

**MODIFIKASI METODE FLETCHER-REEVES UNTUK PENYELESAIAN
MASALAH OPTIMASI TAK LINIER TANPA KENDALA**

SKRIPSI



FIKRI MIFTAHUS SALMI

NIM 18030083

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2024

**MODIFIKASI METODE FLETCHER-REEVES UNTUK PENYELESAIAN
MASALAH OPTIMASI TAK LINIER TANPA KENDALA**

SKRIPSI

Diajikan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar

Sarjana Sains



FIKRI MIFTAHUS SALMI

NIM 18030083/2018

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2024

PERSETUJUAN SKRIPSI

**MODIFIKASI METODE FLETCHER-REEVES UNTUK
PENYELESAIAN MASALAH OPTIMASI TAK LINIER
TANPA KENDALA**

Nama : Fikri Miftahus Salmi
NIM : 18030083
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, Agustus 2023

Disetujui oleh,

Pembimbing



Muhammad Subhan, M.Si.

NIP. 19701126 199903 1 002

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Fikri Miftahus Salmi
NIM : 18030083
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MODIFIKASI METODE FLETCHER-REEVES UNTUK
PENYELESAIAN MASALAH OPTIMASI TAK LINIER
TANPA KENDALA**


Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, Agustus 2023

Tim Penguji

Nama
Ketua : Muhammad Subhan M.Si
Anggota : Dra. Dewi Murni, M.Si.
Anggota : Dina Agustina, M.Sc

Tanda Tangan



SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Fikri Miftahus Salmi
NIM : 18030083
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul **“Modifikas Metode Fletcher-Reeves Untuk Penyelesaian Masalah Optimasi Tak Linier Tanpa Kendala”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, Agustus 2023

Diketahui oleh,
Kepala Departemen Matematika,



Dr. Suherman, S.Pd, M.Si
NIP. 196808301 99903 1 002

Saya yang menvatakan,



Fikri Miftahus Salmni
NIM. 18030083

Modifikasi Metode Fletcher-Reeves Untuk Penyelesaian Masalah Optimasi Tak Linier Tanpa Kendala

Fikri Miftahus Salmi

ABSTRAK

Perolehan nilai optimum (maksimum atau minimum) dari suatu persamaan tak linier tanpa kendala merupakan salah satu permasalahan yang sering dialami dalam bidang matematika. Perolehan nilai optimal dari suatu persamaan tak linier tanpa kendala dapat diperoleh dengan dua cara, yaitu dengan menggunakan gradien dan tanpa gradien. Pada umumnya, dengan melibatkan gradien, nilai suatu persamaan tak linier tanpa kendala dapat meningkat atau menurun pada tingkatan tercepat, salah satu metode yang menggunakan gradien yaitu Metode Fletcher-Reeves. Namun, kebanyakan pada penerapan metode ini tidak selalu menghasilkan arah penurunan yang tepat, sehingga berpengaruh pada kecepatan dan kekonvergenan dari metode ini, akibatnya modifikasi muncul karna kekurangan tersebut. Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana cara menyelesaikan masalah optimasi tak linier tanpa kendala menggunakan Modifikasi Metode Fletcher-Reeves.

Jenis penelitian ini merupakan penelitian dasar dengan menggunakan metode studi kepustakaan, yaitu dengan mempelajari, mengkaji dan mengumpulkan informasi-informasi dari sumber yang relevan. Langkah-langkah dalam memecahkan permasalahan penelitian ini adalah mengkaji formula Modifikasi Metode Fletcher-Reeves, membuat algoritmanya dalam bentuk diagram alir, menganalisis kekonvergenan, serta menerapkan uji fungsi secara numerik.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa Modifikasi Metode Fletcher-Reeves menggunakan gradien dalam memperoleh nilai optimalnya, serta algoritma yang diperoleh dinotasikan kedalam diagram alir. Hasil analisis kekonvergenan menunjukkan metode ini konvergen global sehingga dapat memperoleh solusi optimum global dan dapat lebih cepat menemukannya dibandingkan dengan Metode Fletcher-Reeves.

