

**PENDUGAAN TITIK DAN PENDUGAAN SELANG MENGGUNAKAN
METODE KLASIK UNTUK MASALAH KALIBRASI LINEAR
SEDERHANA**

SKRIPSI

Untuk Memenuhi Sebagian Persyaratan Memperoleh Gelar Sarjana Sains



SARAH

NIM. 15985

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2014

PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Pendugaan Titik dan Pendugaan Selang Menggunakan
Metode Klasik untuk Masalah Kalibrasi Linear
Sederhana
Nama : Sarah
NIM/BP : 15985/2010
Program studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 6 Agustus 2014

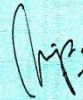
Disetujui oleh :

Pembimbing I



Dra. Hj. Helma, M.Si
NIP. 19680324 199603 2 001

Pembimbing II



Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom
NIP. 19820511 200604 2 001

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Sarah
NIM : 15985
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

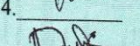
dengan judul

PENDUGAAN TITIK DAN PENDUGAAN SELANG MENGGUNAKAN METODE KLASIK UNTUK MASALAH KALIBRASI LINEAR SEDERHANA

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 6 Agustus 2014

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
1. Ketua	: Dra. Hj. Helma, M.Si	1. 
2. Sekretaris	: Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom	2. 
3. Anggota	: Yenni Kurniawati, S.Si, M.Si	3. 
4. Anggota	: Dodi Vionanda S.Si, M.Si	4. 
5. Anggota	: Devni Prima Sari, S.Si, M.Sc	5. 

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Sarah
NIM/TM : 15985/2010
Progran Studi : MATEMATIKA
Jurusan : MATEMATIKA
Fakultas : MIPA UNP

Dengan ini menyatakan, bahwa Tugas Akhir saya dengan judul ***“Pendugaan Titik dan Pendugaan Selang Menggunakan Metode Klasik untuk Masalah Kalibrasi Linear Sederhana”*** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan Negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika,



Dr. Armiati, M.Pd
NIP.19630605 198703 2 002

Saya yang menyatakan,



Sarah
NIM.15985

ABSTRAK

Sarah : Pendugaan Titik dan Pendugaan Selang Menggunakan Metode Klasik untuk Masalah Kalibrasi Linear Sederhana

Kalibrasi merupakan kegiatan yang penting dalam pengukuran. Kalibrasi memandang masalah regresi secara terbalik (*inverse problem*), yaitu memprediksi nilai variabel *regressor* x dari nilai variabel respon y yang telah diketahui. Dalam hal ini dibutuhkan nilai variabel *regressor* x yaitu berupa pendugaan titik dan pendugaan selang. Untuk mendapatkan hasil berupa pendugaan titik terdapat dua metode yaitu metode klasik dan metode invers. Pada metode klasik asumsi yang digunakan sama dengan asumsi pada regresi linear sederhana, sedangkan pada metode invers terjadi penetapan variabel x sebagai variabel respon. Tentulah menggunakan metode klasik lebih sederhana dibandingkan dengan metode invers. Oleh karena itu, perumusan masalahnya adalah “Apa bentuk pendugaan titik dan pendugaan selang menggunakan metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana?”.

Langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah di atas adalah membentuk model regresi dengan melakukan pemusatan terhadap variabel respon y , menjadi model regresi linear sederhana bentuk terpusat. Selanjutnya dilakukan pendugaan parameter dan variansi model dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Dan setelah itu disusun bentuk pendugaan titik dan selang untuk variabel *regressor*.

Pendugaan titik variabel *regressor* x yaitu x_0 yang berkorespondensi dengan y_0 adalah

$$\hat{x}_0 = \frac{y_0 - \hat{\beta}_0}{\hat{\beta}_1}$$

dan $se(\hat{x}_0) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\hat{\beta}_1^2} \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right]}$ sehingga selang kepercayaan untuk x_0 dengan tingkat kepercayaan sebesar $(1 - \alpha)100\%$, yaitu dengan batas bawah

$$\hat{x}_0 - t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-2} \frac{s}{\hat{\beta}_1} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$$

dan batas atas

$$\hat{x}_0 + t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-2} \frac{s}{\hat{\beta}_1} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$$

KATA PENGANTAR



Syukur Alhamdulillah peneliti ucapkan atas limpahan rahmat dan karunia Allah SWT sehingga peneliti dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Pendugaan Titik dan Pendugaan Selang Menggunakan Metode Klasik untuk Masalah Kalibrasi Linear Sederhana”**. Penulisan skripsi ini merupakan salah satu prasyarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNP.

