

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL  
PADA MODEL MATEMATIKA RADIKALISASI**



**Oleh:**

**SISKA WAHYUNI**

**NIM. 17030056/2017**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2024**

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL  
PADA MODEL MATEMATIKA RADIKALISASI**

**SKRIPSI**

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar  
Sarjana Sains*



**Oleh:**

**SISKA WAHYUNI**

**NIM. 17030056/2017**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2024**

**PERSETUJUAN SKRIPSI**

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL  
PADA MODEL MATEMATIKA RADIKALISASI**

Nama : Siska Wahyuni  
NIM : 17030056  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 11 Juni 2024

Disetujui oleh,

Pembimbing



Dra. Dewi Murni, M.Si

NIP. 196708281992032002

**PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI**

Nama : Siska Wahyuni  
NIM : 17030056  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL  
PADA MODEL MATEMATIKA RADIKALISASI**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Padang

Padang, 10 Juni 2024

Tim Penguji

	Nama
Ketua	: Dra. Dewi Murni, M.Si
Anggota	: Dra. Media Rosha, M.Si.
Anggota	: Dr. Riry Sriningsih, S.Si., M.Sc

Tanda Tangan



## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siska Wahyuni  
NIM : 17030056  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Radikalisasi**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 25 Juni 2024

Diketahui oleh,  
Kepala Departemen Matematika,



Dr. Suherman, S.Pd, M.Si  
NIP. 196808301 99903 1 002

Saya yang menandatangani,



Siska Wahyuni  
NIM. 17030056

## Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Radikalisasi

Siska Wahyuni

### ABSTRAK

Radikalisasi merupakan sebuah proses mengadopsi pandangan ekstrimis yang mengarah pada tindakan kekerasan. Upaya yang dapat dilakukan dalam pemberantasan kekerasan ekstrim yaitu *prevention*, *disengagement* dan deradikalisasi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model matematika radikalasi menggunakan model *susceptible, extremists, recruiters, treatment* dan *aware* (SERTA), melakukan analisis kestabilan, mendapatkan solusi optimal serta mensimulasikan hasil analisis dan kontrol optimal dari model.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Penelitian ini dilakukan dengan menganalisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan. Penelitian ini dimulai dengan membentuk model matematika radikalasi dan melakukan analisis kestabilan. Selanjutnya, menyelesaikan kontrol optimal menggunakan prinsip maksimum *pontryagin*. Simulasi numerik dilakukan untuk mendukung hasil analisis kestabilan dan efektivitas kontrol.

Berdasarkan analisis yang dilakukan terhadap model diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas ( $E_0$ ) dan endemik ( $E_1$ ).  $E_0$  akan stabil ketika  $R_0 = 0,012297$  dengan syarat  $b_E + P_2 + b_T > 0$ ,  $P_2 b_E + b_E b_T + P_2 b_T > P_1 c_E + (1 - k) \delta p_E$ ,  $P_2 b_E b_T - P_1 c_E b_T - (1 - k) \delta c_E p_R - (1 - k) \delta p_E P_2 > 0$ ,  $a_1 a_2 > a_0 a_3$  dan  $a_1 > 0$ ,  $c_1 > 0$ . Sedangkan  $E_1$  akan stabil ketika  $R_0 = 1.339847$ . Dengan menggunakan prinsip maksimum *pontryagin* diperoleh nilai kontrol optimal yaitu  $u_1 = \min \left\{ 1, \max \left( 0, \frac{1}{c_1} (\lambda_1 - \lambda_5) S \right) \right\}$ ,  $u_2 = \min \left\{ 1, \max \left( 0, \frac{1}{c_2} [(2\lambda_2 - \lambda_4 - \lambda_5) E + (\lambda_3 - \lambda_4) R] \right) \right\}$  dan  $u_3 = \min \left\{ 1, \max \left( 0, \frac{1}{c_3} (\lambda_2 - \lambda_5) \delta T \right) \right\}$ . Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kontrol  $u_1$ ,  $u_2$  dan  $u_3$  dapat meminimumkan jumlah populasi ekstrimis dan perekrut serta memaksimalkan populasi sadar.

