

**SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA ORDE TIGA NON
LINEAR DENGAN METODE DEKOMPOSISI SUMUDU**

SKRIPSI

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar
Sarjana Sains*



Oleh:
RIZKY HAMDANIH
NIM. 15030052/2015

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2019

PERSETUJUAN SKRIPSI

SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA ORDE TIGA NON LINEAR DENGAN METODE DEKOMPOSISI SUMUDU

Nama : Rizky Hamdanih
NIM : 15030052
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 16 Agustus 2019

Disetujui Oleh:
Pembimbing



Riry Sriningsih, M.Sc
NIP. 19830426 200812 2 003

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Rizky Hamdanih
NIM : 15030052
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA ORDE TIGA NON LINEAR DENGAN METODE DEKOMPOSISI SUMUDU


Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

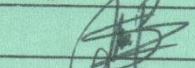
Padang, 16 Agustus 2019

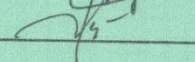
Tim Penguji

	Nama
Ketua	: Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc
Anggota	: Dra. Media Rosha, M.Si
Anggota	: Drs. H. Yarman, M.Pd

Tanda Tangan







SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

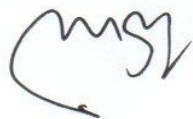
Nama : Rizky Hamdanih
NIM : 15030052
Program Studi : Matematika
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul **“Solusi Persamaan Diferensial Biasa Orde Tiga Non Linear dengan Metode Dekomposisi Sumudu”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, Agustus 2019

Diketahui oleh,
Ketua Jurusan Matematika,



Muhammad Subhan, M.Si
NIP. 19701126 199903 1 002

Saya yang menyatakan,




Rizky Hamdanih
NIM. 15030052

Solusi Persamaan Diferensial Biasa Orde Tiga Non Linear dengan Metode Dekomposisi Sumudu

Rizky Hamdanih

ABSTRAK

Persamaan diferensial biasa adalah suatu persamaan diferensial yang memuat turunan-turunan biasa dari suatu variabel terikat terhadap satu variabel bebas. Berdasarkan ordenya, persamaan diferensial biasa terbagi atas persamaan diferensial biasa orde satu, orde dua, sampai orde n . Orde (tingkat) dari persamaan diferensial adalah orde dari turunan tertinggi yang terdapat dalam persamaan diferensial. Berdasarkan kelinearannya, persamaan diferensial biasa terbagi atas dua yaitu persamaan diferensial biasa linear dan persamaan diferensial biasa non linear. Banyak permasalahan yang melibatkan persamaan diferensial biasa linear namun pada kenyataannya justru permasalahan persamaan diferensial biasa non linear banyak terjadi. Tujuan penelitian yang akan dicapai yaitu mengetahui langkah-langkah penyelesaian persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu dan mendapatkan solusi akhir yang berupa deret.

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian dasar (teoritis) yang dilakukan dengan membahas teori-teori persamaan diferensial biasa orde tiga non linear. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode dekomposisi Sumudu. Metode dekomposisi Sumudu merupakan gabungan dari transformasi Sumudu dan metode dekomposisi yang melibatkan polinomial Adomian.

Langkah-Langkah yang diterapkan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa orde tiga non linear antara lain: mengaplikasikan transformasi Sumudu pada persamaan diferensial biasa orde tiga non linear, mensubstitusikan nilai awal yang diketahui, mengaplikasikan invers transformasi Sumudu, dan menerapkan polinomial Adomian. Karena menggunakan polinomial Adomian maka solusi akhir yang didapatkan dari pengaplikasian persamaan diferensial biasa orde tiga non linear yaitu berupa solusi deret.

