

**MODEL MATEMATIKA RANTAI MAKANAN MANGSA-  
PEMANGSA TIGA SPESIES DENGAN ADANYA  
KETAKUTAN PADA MANGSA DAN PREDATOR  
PERANTARA**

**SKRIPSI**

*Sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar sarjana sains*



Oleh :

**NADILA ARSYA**

**NIM. 19030018/2019**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI PADANG  
2023**

PERSETUJUAN SKRIPSI


MODEL MATEMATIKA RANTAI MAKANAN MANGSA-  
PEMANGSA TIGA SPESIES DENGAN ADANYA  
KETAKUTAN PADA MANGSA DAN PREDATOR  
PERANTARA

Nama : Nadila Arsyah  
NIM : 19030018  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 02 November 2023

Disetujui oleh,

Pembimbing



Muhammad Subhan, M.Si.

NIP. 197011261999031002

**PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI**

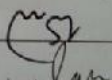
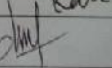
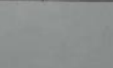
Nama : Nadila Arsyah  
NIM : 19030018  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MODEL MATEMATIKA RANTAI MAKANAN MANGSA-  
PEMANGSA TIGA SPESIES DENGAN ADANYA  
KETAKUTAN PADA MANGSA DAN PREDATOR  
PERANTARA**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi  
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Padang

Padang, 02 November 2023

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Muhammad Subhan M.Si.	
Anggota	: Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc	
Anggota	: Dina Agustina, S.Pd, M.Sc.	

## SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nadila Arsyah  
NIM : 19030018  
Program Studi : Matematika  
Departemen : Matematika  
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 02 November 2023

Diketahui oleh,  
Kepala Departemen Matematika,



Dr. Suherman, S.Pd, M.Si  
NIP. 196808301 99903 1 002

Saya yang menyatakan,



Nadila Arsyah  
NIM. 19030018

# **Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara**

**Nadila Arsyah**

## **ABSTRAK**

Interaksi mangsa-pemangsa merupakan pembahasan yang penting dalam bidang ekologi. Pada interaksi tersebut, mangsa merupakan organisme yang dimakan dan pemangsa adalah organisme yang memakan. Kehadiran dari pemangsa dapat menimbulkan rasa takut bagi mangsa yang dapat menyebabkan perubahan pada perilaku mangsa. Model mangsa-pemangsa tiga spesies merupakan bentuk interaksi mangsa-pemangsa dengan melibatkan tiga spesies yaitu spesies mangsa, predator perantara, dan predator puncak. Hubungan yang terjadi pada spesies yang terlibat adalah sebuah rantai makanan pada suatu ekosistem. Pada penelitian ini akan dibentuk model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian dasar atau teoritis. Dalam penelitian ini, metode yang digunakan adalah metode deskriptif. Metode deskriptif merupakan metode penelitian dimana peneliti mencari sumber-sumber penelitiannya dengan melakukan analisis terhadap teori-teori yang berhubungan dengan permasalahan yang akan diteliti. Pada penelitian ini, dalam membentuk model matematika digunakan pendekatan persamaan diferensial. Penelitian ini dimulai dengan membentuk model yaitu dengan menentukan variabel, parameter, dan asumsi yang digunakan dalam membentuk model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara. Kemudian dilakukan analisis terhadap model dengan menentukan titik tetap dan menganalisis kestabilannya serta melakukan simulasi numerik terhadap model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.

Berdasarkan hasil analisis model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara diperoleh empat titik tetap yaitu titik tetap  $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ . Dimana, titik tetap  $E_0$  bersifat tidak stabil dan titik tetap  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  bersifat stabil asimtotik lokal. Kemudian dilakukan simulasi, hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan adanya tingkat ketakutan pada mangsa dan predator perantara menjadikan pertumbuhan populasi setiap spesies menjadi stabil menuju titik  $E_3$ . Akan tetapi, apabila tingkat ketakutan yang terlalu tinggi pada mangsa atau pada predator perantara akan menyebabkan populasi predator puncak menuju kepunahan.

**Kata Kunci:** Model Matematika, Analisis Stabilitas, Model Mangsa-Pemangsa

# **Mathematical Model of a Three Species Predator-Prey Food Chain with Fear of Prey and Intermediate Predators**

**Nadila Arsyia**

## **ABSTRACT**

Predator-prey interactions are an important discussion in the field of ecology. In this interaction, the prey is the organism that is eaten and the predator is the organism that is dispersed. The presence of a predator can cause fear in the prey which can cause changes in the prey's behavior. The three species predator-prey model is a form of predator-prey interaction involving three species, namely the predator species, the intermediate predator, and the top predator. The relationships that occur between the species involved are a food chain in an ecosystem. In this research, a mathematical model of a three-species predator-prey food chain will be formed with fear of prey and intermediate predators.

