

**PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER
MENGUNAKAN METODE ITERASI TANPA
MENGHITUNG TURUNAN YANG LEBIH TINGGI**



DANISA ALZURA OLPELDA

NIM. 20030032/2020

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2024**

**PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER
MENGUNAKAN METODE ITERASI TANPA
MENGHITUNG TURUNAN YANG LEBIH TINGGI**

SKRIPSI

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar
Sarjana Sains*



Oleh:

DANISA ALZURA OLPELDA

NIM. 20030032/2020

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2024**

PERSETUJUAN SKRIPSI

PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER MENGUNAKAN METODE ITERASI TANPA MENGHITUNG TURUNAN YANG LEBIH TINGGI

Nama : Danisa Alzura Olpelda
NIM : 20030032
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 31 Juli 2024

Disetujui Oleh:
Pembimbing



Muhammad. Subhan, M.Si
NIP. 197011261999031002

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI


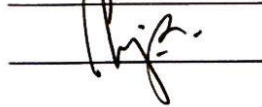

Nama : Danisa Alzura Olpelda
NIM : 20030032
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER MENGUNAKAN METODE ITERASI TANPA MENGHITUNG TURUNAN YANG LEBIH TINGGI

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 31 Juli 2024

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Muhammad Subhan, M.Si	
Anggota	: Dra. Dewi Murni, M.Si	
Anggota	: Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom	

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Danisa Alzura Olpelda

NIM : 20030032

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul **“Penentuan Akar Persamaan Non Linier Menggunakan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 19 Agustus 2024

Diketahui oleh,
Kepala Departemen Matematika,



Dr. Suherman, S.Pd, M.Si
NIP. 196808301999031002

Saya yang menyatakan,



Danisa Alzura Olpelda
NIM. 20030032

Penentuan Akar Persamaan Non Linier Menggunakan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi

Danisa Alzura Olpelda

ABSTRAK

Dalam bidang matematika, salah satu permasalahan yang sering ditemukan adalah menentukan akar dari persamaan non-linier. Untuk menentukannya, dapat menggunakan metode analitik maupun metode numerik. Namun, seringkali persamaan non-linier memiliki bentuk yang rumit dimana sulit diperoleh secara analitik sehingga diperlukan penggunaan metode numerik. Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi merupakan salah satu metode numerik yang berdasarkan pada pecahan kontinu Thiele terpotong ketiga. Untuk menghilangkan penghitungan turunan yang lebih tinggi digunakan perkiraan turunan kedua dan ketiga dalam menentukan akarnya. Adapun rumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana menentukan akar persamaan non-linier dengan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan akar persamaan non-linier menggunakan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi, menganalisis tingkat kekonvergenannya, serta menyusun algoritmanya.

Penelitian ini adalah penelitian dasar dengan pendekatan masalah berupa studi literatur, yaitu mengumpulkan teori maupun informasi dari berbagai sumber yang relevan. Langkah-langkah pemecahan masalah pada penelitian ini adalah mengkaji proses pembentukan formula Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi, menyusun algoritmanya, menganalisis orde kekonvergenannya, membuat program menggunakan Maple 17, serta melakukan uji fungsi secara numerik.

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh bahwa Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi menggunakan dua langkah penyelesaian untuk menentukan akar hampirannya. Hasil analisis kekonvergenan menunjukkan metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi memiliki orde kekonvergenan empat. Algoritma dari Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi ditampilkan dalam bentuk diagram alir.

Kata Kunci: Persamaan non linier, pecahan lanjutan Thiele, algoritma Viscovatov, metode iterasi, orde kekonvergenan

Determination of Non-Linear Equations Roots Using an Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives

Danisa Alzura Olpelda

ABSTRACT

In mathematics, one of the most common problems is determining the roots of non-linear equation. To determine it, analytical or numerical methods can be used. But, often the non-linear equations have a complicated form that makes it difficult to obtain analytical, so numerical methods are needed. The Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives is one of the numerical methods based on the third truncated Thiele continuous fraction. To avoid calculating higher derivatives, an approximation of the second and third derivatives is used in determining the roots.. The problem formulation in this study is how to determine the roots of non-linear equations using Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives. This research aims to determine the roots of non-linear equations using the Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives, analyze the order of convergence, and develop the algorithm.

