

**METODE ITERASI ORDE DUA TRAPESIUM UNTUK  
MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR**

**SKRIPSI**

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar  
Sarjana Sains*



**Oleh**

**HAMMI FALIHA**

**NIM 18030046**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

**2023**

**METODE ITERASI ORDE DUA TRAPESIUM UNTUK  
MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR**

**SKRIPSI**

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar  
Sarjana Sains*



**Oleh**

**HAMMI FALIHA**

**NIM 18030046**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

**2023**

**PERSETUJUAN SKRIPSI**

**METODE ITERASI ORDE DUA TRAPESIUM UNTUK  
MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR**

Nama : Hammi Faliha  
NIM : 18030046  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 22 Agustus 2023

Disetujui oleh,

Pembimbing



Muhammad Subhan, M.Si

NIP.19701126 199903 1002

**PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI**

Nama : Hammi Faliha  
NIM : 18030046  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**METODE ITERASI ORDE DUA TRAPESIUM UNTUK  
MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR**

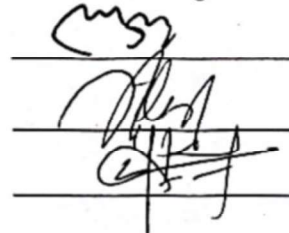
Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Padang

Padang, 22 Agustus 2023

Tim Penguji

	Nama
Ketua	: Muhammad Subhan, M.Si
Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si
Anggota	: Dra. Dewi Murni, M.Si

Tanda Tangan



## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Hammi Faliha  
NIM : 18030046  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul **“Metode Iterasi Orde Dua Trapesium untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 22 Agustus 2023

Diketahui oleh,  
Ketua Departemen Matematika,



Dr. Suherman, S.Pd, M.Si  
NIP. 19680830 199903 1002

Saya yang menyatakan,



Hammi Faliha  
NIM. 18030046

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmanirrahim

Saya persembahkan skripsi ini untuk kedua orang tua tercintaku, Bapak Fahman dan Ibu Dahlia, yang tidak henti-hentinya selalu memberikan kasih sayang motivasi dan cintanya kepadaku, dan yang selalu memberikan semangat untuk mewujudkan cita-citaku, serta yang telah mendidik dan mengajarkan untuk selalu hidup dengan sabar dan jujur. Semoga ini menjadi langkah awal untuk membuat Ibu dan Ayah bahagia, karena aku sadar selama ini belum bisa berbuat lebih. Terima kasih atas semua hal yang telah Ayah dan Ibu berikan kepadaku.

Untuk kakak-kakakku tercinta yaitu Eka Puspa Pratiwi, Tika Arianti, S.Pd, Lia Miswa Rifah S.Pd terimakasih untuk dukungan dan nasehat terbaik serta kasih sayang yang selaku diberikan kepadaku dan Adikku Addarul Farid Mahdi terima kasih atas semangat yang diberikan. Kemudian, untuk pendukung spesial pemilik nim (19530091).

# **Metode Iterasi Orde Dua Trapesium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear**

**Hammi Faliha**

## **ABSTRAK**

Pada bidang Matematika permasalahan yang sering muncul adalah penentuan akar persamaan nonlinear. Ada dua metode dalam menentukan akar persamaan nonlinear yaitu metode analitik dan metode numerik. Namun persamaan nonlinear yang sangat kompleks sulit diselesaikan secara analitik, sehingga digunakanlah metode numerik. Beberapa metode numerik yang digunakan adalah Metode Newton Raphson, Metode Secant dan metode lainnya. Namun metode-metode tersebut masih memiliki kekurangannya masing-masing. Dengan semakin berkembangnya ilmu pengetahuan maka berkembanglah metode-metode baru untuk memperbaiki kekurangan metode yang ada, salah satunya adalah Metode Iterasi Orde Dua Trapesium. Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah ‘‘Bagaimana menentukan akar persamaan nonlinear dengan Metode Iterasi Orde Dua Trapesium untuk menyelesaikan persamaan nonlinear?’’.

