PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR (SPL)DENGAN METODE *SUCCESSIVE OVER RELAXATION* (SOR)

SKRIPSI

untuk memenuhi sebagian persyataran memperoleh gelar Sarjana Sains

YOLANDA ANGRAINI
NIM. 15983/2010

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2015

PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul	: Penyelesaian Sistem Persamaan Linaear (SPL) dengan Metode *Successive Over Relaxation* (SOR)
Nama	: Yolanda Angraini
NIM/BP	: 15983/2010
Program Studi	: Matematika
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 6 Februari 2015

Disetujui Oleh:

Dosen Pembimbing I,	Dosen Pembimbing II,
Muhammad Subhan, M.Si	Dra. Hj. Helma, M.Si
NIP. 19701126 199903 1 002	NIP. 19680324 199603 2 001

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Yolanda Angraini

NIM : 15983/2010

Program Studi : Matematika

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan judul

Penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) dengan Metode *Successive Over Relaxation* (SOR)

Dinyatakan Lulus Setelah Dipertahankan di Depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 6 Februari 2015

Tim Penguji

No. Jabatan	Nama	Tanda Tangan
1. Ketua	: M. Subhan, S. Si, M.Si.	1.
2. Sekretaris	: Dra. Hj. Helma, M.Si	2.
3. Anggota	: Dra. Dewi Murni, M.Si	3.
4. Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si	4.
5. Anggota	: Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom	5.

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: YOLANDA ANGRAINI
NIM/TM	: 15983/2010
Progran Studi	: MATEMATIKA
Jurusan	: MATEMATIKA
Fakultas	: MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa Skripsi saya dengan judul "***Penyelesaian Sistem Persamaan Linea (SPL) dengan Metode Successive Over Relaxation (SOR)"*** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika,

Dr. Armiati, M.Pd
NIP.19630605 198703 2 002

Saya yang menyatakan,

METERAI TEMPEL
55AB5ADF099686447
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Yolanda Angraini
NIM. 15986

ABSTRAK

Yolanda Angraini : Penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) Dengan Metode *Successive Over Relaxation* (SOR)

Banyak cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL dengan metode iterasi, salah satunya adalah metode *Successive Over Relaxation* (SOR). Dari beberapa metode iterasi yang diketahui, metode SOR merupakan salah satu metode yang cukup efektif karena dalam penyelesaiaanya dapat mencapai konvergensi yang lebih cepat, sehingga membuat proses iterasi menjadi lebih sedikit. Metode ini diterapkan pada SPL AX = B, dimana matriks koefisiennya berukuran *n*x*n* dan merupakan matriks yang dominan secara diagonal. Tujuan penelitian ini adalah untuk menelaah formula dan algoritma dari metode *Successive Over Relaxation* (SOR) untuk solusi numerik SPL.

Penelitian ini merupakan penelitian teoritis dengan mengkaji teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan yang dibahas. Selajutnya, pendekatan masalah yang dilakukan adalah studi kepustakan yang berkaitan dengan permasalahan sistem persamaan linear dan metode *Successive Over Relaxation* (SOR).

Berdasarkan studi kepustakaan yang dilakukan diketehui bahwa metode *Successive Over Relaxation* (SOR) merupkan perbaikan dari metode Gauss-Seidel. Dalam hal ini diperoleh kesimpulan bahwa, untuk memperoleh solusi hampiran dari suatu SPL AX = B dengan matriks koefisien berukuran *n*x*n* dan merupakan matriks yang dominan secara diagonal dapat digunakan formula Gauss-Seidel dengan memasukkan faktor pembobot atau faktor skala yang dilambangkan dengan ω, dengan nilai $1 < \omega < 2$. Dengan menerapkan algoritma metode *Successive Over Relaxation* tersebut dan dibandingkan dengan metode Jacobi dan metode Gauss-Seidel maka solusi hampiran dengan metode *Successive Over Relaxation* (SOR) memberikan konvergensi yang lebih cepat dalam perhitungannya.

KATA PENGANTAR

Puji syukur peneliti ucapka kepada Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "***Penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) dengan Metode Successive Over Relaxation (SOR)***". Selanjutnya salawa beserta salam untuk Nabi besar Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi umat islam seluruh alam.

Adapun tujuan peneliti menulis skripsi ini adalah untuk memenuhi sebagian persayaratan memperoleh gelar Sarjana Sains di jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.Keberhasilan peneliti dalam menyelesaikan skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dalam kesempatan kali ini dengan segala kerendahan hati peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, M,Si, Pembimbing I dan Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA UNP.
2. Ibu Dra. Helma, M.Si,Penasehat Akademik dan Pembimbing II.
3. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si penguji dan ketua Program Studi Matematika FMIPA UNP.
4. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, Ibu Meira Perma Dewi, S.Si, M.Kom penguji.
5. Ibu Dr. Armiati,M.Pd, Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Bapak dan Ibu Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
7. Seluruh Staf Labor Komputer Jurusan Matematika FMIPA UNP.
8. Karyawan dan segenap Civitas Akademika Matematika FMIPA UNP.

