MEKANIKA TEKNIK
KEKUATAN BAHAN

MILIK PERPUSTAKAAN UNIV. NEGERI PADANG
DITERIMA TGL. : 15 November 2000
SUMBER/HARGA : Hadiah
KOLEKSI : K.I
No. INVENTARIS : 4663/K/2000 M. (2)
KLASIFIKASI : 620.112 Dar-m (1)

Oleh
Drs. Darmawi, M.Pd

FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2000

KATA PENGANTAR

Berkat Rahmat Allah Yang Maha Kuasa, serta didorong oleh motivasi yang tinggi, akhirnya dapat juga disusun sebuah buku Mekanika Teknik Kekuatan Bahan ini.

Di dalam buku ini diuraikan tentang masalah kekuatan bahan seperti; tegangan, modulus kenyal, modulus gelincir, momen lembam bidang dan tahanan momen. Disamping itu juga diuraikan tentang analisa beban-beban yang menimbulkan tegangan, yang menimbulkan momen bengkok, yang menimbulkan momen puntir, serta yang menimbulkan momen ideal. Kemudian juga diuraikan cara-cara menghubungkan antara beban-beban yang bekerja dengan kekuatan bahan yang menahan dalam kesetimbangan statis.

Suatu kesatuan materi di dalam buku ini diuraikan secara sederhana dan mudah dipahami, serta dilengkapi dengan beberapa contoh soal sebagai aplikasi, yang dimulai dari soal yang mudah sampai kepada soal yang sulit, sehingga dapat menuntun para pembaca dalam merancang bangun suatu kontruksi.

Untuk kesempurnaan buku ini, penulis menerima kritik dan saran membangun dari para pembaca. Akhirnya penulis mengucapkan banyak terima kasih.

Padang, Mai 2000

Penulis.

D A F T A R I S I

DAFTAR GAMBAR

B A B I
T E G A N G A N

Gaya luar (external) yang diberikan pada suatu benda harus diimbangi oleh gaya penentang yang ada di dalam bahan. Bahan yang mempunyai gaya internal (gaya tarik antar molekul) dikatakan berada dalam keadaan tegang. Untuk lebih jelasnya tentang gaya internal dimisalkan sebuah batang mengalami suatu pembebanan. Pembebanan ini dalam prakteknya bekerja secara berangsur-angsur sedikit demi sedikit. Proses pembebanan ini bisa diselesaikan dalam waktu yang singkat , namun tak akan pernah sesaat. Bila gaya yang bekerja pada batang tadi cukup besar, sehingga dapat merubah susunan molekul batang, maka batang tadi akan berubah bentuk dan molekul-molekulnya bergeser sedikit dari posisi awalnya. Pergeseran ini akan mengakibatkan timbulnya gaya-gaya antar molekul, yang bergabung untuk melawan gaya akibat beban tadi. Bila beban ditambah , maka perubahan bentuk benda akan semakin besar dan gaya-gaya antar molekul juga bertambah . Gaya-gaya yang berada di dalam batang mengadakan reaksi yang sama dan berlawanan arah, sehingga keadaan seimbang tercapai. Batang sekatang dalam keadaan tegang dan teregang Kedua keadaan ini berhubungan dengan tegangan dalam bahan yang harus didampingi oleh regangan. Untuk menyederhanakan perhitungan, marilah kita perhatikan "konsep benda tegar" , yang hanya merupakan suatu konsep teoritis, karena tidak ada bahan yang tegar sempurna, dan tidak ada batang (benda) nyata yang dapat menahan beban tanpa mengalami perubahan bentuk sebelumnya.

Bila batang yang mengalami beban seperti tersebut diatas dibagi menjadi dua bagian oleh suatu bidang khayal, maka tiap bagian harus berada dalam keadaan seimbang, karena pengaruh gaya luar yang bekerja padanya dan gaya-gaya internal (gaya antar molekul) yang bekerja pada bidang khayal tersebut. Intensitas tegangan di suatu titik pada bidang khayal , didefenisikan sebagai suatu gaya internal tiap satuan luas . Secara umum formulasinya dapat ditulis sebagai berikut :

$$\sigma = \frac{F}{A}$$ (Titherington, D,. 1984. 2) . . . (1.1)

F = gaya internal sama besar dengan gaya yang bekerja.

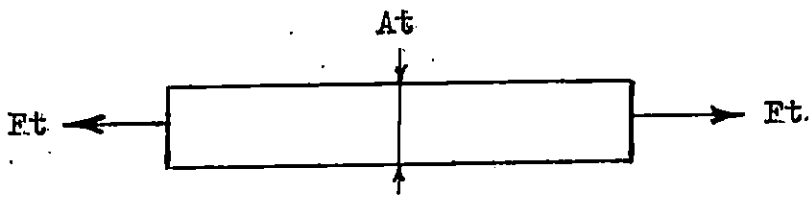
A = luas penampang.

Dilihat dari cara kerjanya tegangan dapat dibedakan atas dua jenis yaitu :

1. Tegangan normal atau langsung, keadaan ini terjadi, bila gaya internal yang bekerja tegak lurus pada bidang yang diamati dan sesuai dengan arah gaya. Yang termasuk tegangan normal atau langsung adalah :

   a. Tegangan tarik (σ_t).

   Bila gaya bekerja tegak lurus terhadap penampang batang dan arah gaya saling menjauhi penampang tersebut, maka batang tersebut dinamakan mengalami tegangan tarik. Lihat gambar 1.1, yang memperlihatkan sebuah batang yang mengalami gaya tarik.



Gambar 1.1. Batang tarik.

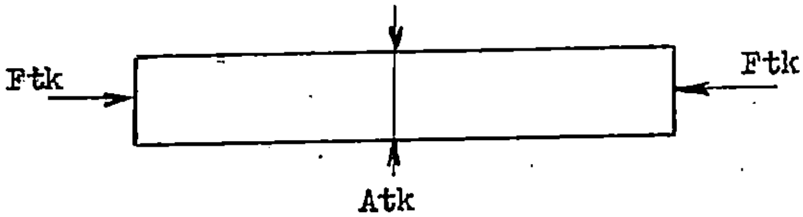
Bila Ft = gaya tarik (N), dan At = luas penampang tertarik (m^2), maka :

$$\text{Tegangan Tarik} = \frac{\text{Gaya Tarik}}{\text{Luas Penampang Tertarik}}$$

$$\sigma t = \frac{Ft}{At}\ N/m^2 \quad . . . . (1.2)$$

b. Tegangan Tekan (σtk).

Bila gaya bekerja tegak lurus terhadap penampang batang, dengan arah gaya saling mendekati penampang tersebut, maka dinamakan mengalami tegangan tekan. Lihat gambar 1.2, yang memperlihatkan sebuah batang yang mengalami gaya tekan.



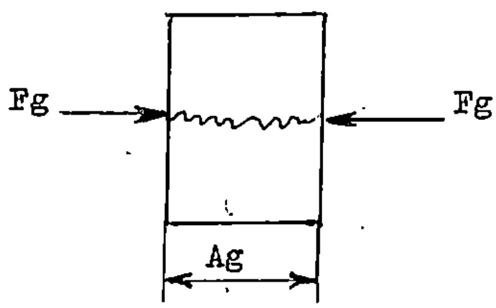
Gambar 1.2. Batang tekan.

Bila Ftk = gaya tekan (N), dan Atk = luas penampang tertekan (m^2), maka :

$$\text{Tegangan Tekan} = \frac{\text{Gaya Tekan}}{\text{Luas Penampang Tertekan}}$$

$$\sigma_{tk} = \frac{Ftk}{Atk} \ N/m^2 \ \ldots\ldots\ldots \qquad (1.3)$$

2. Tegangan tangensial atau geser, keadaan ini terjadi, bila gaya internal bekerja sejajar dengan bidang yang diamati. Seringkali resultan gaya pada elemen luasan membentuk sudut dengan bidang luasannya. Dalam keadaan seperti ini, gaya tersebut harus diuraikan menjadi komponen normal dan komponen geser. Yang termasuk tegangan tangensial atau geser adalah :
   a. Tegangan geser (σg).
      Bila gaya bekerja sejajar dengan penampang yang diamati, dan saling mendekati penampang tersebut, dinamakan batang tersebut mengalami tegangan geser, seperti gambar 1.3.



Gambar 1.3. Batang geser.

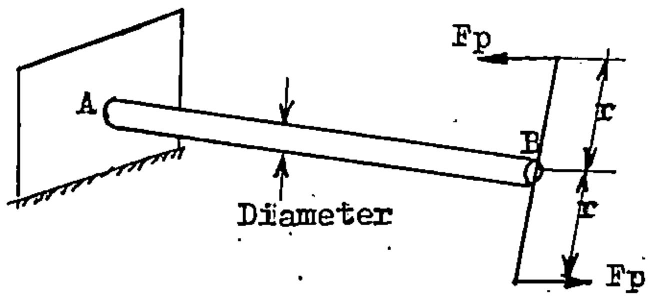
Bila Fg = gaya geser (N) dan Ag = luas penampang ter geser (m^2), maka :

$$\text{Tegangan geser} = \frac{\text{Gaya Geser}}{\text{Luas Penampang Tergeser}}$$

$$\sigma g = \frac{Fg}{Ag} \; N/m^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (1.4)$$

b. Tegangan Puntir (σp).

Bila suatu kopel bekerja melingkari penampang yang diamati, maka batang tersebut dinamakan mengalami tegangan puntir, perhatikan gambar 1.4.



Gambar 1.4. Batang Puntir.

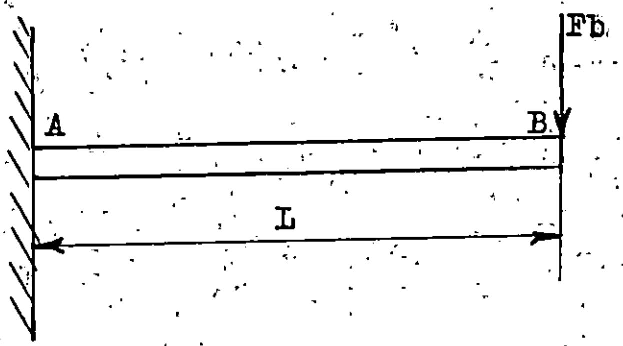
Bila Fp = gaya puntir (N), akan menimbulkan momen puntir (Mp) disepanjang batang AB. Maka tegangan puntir yang bekerja disepanjang batang AB adalah :

$$\text{Tegangan Puntir} = \frac{\text{Momen puntir}}{\text{Tahanan Penampang Terpuntir}}$$

$$\sigma p = \frac{Mp}{Wp} \; Nm/m^3 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (1.5)$$

Disamping dua jenis pembagian di atas, ada kenyataan lain, bila suatu gaya bekerja tegak lurus terhadap sumbu ba -

tang, dan sejajar dengan penampang yang diamati, maka gaya tersebut akan menimbulkan momen bengkok (Mb) disepanjang batang AB. Di bagian atas dari sumbu horizontal penampang (x) mengalami tegangan tarik (σt) dan di bagian bawah sumbu horizontal mengalami tegangan tekan (σtk), maka keseluruhan batang tersebut dinamakan mengalami tegangan bengkok (σb), lihat gambar 1.5.



Gambar 1.5. Batang Bengkok.