. Penelitian ini merupakan penelitian dasar dengan menggunakan studi kepustakaan. Langkah-langkah dalam memecahkan permasalahan penelitian ini adalah mengkaji proses pembentukan Metode Iterasi Orde Dua Trapesium, membuat algoritmanya dalam bentuk diagram alir, menganalisis kekonvergenan, dan melakukan beberapa uji fungsi secara numerik

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh formula Metode Iterasi Orde Dua Trapesium. Selanjutnya, metode tersebut dibuat dalam bentuk algoritma yang diterapkan pada program komputer. Metode ini memiliki orde kekonvergenan dua seperti Metode Newton Raphson. Namun Metode ini lebih cepat dalam menghampiri akar disbandingkan Metode Newton Raphson pada fungsi yang titik pendekatannya berada pada dua titik puncak.

kata kunci : Persamaan Nonlinear, Aturan Trapesium, Algoritma, Orde Kekonvergenan

# **Trapezium Second Order Iteration Method For Solving Nonlinear Equations**

**Hammi Faliha**

## **ABSTRACT**

In the field of Mathematics, the problem that often appear is determining the roots of nonlinear equations. There are two methods in determining the roots of nonlinear equations, namely analytical methods and numerical methods. However, very complex nonlinear equations are difficult to solve analytically, so numeric methods are used. Some of the numerical method used are the Newton Raphson Method, the Secant Method dan other methods. However, these methods still have their drawbacks. With the development of science, new methods have been developed to correct the shortcomings of existing methods, one of which is the Trapezoid Second Order Iteration Method. The formulation of the problem in this study is ‘‘How to determine the roots of nonlinear equations with the Second Order Trapezoid Iteration Method to solve nonlinear equations.

This research is a basic research using a literature study. The steps in solving this research problem are examining the process of forming the Second Order Trapezoid Iteration Method, making the algorithm in the form of a flowchart, analyzing convergence, and performing several numerical function tests.

Based on the results of the study, the formula for the Trapezoid Second Order Iteration Method was obtained. Furthermore, the method is made in the form of an algorithm that is applied to a computer program. This method has a convergence order of two like the Newton Raphson Method. However, this method is faster in approaching roots than the Newton Raphson Method for function whose approach points are at two vertices.

keywords : Nonlinear Equation, Trapezoidal Rule, Algorithm, Order of Convergence



## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul ‘**Metode Iterasi Orde Dua Trapesium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear**’. Penulisan skripsi ini dimaksudkan sebagai salah satu prasyarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang.

Dalam penyusunan skripsi ini, peneliti banyak mendapatkan bantuan dan dukungan berupa dorongan, semangat, bimbingan, dan kerja sama dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang tulus kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si, penasehat akademik sekaligus pembimbing skripsi yang telah membimbing peneliti dalam proses penyusunan skripsi.
2. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si sebagai dosen penguji.
3. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si sebagai dosen penguji.
4. Bapak Defri Ahmad, S.Pd., M.Si sebagai ketua Departemen Matematika dan Ketua Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang.
5. Bapak dan Ibu dosen, staf pengajar dan karyawan jurusan Matematika FMIPA UNP
6. Teman-teman seperjuangan angkatan 2018 dan alumni Matematika Universitas Negeri Padang yang turut membantu dan mendukung dalam penyelesaian skripsi ini.

7. Kepada sahabatku, yaitu Nadia, Anggina, Aufa, Obi, dan Mella yang selalu memberi semangat dan dukungan hebat dalam penyusunan skripsi ini.
8. Semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan penulisan dan penyusunan skripsi ini tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga segala bantuan, bimbingan, dan masukan yang telah diberikan kepada penulis menjadi amal ibadah dan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini, penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dalam skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca umumnya. Aamiin...