The research carried out is basic or theoretical research. In this research, the method used is the descriptive method. The descriptive method is a research method in which researchers look for sources for their research by analyzing theories related to the problem to be studied. In this research, in forming a mathematical model a differential equation approach was used. This research began by forming a model, namely by determining the variables, parameters and assumptions used in forming a mathematical model of the prey-predator food chain for three species with fear. Then an analysis of the model was carried out by determining fixed points and analyzing their stability as well as carrying out numerical simulations of the mathematical model of the prey-predator food chain for three species with fear.

Based on the results of the mathematical model analysis of the prey-predator food chain for three species with fear of intermediate prey and predators, four fixed points were obtained, namely fixed points  $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ . Where, the fixed point  $E_0$  is unstable and the fixed points  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  are locally asymptotically stable. Then a simulation was carried out, the simulation results showed that the level of fear of intermediate prey and predators made the population growth of each species become asymptotically stable towards its point  $E_3$ . However, if the level of fear is too high for prey or intermediate predators, it will cause the population of top predators to become extinct.

Keywords: Mathematical Model, Stability-Analysis, Predator-Prey Model

## KATA PENGANTAR

*Bismillaahiraahmaanirahiim*

Alhamdulillah rabbi ‘alamin rasa syukur penulis ucapkan atas besarnya rahmat dan karunianya yang telah Allah SWT berikan sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir dengan judul “Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara”. Penulisan tugas akhir (skripsi) ini bertujuan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Program Studi Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) universitas negeri padang (UNP). Dalam menyelesaikan tugas akhir ini, peneliti banyak mendapatkan bantuan, semangat dan nasehat dari berbagai pihak. Untuk itu dalam kesempatan ini peneliti ingin mengucapkan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, M.Si selaku Pembimbing Skripsi dan Penasehat Akademik yang telah membimbing penulis hingga menyelesaikan skripsi ini.
2. Ibu Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc dan Ibu Dina Agustina, S.Pd, M.Sc selaku Dosen Penguji.
3. Ibu Dr. Devni Prima Sari, S.Si, M.Sc selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.
4. Bapak Dr. Suherman, S.Pd, M.Si selaku Ketua Departemen Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang.
5. Bapak dan Ibu Dosen Departemen Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
6. Bapak dan Ibu Tenaga Pendidik Departemen Matematika FMIPA UNP.

7. Terutama untuk Ibu yang menjadi sumber kekuatan bagi penulis, Adik-adik dan Keluarga besar yang selalu memberikan dukungan, semangat, pengertian, doa dan juga motivasi.
8. Teman-teman seperjuangan angkatan 2019, uda-uda dan uni-uni Departemen Matematika Universitas Negeri Padang yang turut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Semua pihak yang telah ikut serta dalam membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga semua bimbingan, bantuan, dan nasehat yang telah penulis terima menjadi amal ibadah dan mendapatkan balasan pahala dari Allah SWT. Penulis juga menyadari masih banyak kekurangan dalam penulisan tugas akhir ini. Akan tetapi, penulis berharap tugas akhir/skripsi ini dapat memberikan manfaat serta menambah pengetahuan bagi pembaca. Akhir kata penulis ucapkan terimakasih.

Padang, 02 November 2023

Penulis



## DAFTAR ISI

ABSTRAK .....	i
ABSTRACT .....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI .....	v
DAFTAR TABEL.....	vi
DAFTAR GAMBAR .....	vii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Rumusan Masalah.....	4
C. Pertanyaan Penelitian.....	4
D. Tujuan Penelitian .....	5
E. Manfaat Penelitian .....	5
F. Metode Penelitian .....	6
BAB II KAJIAN TEORI.....	7
A. Pemodelan Matematika .....	7
B. Persamaan Diferensial .....	9
C. Sistem Persamaan Diferensial .....	10
D. Model Pertumbuhan Logistik .....	11
E. Model Mangsa-Pemangsa.....	12
F. Model Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies.....	13
G. Efek Ketakutan .....	14
H. Fungsi Respon .....	15
I. Analisis Model.....	18
BAB III PEMBAHASAN .....	26
A. Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa Dan Predator Perantara.....	26
B. Analisis Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara .....	31
C. Interpretasi Model Matematika Rantai Makanan Predator-Prey Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara.....	50
BAB IV PENUTUP .....	51
A. Kesimpulan .....	51
B. Saran .....	52
DAFTAR PUSTAKA .....	53
LAMPIRAN .....	55

## DAFTAR TABEL

TABEL	Halaman
1. Variabel dan parameter yang digunakan dalam model mangsa-pemangsa tiga spesies .....	14
2. Nilai Parameter Untuk Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara.....	45