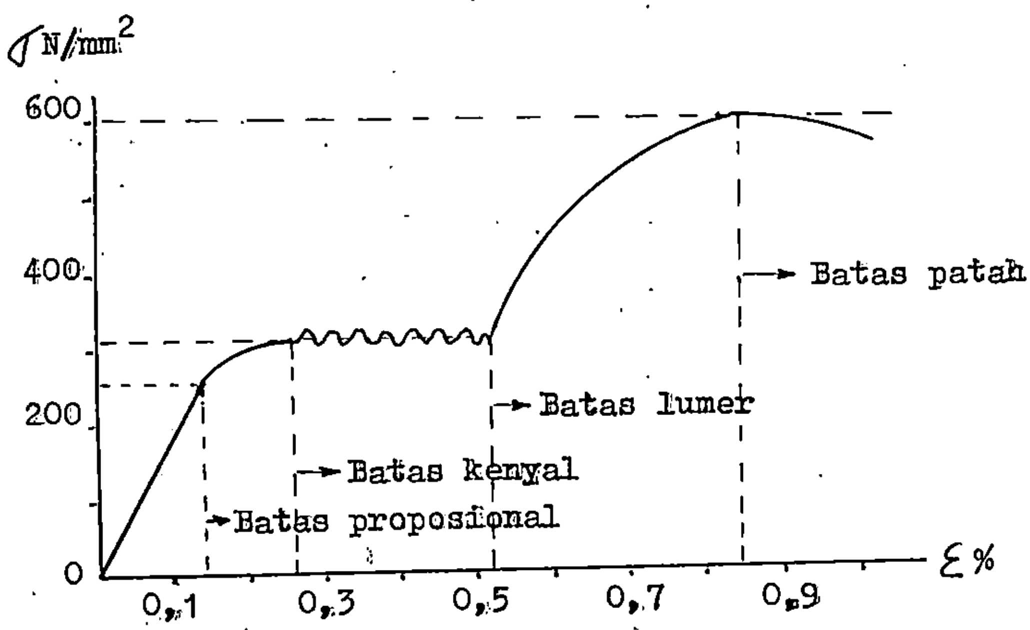
Bila Fb = gaya bengkok (N), akan menimbulkan momen bengkok (Mb) disepanjang batang AB, maka tegangan bengkok yang bekerja adalah :

$$\text{Tegangan bengkok} = \frac{\text{Momen bengkok}}{\text{Tahanan Penampang Terbengkok}}$$

$$\sigma_b = \frac{Mb}{Wb} \ Nm/m^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.6)$$

A. Percobaan Tarik.

Untuk mengetahui karakteristik suatu logam misalnya baja, maka pada pabrik (industri) baja biasanya dilakukan percobaan. Misalnya untuk mengetahui kekuatan ta rik dari suatu bahan dilakukan percobaan tarik, ... dengan mengambil sampel dari logam tersebut, kemudian ditarik sampai putus. Melalui percobaan tersebut dapat diketahui keadaann logam tersebut sejak awal percobaan sampai putus. Begitu juga terhadap kekuatan geser, puntir, bengkok dan lain-lainnya juga dilakukan percobaaan. Jalan percobaan - tarik (hubungan tegangan yang bekerja dengan perpanjangan yang terjadi), dapat dilihat pada gambar 1.6.



Gambar 1.6.Grafik Tegangan dan Regangan.

Mula-mula batang (sampel percobaan) dijepit pada mesin percobaan, kemudian diberikan beban sedikit demi sedikit. Begitu juga dengan pertambahan panjang yang terjadi, pada mulanya pertambahan panjang belum terjadi karena kecilnya beban. Tetapi dengan bertambahnya beban, maka pada suatu saat batang akan bertambah panjang, dimana pada keadaan ini pertambahan panjang sebanding dengan pertambahan be - ban. Keadaan ini akan berlangsung sampai pada batas tertentu, yang dinamakan batas perbandingan seharga (proposional limit). Jika pada titik ini beban dilepaskan, maka batang akan surut seperti semula (pertambahan panjang nol kembali). Setelah melewati titik batas perbandingan seharga, jika beban ditambah terus, maka panjangnya juga ikut bertambah, tetapi pertambahan panjang tersebut tidak sebanding lagi dengan pertambahan beban. Keadaan ini juga akan berakhir pada suatu titik yang dinamakan titik batas kenyal. Pada titik ini jika beban dilepaskan, maka batang tidak akan surut seperti semula. Setelah melewati titik batas kenyal, tanpa menambah beban, batang akan bertambah panjang dengan sendirinya. Berarti pertambahan panjang batang berlangsung pada beban konstan. Keadaan ini juga akan berakhir pada suatu titik yang dinamakan titik batas lumer. Dalam melakukan percobaan tarik tentu beban ditambah terus sampai batang ini putus. Maka mulai dari titik batas lumer, jika beban ditambah, panjang batang juga ikut bertambah sampai batang tersebut putus, yang dinamakan titik batas patah.

Kemudian keadaan batang percobaan dari awal sampai akhir percobaan yaitu sampai batang tersebut putus dapat dibaca pada grafik tegangan dan regangan yang terekam pada kertas dimesin percobaan. Pada grafik tersebut kita bisa melihat pada tegangan tarik berapa batang tersebut putus, maka dengan demikian dapat disimpulkan bahwa tegangan tarik maksimum batang uji tersebut adalah pada titik putus tersebut. Tentu di dalam pemakaian di lapangan terhadap bahan batang yang telah diuji tersebut, tidak akan diberikan beban yang menyebabkan batang tersebut patah atau rusak. . Untuk itu tegangan yang bekerja harus diambil di bawah atau lebih kecil dari tegangan tarik patah, biasanya diambil dibawah titik batas perbandingan seharga dengan alasan tidak merusaksusunan struktur dari logam, karena jika beban dilepaskan pada batas ini, batang bisa surut kembali seperti semula. Berarti tidak mengalami perubahan dan aman bekerja. Maka perbandingan tegangan tarik patah dengan tegangan tarik yang diizinkan bekerja sama dengan faktor keamanan, yang dapat diformulasikan sebagai berikut :

$$\frac{\sigma_t}{\bar{\sigma}_t} = v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.7)$$

Contoh soal 1.1.

Sepotong kawat dengan luas penampang 6 mm^2, ditarik dengan sebuah gaya F. Tegangan tarik patah bahan 20,4 kN/mm^2 . Berapakah gaya F yang diizinkan bekerja, jika faktor keamanan v = 5.

Jawab :

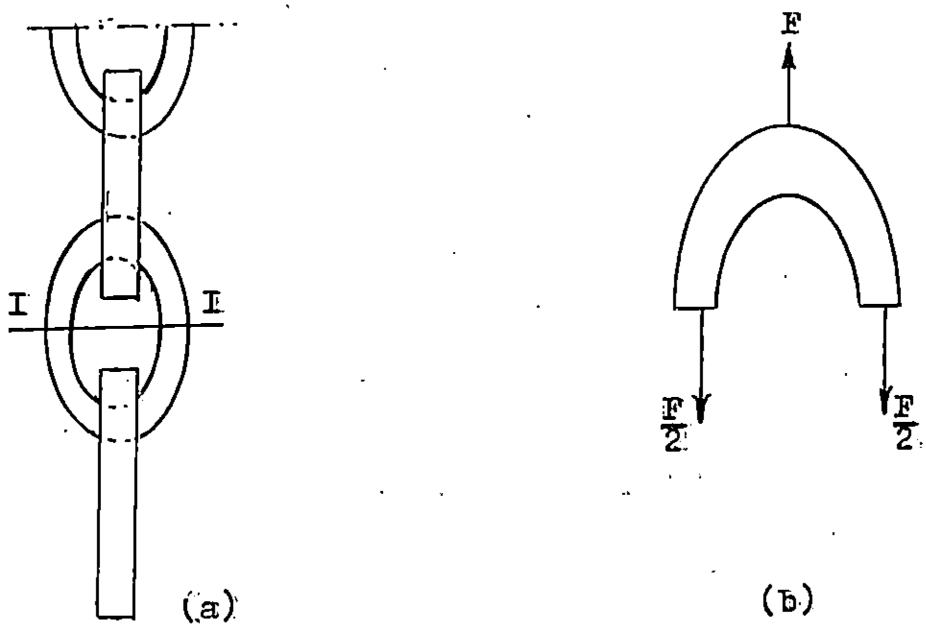
$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{v} = \frac{20400}{5} = 4080 \ N/mm^2 .$$

$$F = A t \, ; \bar{\sigma}_t = 6 \ . \ 4080 = 24480 \ N.$$

Contoh soal 1.2.

Sebuah rantai SCALMEN yang dipakai untuk mengangkat beban sebesar 1 MN. Berapakah diameter rantai minimum, bila tegangan tarik patah bahan rantai 208 kN/mm^2. Rantai berada pada keadaan diam, faktor keamanan v = 5. Berat rantai diabaikan dan kontruksinya lihat gambar 1.7.

Jawab :



Gambag 1.7. Rantai SCALMEN.

$$\sigma t = \frac{20800}{5} = 41600 \text{ N/mm}^2.$$

$$t = \frac{F}{\sigma t} = \frac{1000.000}{41600} = 24,036 \text{ mm}^2$$

$$At_1 = \frac{At}{2} = \frac{24,036}{2} = 12,019 \text{ mm}^2.$$

$$d_1 = \frac{4.\ At1}{11} = \frac{12,019}{3,14} = 4,3 \text{ mm}.$$

B. Modulus kenyal.

Jika suatu batang logam mendapat gaya sentris yang cukup besar, sehingga mampu menghasilkan pertambahan panjang, maka batang tersebut akan mengalami suatu perubahan sesuai dengan arah gaya bekerja (jika tarik akan mengalami perpanjangan dan jika tekan akan mengalami perpendekan). Kalau beban dilepas batang cenderung kembali kepada keadaan semula. Kekuatan atau kemampuan untuk kembali kepada keadaan semula dinamakan modulus kenyal (Elasticity). Sifat kekenyalan bahan menentukan besarnya perlawanan terhadap perubahan. Berarti semakin besar angka kekenyalan , maka semakin besar pulalah perlawanan yang dapat diberikan oleh bahan tersebut terhadap perubahan. Dengan kata lain semakin besar angka kekenyalan, maka semakin sedikit pertambahan panjang atau perubahan yang terjadi untuk beban yang sama jika dibandingkan dengan bahan yang mempunyai angka kekenyalan yang kecil yang dapat menghasilkan pertambahan panjang atau perubahan yang lebih besar. Perubahan yang besar menunjukan perlawanan yang sedikit, dan perubahan yang sedikit menunjukan perlawanan yang besar.

Kekenyalan dapat dibagi atas 3 bagian :

1. Kenyal sempurna, maksudnya perubahan yang terjadi dapat seluruhnya kembali kepada keadaan semula. Misalnya logam dibawah batas perbandingan seharga, karet dan lain-lainnya.
2. Kenyal tidak sempurna, maksudnya tidak seluruh peru -

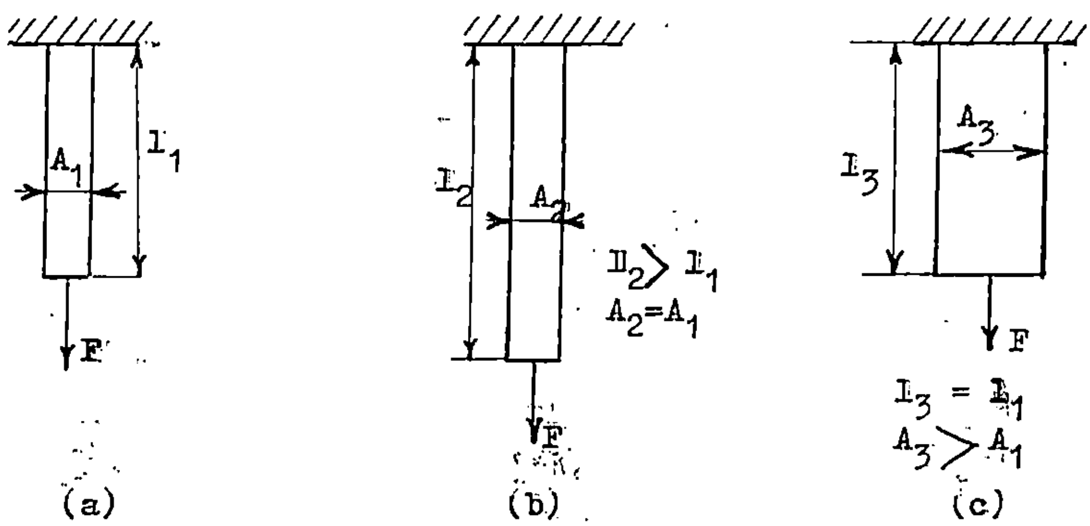
bahan yang terjadi dapat kembali kepada keadaan semula. Misalnya logam yang ditarik melewati batas proposional limit.

3. Plastis maksudnya suatu perubahan yang tidak sedikitpun kembali kepada keadaan semula. Misalnya tanah liat yang ditekan atau ditarik.

Modulus kenyal disimbulkan dengan E yang diukur dengan satuan N/mm^2 , kN/mm^2 dan MN/m^2 .