Kata Kunci: PDB Non Linear, Transformasi Sumudu, Polinomial Adomian, Metode Dekomposisi Sumudu

Solution of the Third Order Non Linear Ordinary Differential Equation with the Sumudu Decomposition Method

RizkyHamdanih

ABSTRACT

Ordinary differential equation is a differential equation involving the derivatives of one or more dependent variables with respect to a single independent variables. Based on order, ordinary differential equation is divided into first order, second order, third order, until n order differential equations. The order of differential equation is the order of the highest ordered derivatives involved in a differential equation. Based on linearity, ordinary differential equations is divided into two, namely linear ordinary differential equations and non linear ordinary differential equations. Many problems involved linear ordinary differential equations, but in reality, the problems of non linear ordinary differential equations occur. The research goal is to be achieved to know the steps of solving non linear ordinary differential equations with the Sumudu decomposition method and obtain a final solution in the form of a series solution.

The research conducted is basic research (theoretical) to discuss the theories of the third order non linear ordinary differential equation. The method can be used in this research is the Sumudu decomposition method. This research begins by studying and discussing about theories related to the Sumudu decomposition which involved the Sumudu transform and Adomian polynomial. Then, applied the Sumudu decomposition method to the third order non linear differential equation.

The steps applied to complete the third order non linear ordinary differential equation included: applying the Sumudu transformation to the usual third order non linear ordinary differential equation, substituting the initial value supported, applying the inverse Sumudu transformation, and using Adomian polynomial. Because using Adomian polynomial, we got the final goal solution has obtained from the application of the third order non linear differential equation is a series solution.

Keywords: ODE Non Linear, Sumudu Transform, Adomian Polynomial, Sumudu Decomposition Method

KATA PENGANTAR



Alhamdulillah rabbil ‘alamin segala puji dan syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini yang berjudul **“Solusi Persamaan Diferensial Biasa Orde Tiga Non Linear dengan Metode Dekomposisi Sumudu”**. Selanjutnya, shalawat beserta salam untuk nabi Muhammad S.A.W sebagai suri tauladan bagi seluruh umat.

Penulisan skripsi ini dimaksud untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam rangka penyelesaian kuliah tingkat sarjana di Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang. Dalam penelitian ini, ada banyak tantangan yang penulis hadapi, walaupun demikian pada akhirnya skripsi ini dapat untuk diselesaikan. Berkat do’a dari kedua orang tua penulis dan juga bimbingan, motivasi, do’a, saran, bantuan, serta dukungan dari berbagai pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Oleh karena itu, dalam kesempatan kali ini dengan segala kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Riry Sriningsih, S.Si, M.Sc. Pembimbing dan Penasehat Akademik.
2. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si. Penguji, sekaligus Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang.
3. Bapak Drs. Yarman, M. Pd. Penguji.
4. Bapak Muhammad Subhan, M.Si. Ketua Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang.
5. Kepada Bapak & Ibu Dosen Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan

Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang.

6. Segenap karyawan dan laboran Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang.
7. Teman-teman seperjuangan Program Studi Matematika angkatan 2015 yang turut serta membantu dan mendukung penulis dalam penyelesaian skripsi ini.

Semoga bantuan dan bimbingan yang telah diberikan kepada penulis dapat menjadi amal ibadah di sisi-Nya. Penulis telah berusaha dengan sungguh-sungguh untuk menyelesaikan penelitian ini, namun tak ada gading yang tak retak begitu juga dengan karya ini yang belum mencapai kata sempurna dalam penulisannya. Dengan demikian penulis berharap karya ini dapat bermanfaat bagi penulis dan menambah khasanah ilmu pengetahuan kita semua.

Padang, Agustus 2019

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR LAMPIRAN	vii
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	4
C. Pertanyaan Penelitian	4
D. Tujuan Penelitian	5
E. Metode Penelitian	5
F. Manfaat Penelitian	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
A. Persamaan Diferensial	7
B. Persamaan Diferensial Biasa	7
C. Persamaan Diferensial Biasa Linear	9
D. Persamaan Diferensial Biasa Non Linear	10
E. Masalah Nilai Awal	10
F. Deret	11
1. Deret Tak Hingga	11
2. Deret Pangkat	11
3. Deret Pangkat Dalam $x - a$	12
4. Deret Taylor	12
G. Transformasi Sumudu	15
1. Transformasi Sumudu dari Sebuah Fungsi	16
1. Sifat-Sifat Transformasi Sumudu	17
2. Invers Transformasi Sumudu	18
H. Dekomposisi Adomian	21
I. Dekomposisi Sumudu	23
BAB III PEMBAHASAN	
A. Langkah Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Orde Tiga Non Linear dengan Metode Dekomposisi Sumudu	26