Kata Kunci: Radikalisasi, Model SERTA, Analisis Kestabilan, Kontrol Optimal, Prinsip Maksimum *Pontryagin*

# Analysis of Stability and Optimal Control in the Radicalized Mathematical Model

Siska Wahyuni

## ABSTRACT

Radicalization is a process of adopting extremist views that lead to violent acts. Efforts that can be made to eradicate extreme violence are prevention, disengagement and deradicalization. This research aims to determine the mathematical model of radicalization using the susceptible, extremists, recruiters, treatment and aware (SERTA) model, doing stability analysis, obtain optimal solution and simulate the results of analysis and optimal control of the model.

This research is basic or theoretical research. This research was carried out by analyzing theories that are relevant to the problem. This research began by construction a mathematical model of radicalization and doing stability analysis. Next, resolving optimal Control using the maximum principle of pontryagin. Numerical simulations were carried out to support the results of stability and control effectiveness analysis.

Based on the analysis carried out on the model, the two equilibrium points are free ( $E_0$ ) and endemic ( $E_1$ ) equilibrium points. ( $E_0$ ) will be stable when  $R_0 = 0,012297$  with conditions  $b_E + P_2 + b_T > 0$ ,  $P_2 b_E + b_E b_T + P_2 b_T > P_1 c_E + (1 - k) \delta p_E$ ,  $P_2 b_E b_T - P_1 c_E b_T - (1 - k) \delta c_E p_R - (1 - k) \delta p_E P_2 > 0$ ,  $a_1 a_2 > a_0 a_3$  and  $a_1 > 0, c_1 > 0$ . While  $E_1$  will be stable when  $R_0 = 1.339847$ . by using the maximum principle of pontryagin obtained optimal control value, namely  $u_1 = \min \left\{ 1, \max \left( 0, \frac{1}{c_1} (\lambda_1 - \lambda_5) S \right) \right\}$ ,  $u_2 = \min \left\{ 1, \max \left( 0, \frac{1}{c_2} [(2\lambda_2 - \lambda_4 - \lambda_5) E + (\lambda_3 - \lambda_4) R] \right) \right\}$  and  $u_3 = \min \left\{ 1, \max \left( 0, \frac{1}{c_3} (\lambda_2 - \lambda_5) \delta T \right) \right\}$ . The results of numerical simulation show that the provision of  $u_1, u_2$  and  $u_3$  can minimize the number of extremist population and recruiters and maximize the conscious population.

Keywords: Radicalization, SERTA Model, Stability Analysis, Optimal Control, Pontryagin Maximum Principle

## KATA PENGANTAR



Segala puji hanyalah milik Allah ‘Azza wa Jalla yang telah memberikan beragam nikmat dan karunia sehingga peneliti dapat menyelesaikan penulisan skripsi dengan judul “**Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Radikalisasi**”. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurah kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga, sahabat dan seluruh pengikutnya hingga akhir zaman.

Penulisan skripsi ini merupakan salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang. Dalam penyusunan skripsi ini, peneliti memperoleh banyak dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu peneliti ingin mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si, Pembimbing dan Penasehat Akademik.
2. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si dan Ibu Dr. Riry Sriningsih, S.Si., M.Sc penguji.
3. Ibu Dr. Devni Prima Sari, S.Si., M.Sc, Koordinator Program Studi Matematika FMIPA UNP.
4. Bapak Dr. Suherman, S.Pd., M.Si, Kepala Departemen Matematika FMIPA UNP.
5. Orang tua dan keluarga yang selalu memberikan dukungan dan do’a dalam penyelesaian skripsi ini.



6. Semua pihak yang turut membantu selama proses penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat peneliti sebutkan satu persatu.