C. Hukum Robert Hooke.

Robert Hooke ingin menyelidiki dan membuat suatu perumusan tentang faktor-faktor yang mempengaruhi pertambahan panjang atau perpendekan jika ditekan, dari sebuah batang logam yang mengalami gaya sentris. Jalan percobaan Robert Hooke adalah sebagai berikut dan perhatikan gambar 1.8. di bawah ini :



Gambar 1.8. Batang percobaan Hooke.

1. Mula-mula Hooke mengambil sebuah batang percobaan yang homogen dan lurus, kemudian ditarik dengan gaya F yang sentris, sehingga batang tersebut bertambah panjang. Sewaktu batang digantungkan tanpa gaya pertambahan panjang tidak ada (dalam hal ini berat diabaikan), kemudian setelah diberi gaya maka pertambahan panjang ada Keadaan ini dapat disimpulkan bahwa pertambahan panjang batang berbanding lurus dengan gaya ($\Delta l \propto F$). Artinya semakin besar gaya F yang diberikan maka akan semakin besar pula pertambahan panjang yang terjadi.
2. Pada langkah kedua Hooke mengambil sebuah batang homogen, lurus dengan bahan dan luas penampang yang sama dengan batang percobaan pertama, tetapi panjang lebih panjang dari batang percobaan pertama ($l_2 > l_1$). Setelah digantung kemudian ditarik dengan sebuah gaya F yang sama besarnya dengan gaya F pada percobaan pertama, sehingga batang bertambah panjang. Setelah diamati dan diukur pertambahan panjang yang terjadi kemudian dibandingkan dengan pertambahan panjang yang terjadi pada percobaan pertama, ternyata pertambahan panjang percobaan kedua lebih panjang dari pertambahan panjang percobaan pertama ($\Delta l_2 > \Delta l_1$). Disini Hooke menyimpulkan bahwa pertambahan panjang berbanding lurus dengan panjang semula ($\Delta l \propto l_o$). Artinya semakin panjang panjang awal ditarik dengan gaya F yang sama, maka pertambahan panjang yang terjadi akan semakin besar.

3. Pada langkah ketiga Hooke mengambil sebuah batang percobaan yang lurus , homogen , bahan dan panjang sama dengan percobaan pertama, tetapi luas penampang lebih besar dari percobaan pertama ($A_3 > A_1$). Setelah digantung kemudian ditarik dengan gaya F yang sama dengan gaya pada percobaan pertama. Kemudian batang tersebut bertambah panjang. Setelah diamati, diukur kemudian dibandingkan dengan pertambahan panjang percobaan pertama , ternyata pertambahan panjang percobaan ketiga lebih pendek dari pertambahan panjang percobaan pertama ($\Delta l_3 < l_1$). Berarti semakin besar luas penampang, maka pertambahan panjang semakin pendek, dan sebaliknya semakin kecil luas penampang maka pertambahan panjang semakin besar untuk gaya penarik, bahan dan panjang yang sama. Kemudian Hooke menyimpulkan bahwa pertambahan panjang berbanding terbalik terhadap luas penampang ($\Delta l \propto 1/A$).

Dari tiga macam percobaan di atas, hanya dilakukan terhadap bahan yang sama, ternyata pertambahan panjang berbanding lurus dengan Gaya F, berbanding lurus dengan panjang awal lo dan berbanding terbalik dengan luas penampang A. Formulasinya dapat ditulis sebagai berikut :

$$\Delta l = \frac{F.lo}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.8)$$

Dalam hal ini semua bahan logam akan bertambah panjang bila ditarik dan akan bertambah pendek bila ditekan. Tentu faktor bahan ikut berperan menentukan pertambahan panjang batang, sedangkan percobaan Hooke seperti di atas hanya baru melakukan untuk satu jenis bahan. Maka untuk pengaruh bahan, ditetapkan suatu konstanta bahan (C) yang berbeda untuk bahan yang berbeda, sehingga rumus (1.8) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\Delta l = \frac{F \cdot lo.}{A} C \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.9)$$

Harga C ternyata sangat kecil, dan kadang-kadang tidak begitu berpengaruh terhadap perhitungan maka harga C disempurnakan sebagai berikut :

$$C = \frac{1}{E} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.10)$$

C = konstanta bahan.

E = modulus kenyal.

Jadi

$$\Delta l = \frac{F.lo}{A.\ E} \quad \text{(Titherington, D, 1984. 4)} \quad (1.11)$$

$$\frac{l}{lo} = \frac{F}{A} \cdot \frac{1}{E}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.12)$$

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

ε = (efsilon) = prosentase regangan.

Contoh soal 1.3.

Hitunglah besar gaya yang bekerja untuk menghasil - regangan sebesar 0,0008, dari sepotong baja yang berpenampang bulat dengan diameter 30 mm, modulus kenyal E = 206 GN/m^2.

Jawab :

$\sigma = \varepsilon \cdot E = 0{,}0008 \cdot 206 \cdot 10^6 = 16{,}48 \cdot 10^4 \ kN/m^2$.

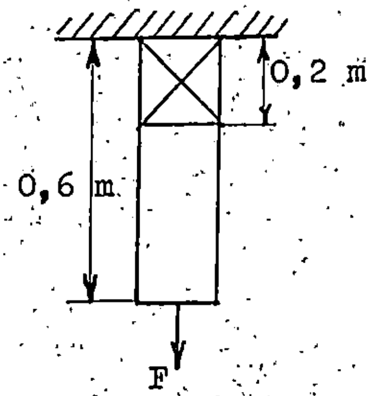
$F = \sigma \cdot A = 16{,}48 \cdot 10^4 \cdot 0{,}785\ (0{,}03)^2$

$F = 116{,}4$ kN.

Contoh soal 1.4.

Sepotong tembaga yang terdiri dari dua penampang , panjang total 0,6 m terdiri berpenampang segi empat ukur - an (2 x 2)cm^2 dengan panjang 0,2 m, dan selebihnya ber - penampang bulat dengan diameter 2 cm. Ditarik dengan gaya F = 350 kN. Hitunglah pertambahan panjang batang, bila modulus kenyal E = 103 GN/m^2.

Jawab :



Gambar 1.9. Batang tembaga berpenampang dua macam.

MILIK PERPUSTAKAAN
UNIV. NEGERI PADANG

1663/K/2000-M, [2]
620.112
Dar
m

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$$

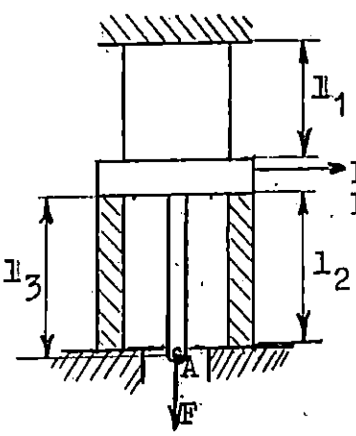
$$= \frac{F}{E} \left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} \right)$$

$$= \frac{350.10^3}{103.10^9} \left(\frac{0,2}{4.10^{-4}} + \frac{0,4}{3,14.10^{-4}} \right)$$

$$\Delta l = 6,03.10^{-3} \text{m}.$$

Contoh soal 1.5.

Sebuah kontruksi sederhana yang terdiri dari tiga bagian (batang). Batang pertama berpenampang bulat, batang kedua silinder berlobang dan batang ketiga juga berbentuk silinder , berpenampang lebih kecil dari batang pertama. Ukuran masing-masing adalah sebagai berikut : Panjang l_1 = 10 cm, l_2 = 15 cm, l_3 = 20 cm. Luas penampang A_1 = 16 cm^2 A_2 = 14 cm^2, A_3 = 10 cm^2. Modulus kenyal $E_1 = E_2 = E_3$ = 206 GN/m^2. Pada titik A ditarik dengan gaya F = 10 MN. Hitunglah besarnya penurunan titik A tersebut .



Gambar 1.10. Kontruksi sederhana tiga komponen.

MILIK PERPUSTAKAAN
UNIV. NEGERI PADANG

Jawab :

Pertambahan panjang batang 1 sama dengan perpendekan batang 2, karena perubahan piringan diabaikan, maka :

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$\frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{F_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2}$$

$$F_1 = 1,71\, F_2$$

F_1 = Gaya yang memperpanjang batang 1,

F_2 = Gaya yang memperpendek batang 2.

$$F = F_1 + F_2$$

$$10 = (1,71 + 1)\, F_2$$

$$F_2 = 3,69 \text{ MN}, \quad F_1 = 6,31 \text{ MN}$$

$$\Delta l_A = \Delta l_1 + \Delta l_3$$

$$= \frac{F_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} + \frac{F \cdot l_3}{E \cdot A_3}$$

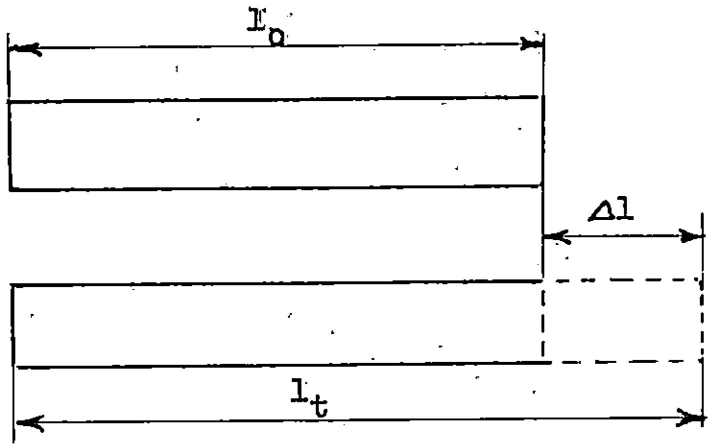
$$= \frac{6,31 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{206 \cdot 10^3 \cdot 16 \cdot 10^{-4}} + \frac{10 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{206 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}$$

$$\Delta l_A = 0,0116 \text{ m.}$$

Jadi titik A mengalami penurunan sebesar 0,0116 m.

D. Tegangan temperatur.

Sesuai dengan sifat alamiah dari logam, jika dipanaskan dia akan memuai, dan jika didinginkan dia akan menyusut. Di dalam buku ini yang akan diraikan hanya pemuaian panjang saja.



Gambar 1.11. Pemuaian panjang.

Perhatikan gambar 1.11, pertambahan panjang yang terjadi dapat dihitung dengan rumus sabagai berikut :

$\Delta l = \lambda \cdot lo \cdot \Delta t$ (Hannah, J, 1977 : 249) (1.13)

$\frac{\Delta l}{lo} = \lambda \cdot \Delta t$

$\varepsilon = \lambda \cdot \Delta t$ . . . .(1.14)

Δl = pertambahan panjang.

lo = panjang awal.

Δt = perbedaan temperatur.

λ = koeffesien muai panjang.

Substitusikan persamaan (1.14) ke persamaan (1.12) didapat :

$\sigma = E \cdot \lambda \cdot \Delta t$ . . . . (1.15)

Dari persamaan (1.1) didapat :

$F = \sigma \cdot A$

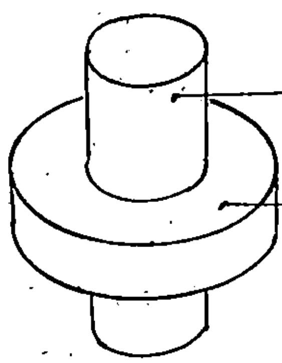
Substitusikan persamaan (1.15), kepersamaan (1.1) didapat besar gaya yang terjadi waktu pemuaian sebagai berikut :

$F = E. \lambda . \Delta t. A$ . . . . (1.16)

Tegangan temperatur persamann (1.15) dan gaya persamaan (1.16), terjadi bila pemuaian dihalangi, bila pemuaian tidihalangi , maka tegangan ataupun gaya tidak akan terjadi.

Contoh soal 1.6.

Tentukanlah ukuran diameter bagian dalam sebuah ring yang akan dipasangkan pada sebuah pen, agar tegangan yang timbul tidak lebih dari 300 MN/m^2 . Diameter pen yang akan dimasukan adalah 10 cm. Ring tersebut terbuat dari baja dengan E = 206 GN/m^2 . $\lambda = 12.10^{-6}/^oC$. Jika suhu udara luar 25 ^oC. Kontnuksi seperti gambar 1.12.



