

ABSTRAK

Rifqi Alhanif : Menentukan Matriks Jordan dari Suatu Matriks Persegi dan Aplikasinya pada Perpangkatan Matriks

Perpangkatan suatu matriks persegi biasa dilakukan dengan proses diagonalisasi. Jika matriks A dapat didiagonalisasi maka terdapat suatu matriks P sehingga $P^{-1}AP = D$, sehingga perpangkatan matriks A akan lebih mudah dalam bentuk $A^k = P^{-1}D^kP$ karena D matriks diagonal. Namun, tidak semua matriks dapat didiagonalisasi. Untuk matriks A yang tidak dapat didiagonalisasi dapat dibentuk suatu matriks yang hampir diagonal $J = P^{-1}AP$ dengan matriks J biasa disebut matriks Jordan. Sehingga, perpangkatan matriks A tetap bisa dilakukan menggunakan matriks Jordan dalam bentuk $A^k = P^{-1}J^kP$. Tujuan pada penelitian ini yaitu mengetahui cara menentukan matriks Jordan dari suatu matriks persegi dan aplikasinya pada perpangkatan matriks.

Penelitian ini mengkaji cara mendapatkan matriks P pada $J = P^{-1}AP$ menggunakan vektor eigen tergeneralisasi. Juga mengkaji perpangkatan matriks Jordan J dalam $A^k = PJ^kP^{-1}$. Metode yang digunakan adalah analisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas dengan berdasarkan pada kajian kepustakaan.

Hasil yang didapat pada penelitian ini adalah untuk mendapatkan matriks Jordan $J = P^{-1}AP$ dari matriks persegi A yaitu membentuk matriks P dari vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ yaitu $\mathbf{x}_{n-1} = (A - \lambda I)\mathbf{x}_n$, $\mathbf{x}_{n-2} = (A - \lambda I)\mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_1 = (A - \lambda I)\mathbf{x}_2$ dengan memilih sebuah vektor eigen \mathbf{x}_n dari vektor eigen tergeneralisasi $(A - \lambda I)^n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}$. Matriks P mempunyai ukuran yang sama dengan A dengan susunan $P = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]$. Perpangkatan matriks $A^k = PJ^kP^{-1}$ menggunakan perpangkatan matriks Jordan $J^k = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_p)^k$ dengan J_p blok-blok Jordan berukuran m_p dalam J . Perpangkatan masing-masing blok yaitu $J_p^k = \sum_{i=0}^{m_p-1} \binom{k}{i} \lambda_p^{k-i} N^i$.