Semoga segala bentuk dukungan, bantuan dan saran yang diberikan dihitung sebagai kebaikan dan dibalas dengan kebaikan yang lebih baik oleh Allah SWT. Amin Ya Robbal'alamin. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa penyusunan skripsi ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan untuk kesempurnaan di masa yang akan datang. Akhir kata, besar harapan peneliti agar skripsi ini dapat memberikan manfaat dan dapat menjadi rujukan bagi peneliti selanjutnya.

Padang, Februari 2024

Peneliti

## DAFTAR ISI

ABSTRAK .....	i
ABSTRACT .....	ii
KATA PENGANTAR .....	iii
DAFTAR ISI .....	v
DAFTAR TABEL .....	vi
DAFTAR GAMBAR .....	vii
DAFTAR LAMPIRAN .....	viii
BAB I. PENDAHULUAN .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Rumusan Masalah .....	4
C. Pertanyaan Penelitian .....	4
D. Tujuan Penelitian .....	5
E. Manfaat Penelitian .....	5
F. Metode Penelitian .....	6
BAB II. KAJIAN TEORI .....	7
A. Radikalisasi .....	7
B. Pemodelan Matematika .....	18
C. Teori Kontrol Optimal .....	32
BAB III. PEMBAHASAN .....	34
A. Pembentukan Model Matematika Radikalisasi .....	34
B. Analisis Model Matematika Radikalisasi .....	40
C. Kontrol Optimal .....	63
D. Simulasi Numerik .....	67
BAB IV. PENUTUP .....	77
A. Kesimpulan .....	77
B. Saran .....	81
DAFTAR PUSTAKA .....	82
LAMPIRAN .....	85

## DAFTAR TABEL

TABEL	Halaman
1. Routh-Hurwitz .....	29
2. Nilai Parameter untuk Titik Keseimbangan Bebas dari Radikalisasi .....	68
3. Nilai Parameter untuk Titik Keseimbangan Endemik dari Radikalisasi .....	71

## DAFTAR GAMBAR

GAMBAR	Halaman
1. Proses Pemodelan .....	19
2. Model Matematika Deradikalisasi .....	22
3. Model Matematika SERTA pada Penyebaran Radikalisasi .....	36
4. Trayektori Titik Kesetimbangan pada Model Radikalisasi untuk $R_0 < 1$ .....	70
5. Trayektori Titik Kesetimbangan pada Model Radikalisasi untuk $R_0 > 1$ .....	73
6. Trayektori Model Radikalisasi Sebelum dan Sesudah Kontrol .....	75

## DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN	Halaman
1. Program Maple Menentukan Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik .....	85
2. Program Maple Simulasi Titik Keseimbangan .....	100
3. Simulasi Maple Model Matematika Sebelum dan Sesudah Kontrol.....	112

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Berdasarkan *Department of Homeland Security (DHS)* Amerika Serikat, radikalisme merupakan suatu proses mengadopsi keyakinan ekstrimis yang mengandung kesediaan untuk menggunakan, memberikan dukungan, atau menyediakan fasilitas kekerasan, sebagai metode untuk mempengaruhi perubahan sosial (Mustofa dan Mahmudah, 2019). Terdapat beberapa penyebab radikalisme yang dijelaskan melalui berbagai perspektif dengan menitik beratkan pada faktor psikologis, ekonomi dan lainnya (Hardy, 2018). Aksi dan pemikiran seseorang yang kuat pada sebuah keyakinan akan menjadikan seseorang menjadi radikal melalui proses radikalisme.

Indonesia telah beberapa kali mengalami serangan terorisme, salah satunya yaitu peledakan bom Jl. Thamrin Jakarta Pusat pada tanggal 14 Januari 2016. Kejadian tersebut mengakibatkan delapan orang meninggal dunia dan beberapa orang mengalami luka bakar berat. Salah satu otak pelaku bom Jl. Thamrin adalah Sunakim yang meninggal dunia di TKP. Sunakim merupakan mantan terpidana terorisme yang baru keluar dari tahanan. Serangan terorisme lainnya yaitu kasus peledakan bom di gereja Oikumene Sengkotek Samarinda Kalimantan Timur yang mengakibatkan satu orang meninggal dunia dan sembilan orang luka berat, dimana pelaku utamanya adalah Juanda alias Jo (Shodiq, 2018).

