

**BIFURKASI MUNDUR PADA MODEL MATEMATIKA
MANGSA PEMANGSA DENGAN PERILAKU
ANTI PREDATOR**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar
sarjana sains



Oleh:

RAHMI OKTAVIANI

NIM. 16030034/2016

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2021**

PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Bifurkasi Mundur pada Model Matematika Mangsa
Pemangsa dengan Perilaku Anti Predator
Nama : Rahmi Oktaviani
NIM : 16030034
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 02 Maret 2021
Disetujui oleh,
Pembimbing



Muhammad Subhan, S. Si, M. Si
NIP. 19701126 1999903 1 002

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Rahmi Oktaviani
NIM / TM : 16030034/2016
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan Judul Skripsi

BIFURKASI MUNDUR PADA MODEL MATEMATIKA MANGSA PEMANGSA DENGAN PERILAKU ANTI PREDATOR

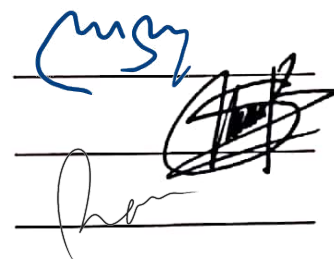
Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 20 Februari 2021

Tim Penguji

	Nama
Ketua	: Muhammad Subhan, M.Si
Anggota	: Dra. Media Rosha, M.Si
Anggota	: Rara Shandy Winanda, S.Pd, M.Sc

Tanda Tangan



SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rahmi oktaviani
NIM : 16030034
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul **“Bifurkasi Mundur pada Model Matematika Mangsa Pemangsa dengan Perilaku Anti Predator”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, Maret 2021

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika,



Dra. Media Rosha, M. Si
NIP. 19620815 198703 2 004

Saya yang menyatakan,



10000
METERAN
TEMPEL
3EDBEAJX289793631

Rahmi Oktaviani
NIM. 16030034

Bifurkasi Mundur Pada Model Matematika Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti Predator

Rahmi Oktaviani

Abstrak

Interaksi populasi dapat dibentuk ke dalam model matematika. Salah satu interaksi populasi yaitu pemangsaan. Model pemangsaan yang paling sering digunakan yaitu model Lotka-Volterra. Namun tidak semua kasus pemangsaan dapat dijelaskan dengan model Lotka-Volterra. Seperti tidak adanya asumsi mengenai adanya efek dari perilaku anti predator yaitu saat mangsa melakukan serangan balik kepada predator dalam mangsa memangsa Lotka-Volterra. Oleh karena itu dibuat sebuah model matematika pada tipe pemangsaan dengan asumsi ini. Dengan model ini dapat dilihat bagaimana dinamika populasi pada tipe kasus ini.

Penelitian ini dimulai dengan menentukan variabel, parameter, dan asumsi-asumsi yang berhubungan dengan permasalahan sehingga dapat dilakukan proses pembentukan model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator. Setelah model matematika dibentuk maka akan dilakukan analisis pada model dan hasil analisis akan diinterpretasikan. Penelitian ini merupakan penelitian dasar yaitu dengan menggunakan metode deskriptif.

Model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator berbentuk sistem persamaan non linear. Berdasarkan hasil analisis menunjukan ada satu keseimbangan positif, yang selalu stabil, jika pemangsaan hanya satu kelas umur. Kemudian juga dibuktikan bahwa system dapat menjalankan bifurkasi maju dan bifurkasi mundur. Serta dengan adanya perilaku anti predator membantu meningkatkan keseimbangan peningkatan populasi mangsa, dengan meningkatkan tekanan pada predator.

Kata kunci: mangsa pemangsa. Perilaku anti predator, bifurkasi mundur

Backward Bifurcation On a Mathematical Model Of Predatory Prey with Anti Predator Behaviors

Rahmi Oktaviani

abstract

Population interactions can be formed into mathematical models. One of the population interactions is predation. The predation model is the most often used Lotka-Volterra model. However, not all cases of predation can be explained by the Lotka-Volterra model. As there is no assumption about the effect of anti-predatory behavior, namely when the prey makes a counterattack on the predator in prey on Lotka-Volterra. Therefore, a mathematical model is made on the predation type with this assumption. With this model, it can be seen how the population dynamics in this type of case are.

This research begins by determining variables, parameters, and assumptions related to the problem so that the process of forming a mathematical model of predatory prey with anti-predator behavior can be carried out. After the mathematical model is formed, an analysis will be carried out on the model and the analysis results will be interpreted. This research is basic research by using descriptive method.