This research is basic research with problem approach in the form of literature study, namely collecting theories and information from various relevant sources. The steps to solving the problem are study the process of forming the Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives, compiling the algorithm in the form of flowchart, analyzing the order of convergence, making programs using Maple 17, and performing numerical function tests.

Based on the discussion results, it was found that the Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives uses two-step in determining the root. The convergence analysis shows that the Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives has a convergence order of four. The algorithm of the Iteration Method Without Calculating Higher Derivatives is shown in the form of a flowchart.

Keywords: Non-linear equation, Thiele's continued fraction, Viscovatov algorithm, iterative method, order of convergence

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Puji syukur kita panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Penentuan Akar Persamaan Non Linier Menggunakan Metode Iterasi Tanpa Mengitung Turunan yang Lebih Tinggi”**. Selanjutnya, shalawat beserta salam untuk Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi seluruh umat.

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka penyelesaian kuliah tingkat Sarjana (S1) dan memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.

Dalam penulisan skripsi ini, penulis banyak menerima bantuan serta dukungan berupa nasihat, bimbingan, dan semangat dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Muhammad Subhan, M.Si, dosen pembimbing skripsi sekaligus pembimbing akademik.
2. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si dan Ibu Meira Parma Dewi, S.Si, M.Kom, dosen penguji.
3. Bapak Dr. Suherman, S.Pd, M.Si, Kepala Departemen Matematika Universitas Negeri Padang.
4. Ibu Dr. Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc, Koordinator Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang beserta Bapak dan Ibu dosen matematika UNP.

5. Kedua orang tua saya tercinta Bapak Olpa dan Ibu Elda Maisis. B yang selalu memberikan do'a, semangat, dan dukungan baik moril ataupun materiil.
6. Rekan-rekan seperjuangan mahasiswa Program Studi Matematika angkatan 2020 Universitas Negeri Padang terkhusus teman-teman kelas Matematika Internasional 2020 dan rekan-rekan Badan Eksekutif Mahasiswa Keluarga Mahasiswa Universitas Negeri Padang Kabinet Suar Aksara Periode 2023-2024 yang telah memberikan dukungan, motivasi dan semangat.
7. Semua pihak yang telah membantu dalam proses penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga segala kebaikan dan pertolongan dari semua pihak yang terlibat diatas mendapatkan berkah dari Allah SWT. Dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini, penulis sepenuhnya menyadari bahwa masih terdapat kekurangan dalam skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak untuk kesempurnaan skripsi ini. Harapan penulis agar skripsi ini dapat bermanfaat bagi yang membacanya. Amiin.

Padang, 31 Juli 2024

Danisa Alzura Olpelda
NIM. 20030032

DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	i
ABSTRACT.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	v
DAFTAR GAMBAR.....	vi
DAFTAR TABEL.....	vii
DAFTAR LAMPIRAN.....	viii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Batasan Masalah.....	4
C. Perumusan Masalah.....	4
D. Pertanyaan Penelitian.....	4
E. Tujuan Penelitian.....	5
F. Manfaat Penelitian.....	5
G. Metode Penelitian.....	6
BAB II KAJIAN TEORI.....	8
A. Persamaan Non Linier.....	8
B. Algoritma.....	10
C. Deret Taylor.....	13
D. Metode Numerik.....	14
E. Pecahan Kontinu Thiele.....	33
F. Algoritma Viscovatov.....	35
BAB III PEMBAHASAN.....	39
A. Pembentukan Formula Metode Iterasi.....	39
B. Analisis Konvergensi.....	49
C. Algoritma Metode Iterasi.....	74
D. Contoh Permasalahan.....	76
BAB IV PENUTUP.....	81
A. Kesimpulan.....	81
DAFTAR PUSTAKA.....	83
LAMPIRAN.....	85

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Prinsip Algoritma.....	10
2. Flowchart Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi	75
3. Grafik Fungsi $f(x) = \frac{\sin(x^3-x)+e^{\frac{x}{2}}-x^4+4}{x^2+1}$	78

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Simbol pada <i>flowchart</i>	12
2. Perbandingan hasil numerik dalam mencari akar persamaan dengan tebakan awal $x_0 = 5.3$ dengan $f(x) = (3x + 5)^3 - 8$	77
3. Perbandingan galat mutlak dalam mencari akar persamaan dengan tebakan awal $x_0 = 5.3$ dengan $f(x) = (3x + 5)^3 - 8$	77
4. Perbandingan hasil numerik dalam mencari akar persamaan dengan tebakan awal $x_0 = 1.0$ untuk $f(x) = \frac{\sin(x^3 - x) + e^{\frac{x}{2}} - x^4 + 4}{x^2 + 1}$	79
5. Perbandingan hasil numerik dari Modifikasi Metode Householder dan Metode Iterasi Tanpa Turunan Tinggi	79