Kata kunci: Optimasi, Modifikasi, Metode Fletcher-Reeves, Metode *Conjugate Gradient*, Konvergensi Global.

Modification of Fletcher-Reeves Method for Solving Nonlinear Unconstrained Optimization Problem

Fikri Miftahus Salmi

ABSTRACT

Achieving the optimum (maximum or minimum) value of an unconstrained nonlinear condition is one of the foremost common issues in mathematics. In Achieving the optimal value of a unconstrained nonlinear equation can be obtained in two ways, namely by using gradient and without gradient. In general, by involving gradients, the value of a nonlinear equation unconstrained can increase or decrease at the fastest rate, one of them is Fletcher-Reeves method. However, most applications of this method do not always make the correct direction, thus affecting the speed and convergence of this method, as a result modifications arise due to these deficiencies. The problem formulation in this research is how to solve non-linear unconstrained optimization problems using the modified Fletcher-Reeves method.

This short of research is basic research using the library study method, namely by studying, reviewing and collecting information from relevant sources. The steps in solving this research problem are reviewing the modified Fletcher-Reeves Method formula, creating the algorithm within the shape of a flowchart, analyzing the convergences, and applying numerical tests function.

Based on the research results, it was found that the modified Fletcher-Reeves method uses gradients to achieve optimal values, and the algorithm obtained is notated in a flowchart. The results of the convergence analysis show that this method is globally convergent so that it can obtain a global optimum solution and can find it quicker compared to the Fletcher-Reeves method.

Keywords: Optimization, Modification, Fletcher-Reeves Method, Conjugate Gradient Method, Global Convergence

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah segala puji dan syukur kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul **“Modifikasi Metode Fletcher-Reeves Untuk Penyelesaian Masalah Optimasi Tak linier Tanpa Kendala”**. Shalawat dan salam tidak lupa dihadiahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Penulisan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) di Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Negeri Padang (UNP).

Selama proses penulisan skripsi ini penulis memperoleh banyak sekali bantuan, nasehat, doa, motivasi, saran serta dukungan baik secara moril dan materil dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, S.Si., M.Si., sebagai Dosen Pembimbing Skripsi
2. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si., sebagai Dosen Penguji dan Dosen Pembimbing Akademik.
3. Ibu Dina Agustina, S.Pd., M.Sc., sebagai Dosen Penguji.

4. Bapak Dr. Suherman, S.Pd., M.Si., sebagai Kepala Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.
5. Ibu Devni Prima Sari, S.Si., M.Sc., Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.
6. Bapak dan Ibu Dosen Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang
7. Staf administrasi dan pustaka Departemen Matematika FMIPA UNP.
8. Semua pihak yang telah membantu selama studi dan penyelesaian skripsi ini yang tidak disebutkan satu persatu.

Semoga segala nasehat, Bantuan dan nasehat yang diberikan kepada penulis dapat menjadi sebuah ibadah kepada-Nya. Penulis telah berusaha semaksimal mungkin untuk menyelesaikan penelitian ini, namun demikian, tidak ada gading yang tidak retak, dan skripsi ini belum mencapai kesempurnaan dalam penulisannya. Oleh karena itu, kami mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca untuk kesempurnaan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan memperkaya pemahaman kita semua.

Padang, Agustus 2023

Fikri Miftahus Salmi

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar belakang	1
B. Batasan Masalah	3
C. Perumusan Masalah	3
D. Pertanyaan Penelitian	3
E. Tujuan Penelitian	4
F. Manfaat Penelitian	4
G. Metode Penelitian	5
BAB II KAJIAN TEORI	6
A. Optimasi	6
1. Definisi dan Bentuk Umum	6
2. Konsep Dasar Optimasi	7
B. Algoritma	11
C. Metode Numerik	13
1. Galat/ <i>Error</i>	13
2. Metode Numerik	15
BAB III PEMBAHASAN	18
A. Pembentukan Formula Modifikasi Metode Fletcher-Reeves	18
B. Algoritma Modifikasi Metode Fletcher-Reeves	19
C. Konvergensi dari Modifikasi Metode Fletcher-Reeves	20
D. Penerapan Modifikasi Metode Fletcher-Reeves	23
BAB IV PENUTUP	29
A. Kesimpulan	29
B. Saran	31
DAFTAR PUSTAKA	32
LAMPIRAN	34