The mathematical model of predatory prey with anti-predatory behavior is in the form of a system of non-linear equations. Based on the results of the analysis, it shows that there is a positive balance, which is always stable, if the predation is only one age class. Then also proved that the system can run bifurcation forward and backward bifurcation. The presence of anti-predatory behavior helps to balance the increasing prey population, by increasing the emphasis on predators.

Keywords: predator prey, anti predator behavior, backward bifurcations.

KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan rasa syukur kepada Allah SWT, atas segala karunia, rahmat, taufik serta hidayat-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Bifurkasi Mundur Pada Model Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti**” dengan baik. Shalawat beriringan salam peneliti sampaikan kepada Rasulullah, Nabi Muhammad SAW sebagai suri teladan bagi umat manusia.

Skripsi ini disusun guna memenuhi syarat memperoleh gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Dalam penyusunan skripsi ini, peneliti banyak mendapat bantuan dan dukungan berupa dorongan semangat, nasihat, bimbingan, dan kerja sama dari berbagai pihak, oleh sebab itu peneliti ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si, penasehat akademik sekaligus pembimbing skripsi yang telah membimbing peneliti dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, penguji sekaligus Ketua Jurusan dan Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNP.
3. Ibu Rara Shandy Winanda, S.Pd, M.Si, penguji.
4. Bapak dan Ibu dosen, staf pengajar dan karyawan jurusan Matematika FMIPA UNP.
5. Orang tua dan keluarga yang telah mendoakan, memberi semangat, nasehat, dan materi dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Teman-teman seperjuangan angkatan 2016 dan alumni Matematika Universitas Negeri Padang yang turut membantu dan mendukung dalam penyelesaian skripsi ini.
7. Kepada sahabatku, yaitu welsi, inda, mona, aye, yona, melsi, dan hasnah yang selalu memberi semangat dan dukungan hebat dalam menyusun skripsi ini.

8. Semua pihak yang turut membantu selama proses penyelesaian skripsi ini yang tidak disebutkan satu persatu.

Semoga segala bantuan, bimbingan, dan masukan yang telah diberikan kepada peneliti menjadi amal ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca umumnya. Akhir kata peneliti ucapkan terimakasih. Wassalamu'alaikum.

Padang, 23 November 2020

Rahmi Oktaviani

DAFTAR ISI

	Halaman
Abstrak	i
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR.....	viii
BAB I	1
PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah.....	4
C. Batasan Masalah	4
D. Pendekatan Dan Pertanyaan Penelitian	4
E. Tujuan Penelitian.....	4
F. Manfaat Penelitian.....	5
G. Metode Penelitian.....	5
BAB II	7
LANDASAN TEORI	7
A. Interaksi Populasi	7
B. Perilaku anti predator	8
C. Pemodelan Matematika	9
D. Persamaan differensial.....	14
E. Teori Kestabilan.....	16
F. Kriteria Routh-Hurwitz.....	19
G. Analisis bifurkasi	20
H. Bilangan reproduksi dasar	22
BAB III.....	23
PEMBAHASAN	23
A. Pembentukan Model Matematika Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti Predator	23
B. Analisis Model Matematika Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti Predator	26
1) Bilangan Reproduksi	26
2) Titik Tetap Model	28

3) Analisis Kestabilan Titik Tetap Model Matematika Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti Predator	49
4) Analisis Bifurkasi Pada Model Matematika Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti Predator	77
5) Simulasi Model Matematika Mangsa Pemangsa Dengan Perilaku Anti Predator	85
C. Interpretasi Model Matematika Mangsa Pemangsa dengan Perilaku Anti Predator.....	88
BAB IV	89
PENUTUP	89
A. Kesimpulan	89
B. Saran	91
DAFTAR PUSTAKA	92
LAMPIRAN.....	93

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1. Daftar Variabel dan Keterangan	24
Tabel 2. Daftar Parameter dan Keterangan	24
Tabel 3. Daftar Parameter Simulasi	85

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1. Tahapan Membangun Model Matematika	12
Gambar 2. Contoh Kurva Bifurkasi Maju	21
Gambar 3. Contoh Kurva Bifurkasi Mundur	21
Gambar 4. Simulasi Model Matematika Mangsa Pemangsa dengan Perilaku Anti Predator Sekitar Titik Kepunahan Pemangsa dengan $\eta = 0.0001$	86
Gambar 5. Simulasi Model Matematika Mangsa Pemangsa dengan Perilaku Anti Predator Sekitar Titik Kepunahan Pemangsa dengan $\eta = 0.1$	87