B. Aplikasi Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Orde Tiga Non Linear dengan Menggunakan Dekomposisi Sumudu	28
1. Kasus Fungsi Polinomial	28
2. Kasus Fungsi Trigonometri	31
3. Kasus Fungsi Eksponen dan Polinomial	37
BAB IV PENUTUP	
A. Kesimpulan	42
B. Saran	43
DAFTAR PUSTAKA	44
LAMPIRAN	46

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Pembuktian Fungsi $\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	46
2. Pembuktian Fungsi $\cos at$	49
3. Pembuktian Teorema Transformasi Sumudu	52

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memuat turunan-turunan dari suatu variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas (Ross, 1989: 1). Persamaan diferensial banyak digunakan dalam ilmu matematika terapan dan ilmu lainnya. Persamaan diferensial berdasarkan jumlah variabel bebasnya terbagi atas dua yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

Persamaan diferensial biasa adalah suatu persamaan diferensial yang memuat turunan biasa dari suatu variabel terikat terhadap satu variabel bebas (Ross, 1989: 2). Persamaan diferensial biasa sering digunakan dalam berbagai kondisi seperti dalam bidang *engineering* contohnya hukum Newton II tentang gerak, dalam bidang elektronika contohnya pada rangkaian RLC, dan dalam bidang Arkeologi contohnya pada peluruhan zat radioaktif. Banyak matematikawan ternama yang telah memberikan sumbangan ilmu terhadap bidang studi ini, antara lain Isaac Newton, Gottfried Leibniz, Brook Taylor, Daniel Bernoulli, Riccati, Clairaut, d'Alembert, dan Euler. Berikut akan diberikan contoh persamaan diferensial biasa:

$$y''' - 3y'' + x^2y = 5x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$$

Berdasarkan ordenya, persamaan diferensial biasa terbagi atas persamaan diferensial biasa orde satu, orde dua, orde tiga sampai orde n. Menurut Ross (1989: 3), orde (tingkat) dari persamaan diferensial adalah orde dari turunan tertinggi yang terdapat dalam persamaan diferensial.

Berdasarkan kelinearannya persamaan diferensial biasa terbagi atas dua yaitu linear dan non linear. Menurut Ross (1989: 3), persamaan diferensial biasa non linear adalah persamaan diferensial biasa yang tak linear. Banyak permasalahan yang sering terjadi melibatkan persamaan diferensial biasa linear namun pada kenyataannya justru permasalahan persamaan diferensial biasa non linear juga banyak terjadi. Sebagai contoh:

$$\frac{d^3y}{dt^3} = y^2 + e^y$$

Persamaan di atas merupakan persamaan diferensial biasa orde tiga non linear. Permasalahan tersebut sulit dikerjakan secara analitik. Oleh karena itu, untuk menyelesaikannya dapat digunakan suatu metode yang bisa mendapatkan solusi dari persamaan diferensial biasa orde tiga non linear tersebut. Adapun cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya yaitu dengan menggunakan metode dekomposisi Sumudu.

Metode Dekomposisi Sumudu atau yang dapat disingkat dengan MDS di perkenalkan pertama kali oleh Gamake K. Watugala yang diterapkan pada persamaan diferensial non linear baik persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial tanpa harus melakukan linearisasi. Dekomposisi Sumudu merupakan alternatif dari sekian banyak alternatif lainnya untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa non linear. Dekomposisi Sumudu merupakan gabungan dari metode transformasi Sumudu dan dekomposisi yang

melibatkan polinomial Adomian. Gabungan itu terletak pada penyelesaian persamaan yang menggunakan keduanya.