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Minimum Lokal dan Minimum Global	9
2. Flowchart Metode Fletcher-Reeves	17
3. Flowchart Modifikasi Metode Fletcher-Reeves	19
4. Grafik fungsi $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$	24
5. Grafik fungsi $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2^2$	26
6. Grafik fungsi $f(x_1, x_2) = (-100 + x_1^2 + ((5 - x_2)x_2 - 2)x_2)^2 + (-10 + x_1^3 + ((x_2 + 5)x_2 - 14)x_2)^2$	27

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Diagram Alir (<i>flowchart</i>) dan fungsinya	12
2. Perbandingan Hasil Numerik pada $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ dengan $x_0 = \{0 \ 0\}^T$ dan $\varepsilon = 10^{-8}$	25
3. Hasil numerik pada $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 6x_2 - 2x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_2^2$ dengan $x_0 = \{1 \ 1,5\}^T$ dan $\varepsilon = 10^{-8}$	26
4. Hasil numerik pada $f(x_1, x_2) = (-100 + x_1^2 + ((5 - x_2)x_2 - 2)x_2)^2 +$ $(-10 + x_1^3 + ((x_2 + 5)x_2 - 14)x_2)^2$ dengan $x_0 = \{-3,5 \ -2\}^T$ dengan $\varepsilon = 10^{-8}$	27

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Program komputer dan hasil <i>output</i> Metode Fletcher-Reeves.....	34
2. Program komputer dan hasil <i>output</i> Modifikasi Metode Fletcher-Reeves.....	36

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar belakang

Dalam ilmu matematika banyak digunakan dalam menyelesaikan permasalahan dalam bidang ilmu pengetahuan maupun permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, diantaranya dapat dirumuskan menggunakan model optimasi. Menurut Rao (2009), optimasi merupakan tindakan untuk mendapatkan hasil terbaik dalam keadaan tertentu, dengan meminimalkan upaya yang diperlukan dan/atau memaksimalkan keuntungan yang diinginkan. Secara umum, ada dua jenis optimasi yang umum, yaitu optimasi linier dan optimasi nonlinier, serta setiap masalah optimasi dapat dikelompokkan sebagai *constrained* (berkendala) atau *unconstrained* (tanpa kendala) tergantung pada apakah ada/tidak adanya kendala dalam masalah.

Adakalanya suatu permasalahan matematika tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik yang sudah umum untuk mendapatkan solusinya, bila metode analitik tidak dapat lagi diterapkan, maka solusi persoalan sebenarnya dapat dicari dengan metode numerik (Subhan, 2021). Dalam menggunakan metode numerik kita hanya memperoleh solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati sehingga solusi numerik dinamakan juga solusi hampiran (*approximation*) atau solusi pendekatan, namun solusi hampiran dapat dibuat seteliti yang kita inginkan. Solusi hampiran jelas tidak tepat sama dengan solusi sejati, sehingga ada selisih antara keduanya, selisih inilah yang disebut dengan galat (*error*) (Munir, 2006).

Dalam penyelesaian masalah optimasi non linier tanpa kendala secara numerik, beberapa metode yang digunakan. Metode-metode ini dapat diklasifikasikan ke dalam dua kelompok besar pendekatan, yaitu tanpa menggunakan gradien dan menggunakan gradien. Untuk metode yang menggunakan gradien, disyaratkan fungsi $f(x)$ kontinu dan dapat diturunkan (*differentiable*). Metode yang menggunakan gradien diantaranya Metode *Steepest Descent*, *Conjugate Direction* dan Metode *Conjugate Gradient*.