Indonesia bisa dikategorikan sebagai salah satu negara dengan banyak mendapatkan aksi teror. Menurut Kriyantono, aksi teror di Indonesia mengalami peningkatan tahun 1996 berjumlah 65 kasus, dan tahun 2001 dengan jumlah kasus

tertinggi sebanyak 105 kasus. Pada tahun berikutnya mengalami penurunan jumlah kasus yaitu sebanyak 19 kasus tahun 2018 dan 8 kasus pada tahun 2019. Dapat diartikan bahwa pemerintah beserta alat negara, seperti BNPT dan polisi/TNI, dapat mengatasi aksi teror, namun masih ditemukan paham radikalisme bahkan terjadi peningkatan (Times Indonesia, 2019).

Penyebaran radikalisasi di masyarakat akan lebih mudah dan cepat dikarenakan berkembangnya teknologi. Segala hal dapat di akses pada semua platform digital. Menurut Mustofa dan Mahmudah (2019), salah satu perangkat untuk melakukan radikalisasi dan media perekrutan adalah media internet. Kelompok radikal menggunakan media *online* untuk menyebarkan hal-hal yang dapat membangkitkan emosi para pengakses, sehingga menyebabkan seseorang terdampak radikalisme. Pada bulan Juli sampai Agustus 2023, telah dilakukan pencabutan akses atau *take down* pada 174 akun dan konten internet oleh Kementerian Komunikasi dan Informatika, dimana terdapat indikasi memuat aktivitas indoktrinasi dan penyebaran keyakinan radikalisme (Kominfo, 2023).

Individu yang telah terpapar paham radikalisme atau ekstrimis dikategorikan kelompok yang berpeluang besar melakukan aksi teror. Sehingga, diperlukan penguatan wawasan kebangsaan pada semua elemen baik pemerintah maupun masyarakat sebagai upaya untuk mencegah terjadinya kekerasan ekstrim. Santoprete dan Xu (2018) mengkategorikan dua strategi untuk melawan teroris yaitu melalui pendekatan penegak hukum dengan menyelidiki, mengadili dan memenjara pelaku ekstrimis serta membunuh dan menangkap di medan perang para pelaku ekstrimis melalui strategi pendekatan militer. Namun, strategi tersebut belum optimal untuk mencegah aksi teror terjadi dimasyarakat. Oleh karena itu,

Santoprete dan Xu (2018) menambahkan tiga program pemberantasan kekerasan ekstrim yaitu pencegahan (*prevention*), pelepasan (*disengagement*) dan deradikalisasi. Program *prevention* berupaya mencegah proses terjadinya radikalisasi. *Disengagement* merupakan upaya menurunkan dan menghilangkan komitmen kekerasan dan mengalihkan cara memperjuangkan ideologi melalui jalan damai, meskipun pelaku masih memeluk ideologi jihad (Hasan dkk, 2023). Deradikalisasi merupakan upaya yang mengarah pada proses dimana seseorang tidak membenarkan sikap atau keyakinan tertentu yang mendukung penggunaan kekerasan (Mastroe & Szmania, 2016).

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi juga diperlukan untuk menekan penyebaran radikalisasi dimasyarakat. Salah satu ilmu yang bisa dimanfaatkan untuk mengetahui penyebaran radikalisasi yaitu model matematika. Giordano, Weir dan Fox (2003) mendefinisikan model matematika dengan membentuk matematika yang berfungsi untuk mempelajari sistem atau fenomena dunia nyata tertentu dengan menambahkan bentuk grafik, simbol, simulasi dan eksperimen.