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Program Maple Metode Newton.....	85
2. Program Maple Metode Halley.....	88
3. Program Maple Modifikasi Metode Householder	91
4. Program Maple Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi.	95
5. Program Maple Perhitungan Analisis Konvergen	99

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Dengan berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi memberikan banyak pemikiran tentang bagaimana penyelesaian berbagai permasalahan yang muncul. Dalam perkembangan tersebut, matematika sebagai ilmu pasti juga telah banyak memberikan sumbangan besar dalam pemecahan masalah. Matematika tidak hanya dikenal untuk menghitung saja tetapi juga dapat menyelesaikan masalah-masalah di dunia nyata dengan cara memodelkan masalah-masalah tersebut menjadi model dalam bentuk matematis. Sehingga dapat dicari solusi dari masalah-masalah kompleks agar dapat diselesaikan dengan cara yang lebih sederhana lagi, baik dikerjakan secara analitik ataupun numerik.

Akan tetapi, permasalahan yang muncul di dunia nyata seringkali berbentuk persamaan nonlinier dengan proses yang relatif lebih kompleks, dan akibatnya penyelesaian secara analitik menjadi terbatas. Karena metode analitik tidak dapat digunakan lagi, maka solusi dari persamaan nonlinier tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode numerik.

Metode numerik merupakan metode yang mana untuk menyelesaikan permasalahan numeriknya dilakukan perhitungan komputasi secara berulang-ulang hingga pada akhirnya diperoleh hasil perkiraan yang mendekati hasil eksak (Santoso, 2011). Beberapa metode numerik yang ada untuk menentukan akar persamaan non linier adalah Metode Bagi Dua, Metode Posisi Palsu, Metode

Newton, Metode Secant, Metode Halley dan metode lainnya. Masing-masing metode memiliki karakteristik, kelebihan dan kekurangannya tersendiri. Metode Bagi Dua memiliki karakteristik yang terletak pada fungsi yang kontinu, memiliki metode yang sangat sederhana namun konvergennya lambat (Munir, 2021). Sedangkan Metode Newton memiliki karakteristik menggunakan konsep garis singgung dimana turunan pertamanya tidak boleh sama dengan nol, sehingga kekonvergenannya tidak dapat dijamin karena tidak menggunakan pengurung akar seperti Metode Bagi Dua (Gutierrez & Hernandez, 2001). Lalu Metode Secant merupakan metode yang diperoleh dari Metode Newton namun menghindari turunan dari fungsi, sehingga memiliki kekonvergenan yang lebih lambat dibandingkan dengan Metode Newton (Munir, 2021).

Beberapa tahun terakhir ini, banyak metode numerik iteratif tingkat tinggi telah dikembangkan untuk memecahkan masalah pencarian akar persamaan nonlinier. Dimana algoritma iteratif dalam mencari akar persamaan non linier merupakan subjek yang menarik untuk diteliti, karena pentingnya topik tersebut dalam analisis numerik. Salah satu metode iterasi yang sangat populer digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier adalah Metode Newton yang memiliki orde konvergensi dua atau kuadratik dengan bentuk umum sebagai berikut:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \text{ dengan } f'(x_k) \neq 0 \text{ dan } k = 0, 1, 2, \dots$$

Metode Newton diatas melakukan satu langkah iterasi untuk mendekati solusi. Namun, Traub mendefinisikan metode iterasi dua langkah Newton untuk meningkatkan kecepatan konvergensinya seperti berikut:

$$y_k = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)},$$

$$x_{k+1} = y_k - \frac{f(y_k)}{f'(y_k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

(Traub, 1964)

Metode dua langkah Newton diatas memiliki orde konvergensi empat. Namun, metode iteratif diatas bergantung pada turunan pertama di titik x_k dan titik lainnya y_k . Hal tersebut tentu dapat menghabiskan lebih banyak waktu untuk penerapan metode dua langkah Newton. Selain itu, metode dua langkah memerlukan dua evaluasi fungsi dan dua evaluasi turunan pertama per iterasinya. Jadi, untuk mengurangi jumlah total evaluasi fungsi baru (nilai f dan turunannya f') per iterasi dan untuk menjaga urutan konvergensi membentuk suatu metode iteratif baru yang lebih efisien sangat diperlukan dalam hal ini (S. Li, 2019).