## DAFTAR GAMBAR

GAMBAR	Halaman
1. Grafik fungsi respon holling tipe I.....	15
2. Grafik fungsi respon holling tipe II.....	16
3. Grafik fungsi respon holling tipe III .....	17
4. Laju perubahan jumlah populasi saat waktu $t$ tanpa adanya ketakutan.....	46
5. Laju perubahan jumlah populasi saat waktu $t$ dengan adanya ketakutan pada mangsa .....	47
6. Laju perubahan jumlah populasi saat waktu $t$ dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.....	48
7. Laju perubahan jumlah populasi saat waktu $t$ dengan adanya ketakutan pada predator perantara.....	49

## DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN	Halaman
1. Titik Kesetimbangan .....	55
2. Matriks Jacobian .....	56
3. Grafik pada gambar 2.....	57
4. Grafik pada gambar 3.....	58
5. Grafik pada gambar 4.....	59
6. Grafik pada gambar 5.....	60
7. Nondimensionalisasi Model.....	61
8. Syarat eksis titik tetap $E_2$ dan $E_3$ .....	64

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang Masalah**

Interaksi mangsa-pemangsa menjadi topik yang penting dalam bidang ekologi (Sahoo and Poria 2014). Ekologi adalah studi komprehensif tentang makhluk hidup dan lingkungannya. Kajian tentang ekologi tidak lepas dari kajian ekosistem beserta komponennya. Komponen ekosistem terdiri dari unsur biotik seperti manusia, hewan, tumbuhan, dan mikroorganisme, serta unsur abiotik seperti air, tanah, cahaya, suhu, kelembaban, dan medan (Sumarto & KONERI, 2016). Ekologi juga berkaitan dengan organisasi organisme seperti komunitas, populasi dan ekosistem yang saling berinteraksi dan membentuk sistem yang terpadu (Miswar & L.N, 2019). Selain model mangsa-pemangsa, rantai makanan juga termasuk pembahasan penting dalam ekologi. Rantai makanan merupakan rangkaian proses perpindahan energi atau proses makan dan konsumsi antar organisme melalui rantai makanan (Maknun, 2017).

Model mangsa-pemangsa tiga spesies merupakan bentuk interaksi yang melibatkan tiga spesies, yaitu spesies mangsa, predator perantara dan predator puncak (Suwanto). Model mangsa-pemangsa tiga spesies dapat membantu memahami bagaimana perubahan dalam satu populasi mempengaruhi populasi lainnya, dan bagaimana populasi ini dapat hidup berdampingan atau punah (Putri, Windarto, & Alfiniyah, 2021). Hubungan yang terjadi pada spesies yang terlibat adalah sebuah rantai makanan pada suatu ekosistem. Pada interaksi mangsa-pemangsa tiga spesies, penambahan spesies lain yaitu predator perantara dapat

berakibat hilangnya spesies predator puncak dalam rantai makanan tiga spesies tersebut (Levi & Wilmers, 2012).

Interaksi rantai makanan mangsa-pemangsa antara tiga spesies dapat ditunjukkan oleh ekosistem sawah pada rantai makanan tikus, ular sawah, dan elang. Interaksi ini menunjukkan bahwa ketika populasi tikus meningkat, populasi ular sawah dan elang juga akan meningkat karena ular sawah memiliki lebih banyak sumber makanan untuk dikonsumsi, sehingga dengan peningkatan jumlah ular sawah maka jumlah populasi elang pun akan ikut meningkat. Namun, ketika populasi ular sawah terlalu banyak akan menyebabkan populasi tikus menurun karena banyak tikus yang dimangsa oleh ular sawah. Begitupun dengan populasi elang, hal ini dapat berdampak pada keseimbangan dari rantai makanan ekosistem sawah tersebut. Selain itu, penting untuk memahami interaksi makanan tiga spesies ini untuk menjaga keseimbangan ekosistem sawah secara keseluruhan.

Interaksi mangsa-pemangsa ini awalnya dikemukakan oleh Lotka dan Volterra pada tahun 1920-an (Finizio & Ladas, 1988). Pada tahun 1991, Hastings dan Powell membuat perubahan pada model mangsa-pemangsa Lotka-Volterra dengan menambahkan spesies ketiga dan juga beberapa asumsi seperti pertumbuhan pada mangsa mengikuti laju pertumbuhan logistik serta menerapkan fungsi respons Holling tipe II. Fungsi respons Holling tipe II menggambarkan rata-rata kecepatan makan predator saat mencari mangsa (Skalski & Gilliam, 2001). Pada interaksi mangsa-pemangsa, adanya predator menimbulkan dampak langsung maupun tidak langsung terhadap populasi mangsa (Ryaal & Fahrig, 2006). Dampak langsung, predator dapat membunuh dan memakan mangsanya (Didiharyono, 2016). Pada dampak yang tidak langsung predator akan

memberikan rasa tidak aman terhadap mangsanya. Rasa tidak aman ini akan menimbulkan rasa takut bagi mangsa terhadap kehadiran predator, sehingga menyebabkan terjadinya perubahan pada perilaku mangsa (J. Schmitz, P. Beckerman, & M. O'Brien, 1997).