9. Rekan-rekan seperjuangan, khususnya rekan Mahasiswa Prodi Matematika FMIPA UNP angakatan 2010.

Semoga bimbingan dan dukungan yang telah diberikan, menjadi amal ibadah disisi-Nya. Peneliti juga menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan, oleh karena itu peneliti mengharapkan adanya kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Harapan peneliti, semoga skripsi ini memberikan manfaat bagi peneliti dan Jurusan Matematika FMIPA UNP serta para pembaca. Amin.

Padang, 6 Februari 2015

Peneliti

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran **Halaman**

BAB I
PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Sistem Persamaan Linear (SPL) merupakan salah satu permasalahan yang penting dalam matematika, karena banyak masalah matematika yang dijumpai dalam aplikasi ilmiah melibatkan penyelesaian SPL. Oleh karena itu, penyelesaian SPL menjadi sangat penting.Penyelesaian SPL menjadi lebih sulit seiring dengan bertambahnya ukuran SPL. Hal ini akan meyebabkan waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikannya semakin lama.

SPL adalah sejumlah tertentu pesamaan linear dalam variabel x_1, x_2, ..., x_n dengan bentuk umum.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

dimana x_1, x_2,..., x_n adalah bilangan-bilangan yang tidak diketahui sedangkan $a_{m1},a_{m2},\ldots,a_{mn}$dan $b_1,b_2,\ldots,b_m$ adalah konstanta real (Anton & Rorres, 2004:4). Bentuk umum SPL dapat ditulis dalam bentuk perkalian matriks seperti berikut ini.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

A X = B

dimanaAadalah matriks koefisien berukuran *m*x*n*, X adalah matriks berukuran *n*x1 yang merupakan solusi dari SPL tersebut, dan Badalah matriks berukuran *n*x1.

SPL dapat diselesaikan secara analitik dan numerik, penyelesaian secara analitik akan memberikan solusi eksak sedangkan penyelesaian secara numerik akan memberikan solusi hampiran. Hal ini sejalan dengan pendapat Susila (1992:2) yang menyatakan bahwa.

> Penyelesaian suatu masalah Matematika secara umum dapat diklasifikasikan atas penyelesaian analitik dan numerik. Penyelesaian analitik adalah penyelesaian yang dapat dilakukan secara sederhana dan tanpa menggunakan alat bantu hitung yang memberikan solusi eksak (sebenarnya) yaitu solusi yang memiliki galat (*error*) nol sedangkan penyelesaian secara numerik adalah penyelesaian yang membutuhkan alat bantu hitung yang memberikan solusi hampiran yang biasanya digunakan untuk persamaan yang rumit.

Secara numerik terdapat dua jenis metode untuk menyelesaikan SPL yaitu metode langsung dan metode iterasi.Pada metode langsung hitungan untuk penyelesaian SPL dapat melalui serangkaian operasi hitung (tambah, kurang, bagi kali dan sebagainya).Metode tak langsung atau yang dikenal dengan metode iterasi, penyelesaian SPL diperoleh dari suatu hampiran penyelesaian awal dan kemudian berusaha memperbaiki hampiran sampai diperoleh solusi yang diinginkan.

Metode langsung yang digunakan untuk menyelesaikan SPL memiliki kelebihan dibandingkan metode iterasi, karena solusi yang diperoleh dari perhitungan yang pasti(tambah, kurang, bagi kali dan sebagainya). Akan tetapi, jumlah operasi perhitungan sangat tergantung pada metode yang digunakan dan jumlah persamaan itu sendiri. Namun demikian, metode langsung ini secara teknik ada kalanya juga terkendala dan biasanya akibat dari jumlah persamaan yang terlalu besar (matriks koefisien Aberordo*nxn*). Sedangkan untuk metode iterasi sendiri dari segi memori komputer yang dibutuhkan tidak akan pernah dapat tersaingi oleh metode langsung.

Metode iterasi yang sering digunakan untuk menyelesaikan SPL yaitu Metode Iterasi Jacobi dan Metode Gauss-Seidel.Metode Iterasi Jacobi merupakan metode iterasi yang paling sederhana yang digunakan untuk menyelesaikan SPL n persamaan dan n variabel. Metode ini sangat mudah dimengerti dan digunakan, akan tetapi kelemahan utama metode ini terletak pada konvegansi yang sangat lambat (Barrett, 1994:5).