Padang, Agustus 2023

Hammi Faliha

## DAFTAR ISI

ABSTRAK .....	i
ABSTRACT .....	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	iii
KATA PENGANTAR .....	iv
DAFTAR ISI .....	vi
DAFTAR TABEL .....	viii
DAFTAR GAMBAR .....	ix
DAFTAR LAMPIRAN .....	x
BAB I PENDAHULUAN .....	1
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Batasan Masalah .....	4
C. Rumusan Masalah .....	4
D. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian .....	4
E. Tujuan Penelitian .....	5
F. Manfaat penelitian .....	5
G. Metode Penelitian .....	5
BAB II KAJIAN TEORI .....	7
A. Persamaan Nonlinear .....	7
B. Algoritma .....	8
C. Deret Taylor .....	12
D. Metode Numerik .....	14
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN .....	29
A. Proses Pembentukan Formula Metode Iterasi Orde Dua Trapeسيوم .....	29
B. Algoritma Metode Iterasi Orde Dua Trapesium .....	31
C. Analisis Kekonvergenan Metode Iterasi Orde Dua Trapesium .....	31
D. Contoh Permasalahan .....	35
BAB IV PENUTUP .....	41

A. Kesimpulan .....	41
B. Saran .....	42
DAFTAR PUSTAKA .....	44
LAMPIRAN .....	46

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar</b>	<b>Hal</b>
1. Grafik nilai-nilai $x$ disekitar $x_0$ pada Deret Taylor .....	13
2. Grafik Ilustrasi Metode Newton Raphson .....	22
3. Grafik Aturan Trapesium.....	26
4. Grafik Aturan Titik Tengah (Midpoint Rule).....	28
5. Diagram Alir (Flowchart) Metode Iterasi Orde Dua Trapesium .....	32
6. Grafik fungsi $f(x) = -x + e^x \cdot \cos x - 2$ .....	37
7. Grafik fungsi $f(x) = e^{-x} + \sin x - 3$ .....	39

## DAFTAR TABEL

Tabel	Hal
1. Simbol pada diagram alir ( <i>flowchart</i> ) dan fungsinya .....	11
2. Perbandingan solusi akar dengan tebakan awal $x_0 = 0.2$ dan $x_1 = 1$ untuk $f(x) = x^3 - 2x + 4$ .....	36
3. Perbandingan solusi akar dengan tebakan awal $x_0 = 3$ untuk $f(x) = -x + e^x \cdot \cos x - 2$ .....	38
4. Perbandingan galat mutlak dengan tebakan awal $x_0 = 3$ untuk $f(x) = -x + e^x \cdot \cos x - 2$ .....	38
5. Perbandingan solusi akar dengan tebakan awal $x_0 = 1$ untuk $f(x) = e^{-x} + \sin x - 3$ .....	39
6. Perbandingan galat mutlak dengan tebakan awal $x_0 = 1$ untuk $f(x) = e^{-x} + \sin x - 3$ .....	40

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran</b>	<b>Hal</b>
1. Program Komputer dari hasil output Metode Newton Raphson .....	46
2. Program Komputer dari hasil output Metode Secant .....	50
3. Program Komputer dari hasil output Metode Iterasi Orde Dua Trapesium .....	52

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu ilmu yang memegang peranan penting dalam menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan matematika dan permasalahan itu masih terus dikembangkan sampai saat ini adalah pencarian solusi atau akar dari persamaan nonlinear. Dalam persamaan nonlinear, permasalahan yang sering muncul adalah menentukan akar persamaan yang di tulis dalam bentuk

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

Umumnya persamaan (1) yang akan diselesaikan muncul dalam bentuk nonlinear yang melibatkan bentuk fungsi trigonometri, logaritma, eksponensial, dan bentuk yang lainnya. Penyelesaian persamaan nonlinear dengan bentuk tersebut pada umumnya sulit diselesaikan secara analitik, akan tetapi memungkinkan untuk diselesaikan dengan menggunakan metode numerik. Metode analitik adalah metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (lazim) (Munir, 2003: 1). Sedangkan Metode numerik merupakan sebuah teknik yang digunakan untuk merumuskan permasalahan matematika agar dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmetika (Triadmodjo, 1992). Solusi yang dihasilkan metode numerik diperoleh dengan cara menghampiri akar persamaan.