Pada kasus invertebrata invasif *Bythotrephes Longimanus* pada populasi mangsa zooplankton di Danau Michigan dan Irie, data kedua sistem tersebut menunjukkan bahwa spesies mangsa menghuni kolom air yang lebih dalam seiring dengan peningkatan biomassa *Bythotrephes Longimanus* yang merupakan respon terhadap predasi. Hasilnya menunjukkan bahwa efek tidak langsung dapat memberikan pengaruh yang lebih besar dari efek langsung (Pangle, Peacor, & Johannsson, 2007). Wang dkk pertama kali mengusulkan model mangsa-pemangsa dengan mempertimbangkan faktor ketakutan pada mangsa (Wang, Zanette, & Zou, 2016).

Dalam ekosistem perairan, zooplankton dan fitoplankton merupakan sumber makanan utama ikan mangsa. Namun ada fenomena ketika ikan predator hadir di suatu daerah, maka ikan mangsa akan menjadi takut terhadap ikan predator tersebut. Akibatnya, ikan mangsa menghabiskan lebih sedikit waktu untuk mencari makanan di dekat permukaan air tempat ikan predator sering berada. Mengingat ketakutan ini, ikan mangsa mungkin lebih sering bersembunyi di lapisan air yang lebih dalam, jauh dari permukaan, sehingga mengurangi konsumsi zooplankton dan fitoplankton. Oleh karena itu, kelimpahan zooplankton dan fitoplankton dapat meningkat karena berkurangnya tekanan makanan pada ikan mangsa. Hal ini dapat mengganggu keseimbangan ekosistem, karena

perubahan populasi mangsa dapat mempengaruhi keseimbangan seluruh rantai makanan dan ekosistem perairan.

Penelitian ini difokuskan pada model rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dalam penelitian Hastings dan Powell. Peneliti tertarik untuk mengkontruksi ulang model rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan mengubah sedikit model yaitu menambahkan faktor ketakutan akan predator puncak dapat menekan laju pertumbuhan predator perantara, dan ketakutan akan predator perantara menekan pertumbuhan populasi mangsa. Untuk mempelajari efek ketakutan tersebut, maka penelitian ini mengambil judul “Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara”.

## **B. Rumusan Masalah**

Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimanakah Model Matematika Rantai Makanan Mangsa-Pemangsa Tiga Spesies dengan Adanya Ketakutan pada Mangsa dan Predator Perantara?”

## **C. Pertanyaan Penelitian**

1. Bagaimana bentuk model matematika rantai makanan Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara?
2. Bagaimanakah analisis model matematika rantai makanan Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara?



3. Bagaimana interpretasi dari analisis model matematika rantai makanan Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara?

#### **D. Tujuan Penelitian**

1. Mengetahui bentuk model matematika rantai makanan Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.
2. Mengetahui analisis kestabilan lokal dari model matematika rantai makanan Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.
3. Menginterpretasikan hasil analisis dari model matematika rantai makanan Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.

#### **E. Manfaat Penelitian**

1. Dapat Membantu memperkaya pemahaman di bidang matematika khususnya di bidang ekologi terhadap model matematika Mangsa-Pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.
2. Dapat membantu konservasionis dalam merancang strategi perlindungan yang lebih efektif untuk menjaga populasi spesies-spesies yang terlibat dalam interaksi pada model rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies tersebut.
3. Menjadi referensi baru dalam pengembangan ilmu matematika di bidang pemodelan matematika terutama di bidang ekologi.

## **F. Metode Penelitian**

Penelitian ini adalah penelitian teoritis atau penelitian dasar. Peneliti menggunakan metode deskriptif untuk mencari sumber penelitian dengan menganalisis teori-teori yang berkaitan dengan masalah yang diteliti. Pendekatan persamaan differensial digunakan untuk membuat model matematika dalam penelitian ini. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam menyelesaikan penelitian ini adalah:

1. Menentukan masalah yang akan diteliti, yaitu pengaruh ketakutan terhadap model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies.
2. Mencari informasi tentang masalah yang dibahas dalam penelitian ini melalui jurnal, buku, artikel, dan sumber lainnya.
3. Membangun model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.
4. Melakukan analisis terhadap model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.
5. Menginterpretasikan hasil analisis model matematika rantai makanan mangsa-pemangsa tiga spesies dengan adanya ketakutan pada mangsa dan predator perantara.
6. Mengambil kesimpulan