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Banyak kajian dalam berbagai bidang ilmu, seperti ilmu biologi, kimia, fisika dan ekonomi dapat dijelaskan dalam pemodelan matematika. Pada bidang biologi terdapat suatu kajian ilmu yang membahas mengenai ekologi. Menurut Ramlawati, et al, (2017) ekologi merupakan suatu studi yang membahas mengenai interaksi makhluk hidup (organisme) dengan lingkungannya. Proses interaksi makhluk hidup di alam terjadi pada suatu ekosistem, dimana di dalamnya terlibat suatu proses mangsa-pemangsa. Hewan yang memakan spesies lainnya disebut sebagai pemangsa, sedangkan mangsa adalah spesies yang dimakan. Mangsa dan pemangsa memiliki hubungan yang erat. Pemangsa tidak dapat bertahan hidup tanpa adanya mangsa. Pemangsa menjadi pengontrol terhadap populasi mangsa dan sebaliknya. Proses interaksi yang terjadi antara mangsa-pemangsa ini dikenal dengan predasi.

Predasi terjadi dikarenakan tuntutan setiap organisme untuk mempertahankan eksistensi dan kelangsungan hidupnya. Dalam perkembangannya predator akan berusaha meningkatkan angka predasi, sedangkan mangsa akan berusaha menurunkan angka predasi. Angka predasi ini didefinisikan sebagai seberapa banyak mangsa yang mampu dimakan predator dalam jangka waktu tertentu pada lokasi tertentu. Sebagai mangsa akan berusaha mempertahankan diri agar dapat bertahan hidup. Interaksi pemangsaan sering kali menyebabkan kepunahan pada salah satu individu yang menjadi mangsa oleh pemangsanya, bahkan punahnya keseluruhan individu (Sumarto dan Koneri, 2016).

Proses mangsa-pemangsa ini dapat dijadikan suatu pemodelan dalam matematika. Model mangsa-pemangsa yang paling sering digunakan yaitu model Lotka-Volterra. Nama model ini diambil dari nama *Lotka Alfraid* (1925) di USA dan *Vito Voltera* (1926) di Italia. Lotka dan

Volterra menyusun dua perangkat persamaan yang berlainan. Satu perangkat diterapkan pada situasi hewan pemangsa dan hewan mangsa, dan satu perangkat lainnya untuk situasi non predatori meliputi persaingan untuk makanan dan tempat.

Pemodelan Lotka-Volterra dibentuk dari kompetisi ikan-ikan kecil sebagai mangsa dan ikan besar seperti ikan hiu sebagai pemangsa. Ini menjelaskan interaksi antar dua spesies dalam suatu populasi yaitu antar satu mangsa dan satu pemangsa. Dengan model Lotka Volterra ini dapat menguraikan bagaimana perubahan populasi mangsa dan perubahan populasi pemangsa.

Model Lotka-Volterra mengasumsikan bahwa sumber makanan pemangsa hanya berasal dari mangsa dan mangsa mempunyai sumber makanan yang tidak terbatas. Jadi jika mangsa tidak ada maka populasi pemangsa akan menurun, tetapi tanpa adanya pemangsa maka populasi mangsa akan meningkat karena tidak ada spesies memakannya. Namun tidak semua kasus pemangsaan dapat dijelaskan oleh model Lotka-Volterra (Brauer, 2000).

Model Lotka-Volterra tidak dapat menjelaskan hubungan mangsa pemangsa yang dipengaruhi oleh perubahan peran mangsa dan pemangsa. Hal ini disebabkan oleh ketika terjadi proses predasi antara pemangsa dan mangsa kadang kala tidak ada pemenang diantara keduanya yang terlihat secara jelas. Padahal seharusnya pemangsalah yang menjadi pemenang. Namun, beberapa kasus mangsa dapat mengalahkan pemangsanya. Mangsa yang dapat mengurangi resiko predasi dalam beberapa cara yaitu melalui perubahan morfologi, perubahan perilaku, melindungi diri dan anak-anaknya dengan melakukan serangan balik kepada predator.

Fenomena ini dapat dilihat pada pemangsaan antara singa dan kerbau (buffalo), dimana singa menjadikan kerbau sebagai makanan utamanya, namun terkadang saat dimangsa kerbau dapat menyerang balik singa dengan tanduknya yang kokoh yang dapat merobek-robek badan

singa bahkan kerbau dapat membunuh singa dalam keadaan bergerombol tetapi tidak mengonsumsinya (Kerley, 2005). Kasus ini dikenal sebagai perilaku anti-pedator, yaitu mangsa dewasa dapat menyerang balik predator, dimana mangsa dewasa ini hanya membunuh predator tetapi tidak mengkonsumsinya, hal ini dilakukan mangsa untuk pertahanan diri dari predasi dan dapat mengurangi resiko predasi dimasa depan. Oleh karena itu, sangat penting untuk melihat dampak perilaku anti predator dalam mangsa pemangsa. dimana penulis mengasumsikan kepadatan populasi pemangsa konstan dan mangsanya adalah tahap terstruktur (remaja dan dewasa) itu homogen untuk melakukan perilaku anti predator.

