

**MATRIKS *SKEW*-SIMETRIS DAN SIFAT-SIFATNYA**

**SKRIPSI**

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar  
Sarjana Sains*



**Oleh:**

**WIRDATUL HASANAH  
NIM. 20030020/2020**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2024**

## PERSETUJUAN SKRIPSI

### MATRIKS *SKEW*-SIMETRIS DAN SIFAT-SIFATNYA

Nama : Wirdatul Hasanah  
NIM : 20030020  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 25 Juni 2024

Disetujui oleh,

Pembimbing



Drs. Yusmet Rizal, M.Si  
NIP.196801211993031011

## PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Wirdatul Hasanah  
NIM : 20030020  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

### MATRIKS *SKEW*-SIMETRIS DAN SIFAT-SIFATNYA

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Padang

Padang, 25 Juni 2024

Tim Penguji

	Nama
Ketua	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si
Anggota	: Muhammad Subhan, M.Si
Anggota	: Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc

Tanda Tangan



## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT


Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Wirdatul Hasanah  
NIM : 20030020  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul “**Matriks *Skew-simetris* dan Sifat-sifatnya**” adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 25 Juni 2024

 Diketahui oleh,  
Ketua Departemen Matematika,



Dr. Suherman, S.Pd, M.Si  
NIP. 196808301999031002

Saya yang menyatakan,



METERA  
TEMPEL  
E1A2EALX240757836

Wirdatul Hasanah  
NIM. 200300020

# Matriks *Skew*-simetris dan Sifat-sifatnya

Wirdatul Hasanah

## ABSTRAK

Matriks adalah susunan bilangan-bilangan berbentuk persegi panjang yang terdiri atas baris dan kolom, dimana bilangan-bilangan dalam susunan disebut entri. Matriks *skew*-simetris adalah matriks bujur sangkar yang elemen-elemen pada baris dan kolom yang sama bernilai berlawanan tanda, yaitu  $A^T = -A$ . Matriks *skew*-simetris dapat dikaitkan dengan sifat-sifat matriks pada umumnya. Pada penelitian ini akan ditentukan sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris.

Penelitian ini merupakan penelitian teoritis melalui studi kepustakaan. Tujuan dari penelitian ini untuk mengetahui sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris. Konsep yang akan dibahas pada penelitian ini adalah bagaimana sifat-sifat matriks *skew*-simetris terkait dengan penjumlahan matriks dan perkalian skalar, menentukan nilai determinan dari matriks *skew*-simetris, menentukan nilai eigen dari matriks *skew*-simetris, matriks nonsingular dan matriks ortogonal yang terkait dengan matriks *skew*-simetris.

Hasil dari penelitian ini menyimpulkan beberapa sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris yang menunjukkan bahwa apabila matriks *skew*-simetris dengan ukuran yang sama dikalikan dengan skalar sebarang serta dijumlahkan sesama matriks *skew*-simetris akan menghasilkan matriks *skew*-simetris serta menghasilkan determinan nol dan nilai eigen nol atau imajiner.

Kata Kunci: Matriks *skew*-simetris, Nilai Eigen, Determinan

# Skew-symmetric Matrices and Their Properties

Wirdatul Hasanah

## ABSTRACT

A matrix is a rectangular arrangement of numbers consisting of rows and columns, where the numbers in the arrangement are called entries. A skew-symmetric matrix is a square matrix whose elements in the same row and column are opposite signs, i.e.  $A^T = -A$ . Skew-symmetric matrices can be related to the properties of matrices in general. In this study, the properties of skew-symmetric matrices will be determined.

This research is a theoretical research through literature study. The purpose of this research is to find out the properties of the skew-symmetric matrix. The concepts that will be discussed in this research are how the properties of skew-symmetric matrices are related to matrix addition and scalar multiplication, determining the determinant value of the skew-symmetric matrix, determining the eigenvalue of the skew-symmetric matrix, nonsingular matrix and orthogonal matrix associated with the skew-symmetric matrix.

The results of this research conclude that several properties of skew-symmetric matrices show that if a Skew-symmetric matrix of the same size is multiplied by an arbitrary scalar and added together with other skew-symmetric matrices, it will produce a skew-symmetric matrix and produce zero determinant and zero eigenvalues or imaginary.

Keywords: Skew-symmetric Matrix, Eigen Values, Determinants

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT berkat rahmat, hidayah, dan karunia-Nya kepada kita semua sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “**Matriks *Skew-simetris* dan Sifat-sifatnya**”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.

Penulis menyadari dalam penyusunan skripsi ini tidak akan selesai tanpa bantuan dari berbagai pihak. Karena itu pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M. Si., dosen pembimbing skripsi sekaligus dosen pembimbing akademik yang telah banyak memberikan bantuan dan bimbingan dalam penulisan skripsi ini.
2. Bapak Muhammad Subhan, M.Si. dan Ibu Rara Sandhy Winanda, S.Pd., M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan arahan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Devni Prima Sari, S.Si.,M.Sc selaku Ketua Prodi Matematika
4. Bapak Dr. Suherman, S.Pd, M.Si., selaku Kepala Departemen Matematika FMIPA, Universitas Negeri Padang.
5. Bapak dan Ibu dosen Departemen Matematika FMIPA UNP yang telah membimbing selama menuntut ilmu.
6. Kepada Ayahanda Nasrizal dan Ibunda Marnis yang tidak pernah putus untuk memberikan doa dan semangat kepada saya sehingga saya bisa menyelesaikan skripsi ini.