Pada pembuatan dan penyusunan skripsi ini, peneliti mendapatkan bimbingan dan bantuan yang bersifat membangun dari berbagai pihak. Dalam kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si., Dosen Pembimbing I.
2. Ibu Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom., Dosen Pembimbing II dan Penasehat Akademik.
3. Ibu Yenni Kurniawati, S.Si, M.Si., Bapak Dodi Vionanda S.Si, M.Si dan Ibu Devni Prima Sari S.Si, M.Sc., Dosen Penguji
4. Ibu Dr. Hj. Armianti, M. Pd., Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNP.
5. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si., Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNP.
6. Bapak dan Ibu staf pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP.
7. Seluruh Staf Administrasi dan Staf Labor Komputer Matematika FMIPA UNP.

8. Teman-teman seperjuangan khususnya teman-teman Prodi Matematika angkatan 2010 serta semua pihak yang telah membantu penulis selama studi dan penyelesaian skripsi ini.

Semoga semua bimbingan, bantuan, dan doa yang diberikan menjadi amal ibadah yang diridhai Allah SWT.

Peneliti menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat kekurangan. Oleh karena itu, masukan dan saran yang bersifat membangun dari berbagai pihak sangat diharapkan demi kesempurnaan penulisan di masa mendatang. Akhir kata peneliti berharap semoga skripsi ini dapat memberikan sumbangan pemikiran bagi setiap pembaca.

Padang, Agustus 2014

Peneliti

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR LAMPIRAN	vi
BAB 1 PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Batasan Masalah	4
C. Rumusan Masalah	4
D. Pertanyaan Penelitian	4
E. Tujuan Penelitian	5
F. Manfaat Penelitian	5
G. Metodologi Penelitian	5
BAB II KAJIAN TEORI	
A. Ekspektasi Matematika	7
1. Nilai Harapan (Rataan)	7
2. Variansi	9
3. Kovariansi	10
B. Distribusi Sampling	11
1. Sampel Acak	11
2. Distribusi Rataan Sampel	12
3. Distribusi Normal	12
4. Distribusi t	12

C. Selang Kepercayaan untuk Rataan (μ)	13
D. Pendugaan Parameter	13
E. Analisis Regresi Linear	15
1. Regresi Linear Sederhana	15
2. Asumsi Model Regresi Linear Sederhana	16
3. Pendugaan Parameter Regresi	16
F. Pendugaan Variansi ($\hat{\sigma}^2$) Model Regresi	19
G. Selang Kepercayaan untuk y_0 pada $x = x_0$	20
H. Metode Delta	21
BAB III PEMBAHASAN	
A. Pembentukan Model Regresi Linear Sederhana Bentuk Terpusat	23
B. Pendugaan Parameter β_0^* dan β_1	23
C. Pendugaan Variansi ($\hat{\sigma}^2$) Model Regresi Linier dengan Bentuk Terpusat	27
D. Pendugaan Parameter β_0 Model Regresi Linear Bentuk Terpusat	28
E. Pendugaan Nilai Variabel <i>Regressors</i> x_0	28
F. Bias Penduga x_0	29
G. Selang Kepercayaan untuk Variabel <i>Regressors</i> x_0	35
BAB IV PENUTUP	
A. Kesimpulan	39
B. Saran	39
DAFTAR PUSTAKA	41
LAMPIRAN	42

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Bukti Teorema 3	42
2. Bukti Teorema 4	43
3. Bukti Teorema 5	44
4. Bukti Teorema 6	45
5. Bukti Teorema 7	46
6. Bukti Teorema 8	47
7. Bukti Teorema 9	48
8. Bukti Teorema 10	49
9. Bukti Teorema 11	51
10. Bukti Teorema 12	52

