

**MENENTUKAN INVERS MOORE PENROSE DARI SUATU MATRIKS
MENGUNAKAN DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR**

TUGAS AKHIR

Untuk Memenuhi Sebagai Persyaratan Memperoleh Gelar Sarjana Sains



BAGUS STYO WIYONO

NIM. 83976 / 2007

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2012

PERSETUJUAN TUGAS AKHIR

Judul : Menentukan Invers Moore Penrose Dari Suatu Matriks
Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular
Nama : Bagus Styo Wiyono
NIM : 83976
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 3 Agustus 2012

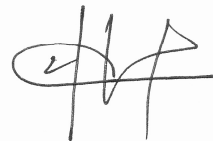
Disetujui oleh,

Pembimbing I



Drs. Yusmet Rizal, M. Si
NIP. 19680121 199303 011

Pembimbing II



Dra. Dewi Murni, M. Si
NIP. 19670828 199203 2 002

PENGESAHAN LULUS UJIAN TUGAS AKHIR

Nama : Bagus Styo Wiyono
NIM : 83976
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

dengan judul

MENENTUKAN INVERS MOORE PENROSE DARI SUATU MATRIKS MENGGUNAKAN DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR

Dinyatakan Lulus Setelah Dipertahankan di Depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 3 Agustuns 2012

Tim Penguji,

	Nama
Ketua	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si
Sekretaris	: Dra. Dewi Murni, M.Si
Anggota	: Dra. Nonong Amalita, M.Si
Anggota	: Drs. Syafriandi, M.Si
Anggota	: Suherman, S.Pd, M.Si

Tanda Tangan

ABSTRAK

Bagus Styo Wiyono : Menentukan Invers Moore Penrose Dari Suatu Matriks Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular

Suatu matriks persegi A dikatakan memiliki invers B jika memenuhi $AB=BA=I$. Dalam hal ini A disebut matriks tak singular. Tidak semua matriks persegi mempunyai invers, sementara setiap matriks persegi maupun tidak persegi selalu mempunyai invers semu yang disebut dengan *pseudoinverse* atau Invers Moore-Penrose. Invers Moore Penrose dapat ditentukan melalui beberapa cara salah satunya dengan menggunakan Dekomposisi Nilai Singular, dimana $A = USV^*$. Berdasarkan dekomposisi tersebut maka diperoleh invers Moore Penrose dari matriks A yaitu $A^+ = VS^+U^*$.

Keywords : Invers Moore Penrose, Nilai Eigen, Dekomposisi Nilai Singular.

KATA PENGANTAR



Puji syukur penulis ucapkan ke hadirat Allah SWT karena dengan rahmat dan karunia-Nya penulis mampu menyelesaikan tugas akhir yang berjudul “**Menentukan Invers Moore Penrose Dari Suatu Matriks Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular**”.

Tugas akhir ini ditulis untuk memenuhi sebagian persyaratan memperoleh gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis banyak mendapat bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, Pembimbing I.
2. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si, Pembimbing II dan sekaligus Ketua Prodi Jurusan Matematika.
3. Ibu Dra. Nonong Amalita, M.Si, Bapak Drs. Syafriandi, M.Si, Bapak Suherman, S.Pd, M.Si, Sebagai Penguji.
4. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si sebagai Penasehat Akademik
5. Semua Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
6. Staf Labor dan Staf Perpustakaan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
7. Semua pihak yang ikut membantu penyelesaian tugas akhir ini.

8. Rekan-rekan Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Negeri Padang.

Semoga segala bimbingan, bantuan dan motivasi yang telah diberikan menjadi amal ibadah dan mendapat balasan di sisi-Nya. Amin.

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritikan yang sifatnya membangun demi kesempurnaan tugas akhir ini. Semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi pembaca.

Padang , 24 Juli 2012

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iv
BAB I. PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Perumusan Masalah	3
1.3. Pendekatan	3
1.4. Tujuan Penelitian	3
1.5. Kontribusi Penelitian	4
1.6. Metode Penelitian	4
BAB II. KAJIAN TEORI	
2.1. Bilangan Kompleks	5
2.2. Matriks	6
2.3. Matriks Hermitian.....	6
2.4. Dekomposisi Nilai Singular.....	8
2.5. Matriks Invers Moore Penrose.....	15
BAB II. PEMBAHASAN	
3.1. Menentukan Dekomposisi Nilai Singular dari Matriks A	17
3.2. Membuktikan $A^+ = VS^+U^*$ Memenuhi Keempat Sifat Pada Invers Moore Penrose	20
3.3. Menentukan A^+ Pada Sebuah Matriks.....	23
BAB IV. PENUTUP	

4.1. Kesimpulan	46
4.2. Saran	46
DAFTAR PUSTAKA	47

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu matriks persegi A dikalikan dengan matriks B hasilnya adalah matriks identitas maka B adalah invers dari matriks A . Dalam bahasa matematika suatu matriks persegi A dikatakan memiliki invers B jika memenuhi $AB = BA = I$. Invers yang biasa dibahas adalah invers matriks persegi dimana determinan matriks tersebut tidak sama dengan nol. Selanjutnya, bagaimana jika suatu matriks persegi determinannya sama dengan nol atau matriks tersebut tidak merupakan matriks persegi (tidak dapat diketahui determinannya)?.