7. Rekan-rekan seperjuangan mahasiswa matematika inter 2020 FMIPA Universitas Negeri Padang yang telah memberikan dukungan kepada penulis.
8. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini yang tidak dapat peneliti sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari skripsi ini tidak luput dari berbagai kekurangan. Penulis mengharapkan saran dan kritik demi kesempurnaan dan perbaikannya sehingga akhirnya skripsi ini dapat memberikan manfaat dan dipergunakan sebagaimana mestinya serta dapat menjadi pedoman bagi peneliti selanjutnya. Atas perhatiannya penulis ucapkan terima kasih.

Padang, Juni 2024

**Wirdatul Hasanah**



## DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK.....	i
ABSTRACT.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	v
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Rumusan Masalah .....	4
C. Pertanyaan Penelitian .....	4
D. Tujuan Penelitian.....	4
E. Manfaat Penelitian.....	5
BAB II KAJIAN TEORI.....	6
A. Matriks .....	6
B. Transpos pada Matriks .....	10
C. Jenis-jenis Matriks.....	12
D. Invers pada Matriks .....	15
E. Determinan .....	18
F. Nilai Eigen dan Vektor Eigen .....	24
G. Bilangan kompleks .....	27
H. Norm dan Hasil Kali Dalam .....	27
I. Matriks Ortogonal dan matriks Normal .....	32
J. Matriks <i>Skew</i> -simetris .....	33
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	36
BAB IV PEMBAHASAN.....	37
BAB V PENUTUP.....	56
A. Kesimpulan.....	56
B. Saran.....	57
DAFTAR PUSTAKA .....	58

# BABI

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Matematika adalah ilmu pengetahuan yang memegang peran penting bagi ilmu lainnya. Matematika dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah melalui persamaan atau perhitungan, serta berfungsi untuk menyederhanakan penyajian informasi sehingga lebih mudah dipahami, dianalisis, dan dipecahkan. Matematika merupakan ilmu pasti yang mengkaji abstraksi ruang, waktu, dan angka, serta mendeskripsikan realita alam semesta dalam bahasa simbol, memudahkan pemahaman terhadap permasalahan dalam dunia nyata. Faktanya, konsep-konsep matematika melibatkan bidang seperti aljabar, matematika terapan, logika, analisis, statistik, dan lainnya (Aziz & Abdusysyakin, 2006).

Aljabar adalah cabang utama matematika yang memberikan manfaat besar dalam pemecahan masalah sehari-hari. Aljabar terbagi menjadi aljabar abstrak dan aljabar linier (Aziz & Abdusysyakin, 2006). Aljabar abstrak adalah bagian dari matematika yang mengkaji struktur aljabar seperti *grup*, *ring*, *field* dan *modul*. Aljabar abstrak membahas himpunan dan operasinya, dengan fokus pada objek-objek abstrak yang dinyatakan dalam simbol-simbol (Nugroho, 2017).

Aljabar linier merupakan cabang matematika yang mempelajari vektor, pemetaan linier, dan matriks. Matriks merupakan salah satu topik dalam aljabar yang mempelajari tentang kumpulan bilangan atau simbol yang disusun dalam baris dan kolom. Arthur Cayley adalah seorang matematikawan berkebangsaan Inggris yang pertama kali memperkenalkan gagasan matriks pada tahun 1859. Cayley mendefinisikan matriks sebagai kumpulan bilangan yang disusun dalam baris dan

kolom, dan memperkenalkan berbagai operasi matriks, seperti penjumlahan, perkalian, dan transpos.

Matriks adalah susunan bilangan-bilangan berbentuk persegi panjang yang terdiri atas baris dan kolom, dimana bilangan-bilangan dalam susunan disebut entri (Anton & Rorres, 2013). Nama sebuah matriks menggunakan huruf kapital seperti  $A, B, C, X, Y, Z, T$ , dan lain-lain. Matriks dapat diklasifikasikan berdasarkan ukuran dan sifatnya. Berdasarkan ukurannya, matriks dapat dibedakan menjadi dua, yaitu matriks bujur sangkar dan matriks tak bujur sangkar. Matriks bujur sangkar adalah matriks yang jumlah barisnya sama dengan jumlah kolomnya. Sedangkan matriks tak bujur sangkar adalah matriks yang jumlah barisnya tidak sama dengan jumlah kolomnya. Dilihat dari sifatnya, matriks bujur sangkar dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, salah satunya adalah matriks simetris dan matriks *skew*-simetris. Matriks simetris adalah matriks bujur sangkar yang elemen-elemen pada baris dan kolom yang sama bernilai sama. Sedangkan matriks *skew*-simetris adalah matriks bujur sangkar yang elemen-elemen pada baris dan kolom yang sama bernilai berlawanan tanda.