Metode penyelesaian dari persamaan nonlinear ada dua, yaitu metode tertutup dan metode terbuka. Metode tertutup terdiri dari metode bagi dua, metode titik tetap dan metode posisi palsu. Kelebihan metode ini, yaitu nilainya yang selalu konvergen tetapi memerlukan banyak iterasi. Sedangkan metode terbuka terdiri dari metode Newton dan metode secant, yang memiliki kekonvergenan lebih cepat dibandingkan metode tertutup. Namun, mempunyai kelemahan di konvergensinya.

Beberapa metode numerik yang digunakan untuk menentukan akar persamaan nonlinear adalah Metode Bagi Dua, Metode Posisi Palsu, Metode Newton Raphson, Metode Secant dan metode lainnya. Setiap metode memiliki karakteristiknya masing-masing dan juga memiliki kelebihan dan kekurangan. Karakteristik dari Metode Bagi Dua terletak pada fungsi yang kontinu (Susila, 1992: 30). Metodenya sangat sederhana namun konvergennya lambat. Sementara Metode Posisi Palsu/ Metode Regula Falsi adalah metode pencarian akar persamaan dengan memanfaatkan kemiringan dan selisih tinggi dari 2 (dua) titik batas range (Amang, 2006). Namun kekurangan dari Metode Posisi Palsu adalah kekonvergennya yang lambat (Munir, 2006). Kemudian untuk karakteristik Metode Newton adalah memakai konsep garis singgung dimana turunan pertamanya tidak boleh sama dengan nol (Susila, 1992: 41). Dengan demikian kekonvergennya tidak dapat dijamin karena tidak menggunakan pengurangan akar seperti Metode Bagi Dua. Sedangkan Metode Secant adalah metode yang diperoleh dari metode Newton namun menghindari perhitungan turunan dari fungsi (Susila, 1992: 48). Metode

Secant lebih lambat kekonvergenannya jika dibandingkan dengan Metode Newton.

Metode yang paling sering digunakan dalam menentukan akar adalah Metode Newton Raphson. Metode ini memerlukan satu tebakan awal, kemudian dari tebakan awal itu ditarik garis singgung sehingga memotong sumbu  $x$ , begitu seterusnya sampai mendekati akar. Metode Newton Raphson memiliki orde kekonvergenan kuadrat (Manojh dan Singh, 2011). Hal ini menyatakan bahwa Metode Newton Raphson memiliki kecepatan untuk mencapai akar lebih lambat dibandingkan dengan metode yang memiliki orde kekonvergenan tiga, empat dan seterusnya.

Dalam perkembangannya Metode Newton sering dimodifikasi yang bertujuan untuk mempercepat kekonvergenan dan memperkecil tingkat kesalahannya. Dengan semakin berkembangnya ilmu pengetahuan, banyak para ahli matematika terutama yang ahli dalam bidang numerik, mencoba mendapatkan metode-metode iterasi baru dengan harapan mendapatkan metode yang lebih baik maupun lebih efisien dibandingkan dengan metode-metode yang telah ada. Namun kadangkala metode-metode tersebut memiliki kekonvergenan yang juga belum cukup cepat dalam menentukan akar (Manojh dan Sing, 2011). Oleh karena itu dibuatlah metode untuk memperkirakan akar tunggal persamaan nonlinear dengan menggunakan aturan trapesium. Metode yang diusulkan memiliki orde kedua konvergensi (Qureshi at al, 2018). Metode ini juga lebih cepat dari pada Metode Newton Rapshon dalam menemukan akar pada fungsi yang titik pendekatannya berada pada dua titik puncak. Metode yang digunakan tersebut adalah Metode

Iterasi Orde Dua Trapezium. Berdasarkan permasalahan diatas, maka penelitian ini berjudul **“Metode Iterasi Orde Dua Trapezium Untuk Menyelesaikan Persamaan Non Linear”**.