Metode tersebut terlebih dahulu mengaplikasikan transformasi Sumudu pada suatu persamaan diferensial non linear. Setelah itu, mengasumsikan solusi tersebut sebagai deret tak hingga. Kemudian, pada bentuk non linear digunakan polinomial Adomian untuk mencari solusi dari persamaan diferensial biasa non linear.

Mahanani (2016: 104) menyatakan bahwa metode dekomposisi Sumudu merupakan pengembangan dari metode dekomposisi yang menerapkan transformasi Sumudu sebagai langkah penyelesaian untuk bagian linear dari suatu persamaan diferensial non linear, serta menerapkan polinomial Adomian sebagai langkah penyelesaian untuk bagian non linearnya. Metode tersebut efektif untuk mencari solusi eksak persamaan diferensial non linear baik persamaan diferensial biasa maupun parsial.

Terdapat beberapa peneliti yang telah mengkaji permasalahan ini dengan menggunakan metode dekomposisi Sumudu antara lain, Desi Efiyanti (2016) melakukan penelitian tentang “Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Orde Dua Non Linear dengan Metode Dekomposisi Sumudu” yang menerapkannya pada persamaan diferensial biasa $\frac{d^2y}{dt^2} + (1-t)\frac{dy}{dt} - y = 2y^3$ dengan nilai awal $y(0) = 1, y'(0) = 1$ diperoleh solusi yaitu $y(t) = 1 + t + t^2 + t^3 + t^4 + \dots$, Hasan Eltayeb (2017) melakukan penelitian tentang “*Sumudu Decomposition Method For Solving Fractional Delay Differential Equations*” yang menerapkannya pada persamaan diferensial biasa $y'(t) = 1 - 2y^2\left(\frac{t}{2}\right), 0 \leq t \leq 1$ dengan nilai awal $y(0) = 0$ diperoleh solusi yaitu $y(t) = t - \frac{t^3}{6} + \frac{t^5}{120} + \frac{t^7}{5040} +$

$\dots = \sin(t)$, dan Devandra Kumar (2012) melakukan penelitian tentang “*Sumudu Decomposition Method For Nonlinear Equations*” yang menerapkannya pada persamaan diferensial parsial $U_t + UU_x = x + xt^2$ dengan nilai awal $U(x, 0) = 0$, diperoleh solusi $U(x, t) = xt$.

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, Peneliti tertarik untuk melanjutkan penelitian tersebut ke persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan menggunakan metode dekomposisi Sumudu. Berdasarkan permasalahan tersebut, Peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “**Solusi Persamaan Diferensial Biasa Orde Tiga Non Linear dengan Metode Dekomposisi Sumudu**”.

B. Rumusan Masalah

Bagaimana penyelesaian persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu?

C. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah diatas, pertanyaan penelitian yang diajukan adalah:

1. Apa langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu?
2. Apa solusi yang diperoleh dari persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu?

D. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu.
2. Mendapatkan solusi dari persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu.

E. Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian dasar (teoritis) yang hanya membahas secara teori dari persamaan diferensial biasa orde tiga non linear dengan metode dekomposisi Sumudu. Penelitian dilakukan dengan mengumpulkan referensi yang sesuai topik penelitian baik dari jurnal, buku, ataupun sumber-sumber dari internet kemudian menganalisisnya.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode dekomposisi Sumudu. Adapun langkah-langkah yang diterapkan sebagai berikut:

1. Membahas teori mengenai metode dekomposisi Sumudu yang melibatkan transformasi Sumudu dan Polinomial Adomian.
2. Mengaplikasikan metode dekomposisi Sumudu pada persamaan diferensial biasa orde tiga non linear.

F. Manfaat Penelitian

Penelitian ini memberikan manfaat antara lain:

1. Sebagai salah satu cara untuk menyelesaikan persamaan diferensial orde tiga non linear.
2. Menambah pengetahuan, wawasan dan pemahaman penulis tentang persamaan diferensial.

3. Sebagai referensi bagi pembaca dalam melakukan penelitian selanjutnya.