Gambar 1.12. Sambungan tekan ring d an pen.

Jawab :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{300.10^6}{206.10^9} = 1,456.10^{-3}.$$

$\Delta d = \varepsilon . \; d = 1,456.10^{3} . 0,1 = 1,456.10^{-4}$ m.

Diameter bagian dalam ring adalah :

$$do = di - \Delta d = 0,1 - 1,456 . 10^{-4}$$

$$= 0,0998544 \text{ m.}$$

$$\sigma = \lambda . E . \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\sigma}{\lambda . E} = \frac{300.10^{6}}{12.10^{-6}.206 . 10^{9}}$$

$$= 121,36 \; ^{o}C.$$

$$t_1 = 121,36 + 25 = 146,36 \; ^{o}C.$$

Jadi ring harus dipanaskan sampai suhu 146,36 °C.

Contoh soal 1.7.

Sebatang rel kereta api panjang 6 m, dipasang de - ngan jarak kedua ujung 12 mm, tepat pada suhu 14 °C. baja 12.10^{-6}/°C , dan E = 206 GN/m². Pada suhu berapakah kedua ujung rel itu merapat.

Jawab :

$$\Delta l_1 = lo . \lambda . (t_1 - to)$$

$$12.10^{-3} = 6. \; 12.10^{-6} (t_1 - 14)$$

$$t_1 = 186,667 \; ^{o}C.$$

Jadi kedua ujung rel akan merapat pada suhu 186,667°C.

Jika suhu turun sampai 0°C, maka jarak antara kedua ujung menjadi :

$$\Delta l = lo . \lambda . (to - 0)$$

$$= 6. \; 12.10^{-6} (14 - 0) = 1008 . 10^{-6} \text{ m.}$$

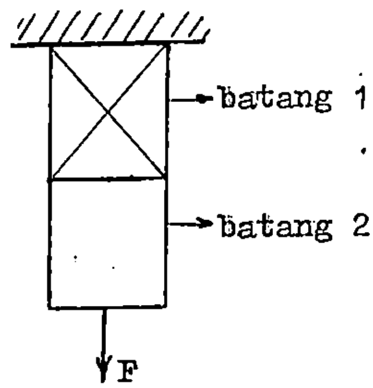
MILIK PERPUSTAKAAN
UNIV. NEGERI PADANG

Jadi jarak antara kedua ujung rel pada suhu 0^oC adalah :

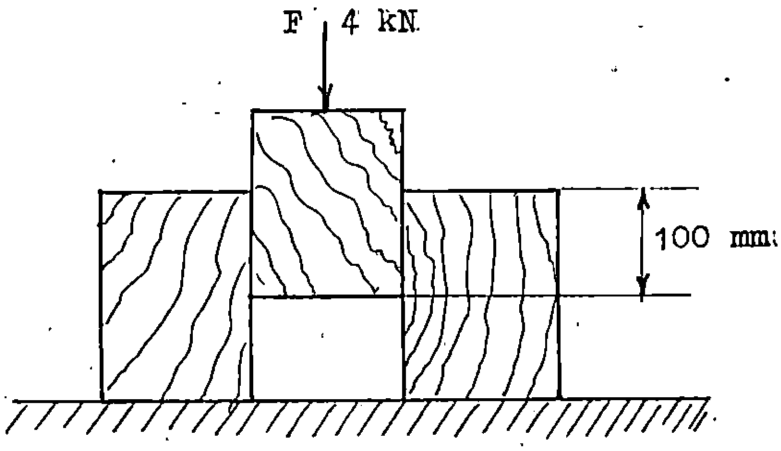
$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$$
$$= 12.10^{-3} + 1008 . 10^{-6}$$
$$= 13,008.10^{3} \text{ m.}$$

Soal-soal.

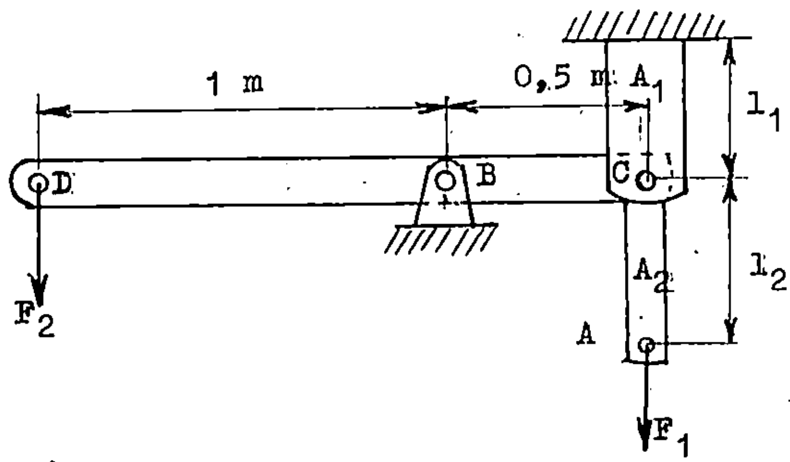
1. Dua jenis batang logam yang terdiri dari Alluminium (batang 1), dan tembaga (batang 2), disambungkan menjadi satu. Tegangan tarik yang diizinkan untuk tembaga 30 MPa, dan untuk alluminium 28 MPa. Ditarik dengan gaya F, berapakah ukuran penampang tembaga bila ukuran batang alluminium (10 x 10) mm^2 . Kontruksi seperti gambar di bawah ini .



2. Sepotong kayu berukuran (15 x 15) cm^2, diapit oleh dua potong kayu lainnya seperti gambar di bawah ini. Di atas balok tersebut dibebani dengan gaya sebesar 4 kN. Berapakah tegangan geser rata-rata yang terjadi antara penampang yang bergeser. Kontruksi seperti gambar dibawah ini. Balok yang tertekan oleh gaya dan tinggi bidang gesek 100 mm.

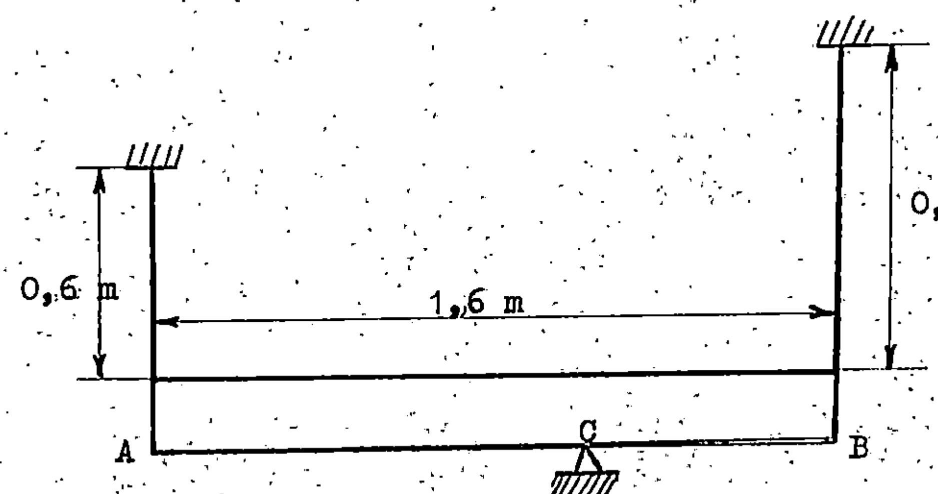


3. Sebuah batang baja vertikal mempunyai ukuran seperti ter... gambar. Pada titik C diber lengan sepanjang 1,5 m. Pada titik B ditumpu dan di titik D diberi gaya sebesar F_2, di titik A bekerja gaya sebesar F_1 . Berapakah perbandingan gaya F_1 dan F_2 jika perpindakhan titik A sama dengan nol.



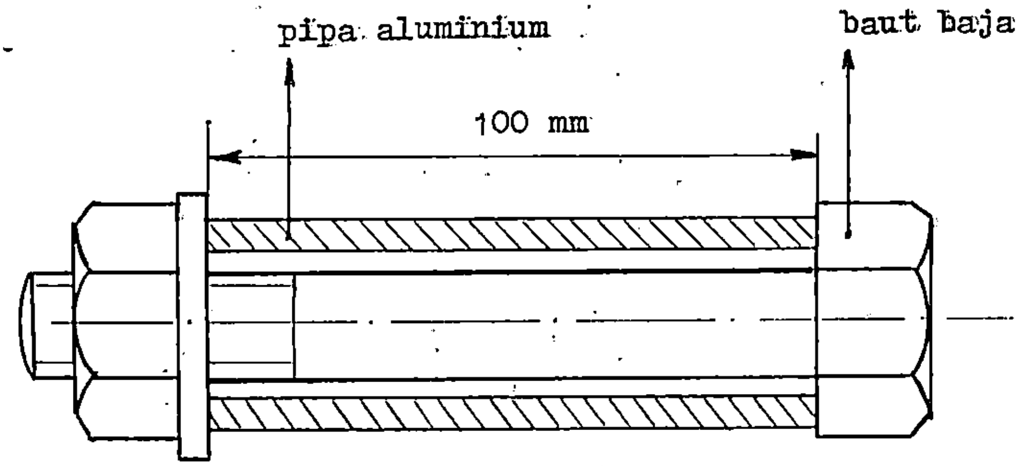
4. Sebuah balok dengan panjang 1,6 m, pada kedua ujungnya digantung dengan tali seperti tergambar. Pada titik A digantung dengan tali sepanjang 0,6 m terbuat dari baja,dan pada ujung B digantung dengan tali tembaga sepanjang 0,8m.

Modulus kenyal baja 206 MPa dan tembaga 103 MPa. Diantara kedua ujungnya harus ditumpu dengan tumpuan C. Berapakah jarak titik tumpuan C dari titik A atau titik B, jika luas penampang tali sama.



5. Sebuah piston yang terbuat dari alluminium dengan λ = 24.10^{-6} /°C. Terletak di dalam sebuah silinder yang terbuat dari baja tuang dengan $\lambda = 10.10^{-6}$ / °C. Toleransi radial rata-rata antara piston dan silinder 0,55 mm, pada suhu 27 °C. Hitunglah pertambahan gap antara silinder dan piston, bila suhu dalam silinder naik sampai 1500 °C, Hitung juga ada tegangan yang bekerja atau tidak.

6. Sebuah baut terbuat dari baja dengan koefisien muai panjang $12.\ 10^{-6}$ /°C. Dipasangkan pada sepotong pipa alluminium dengan koefisien muai panjang 24.10^{-6}/°C, yang panjang 100 mm pada suhu 25 °C. Modulus kenyal baja 206 GN/m^2, alluminium 10 3 GN/m^2. Jika suhu sekitar sambungan dinaikan sampai 200°C. Berapakah tegangan yang bekerja pada baja dan alluminium.



7. Baut baja dengan diameter 20 mm dilewatkan melalui suatu pipa kuningan yang panjangnya 250 mm, diameter dalamnya 25 mm dan diameter luarnya 30 mm. Suatu mur dan cincin di pasang pada baut, dan mur dieratkan, hingga pipa tertekan sejauh 0,2 mm. Hitunglah tegangan-tegangan yang bekerja pada kedua bahan dan pertambahan panjang baut. Modulus kenyal baja 200 GPa dan kuningan 85 GPa.

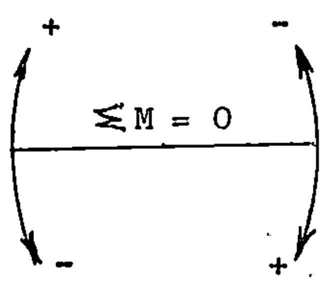
BAB II
PEMBEBANAN

Balok atau gelagar adalah suatu kesatuan dari batang-batang yang kaku menerima pembebanan, sehingga dapat menahan bengkokan akibat pemberian muatan atau gaya. Sebuah balok atau gelagar biasanya ditunjang oleh satu titik tumpuan atau lebih. Bentuk titik tumpuan terdiri dari tumpuan engsel, tumpuan rol, dan tumpuan jepit. Hal ini tidak akan diuraikan dalam buku ini, karena sudah diuraikan dalam buku Mekanika bagian kesetimbangan (statika) yang sudah diterbitkan terdahulu.