Penyebaran radikalisasi mempunyai kemiripan dengan pola penyebaran penyakit, dimana penyebaran perilaku fanatik bisa dihubungkan dengan tahapan kontak epidemiologis. Dalam penelitian C. Connell McCluskey & Manuele Santoprete (2017), proses radikalisasi dalam penyebaran ideologi ekstrim dimodelkan menjadi tiga kompartemen, yaitu rentan, ekstremis, dan perekrut. Pada tahun berikutnya, Santoprete dan Xu (2018) menambahkan satu kompartemen *treatment* dalam membangun model matematika deradikalisasi. Selanjutnya, Susilo, Ambarwati dan Wiraningsih (2022) melakukan penelitian



mengenai model matematika deradikalisasi dengan membagi menjadi empat kompartemen yaitu, *(S) susceptible*, *(E) extremist*, *(R) recruiters* dan *(T) treatment*.

Berdasarkan penjelasan di atas, akan dibangun model matematika radikalasi dengan merujuk pada penelitian Susilo, Ambarwati dan Wiraningsih (2022) dengan menambahkan kompartemen sadar. Tahapan berikutnya yaitu memformulasikan model matematika radikalasi ke dalam bentuk kontrol optimal, dimana terdapat tiga variabel kontrol yaitu pencegahan (*prevention*), pelepasan (*disengagement*) dan deradikalisasi. Untuk menentukan variabel kontrol yang optimal digunakan prinsip maksimum *pontryagin*. Selanjutnya, tahapan simulasi akan dilakukan untuk menunjang hasil analisis kestabilan dan keefektifan variabel kontrol. Oleh karena itu, akan dilakukan penelitian dengan judul **“Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal pada Model Matematika Radikalasi”**.

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang diatas, maka peneliti merumuskan masalah untuk penelitian ini adalah “Bagaimana analisis kestabilan dan kontrol optimal pada model matematika radikalasi?”

## **C. Pertanyaan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka pertanyaan penelitian dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apa model matematika dari penyebaran radikalasi?
2. Bagaimana analisis kestabilan pada model matematika radikalasi?

3. Bagaimana kontrol optimal pada model matematika radikalasi dengan prinsip maksimum *pontryagin*?
4. Apa hasil simulasi dari analisis kestabilan dan kontrol optimal pada model matematika radikalasi?

#### **D. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan pada permasalahan di atas, terdapat beberapa tujuan penelitian yaitu sebagai berikut:

1. Membentuk model matematika radikalasi
2. Mendapatkan analisis kestabilan pada model matematika radikalasi
3. Mendapatkan solusi optimal untuk upaya mengurangi ekstrimis dan perekrut dengan prinsip maksimum *pontryagin*
4. Mengetahui hasil simulasi pada analisis kestabilan dan kontrol optimal pada model matematika radikalasi

#### **E. Manfaat penelitian**

Terdapat beberapa manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan atau pengetahuan tentang analisis kestabilan dan kontrol optimal pada model matematika radikalasi
2. Diharapkan dapat menjadi referensi bagi penelitian model matematika selanjutnya terkhusus dalam penyempurnaan pada model matematika radikalasi.
3. Diharapkan dapat berkontribusi untuk menekan penyebaran radikalasi sehingga dapat dijadikan referensi dan tambahan informasi bagi pihak terkait dalam upaya mengurangi jumlah ekstrimis dan perekrut.

## F. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode deskriptif yang berpedoman pada kajian kepustakaan dengan menganalisis teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan radikalisis, pemodelan matematika dan kontrol optimal. Dalam pembuatan skripsi ini, penulis memulai dengan mempelajari permasalahan, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang didapat dengan permasalahan yang dihadapi sebagai penunjang untuk membantu menjawab permasalahan.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan studi *literature* terkait masalah radikalisis
2. Mengkaji/ membuat model matematika radikalisis
3. Melakukan analisis kestabilan pada model matematika radikalisis
4. Menyelesaikan kontrol optimal dengan menggunakan prinsip maksimum *pontryagin*
5. Melakukan simulasi menggunakan Maple 18
6. Membandingkan hasil simulasi model matematika radikalisis sebelum dan sesudah di kontrol
7. Membuat kesimpulan