Seperti yang telah diketahui tidak semua matriks yang mempunyai invers, tetapi ada suatu jenis invers matriks yang disebut dengan invers Moore Penrose. Invers Moore Penrose merupakan perluasan konsep tentang invers matriks. Setiap matriks A berukuran $m \times n$ dengan entri-entrinya berada pada lapangan bilangan kompleks selalu mempunyai invers Moore Penrose. Suatu matriks $X = (x_{ij}) \in C_{n \times m}$ dikatakan sebagai invers Moore-Penrose dari matriks A jika memenuhi satu atau lebih dari keempat sifat yang diberikan pada persamaan berikut dan dinotasikan dengan A^+ , dimana $A^+ = X$.

$$AXA = A \dots \dots \dots (1)$$

$$XAX = X \dots \dots \dots (2)$$

$$(XA)^* = XA \text{ dimana } (XA \text{ hermitian}) \dots\dots\dots(3)$$

$$(AX)^* = AX \text{ dimana } (AX \text{ hermitian}) \dots\dots\dots(4)$$

Dimana A^* menyatakan *conjugate transpose* dari matriks A .

Konsep dari invers Moore Penrose berguna untuk menyelesaikan permasalahan dalam Aljabar Linier, Menurut Boullion (1971,42) syarat perlu dan cukup Sistem Persamaan Linier yang berbentuk $AXB=C$ mempunyai solusi adalah $AA^+CB^+B = C$, dengan solusi umumnya adalah $X = A^+CB^+ + Z - A^+AZBB^+$, dimana Z sebarang matriks dan B merupakan matriks identitas.

Suatu matriks $A \in C^{m \times n}$ adalah matriks yang entri-entrinya bilangan kompleks dimana memiliki baris sejumlah m buah dan kolom sejumlah n buah. Matriks $A \in C^{m \times n}$ jika $A = A^*$ maka A dikatakan matriks hermitian. Karena dalam sifat invers Moore Penrose digunakan matriks hermitian. sehingga matriks yang digunakan dalam penelitian ini adalah matriks yang entri-entrinya bilangan kompleks.

Invers Moore Penrose dapat ditentukan melalui beberapa metode. Beberapa diantaranya yaitu dengan metode Dekomposisi Nilai Singular (*Singular Value Decomposition*), Pendiagonalan Matriks (*Matrikx Diagonalization*) dan Dekomposisi Matriks Segitiga Terpotong (*Truncated Triagular Decomposition*). Pendiagonalan Matriks digunakan untuk matriks persegi dimana determinannya sama dengan nol, tetapi tidak berlaku untuk matriks tidak persegi karena determinannya tidak ada, sedangkan Dekomposisi Matriks Segitiga Terpotong dengan melakukan serangkaian

operasi baris elementer sehingga prosesnya panjang. Karena itu dalam tugas akhir ini, penulis akan menggunakan Dekomposisi Nilai Singular (*Singular Value Decomposition*) untuk mencari invers Moore Penrose.

Dekomposisi Nilai Singular (*Singular Value Decomposition*) merupakan suatu teknik dekomposisi atau pemfaktoran matriks yang berkaitan erat dengan nilai singular dari sebuah matriks yang merupakan karakteristik dari matriks tersebut. Maka penelitian ini akan membahas yaitu menentukan invers Moore Penrose dari suatu matriks menggunakan Dekomposisi Nilai Singular.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah: Bagaimana menentukan invers Moore Penrose dari sebuah matriks dengan menggunakan dekomposisi nilai singular?.

1.3 Pendekatan

Berdasarkan rumusan masalah, pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dalam hal ini akan mengkaji matriks, dekomposisi nilai singular dan matriks invers Moore Penrose.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah mencari invers Moore Penrose dari suatu matriks atas lapangan bilangan kompleks dengan menggunakan Dekomposisi Nilai Singular.

1.5 Kontribusi Penelitian

Adapun kontribusi dari penelitian ini diharapkan dapat:

1. Menambah pengetahuan peneliti dan para pembaca tentang invers Moore Penrose dan penggunaan dekomposisi nilai singular dalam menentukan invers Moore Penrose tersebut.
2. Sebagai bahan masukan untuk penelitian berikutnya agar dapat memperluas materi yang dikaji lebih jauh lagi.

1.6 Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar. Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan analisa teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah:

1. Membentuk sebarang matriks A menjadi Dekomposisi Nilai Singular yaitu $A = USV^*$, dan menentukan invers Moore Penrose yaitu: $A^+ = VS^+U^*$.
2. Membuktikan bahwa $A^+ = VS^+U^*$ memenuhi keempat sifat-sifat invers Moore Penrose.
3. Membuat contoh aplikasi pada suatu matriks.