Sebuah balok atau gelagar dikatakan setimbang dalam keadaan diam, harus memenuhi syarat-syarat kesetimbangan statis sebagai berikut :

1. $\sum M = 0$ (Russel E, 1983. 80) . . . . (2.1)

   Bacaannya adalah sigma (jumlah) momen sama dengan nol. Untuk mengaplikasikan syarat ini ke dalam suatu permasalahan pembebanan balok atau rangka batang, maka ditetapkan suatu perjanjian tanda yang dinamakan kaedah sigma momen seperti gambar 2.1 di bawah ini.

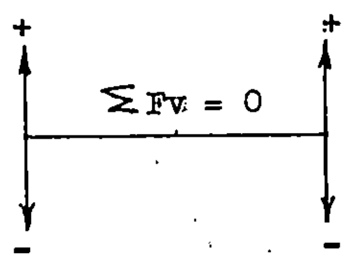


Gambar 2.1. Kaedah sigma momen

Maksudnya, bila gaya terletak sebelah kiri atau sebelah kanan dari titik putar yang telah ditentukan, jika diputar dengan sumbu titik putar searah jarum jam, maka tandanya positif (+), dan bila diputar dengan sumbu titik putar berlawanan arah jarum, maka tandanya negatif (-).

2. Σ Fv = 0 (Russel E, 1983. 80) . . . . (2.2)

Bacaannya adalah sigma (jumlah) gaya vertikal sama dengan nol. Untuk mengaplikasikan syarat ini ke dalam permasalahan pembebanan ditetapkan suatu perjanjian tanda yang dinamakan kaedah gaya vertikal seperti gambar 2.2 di bawah ini.

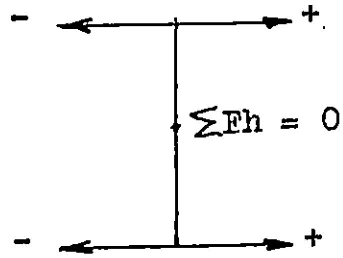


Gambar 2.2. Kaedah gaya vertikal.

Maksudnya, bila gaya terletak sebalah kiri atau sebelah kanan dari titik putar yang ditentukan, mengarah ke atas tandanya positif (+), dan jika mengarah ke bawah tandanya negatif (-).

3. Σ Fh = 0. (Russel E, 1983. 80) . . . . (2.3)

Bacaannya adalah sigma (jumlah) gaya horizontal sama dengan nol. Untuk mentrapkan kaedah ini ke dalam suatu permasalahan pembebanan, ditetapkan suatu perjanjian tanda yang dinamakan kaedah gaya horizontal seperti gambar 2.3 di bawah ini.



Gambar 2.3. Kaedah gaya horizontal.

Maksudnya bila gaya terletak sebelah atas atau sebelah bawah dari titik putar yang ditentukan mengarah ke kanan tandanya positif (+), dan jika mengarah ke kiri tandanya negatif (-).

4. Untuk menentukan besarnya momen bengkok yang bekerja di suatu titik di sepanjang balok (batang) ditetapkan perjanjian tanda seperti nomor 2, gambar 2.2.

Empat perjanjian tanda di atas, harus dipakai(diikuti) secara keseluruhan (tidak boleh dirubah sebagian-sebagian) ; Tetapi bila pembaca kurang cocok,kurang pas dengan kaedah-kaedah di atas boleh diganti (yang empat di atas tidak dipakai), maka balikan saja tandanya yaitu tanda (+) ganti dengan (-), dan tanda (-) ganti dengan tanda (+).

A. Pembebanan titik.

Pembebanan titik maksudnya adalah beban (gaya) yang bekerja dikonsentrasikan (dipusatkan) kepada suatu titik. Dalam suatu system pembebanan adakalanya beban sudah terkonsentrasi adakalanya belum, maka yang belum terkonsentrasi harus dikonsentrasikan terlebih dulu.

Untuk bisa menyelesaikan persoalan beban titik ini ikutilah illustrasi di bawah ini, disamping itu perhatikan gambar 2.4. di bawah ini. Dimisalkan sebuah batang AB yang di dukung oleh dua tumpuan A dan B. Jarak tumpuan A ke tumpuan B adalah L m, Pada titik C tepat ditengah AB bekerja gaya (beban titik) sebesar F kN. Langkah-langkah penyelesaian adalah sebagai berikut :

1. Menghitung reaksi titiktumpuan A dan B, gunakan persamaan 2.1, perhatikan gambar 2.4a.

$\Sigma M_A = 0$

$F . L/2 - R_B . L = 0$

$F . L/2 = R_B . L$

$R_B = F/2$ (Besar reaksi titik tumpuan B).

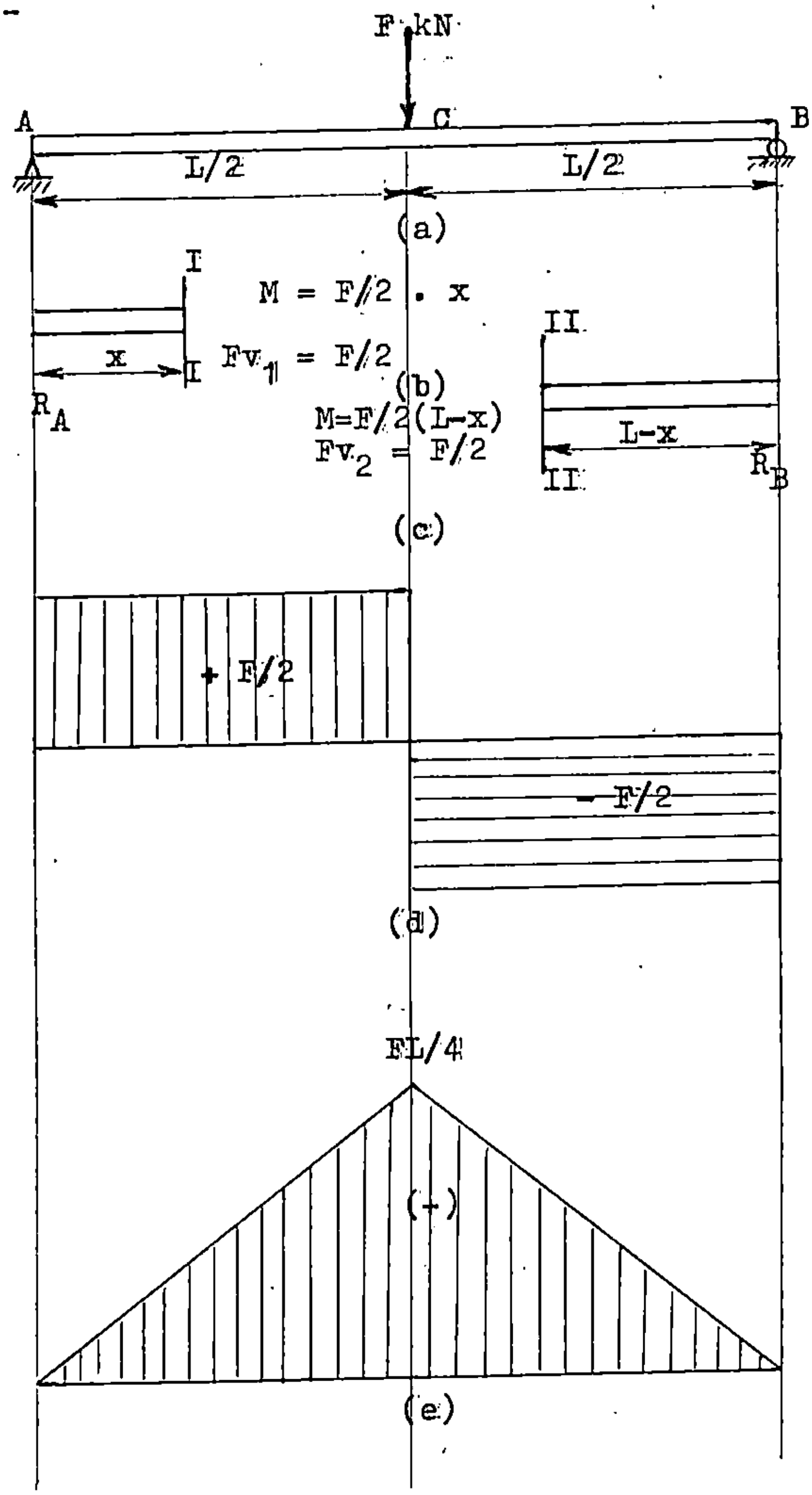
$\Sigma M_B = 0$

$- F . L/2 + R_A . L = 0$

$R_A . L = F . L/2$

$R_A = F/2$ (Besar reaksi titik tumpuan A).

Untuk mencek apakah perhitungan di atas salah atau benar gunakan persamaan yang berbeda dengan persamaan untuk menghitung. Dalam hal ini digunakan persamaan 2.2.



Gambar 2.4. Analisa beban titik.

$$\sum Fv = 0$$

$$R_A - F + R_B = 0$$

$$F/2 + F/2 - F = 0$$

$$F - F = 0$$

Dari pengecekan didapat hasilnya nol (0), berarti aksi = reaksi . Dengan demikian hitungan selanjutnya dapat diteruskan. Tetapi bila hasilnya tidak sama dengan nol, maka hitungan yang telah dilakukan di atas harus diulang kembali sampai didapat hasil pengecekan sama dengan nol (0).

2. Lukis bidang gaya geser, Caranya mulai dari garis nol yang dibuat sejajar dengan batang, ikuti seluruh arah gaya secara sambung bersambung dan harus berakhir kembali di garis nol, perhatikan gambar 2.4d. Kalau tidak bisa berakhir di garis nol berarti ada kesalahan yang mesti diulang. kembali. Setelah dapat lukisan bidang gaya geser yang betul, maka untuk menetukan besarnya gaya geser yang terjadi pada suatu titik yaitu dengan mengukur pada gambar yang terjadi mulai dari garis nol sampai ke garis gaya geser . Bila terdapat di bagian atas garis nol, berarti tandanya (+), dan bila terdapat dibawah garis nol berarti tandanya (-). Gaya geser dapat juga ditentukan menggunakan perhitungan seperti berikut ini :

Gunakan persamaan 2.2, perhatikan gambar 2.4b, medan AC.

$$\sum Fv = 0$$

$$R_A - Fv_1 = 0$$

$Fv_1 = R_A = F/2$

Perhatikan gambar 2.4c, medan CB.

$\sum Fv = 0$

$Fv_2 + R_B = 0$

$Fv_2 = R_B = - F/2$

Selanjutnya lukiskan bidang gaya gesernya seperti gambar 2.4d.

3. Menghitung momen bengkok. Gunakan persamaan 2.2, perhatikan gambar 2.4b, medan AC.

$\sum M_A = 0$

$- M + F/2 \cdot x = 0$

$M = F/2 \cdot x$

Rumus ini berlaku untuk sembarang titik X disepanjang medan AC. x adalah jarak gayan F/2 kesembarang titik. Untuk medan CB perhatikan gambar 2.4c, juga menggunakan rumus 2.2, sebagai berikut :

$\sum M_B = 0$

$- F/2 (L - x) + M = 0$

$M = F/2 (L - x)$

Rumus ini hanya berlaku untuk medan CB saja. Dengan demikian Momen bengkok pada titik A, untuk x = 0 adalah

$MA = F/2 \cdot x$

$= F/2 \cdot 0$

$MA = 0$

MILIK PERPUSTAKAAN
IKIP NEGERI PADANG

Momen bengkok pada titik C, untuk x = L/2 , adalah :

$$MC = F/2 .\ x \quad (\text{ Rumus medan AC }).$$
$$= F/2 .\ L/2$$
$$MC = FL/4$$

Untuk menghitung momen bengkok yang bekerja pada medan CB, dapat digunakan rumus medan CB. Momen bengkok pada titik C, untuk x = L/2, maka :

$$MC = F/2 \ (\ L - x\ ) \quad (\text{ Rumus medan CB })$$
$$= F/2 \ (\ L - L/2\ )$$
$$MC = FL/4$$

Dari hasil hitungan di atas ternyata, besar momen beng kok yang bekerja pada titik C, dihitung dari kiri dan kanan titik C hasilnya sama, walaupun dengan rumus dan medan yang berbeda. Hal ini dapat disimpulkan bahwa - untuk menghitung besar momen bengkok boleh dari kiri atau kanan titik yang bersangkutan hasilnya akan sama. Momen bengkok titik B , untuk x = L dapat dihitung sabagai berikut :

$$MB = F/2 \ (\ L - x\ )$$
$$= F/2 \ (\ L - L\ )$$
$$MB = 0.$$

Dari hasil hitungan MA dan MB, didapat hasil keduanya sama dengan nol. Di sini dapat disimpulkan bahwa "Momen bengkok yang bekerja pada ujung batang selalu sama dengan nol (0), kecuali ujung batang tersebut tumpuan jepit. Titik A dan B adalah titik ujung batang , bukan tumpuan jepit ". Kemudian dilukiskan bidang momen bengkok seperti gambar 2.4e, Momen bengkok maksimum terdapat di titik C sebasar FL/4.