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Kalibrasi instrumen merupakan suatu kegiatan yang penting dilakukan dalam sistem pengukuran. Kalibrasi adalah suatu proses kegiatan yang membandingkan *output* dari instrumen atau alat yang akan diuji terhadap *output* dari suatu instrumen akurasi ketika *input* yang sama diterapkan untuk kedua instrumen (Morris, 2001: 64). Tujuannya untuk menghasilkan hasil pengukuran yang tepat dan sesuai dengan keadaan yang sebenarnya. Dengan kalibrasi ini diharapkan dapat menghindari kerugian-kerugian yang terjadi akibat salah indikasi atau penyimpangan penunjukkan pada alat ukur.

Misalkan pada alat pompa Bahan Bakar Minyak (BBM) yang digunakan di Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU). Bahan bakar yang dikeluarkan oleh dispenser mesin haruslah sama dengan angka yang tertera pada meteran mesin. Apabila bahan bakar tersebut diukur dengan bejana ukur dan ternyata hasil yang ditunjukkan pada alat ukur tidak sesuai dengan angka yang tertera pada meteran mesin tersebut, maka hal ini menunjukkan bahwa standar meteran mesin tidak sesuai dengan standar yang telah ditetapkan. Artinya standar pengukuran meteran mesin belum dikalibrasi.

Kegiatan kalibrasi merupakan proses membandingkan *output* alat akurasi dengan *output* alat yang akan diuji terhadap *input* yang sama. Hal ini mengartikan bahwa terdapat hubungan linear antara *input* dengan *output*. Misalkan *input* sebagai variabel x dan *output* sebagai variabel y . Maka terdapat hubungan antara variabel x dan y . Pada kajian statistika teknik yang digunakan untuk memeriksa

dan memodelkan hubungan antara variabel dinamakan dengan analisis regresi (Montgomery dkk., 2006: 1). Model yang menggambarkan hubungan variabel tersebut dinamakan Model Regresi linear.

Model regresi linear terbagi menjadi dua yaitu model regresi linear sederhana dan model regresi linear berganda. Pada model regresi linear sederhana hanya terdapat satu variabel *regressor*, sedangkan pada model regresi linear berganda terdapat lebih dari satu variabel *regressor*.

Model regresi linear sederhana $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ (Montgomery (2006: 12)) dapat diduga dengan menggunakan metode kuadrat terkecil sehingga diperoleh model $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$. Hal ini dapat diartikan dari sekumpulan variabel x dapat diprediksi nilai variabel y . Begitu pula halnya dalam menentukan nilai prediksi untuk y yang berupa selang kepercayaan. Dengan demikian, teknik analisis regresi dapat memprediksi nilai variabel yang tidak diketahui berdasarkan nilai variabel yang diketahui dalam pengamatan. Dalam hal ini nilai yang diketahui dalam pengamatan tersebut adalah nilai variabel x dan nilai yang akan diprediksi adalah nilai variabel y .

Masalah kalibrasi memandang masalah regresi secara terbalik (*inverse problem*). Pendekatan analisis regresi yang digunakan adalah *inverse regression*. *Inverse regression* dapat memprediksi variabel bebas x misalkan x_0 berdasarkan nilai variabel y yang telah diketahui misalkan y_0 yang berkorespondensi dengan x_0 (Montgomery dkk., 2006: 488). Pendugaan terhadap x_0 merupakan pendugaan titik (*point estimation*) karena hanya satu nilai (titik) yang digunakan untuk menduga (Freund & Walpole, 1987: 333). Nilai dari pendugaan titik selalu

berfluktuasi dari sampel ke sampel, akibatnya penduga titik yang dihasilkan akan berbeda dari nilai yang sebenarnya, walaupun dalam sampel yang berulang-ulang nilai rata-ratanya diharapkan sama dengan nilai parameter populasi. Dengan demikian disusunlah pendugaan interval (Gujarati, 1978: 71). Menurut Sembiring (1995: 62) “pendugaan interval dapat digunakan sebagai taksiran suatu parameter dan dapat pula dipandang sebagai pengujian hipotesis.”