Namun, terdapat kekurangan dari metode tersebut, dimana kekurangannya itu terdapat pada kekonvergenannya yang lambat metode-metode ini tidak selalu menghasilkan arah penurunan yang tepat, sehingga kondisi turunan sering kali diatasi dengan analisis dan penerapannya. Masalah optimasi tak linier tanpa kendala ditulis dalam bentuk:

Minimumkan: $f(\mathbf{x})$, dimana $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$,

Dengan bentuk iteratif

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{d}_i, \quad i \geq 0,$$

dengan α_i adalah panjang langkah dan \mathbf{d}_i merupakan arah pencarian. Untuk menghitung panjang langkah α_i dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu pencarian garis solusi tepat (*exact line search*) dan pencarian garis tidak tepat (*inexact line search*). Menurut Butenko, dkk (2014), menghitung α_i dengan tepat itu mungkin mahal, oleh karena itu pencarian garis tidak tepat digunakan dalam praktik, yang memberikan pengurangan yang memadai pada nilai f . Untuk mengatasi permasalahan kekonvergenan yang lambat dan meningkatkan keakuratannya dilakukan modifikasi terhadap metode-metode

sebelumnya, dalam hal ini dilakukan modifikasi terhadap Metode *Conjugate Gradient*.

Berdasarkan uraian diatas penulis tertarik untuk meneliti mengenai cara penyelesaian masalah optimasi non linier tanpa kendala dengan modifikasi metode Fletcher-Reeves. Untuk itu penelitian ini diberi judul “**Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala**”.

B. Batasan Masalah

Berdasarkan penjabaran pada latar belakang masalah maka batasan masalah pada penelitian ini adalah menggunakan persamaan tak linier dua variabel dan nilai persamaan dititik optimal berupa bilangan real.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan penjabaran pada latar belakang masalah yang sudah di paparkan, maka disusunlah rumusan masalah pada penelitian ini yaitu “Bagaimana penyelesaian optimasi tak linier tanpa kendala menggunakan Modifikasi Metode Fletcher-Reeves?”.

D. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah, dijabarkan pertanyaan penelitian sebagai berikut:

1. Apa formula Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi taklinier tanpa kendala?
2. Apa algoritma dari Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala?

3. Apakah Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala konvergen secara global?

E. Tujuan Penelitian

Berdasarkan dari rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui formula Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala.
2. Mengetahui algoritma dari Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala.
3. Mengetahui kekonvergenan global dari Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala.

F. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian adalah sebagai berikut:

1. Memberikan tambahan wawasan dan pengetahuan lebih kepada peneliti dan pembaca tentang analisis numerik, khususnya Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk menemukan solusi numerik optimasi tak linier tanpa kendala.
2. Sebagai bahan acuan bagi mahasiswa di bidang analisis numerik terutama tentang memodifikasi metode yang digunakan untuk menemukan solusi optimasi numerik.
3. Sebagai bentuk kontribusi terhadap peneliti selanjutnya untuk mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.

G. Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode tinjauan pustaka (studi literatur), dengan mengacu pada buku-buku sebagai landasan teori tentang optimasi tak linier tanpa kendala. Dengan mempertimbangkan permasalahan yang akan dihadapi maka langkah kerja yang akan dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari literatur mengenai persamaan tak linier serta metode numerik dalam penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala.
2. Mengkaji prinsip dari Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala.
3. Menelaah formula Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian optimasi tak linier tanpa kendala.
4. Menyusun algoritma untuk Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian optimasi tak linier tanpa kendala.
5. Menganalisis kekonvergenan dari Modifikasi Metode Fletcher-Reeves untuk penyelesaian masalah optimasi tak linier tanpa kendala.
6. Menerapkan algoritma dari Metode Fletcher-Reeves dan Modifikasi Metode Fletcher-Reeves pada program komputer Matlab R2016 serta membandingkan hasil keduanya.
7. Membuat kesimpulan hasil penelitian.