Misalkan  $A$  adalah suatu matriks bujur sangkar, matriks  $A$  dikatakan simetris jika  $A^T = A$ , ekuivalennya,  $A = [a_{ij}]$  simetris jika entri-entri simetris adalah sama yaitu jika  $a_{ij} = a_{ji}$  (Lipschutz & Lipson, 2009). Sedangkan dikatakan matriks *skew*-simetris jika  $A^T = -A$ , ekuivalennya jika  $a_{ij} = -a_{ji}$  dengan diagonal entri nya harus nol karena  $a_{ii} = -a_{ii}$  yang disederhanakan  $a_{ii} = 0$ , dimana entri-entri pada baris  $i = 1, \dots, m$  dan kolom  $j = 1, \dots, n$ . Matriks *skew*-simetris disebut juga dengan matriks anti simetris atau matriks simetris miring (Lipschutz & Lipson, 2009).

Seperti pada umumnya matriks, matriks *skew*-simetris juga dapat dikaitkan dengan sifat-sifat matriks yaitu penjumlahan dan perkalian matriks, determinan, nilai eigen, serta pengaruh terhadap matriks nonsingular, dan matriks ortogonal. Matriks *skew*-simetris menjadi bagian penting dari teori matriks dan aljabar linier. Memahami sifatnya membantu dalam mengembangkan struktur dan sifat-sifat khusus dari matriks tersebut. Mengetahui sifat-sifat dari matriks *skew*-Simetris sangat berguna dalam penyelesaian matematika agar lebih sederhana, terutama dalam kasus pemecahan sistem persamaan linear yang melibatkan matriks (Anton & Rorres, 2013). Merujuk pada penelitian yang dilakukan Putri Nisa Pratiwi dan Sylviani dengan judul “Implementasi matriks *skew*-simetris dalam metode kriptografi *affine-hill Cipher*” yang menggunakan matriks *skew*-simetris dalam proses mengkonstruksi *key matrix* (Pratiwi & Sylviani, 2023). Hal ini menunjukkan bahwa matriks *skew*-simetris banyak digunakan dalam penyelesaian pada beberapa metode dalam penelitian. Maka dari itu, untuk mempermudah dalam langkah pengerjaannya perlu diketahui sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris. Dalam hal ini menunjukkan pentingnya mengetahui sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris. Permasalahan utama dari matriks bujur sangkar adalah bagaimana menentukan sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris dengan mengkaitkan sifat-sifat matriks pada umumnya.

Berdasarkan pernyataan di atas peneliti tertarik dalam membahas bagaimana sifat-sifat dari matriks  $A$  terkait penjumlahan matriks dan perkalian skalar, nilai determinan dari matriks *skew*-simetris, nilai eigen dari matriks *skew*-simetris, matriks nonsingular yang terkait dengan matriks *skew*-simetris, dan matriks

ortogonal yang terkait dengan matriks *skew*-simetris. Oleh karena itu, penelitian ini diberi judul “**Matriks *Skew*-simetris dan Sifat-sifatnya**”.

### **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang sudah dijelaskan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimana matriks *skew*-simetris dan sifat-sifatnya?”.

### **C. Pertanyaan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah, pendekatan yang digunakan dalam menjawab permasalahan yang diteliti mengenai matriks *skew*-simetris dan sifat-sifatnya dengan melakukan studi kepustakaan. Pertanyaan pada penelitian ini adalah “Bagaimana sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris terkait dengan penjumlahan dan perkalian skalar, nilai determinan matriks *skew*-simetris, nilai eigen matriks *skew*-simetris, serta matriks nonsingular dan ortogonal yang terkait dengan matriks *skew*-simetris?”

### **D. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan permasalahan yang diajukan di atas maka tujuan yang hendak dicapai dari penelitian ini adalah untuk menganalisis sifat-sifat dari matriks *skew*-simetris terkait dengan penjumlahan matriks dan perkalian skalar, menentukan nilai determinan dari matriks *skew*-simetris, menentukan nilai eigen dari matriks *skew*-simetris, matriks nonsingular dan matriks ortogonal yang terkait dengan matriks *skew*-simetris.

### **E. Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat penelitian yang diajukan adalah :

1. Bagi peneliti, digunakan untuk menambah pengetahuan, wawasan dan pemahaman materi serta menerapkan ilmu dan teori yang telah dipelajari di perkuliahan dalam penelitian ini terkhususnya teori sifat sifat matriks *skew-simetris*.
2. Bagi peneliti selanjutnya, hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan pembelajaran, memberikan informasi lebih, dan menambah wawasan serta masukan terkhusus bagi teori mengenai sifat-sifat matriks *skew-simetris*.
3. Bagi lembaga pendidikan, hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan referensi tambahan bagi pengajar akademik dan sebagai kajian lebih lanjut untuk mahasiswa.