Contoh soal 2.1.

Sebuah balok seperti gambar 2.5, terletak di atas dua buah titik tumpuan engsel dan rol. Jarak kedua tumpuan 10 m. Sepanjang 6 m dari titik A bekerja gaya F = 4 kN, yaitu di titik C, Tentukanlah :

a. Reaksi titik tumpuan A dan B (R_A dan R_B).

b. Gaya geser pada medan AC dan CB.

c. Lukisan bidang gaya geser.

d. Momen bengkok yang bekerja pada titik A, B dan C.

e. Lukisan bidang momen bengkok.

f. Momen maksimum yang bekerja pada batang.

Jawab :

a. Reaksi tumpuan (R_A dan R_B).

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F \cdot 6 - R_B \cdot 10 = 0$$

$$R_B = \frac{4 \cdot 6}{10} = 2{,}4 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$- F \cdot 4 + R_A \cdot 10 = 0$$

$$R_A = \frac{4 \cdot 4}{10} = 1{,}6 \text{ kN.}$$

Berarti reaksi tumpuan R_A = 1,6 kN, R_B = 2,4 kN.

b. Gaya geser.

Medan AC (potongan I-I).

$\Sigma Fv = 0$

$Fv_1 = R_A = 1,6$ kN.

Medan CB (Potongan II-II).

$\Sigma Fv = 0$

$Fv_2 + R_B = 0$

$Fv_2 = - R_B = - 2,4$ kN

c. Lukisan bidang gaya lintang seperti gambar 2.5d.

d. Momen bengkok.

Medan AC, ($\Sigma M_A = 0$)

$- M + Fv_1 \cdot x = 0$

$M = 1,6\ x$

Momen bengkok pada titik A, untuk $x = 0$

$MA = 1,6 \cdot x$

$= 1,6 \cdot 0 = 0$

Momen bengkok pada titik C, untuk $x = 6$ m

$MC = 1,6 \cdot x$

$= 1,6 \cdot 6$

$= 9,6$ kN m

Medan CB. ($\Sigma M_B = 0$)

$+ M + Fv_2 (10 - x) = 0$

$M = 2,4 (10 - x)$

Momen bengkok pada titik B, untuk $x = 10$ m, dida - pat : $MB = 2,4 (10 - 10) = 0$

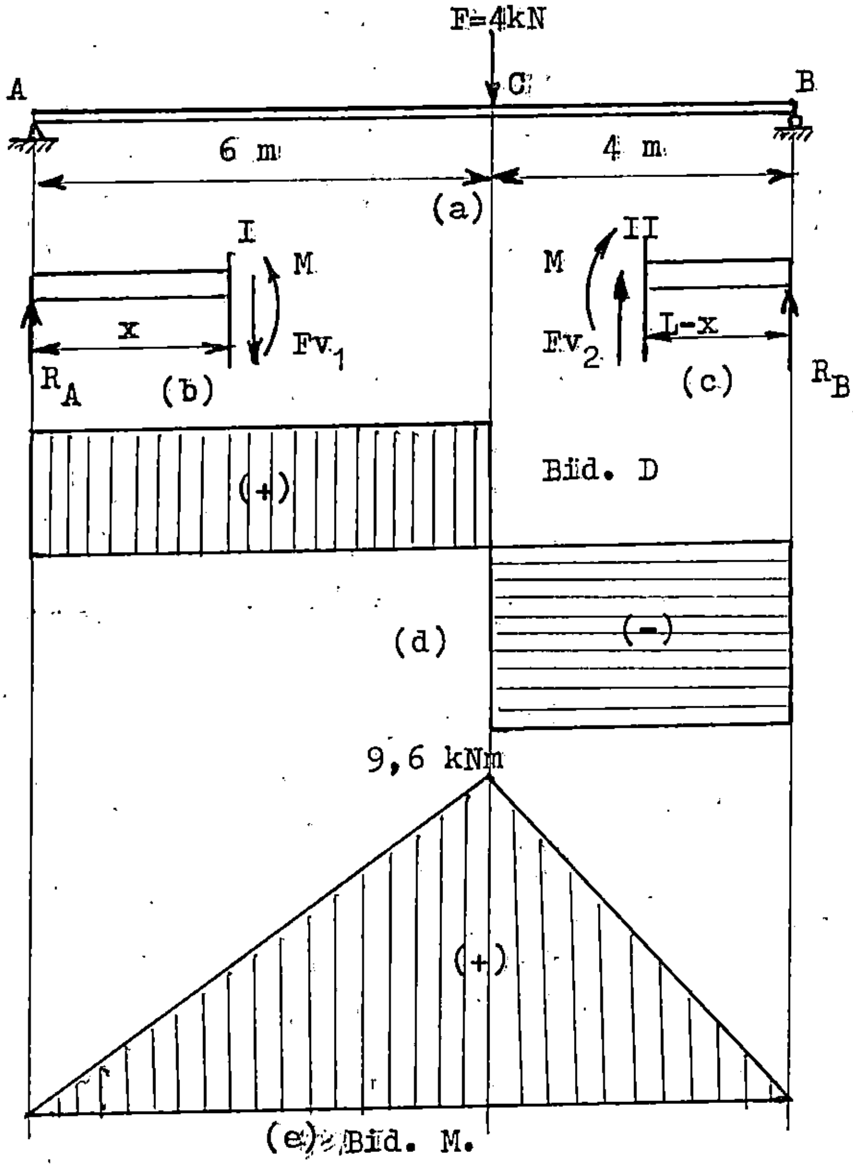
e. Lukisan bidang momen bengkok pada gambar 2.5e.

f. Momen bengkok maksimum terdapat pada titik C sebesar 9,6 kN m.

Skala jarak 1 m = 1 cm

Skala gaya 1 kN = 1 cm

Skala momen 2 kNm = 1 cm



Gambar 2.5 Lukisan bidang gaya geser dan momen bengkok sebuah balok dengan satu gaya.

Contoh soal 2.2.

Dari gambar 2.6 , sebuah batang AB dibebani dengan tiga buah gaya $F_1 = 4$ kN, $F_2 = 5$ kN, $F_3 = 3$ kN. Ditumpu dengan dua buah tumpuan engsel dan rol, tentukanlah :

a. Reaksi tumpuan A dan B.

b. Gaya-gaya geser.

c. Lukisan bidang gaya geser.

d. Momen bengkok yang bekerja pada titik A, B, C, D, E.

e. Lukisan bidang momen bengkok.

f. Momen maksimum yang bekerja.

Jawab :

a. Perhitungan reaksi titik tumpuan.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$F_1 \cdot 1,5 + F_2 \cdot 3 + F_3 \cdot 4 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$R_B = \frac{4 \cdot 1,5 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{6}$$

$$R_B = 5,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$- F_1 \cdot 4,5 - F_2 \cdot 3 + R_A \cdot 6 - F_3 \cdot 2 = 0$$

$$R_A = \frac{4 \cdot 4,5 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 2}{6}$$

$$R_A = 6,5 \text{ kN}$$

b. Perhitungan gaya geser.

Medan AC, gambar 2.6 b.

$$\Sigma Fv = 0$$

$$R_A - Fv_1 = 0$$

$Fv_1 = 6,5$ kN

Medan CD, gambar 2.6c.

$\Sigma Fv = 0$

$R_A - F_1 - Fv_2 = 0$

$Fv_2 = R_A - F_1$

$= 6,5 - 4 = 2,5$ kN

Medan DB, gambar 2.6d

$\Sigma Fv = 0$

$R_A - F_1 - F_2 + Fv_3 = 0$

$Fv_3 = 6,5 - 4 - 5$

$= - 2,5$ kN

Medan EB, gambar 2.6e

$\Sigma Fv = 0$

$R_A - F_1 - F_2 - F_3 + Fv_4 = 0$

$Fv_4 = 6,5 - 4 - 5 - 3$

$= - 5,5$ kN

c. Lukisan bidang gaya geser seperti gambar 2.6f.

d. Perhitungan momen bengkok.

MA = 0 karena ujung batang.

$MC = R_A \cdot 1,5 = 6,5 \cdot 1,5$

$= 9,75$ kN m

$MD = R_A \cdot 3 - F_1 \cdot 1,5 = 6,5 \cdot 3 - 4 \cdot 1,5$

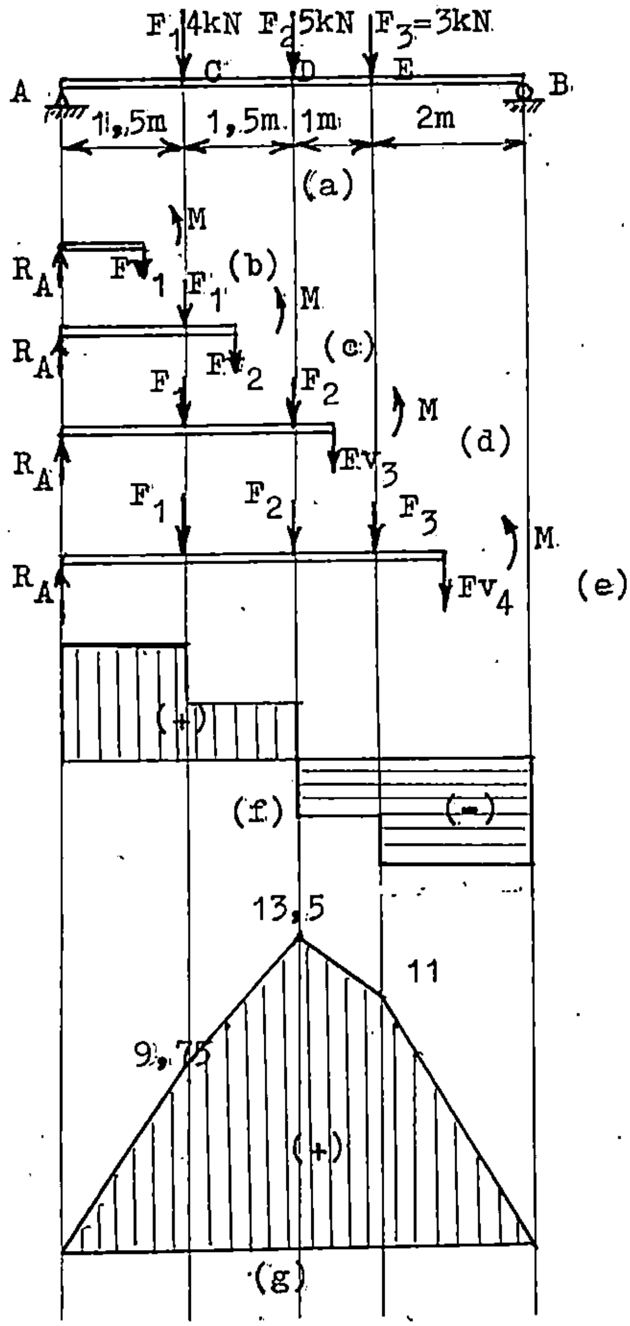
$= 13,5$ kN m

$ME = R_B \cdot 2 = 5,5 \cdot 2 = 11$ kN m

e. Lukisan bidang momen bengkok seperti gambar2.6g.

f. Momen maksimum yang bekerja.

Dari hasil perhitungan pada paragraf d didapat momen maksimum di titik D sebesar 13,5 kN m.



Gambar 2.6 Lukisan bidang gaya geser dan bidang momen sebuah balok dengan tiga buah gaya.

Contoh soal 2.3.

