahli matematika asal Swiss pada tahun 1736, dalam tulisannya mengenai upaya pemecahan masalah jembatan Königsberg. Pada tulisan tersebut Euler membahas masalah jembatan yang menghubungkan kota-kota di Königsberg dan Prussia yang terpisah oleh sungai. Teori ini lahir dari sebuah pertanyaan apakah bisa melewati ketujuh jembatan Königsberg dalam satu kali melintas sampai kembali ke tempat semula. Euler berusaha memecahkan permasalahan tersebut dengan mempresentasikan simpul sebagai daratan dan sisi sebagai jembatan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dari permasalahan itu, akhirnya Euler mengembangkan beberapa konsep mengenai teori graf. Teori ini terus berkembang seiring ditemukannya berbagai aplikasi dalam menyelesaikan beberapa permasalahan.

Graf adalah salah satu bahasan dalam matematika diskrit yang sangat menarik. Teori graf tergolong baru dibandingkan bidang matematika lainnya. Hal ini memungkinkannya ditemukannya hal – hal baru yang terkait dengan graf dan menjadi faktor utama mengapa teori graf berkembang sangat cepat. Perkembangan teori graf menyangkut dua hal yaitu topik bahasan dan aplikasinya. Beberapa topik bahasan baru adalah pelabelan, hamiltonian, dimensi partisi, dan operasi pada graf.

Pelabelan pada graf pertama kali muncul dari karya Sedlack pada tahun 1964. Sejak saat itu kajian mengenai pelabelan graf bermunculan dan berkembang pesat belakangan ini. Pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sektor transportasi dan sistem komunikasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer (mempercepat pencarian data yang telah disimpan dalam bentuk graf pohon), dan disain integrated circuit pada komponen elektronik, dan lain-lain. (Hepy Ambarini, 2005).

Salah satu masalah yang menarik dalam pelabelan graf adalah pelabelan graf sikel. Suatu graf sikel dengan e sisi dan v simpul dapat diberikan label pada simpul dan sisi mulai 1 sampai $(v + e)$ sehingga apabila label-label pada sisi yang saling bertetangga dan label simpul yang bersisian dengan sisi-sisi tersebut dijumlahkan, akan menghasilkan jumlah yang sama. Jumlah ini kemudian disebut sebagai bilangan ajaib (*magic number*) dan graf tersebut dikenal sebagai graf simpul ajaib (*vertex magic graph*). Masalah yang dibahas pelabelan graf tersebut adalah bagaimana cara memberikan label simpul atau sisi sehingga diperoleh graf simpul ajaib. Selain itu, berapakah bilangan ajaib minimum dan maksimum dari pelabelan suatu graf simpul ajaib.

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian mengenai ***“Pelabelan Graf Simpul Ajaib pada Graf Sikel”***.

B. Rumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam tugas akhir ini adalah :

1. Bagaimana pelabelan graf sikel yang banyak simpulnya ganjil sehingga diperoleh graf simpul ajaib?
2. Berapakah bilangan ajaib maksimum dan minimum dari suatu pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel?

C. Pendekatan Masalah dan Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, pendekatan yang dilakukan adalah studi kepustakaan dengan berpedoman kepada buku-buku yang relevan dan bahan - bahan yang diperoleh dari internet terhadap permasalahan yang dibahas.

Adapun pertanyaan penelitian yaitu:

1. Bagaimana pelabelan graf sikel yang banyak simpulnya ganjil sehingga diperoleh graf simpul ajaib?
2. Berapakah bilangan ajaib maksimum dan minimum dari suatu pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel?

D. Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan:

1. Memperoleh gambaran umum tentang pelabelan graf sikel yang banyak simpulnya ganjil sehingga diperoleh graf simpul ajaib.

2. Memperoleh gambaran umum tentang bilangan ajaib dari suatu pelabelan graf simpul ajaib pada graf sikel

E. Manfaat Penelitian

Melalui kajian teoritis ini di harapkan dapat:

1. Memberikan tambahan wawasan dan ilmu pengetahuan bagi peneliti dan pembaca tentang teori graf, khususnya tentang pelabelan graf.
2. Dijadikan sebagai bahan acuan belajar bagi mahasiswa dibidang teori graf terutama tentang pelabelan graf.
3. Sebagai bahan masukan untuk peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.

F. Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan menganalisis teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan. Dalam melakukan penelitian ini peneliti memulai meninjau permasalahan, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang didapat dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan.

Adapun langkah-langkah kerja peneliti dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan berbagai literatur yang berhubungan dengan topik

bahasan.

2. Mempelajari dan menelaah lebih mendalam teori-teori mengenai topik bahasan.
3. Mendefinisikan graf sikel, bilangan ajaib, serta mendefinisikan graf simpul ajaib.
4. Melakukan langkah-langkah pelabelan simpul ajaib pada graf sikel.
5. Menyimpulkan hasil dari pelabelan simpul ajaib pada graf sikel.