Metode Gauss-Seidel merupakan modifikasi kecil dari metode Iterasi Jacobi, jika dengan menggunakan metode Iterasi Jacobi penyelesaiaannya konvergen maka dengan menggunakan metode Gauss-Seidel akan lebih cepat konvergennya dari metode jacobi meskipun masih relatif lambat (Barrett, 1994:6). Karena kedua metode menginginkan penyelesaiaan yang konvergen maka terdapat sebuah kondisi yang menjamin kekonvergenan tersebut, yaitu matriks koefisiennya harus dominan secara diagonal. Menurut Anton (1998:363) “Sebuah matrik kuadrat A dikatakan dominan secara diagonal jika masing-masing entri diagonal utama lebih besar dari jumlah nilai mutlak enti yang lain pada baris yang sama”.

Pada kenyataannya tidak hanya kekonvergenaan yang dibutuhkan dari siatu metode iterasi, akan tetapi juga kecepatan dari kekonvergenan tersebut sehingga proses iterasi menjadi lebih sedikit. Dalam aljabar numerik terdapat sebuah metode iterasi yang dapat mencapai konvergensi lebih cepat dari Metode Iterasi Jacobi dan Metode Gauss-Seidel, metode ini dikenal dengan Metode *Successive Over Relaxation* (SOR). Metode ini diperkenalkan oleh David M Young dan H. Frankel pada tahun 1950, dan merupakan perbaikan dari Metode Gauss-Seidel dengan memasukkan faktor pembobot yang dilambangkan dengan ω, untuk metode ini nilai $\omega > 1$.

Berdasarkan uraian di atas, maka akan dibahas penyelesaian SPL dengan menggunakan metode *Successive Over Relaxation*. Untuk itu penelitian ini diberi judul **"Penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) dengan Metode *Successive Over Relaxation* (SOR)"**

B. Batasan Masalah

Pada penelitian ini SPL yang diselesaikan hanya fokus pada SPL dengan matriks koefisien (*n*x*n*) yang dominan secara diagonal dan memiliki rank penuh.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang masalah di atas, maka dirumuskan masalah penelitian ini adalah "Bagaimana menyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL) dengan metode *Successive Over Relaxation* (SOR)?

D. Pertanyaan Penelitian

Pertanyaan penelitian yamg diajukan pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pembentukan formula metode *Successive Over Relaxation* (SOR) untuk menyelesaikan SPL?.
2. Bagaimana algoritma metode *Successive Over Relaxation* (SOR) untuk solusi numerik dari SPL?.

E. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menelaah formula metode *Successive Over Relaxation* (SOR) untuk menyelesaikan SPL.
2. Menyusun algoritma metode *Successive Over Relaxation* (SOR) untuk solusi numerik dari SPL

F. Maanfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini antara lain sebagai:

1. Satu alternatif untuk menentukan solusi SPL secara numerik dimana matriks koefisisnnya berukuran *n*x*n* yang dominan terhadap diagonal utama dan memiliki rank penuh.
2. Bahan acuan belajar bagi mahasiswa di bidang analisis numerik terutama tentang metode yang digunakan untuk mencari solusi numerik penyelesaian SPL.
3. Bahan masukan untuk peneliti selanjutnya dalam mengembangkan ataupun memperluas penelitian ini.

G. Metodologi Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan adalah metode deskriptif dengan cara menganalisa teori-teori yang relevan dengan permasalan yang dibahas dan berlandaskan pada studi kepustakaan.

Dalam pelaksanaan penelitian ini, peneliti memulainya dengan meninjau permasalah, mengumpulkan bahan rujukan, mengaitkan teori-teori yang diperoleh yang didapat dengan permasalahan yang akan dibahas sehinnga dapat menjawab pertanyaan yang muncul dari permasalah, dan menarik kesimpulan dari permasalah yang telah dibahas.

Dimana langkah-langkah kerja dari penelitian ini adalah:

1. Mempelajari studi literatur yang megkaji tentang matriks, SPL, metode iterasi Gauss-Seidel, algoritma, dan metode numerik.
2. Memahami bentuk umum dan algoritma metode Gauss-Seidel.
3. Mengembangkan bentuk umum dan algoritma metode Gauss-Seidel untuk mendapatkan metode *Successive Over Relaxation* (SOR).
4. Menyusun algoritma untuk pembuatan program komputer metode *Successive Over Relaxation* (SOR) untuk menyelesaikan SPL dengan matrik koefisiennya berukuran nxn dan mempunyai rank penuh.
5. Mengalihbahasakan algoritma yang telah dibuat menjadi sebuah program penyelesain SPL dengan metode *Successive Over Relaxation* (SOR).
6. Menyimpulkan hasil penelitian.