Pada perilaku model mangsa-pemangsa yang akan dilakukan yaitu menyelidiki keberadaan titik kesetimbangan, serta kemungkinan terjadi bifurkasi pada nilai parameter tertentu. Bifurkasi adalah perubahan kestabilan yang terjadi pada penyelesaian persamaan diferensial ketika memperoleh titik kesetimbangan. Analisis bifurkasi dilakukan untuk melihat apakah perubahan nilai parameter tertentu menyebabkan perubahan perilaku dinamik dari model mangsa-pemangsa yang dibentuk.

Ada dua jenis model bifurkasi yang biasanya digunakan pada model penyebaran penyakit menular yaitu bifurkasi maju dan bifurkasi mundur. Fenomena bifurkasi maju terjadi pada saat $R_0 > 1$ dengan hanya ada satu titik kesetimbangan endemik. Sedangkan fenomena bifurkasi mundur terjadi pada saat $R_0 < 1$ mempunyai dua titik kesetimbangan endemik. (Brauer, 2004). Meskipun bifurkasi maju dan mundur ini diterapkan dalam bidang penyakit, tetapi juga berpotensi untuk dapat diterapkan dibidang mangsa pemangsa. Penulis berasumsi bahwa R_0 adalah parameter ambang batas penentu kriteria koeksistensi pemangsa terhadap mangsa.

Untuk menguraikan bagaimana perubahan populasi mangsa maupun pemangsa dari perilaku anti predator diatas tidak dapat menggunakan model Lotka-Volterra. Karena perlu

dibuat suatu model matematika dimana asumsinya disesuaikan dengan perilaku anti predator ini. Dengan model yang diperoleh, diharapkan dapat melihat dan memperoleh pemahaman dampak perilaku anti predator terhadap perubahan populasi mangsa maupun perubahan populasi pemangsa. Berdasarkan orientasi ini penulis tertarik untuk mengkaji **“Bifurkasi Mundur pada Model Matematika Mangsa Pemangsa dengan Perilaku Anti-Predator”**.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, maka perumusan masalah pada penelitian ini adalah “bagaimana bentuk model matematika mangsa-pemangsa dengan perilaku anti-predator ?”

C. Batasan Masalah

Pada penelitian ini penulis akan membatasi masalah dalam memodelkan mangsa-pemangsa, dimana hanya akan dilihat dampak perilaku anti-predator.

D. Pendekatan Dan Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah, maka pendekatan masalah yang dilakukan adalah studi kepustakaan. Pertanyaan penelitian yang diajukan pada penelitian ini adalah

1. Apa bentuk model matematika mangsa-pemangsa dengan perilaku anti-predator ?
2. Bagaimana hasil analisis model matematika mangsa-pemangsa dengan perilaku anti predator?
3. Bagaimana hasil interpretasi yang diperoleh dari hasil analisis model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator?

E. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah :

1. Membentuk model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator.

2. Menganalisis model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator.
3. Menginterpretasikan hasil analisis model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator.

F. Manfaat Penelitian

Adapun pemikiran-pemikiran yang disampaikan dalam penelitian ini diharapkan bermanfaat bagi komponen-komponen berikut :

1. Penulis dan Pembaca, agar dapat menambah pengetahuan tentang model matematika mangsa pemangsa dengan bifurkasi mundur dan perilaku anti predator.
2. Dapat menjadi landasan untuk membantu Mahasiswa Jurusan Matematika, sebagai referensi dalam memodelkan suatu permasalahan.
3. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan pendidikan.

G. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis) dengan menggunakan teori yang relevan berdasarkan studi kepustakaan. Langkah kerja yang akan dilakukan adalah meninjau masalah yang di hadapi, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang diperoleh dengan permasalahan yang dibahas sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan tersebut. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah :

1. Mempelajari fenomena dari mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator.
2. Mengidentifikasi, memilih dan merumuskan masalah yang akan diangkat dalam penelitian tentang mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator.
3. Menentukan asumsi, variabel, dan parameter yang dapat membantu dalam membentuk dan menganalisis model matematika mangsa pemangsa perilaku anti predator.
4. Membentuk model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator .

5. Menganalisis model matematika mangsa pemangsa dengan perilaku anti predator .
6. Menginterpretasikan hasil analisis dari model.

Membuat kesimpulan yang diperoleh dari analisis interpretasi.