### **B. Batasan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang dikemukakan diatas maka batasan masalah pada penelitian ini adalah persamaan tak linear dengan satu variabel dan akar persamaan berupa bilangan riil.

### **C. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang ada, rumusan masalah pada penelitian ini adalah **“Bagaimana menentukan akar persamaan non linear dengan Metode Iterasi Orde Dua Trapezium untuk menyelesaikan persamaan nonlinear? ”**

### **D. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian**

Berdasarkan perumusan masalah maka pendekatan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi kepustakaan serta diikuti dengan persamaan nonlinear yang akan dibahas dengan metode yang ingin dilakukan. Pertanyaan penelitian yang diajukan pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana proses pembentukan formula dari Metode Iterasi Orde Dua Trapezium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear?
2. Bagaimana algoritma dari Metode Iterasi Orde Dua Trapezium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear?
3. Bagaimana orde kekonvergenan Metode Iterasi Orde Dua Trapezium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear?

### **E. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini ialah :

1. Menelaah proses pembentukan formula dari Metode Iterasi Orde Dua Trapesium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear.
2. Menyusun algoritma kedalam bentuk diagram alir dari Metode Iterasi Orde Dua Trapesium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear.
3. Menentukan orde kekonvergenan Metode Iterasi Orde Dua Trapesium Untuk Menyelesaikan Persamaan Nonlinear.

### **F. Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Menambah wawasan/pengetahuan kepada penulis tentang Metode Iterasi Orde Dua Trapesium untuk menyelesaikan persamaan nonlinear.
2. Memberikan pengetahuan kepada pembaca dalam permasalahan menentukan akar persamaan nonlinear dengan menggunakan Metode Iterasi Orde Dua Trapesium.
3. Selain itu juga bisa menjadi referensi untuk mengembangkan metode numerik lain yang lebih baik untuk menyelesaikan persamaan nonlinear.

### **G. Metode Penelitian**

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Penelitian dasar merupakan penelitian yang dilakukan untuk pengembangan ilmu pengetahuan serta diarahkan pada pengembangan teori-teori yang ada atau menemukan teori baru. Penelitian dasar dilakukan dengan menggunakan studi kepustakaan dengan cara mengumpulkan data serta informasi yang dibutuhkan mengenai

permasalahan dalam penentuan akar persamaan non linear yang berasal dari buku, jurnal, literatur dan sumber-sumber lain yang diperoleh melalui internet. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif. Metode deskriptif bertujuan untuk membuat deskripsi, gambaran secara sistematis, faktual dan akurat mengenai fakta-fakta, sifat-sifat serta hubungan antar fenomena yang diselidiki (Susanti, 2016).

Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membaca dan mempelajari literatur mengenai persamaan non linear serta metode numerik untuk menentukan akar dari persamaan non linear.
2. Mengkaji prinsip dari Aturan Trapezium dan Metode Titik Tengah untuk menentukan akar dari persamaan nonlinear.
3. Menelaah proses pembentukan formula dari Metode Iterasi Orde Dua Trapezium untuk menentukan akar dari persamaan nonlinear.
4. Menyusun algoritma dalam bentuk diagram alir (*Flowchart*) dari Metode Iterasi Orde Dua Trapezium untuk menentukan akar dari persamaan nonlinear.
5. Menganalisis orde kekonvergenan Metode Iterasi Orde Dua Trapezium
6. Menerapkan algoritma dari Metode Iterasi Orde Dua Trapezium ke program komputer menggunakan Matlab
7. Melakukan simulasi numerik pada beberapa persamaan non linear serta membandingkan hasilnya dengan Metode Newton Raphson.
8. Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan hasil penelitian.