Secara umum terdapat dua metode dalam menyelesaikan *inverse problem*, yaitu metode klasik dan metode invers (Thonnard, 2006: 3). Pada metode klasik untuk mendapatkan nilai prediksi variabel x_0 dengan membentuk nilai prediksi variabel *regressor* dari model prediksi variabel respon yang didapatkan pada analisis regresi linear. Karena model prediksi variabel *regressor* yang digunakan berasal dari analisis regresi linear, maka asumsi yang digunakan juga sama dengan analisis regresi linear sederhana. Jika pada regresi linear diperoleh nilai prediksi terhadap variabel respon, maka pada *inverse problem* dicari prediksi terhadap nilai variabel *regressor* dari variabel respon. Sedangkan pada metode invers untuk mendapatkan nilai prediksi variabel *regressor* x_0 dengan memodelkan regresi linear x atas y . Dan model tersebut haruslah memenuhi asumsi bahwa yang merupakan variabel acak bukanlah variabel y melainkan variabel x (Parker).

Misalkan diketahui nilai observasi baru y_0 , akan ditentukan nilai variabel *regressor* yang berkorespondensi dengan y_0 , misalkan x_0 . Maka bentuk pendugaan terhadap variabel *regressor* x_0 yaitu $\hat{x}_0 = \frac{y_0 - \hat{\beta}_0}{\hat{\beta}_1}$. Jadi, dapat diperoleh nilai prediksi bagi variabel *regressor* dengan metode klasik untuk masalah

kalibrasi linear sederhana. Sedangkan model regresi untuk metode invers adalah $x = \alpha_0 + \alpha_1 y + \varepsilon^*$ karena variabel x ditetapkan sebagai variabel acak. Dan model pendugaannya adalah $\hat{x} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 y$ (Thonnard, 2006: 8).

Asumsi metode klasik yang digunakan sama dengan asumsi pada regresi linear sederhana, sedangkan pada metode invers terjadi penetapan variabel *regressor* x sebagai variabel acak sehingga diperlukan asumsi untuk memenuhi keadaan tersebut. Dengan demikian, metode klasik lebih sederhana dibandingkan dengan metode invers. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji pendugaan titik dan pendugaan selang menggunakan metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana.

B. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah memperoleh bentuk pendugaan titik dan selang menggunakan metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang di atas, masalah yang akan dibahas adalah “Apa bentuk pendugaan titik dan pendugaan selang menggunakan metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana?”

D. Pertanyaan Penelitian

Adapun pertanyaan penelitian adalah :

1. Apa bentuk pendugaan parameter pada metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana?
2. Apa bentuk pendugaan titik pada metode klasik untuk masalah kalibrasi

linear sederhana?

3. Apa bentuk pendugaan selang pada metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk memperoleh bentuk:

1. Pendugaan parameter pada metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana.
2. Pendugaan titik pada metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana.
3. Pendugaan selang pada metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana

F. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Menambah wawasan dan ilmu pengetahuan peneliti dan pembaca mengenai metode klasik untuk menyelesaikan masalah kalibrasi linear sederhana.
2. Sebagai bahan acuan bagi mahasiswa tentang metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kalibrasi linear sederhana.
3. Referensi bagi peneliti selanjutnya yang ingin mengembangkan dan mengaplikasikan teori metode klasik untuk masalah kalibrasi linear sederhana pada studi kasus.

G. Metodologi Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif dengan analisis teori

yang relevan dengan permasalahan yang akan dibahas dan berdasarkan tinjauan kepustakaan. Dalam melakukan penelitian ini, peneliti memulai dengan meninjau permasalahan, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang didapat dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan.

Langkah-langkah yang dilakukan untuk menjawab permasalahan adalah:

1. Menelaah masalah kalibrasi dan keterkaitannya dengan regresi linear sederhana.
2. Membuat model kalibrasi linear sederhana.
3. Menduga parameter model kalibrasi linear sederhana.
4. Menduga variansi model kalibrasi linear sederhana.
5. Menduga titik model kalibrasi linear sederhana.
6. Menduga selang model kalibrasi linear sederhana.