Sebuah batang seperti gambar 2.7 dibebani dengan 2 buah gaya dan satu momen kopel. Tentukanlah :

a. Reaksi tumpuan A dan B.

b. Lukisan bidang gaya geser, dan gaya-gaya geser.

c. Momen bengkok yang bekerja pada titik A,B,C,D,E.

d. Lukisan bidang momen bengkok.

e. Momen maksimum yang bekerja.

Jawab :

a. Perhitungan reaksi tumpuan.

$\Sigma M_A = 0$

$F_1 \cdot 2 - 20 - F_2 \cdot 6 + R_B \cdot 8 = 0$

$10 \cdot 2 - 20 - 10 \cdot 6 + R_B \cdot 8 = 0$

$R_B = \dfrac{-10 \cdot 2 + 20 + 10 \cdot 6}{8}$

$= 7{,}5$ kN

$\Sigma M_B = 0$

$F_2 \cdot 2 - 20 - F_1 \cdot 6 + R_A \cdot 8 = 0$

$10 \cdot 2 - 20 - 10 \cdot 6 + R_A \cdot 8 = 0$

$R_A = \dfrac{-10 \cdot 2 + 20 + 10 \cdot 6}{8}$

$R_A = 7{,}5$ kN.

b. Gaya geser dan lukisan bidang gaya geser.

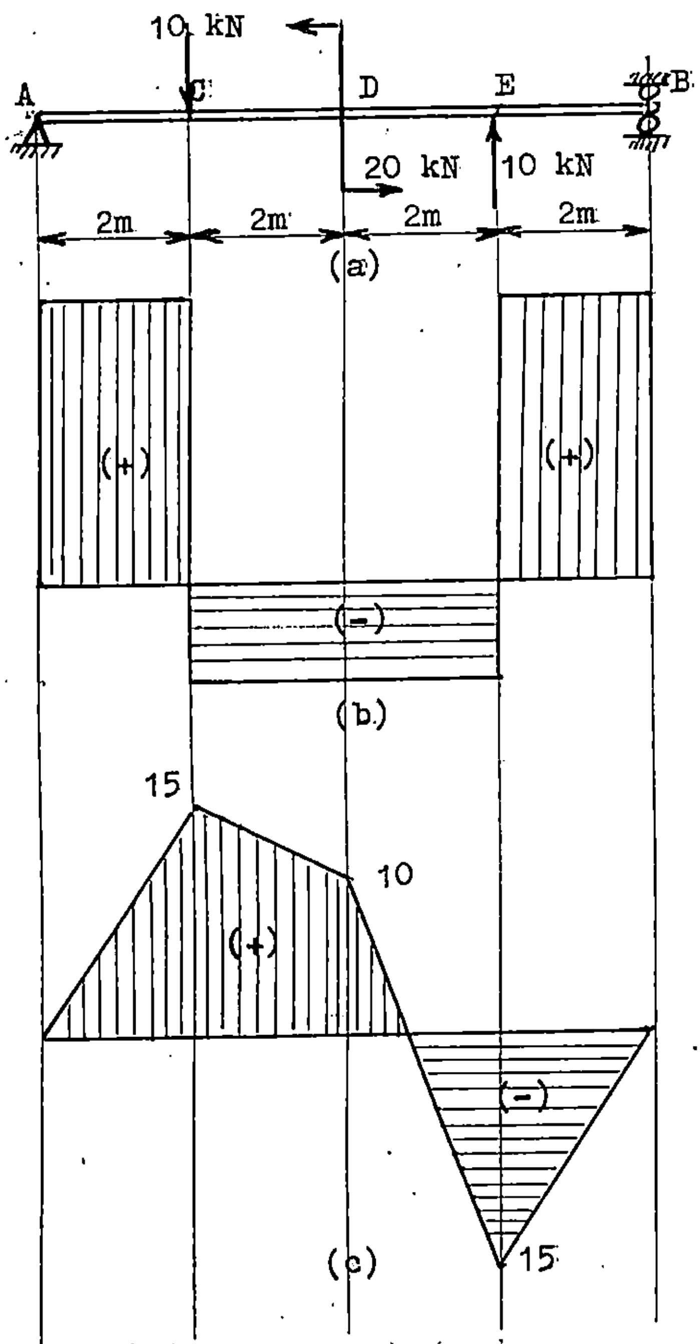
Medan AC.

$R_A - Fv_1 = 0$, $Fv_1 = R_A = 7{,}5$ kN.

Skala jarak : 1m = 1 cm

Skala gaya 2 kN = 1 cm

Skala momen : kN m = 1 cm



Gambar 2.7 Lukisan bidang gaya geser dan momen bengkok sebuah batang dengan 2 gaya dan satu kopel.

PERPUSTAKAAN
...I NEGERI PADANG

Medan AE

$R_A - 10 - Fv_2 = 0$

$Fv_2 = 7,5 - 10$

$= - 2,5$ kN

Medan AB

$R_A - 10 + 10 - Fv_3 = 0$

$Fv_3 = R_A = 7,5$ kN

c. Momen bengkok yang bekerja.

$MA = 0$

$MC = R_A \cdot 2 = 7,5 \cdot 2$

$= 15$ kN m

$MD = R_A \cdot 4 - F_1 \cdot 2$

$= 7,5 \cdot 4 - 10 \cdot 2$

$MD = 10$ kN

$ME = - R_B \cdot 2$

$= - 15$ kN m

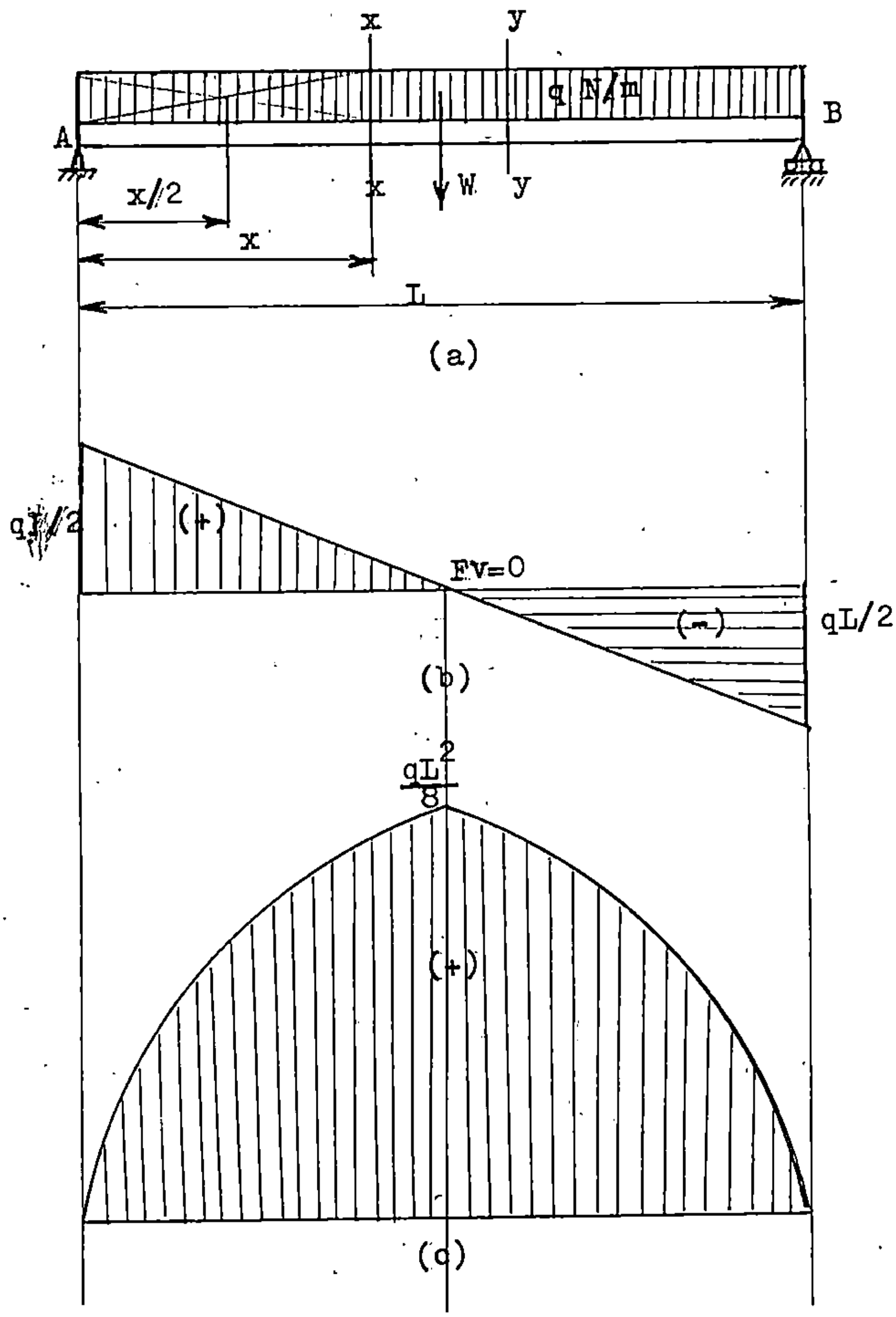
$MB = 0$

d. Lukisan bidang momen bengkok seperti gambar 2.7c.

e. Momen bengkok maksimum yang bekerja terdapat pada titik C dan E sebesar 15 kN m.

B. Pembebanan terbagi rata.

Pembebanan terbagi rata maksudnya beban (gaya) terbagi sama rata di seluruh bidang yang ditempati oleh beban tersebut. Sebagai illustrasi perhatikan gambar 2.8 di bawah ini. Berat beban diukur setiap satuan panjang yaitu : N/m , kN/m dan lain-lainnya.



Gambar 2.8. Beban terbagi rata.

Berat balok beban keseluruhan adalah :

W = berat tiap satuan panjang x panjang

$W = q \times L$ . . . . (2.5)

Perhitungan reaksi tumpuan, gunakan persamaan 2.2 seba - gai berikut :

$\Sigma M_A = 0$

$W \cdot L/2 - R_B \cdot L = 0$

$R_B = W/2$

$\Sigma M_B = 0$

$- W \cdot L/2 + R_A \cdot L = 0$

$R_A = W/2$

Besar reaksi dititik A adalah W/2 dan di B adalah W/2.

Untuk menentukan besarnya gaya geser ada dua cara :

Cara 1 :

Potongan x - x (medan AC).

$\Sigma Fv = 0$

$R_A - q \cdot x - Fv_1 = 0$

$Fv_1 = R_A - q.x$

Gaya geser untuk titik A ; $x = 0$

$Fv_1 = R_A - q.x$

$= R_A - q.\ 0$

$Fv_1 = R_A$

Gaya geser pada titik C, $x = L/2$

$$Fv_1 = R_A - q \cdot x$$

$$Fv_1 = W/2 - q \cdot L/2$$

$$= q \cdot L/2 - q \cdot L/2$$

$$Fv_1 = 0$$

Potongan y - y (medan CB)

$$\Sigma Fv = 0$$

$$Fv_2 + R_B - q (L - x) = 0$$

$$Fv_2 = - W/2 + q (L - x)$$

Gaya geser pada titik C , x = L/2

$$Fv_2 = - W/2 + q (L - x)$$

$$= - q \cdot L/2 + q (L - L/2)$$

$$= - q \cdot L/2 + q \cdot L/2$$

$$Fv_2 = 0$$

Gaya geser pada titik B , x = L

$$Fv_2 = - q \cdot L/2 + q (L - L)$$

$$= - q \cdot L/2$$

Cara 2 :

$$Fv = \frac{d\ MX}{dX} \qquad (2.6)$$

$$= \frac{d (R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2})}{dX}$$

$Fv = R_A - q \cdot x$ (Berarti garis lurus yang tidak sejajar dengan garis nol).