Metode iterasi dengan menghilangkan turunan kedua ini sebelumnya telah banyak diteliti oleh para peneliti dengan mengaproksimasikan $f''(x_n)$ menggunakan berbagai cara. Sebagaimana yang dilakukan oleh (Kou et al., 2006) mereduksi turunan kedua pada metode Chebyshev-type dengan menggunakan selisih terbagi, (Chun, 2007) mereduksi turunan kedua pada metode varian Chebyshev-Halley dengan menggunakan selisih terbagi, (Y. Li et al., 2010) juga mereduksi turunan kedua pada metode varian baru Chebyshev-Halley dengan menggunakan selisih terbagi, (Noor et al., 2007) mereduksi turunan kedua pada metode Halley baru yang dimodifikasi dengan menggunakan ekspansi deret Taylor, (Noor, 2007) mereduksi turunan kedua pada modifikasi metode

Householder dengan menggunakan ekspansi deret Taylor, (Zhou, 2008) mereduksi turunan kedua pada metode Chebyshev-Halley dengan menggunakan persamaan hiperbola.

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, dilakukan penelitian yang membahas penggunaan metode iterasi baru tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi dari sebuah fungsi. Oleh karena itu, penelitian ini diberikan judul **“Penentuan Akar Persamaan Non Linear Menggunakan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan Yang Lebih Tinggi”**.

B. Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka masalah pada penelitian ini dibatasi pada persamaan yang digunakan, yaitu persamaan non linier satu variabel dan akar persamaannya berupa bilangan riil.

C. Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dipaparkan diatas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimana menentukan akar persamaan non linier dengan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi?”.

D. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka pertanyaan penelitian pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pembentukan formula dari metode iterasi untuk menyelesaikan persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi?

2. Bagaimana orde kekonvergenan dari metode iterasi untuk menyelesaikan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi?
3. Bagaimana algoritma dari metode iterasi untuk menyelesaikan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi?

E. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian yang ingin dicapai oleh peneliti pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membentuk formula metode iterasi untuk penentuan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi.
2. Mengetahui tingkat kekonvergenan pada metode iterasi untuk penentuan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi.
3. Membuat algoritma dari metode iterasi untuk penentuan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang ingin dicapai oleh peneliti pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi peneliti dapat menambah wawasan tentang cara pencarian akar persamaan non linier terutama menggunakan Metode Iterasi Tanpa Menghitung Turunan yang Lebih Tinggi.
2. Memberikan kontribusi terhadap pengembangan matematika dan tambahan pengetahuan di bidang matematika, terutama di bidang metode numerik.

3. Dapat digunakan sebagai referensi untuk pengembangan metode lain dalam permasalahan persamaan non linier.

G. Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan adalah penelitian dasar dengan mengumpulkan berbagai informasi terhadap materi-materi yang berkaitan dengan permasalahan dalam menentukan akar-akar persamaan non linier yang diperoleh dari beberapa buku, jurnal, literatur, dan sumber-sumber lainnya yang dapat diperoleh dari internet.

Adapun langkah-langkah dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membaca dan mempelajari literatur mengenai persamaan non linier, algoritma, serta metode numerik dalam menentukan akar dari persamaan non linier.
2. Mengkaji prinsip dari Metode Newton, Metode Halley, dan Modifikasi Metode Householder dalam menentukan akar dari persamaan non linier.
3. Menelaah proses pembentukan formula metode iterasi baru dalam penentuan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi.
4. Menganalisis orde kekonvergenan metode iterasi baru dalam penentuan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi.
5. Menyusun algoritma dalam bentuk diagram alir dari metode iterasi baru dalam penentuan akar persamaan non linier tanpa menghitung turunan yang lebih tinggi.
6. Menerapkan algoritma dari metode iterasi baru ke dalam program Maple 17.

7. Melakukan simulasi numerik untuk beberapa persamaan non linier serta membandingkan hasilnya dengan Metode Newton, Metode Halley dan Modifikasi Metode Householder menggunakan bantuan program Maple 17.
8. Menarik kesimpulan dari hasil penelitian yang telah diperoleh.