Untuk Fv = 0, maka didapat :

$$Fv = R_A - q \cdot x$$

$$0 = R_A - q \cdot x ; \quad x = L/2$$

Lukisan bidang gaya lintangnya seperti gambar 2.8b. Perhitungan momen bengkok yang bekerja adalah sebagai berikut (perhatikan potongan x - x) :

$$Mx = R_A \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

$$Mx = R_A \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.7)$$

Momen pada titik A, untuk x = 0

$$MA = R_A \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$= R_A \cdot 0 - q \cdot 0$$

$$MA = 0$$

Momen pada titik C, untuk x = L/2

$$MC = R_A \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{q.L}{2} \cdot \frac{L}{2} - \frac{q}{2} \left(\frac{L}{2} \right)^2$$

$MC = \frac{q.L^2}{8}$ (Besar momen maksimum pada beban ter - bagi rata)

Momen bengkok pada titik B, untuk x = L

$$MB = \frac{q.L}{2} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{q.L}{2} \cdot L - q \cdot \frac{L^2}{2}$$

$$MB = 0$$

Lukisan bidang momen bengkoknya seperti gambar 2.8c. Rumus-rumus yang didapatkan di atas, dalam pentrapannya -

akan berbeda untuk permasalahan yang berbeda. Jadi tidak mutlak terpakai untuk semua macam masalah, yang bisa di - terapkan kepada semua masalah adalah prinsipnya.

Contoh soal 2.4.

Sebuah batang AB dibebani dengan beban terbagi rata seperti gambar 2.9 , Tentukanlah :

a. Reaksi tumpuan (R_A dan R_B)

b. Gaya-gaya geser

c. Lukisan bidang gaya geser.

d. Momen bengkok yang bekerja.

e. Lukisan bidang momen bengkok.

f. Momen bengkok maksimum yang bekerja.

Jawab :

$W = q \cdot L = 2 \text{ kN/m} \cdot 5 \text{ m} = 10 \text{ kN}.$

a. Reaksi tumpuan (R_A dan R_B).

$\Sigma M_A = 0$

$W \cdot 2,5 - R_B \cdot 7 = 0$

$10 \cdot 2,5 - R_B \cdot 7 = 0$

$R_B = \dfrac{10 \cdot 2,5}{7}$

$R_B = 3,57 \text{ kN}.$

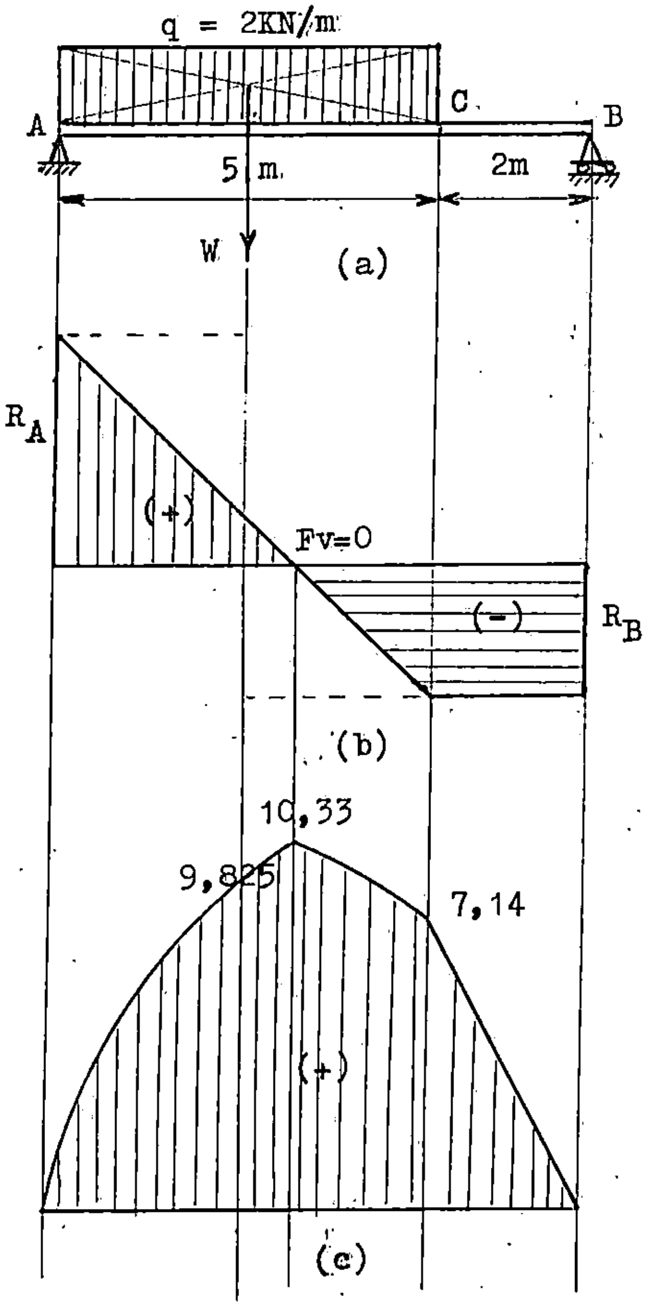
$\Sigma M_B = 0$

$W \cdot 4,5 + R_A \cdot 7 = 0$

$10 \cdot 4,5 + R_A \cdot 7 = 0$

$$R_A = \frac{10 \cdot 4{,}5}{7}$$

$$R_A = 6{,}43 \text{ kN}$$



Gambar 2.9. Lukisan bidang gaya geser dan bidang momen beban terbagi rata.

b. Gaya-gaya geser.

Medan AC.

$\sum Fv = 0$

$R_A - q.x - Fv_1 = 0$

$Fv_1 = R_A - q.x$

titik A, untuk x = 0

$Fv_1 = R_A - q.\ 0$

$Fv_1 = R_A = 6{,}43$ kN.

titik X, untuk x = 1

$Fv_1 = R_A - q.x$

$= 6{,}43 - 2\ .\ 1$

$Fv_1 = 4{,}43$ kN

Medan CB.

$\sum Fv = 0$

$Fv_2 + R_B = 0$

$Fv_2 = -R_B = -3{,}57$ kN

c. Lukisan bidang gaya gesernya seperti gambar 2.9b. Ternyata garis Fv memotong garis nol, berarti Fv pada titik tersebut harganya sama dengan nol. Posisi titik potongnya dapat ditentukan sebagai berikut :

$Fv_1 = 6{,}43 - q\ .\ x$

$0 = 6{,}43 - 2\ .\ x$

$x = \frac{6{,}43}{2} = 3{,}215$ m.

Berarti jarak titik potong garis Fv dengan garis nol adalah 3,215 m. Bila garis Fv memotong garis nol, maka pada titik tersebutlah momen maksimum.

d. Momen bengkok yang bekerja.

$MA = 0$

$MB = 0$

Medan AC

$$Mx = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2}$$

titik tengah, x = 2,5 m

$$Mx = 6,43 \cdot 2,5 - \frac{2\ (2,5)^2}{2}$$

$$Mx = 9,825 \text{ kN. m}$$

titik potong, x = 3,215 m.

$$Mx = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2}$$

$$= 6,43 \cdot 3,215 - \frac{2\ (3,215)^2}{2}$$

$$Mx = 10,33 \text{ kN m.}$$

Medan CB

$$MC = R_B \cdot 2 = 3,57 \cdot 2$$

$$= 7,14 \text{ kN m.}$$

e. Lukisan bidang momen bengkok seperti gambar 2 9c.

f. Momen bengkok maksimum sebesar 10,33 kN m.

C. Pembebanan campuran.

Pembebanan campuran maksudnya dalam suatu balok, leger, gelagar, batang dan lain-lainnya yang ditunjang oleh dua titik tumpuan atau lebih mendukung bermacam-macam jenis beban seperti beban titik, beban terbagi rata, beban segi - tiga dan sebagainya. Kaedah kesetimbangan yang dipakai sama dengan system pembebanan titik, system pembebanan terbagi - rata. Perbedaan cuma terletak pada aplikasi yang harus menyesuaikan dengan kondisi pembebanan. Dengan demikian uraian pembebanan campuran ini langsung berbentuk contoh soal.

Contoh soal 2.5.

Sebuah batang CB yang ditumpu dengan dua buah tumpuan engsel dan rol, dan dibebani dengan sebuah beban terbagi rata dan sebuah beban titik. Skematika dan ukuran seperti gambar 2.10. Tentukanlah :

a. Reaksi titik tumpuan.
b. Gaya-gaya geser beserta lukisan bidang gaya geser.
c. Momen bengkok beserta lukisan bidang momen bengkok.
d. Momen bengkok maksimum.

Jawab :

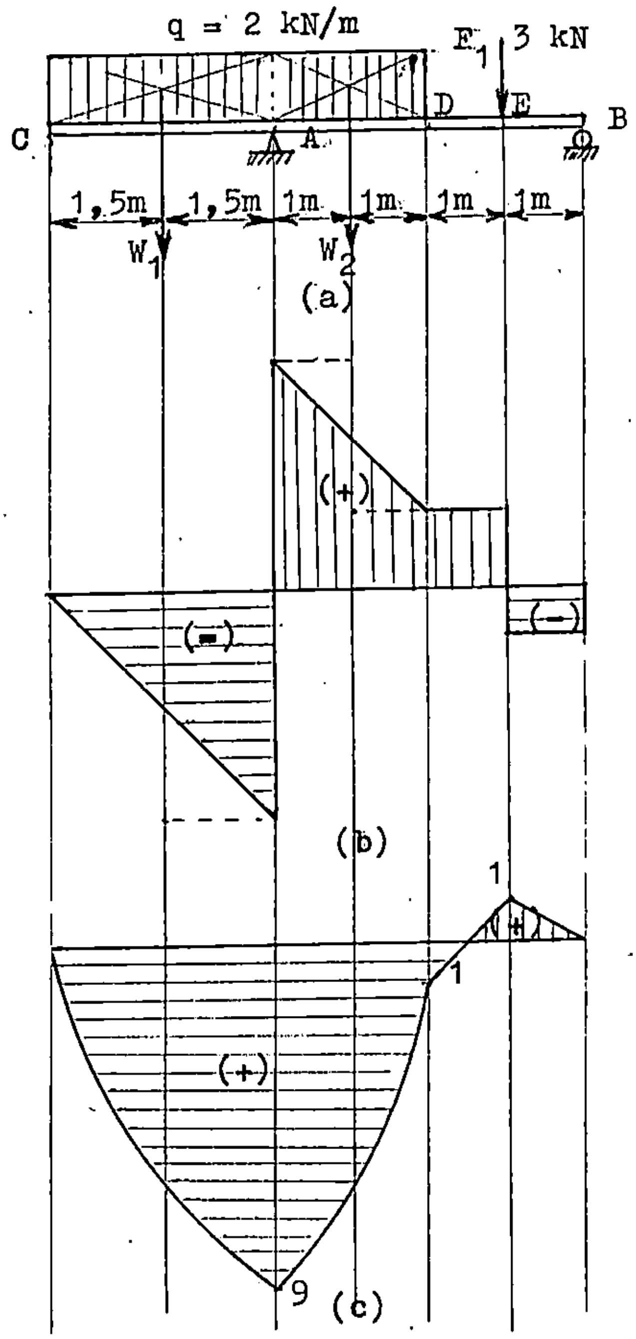
a. Reaksi titik tumpuan.

Beban terbagi rata dikonsentrasikan menjadi dua bagian yaitu W_1 di medan CA dan W_2 dimedan AD.

Skala jarak 1 m = 1 cm

Skala gaya 2 kN = 1 cm

Skala momen 2 kNm = 1 cm



Gambar 2.10 Batang dengan dua tumpuan mendukung satu beban terbagi rata dan satu beban titik.

$W_1 = q.L = 2\ kN/m \cdot 3\ m$

$= 6\ kN$

$W_2 = 2\ kN/m \cdot 2\ m$

$= 4\ kN.$

$\Sigma M_A = 0$

$- W_1 \cdot 1{,}5 + W_2 \cdot 1 + F_1 \cdot 3 - R_B \cdot 4 = 0$

$- 6 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 4\ R_B$

$R_B = \dfrac{-9 + 4 + 9}{4} = 1\ kN.$

$\Sigma M_B = 0$

$- F_1 \cdot 1 - W_2 \cdot 3 + R_A \cdot 4 - W_1 \cdot 5{,}5 = 0$

$- 3 \cdot 1 - 4 \cdot 3 + R_A \cdot 4 - 6 \cdot 5{,}5 = 0$

$R_A = \dfrac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5{,}5}{4} = 12\ kN$

b. Lukisan bidang gaya gesernya pada gambar 2.10b , dan gaya-gaya gesernya diukur langsung pada gambar.

c. Momen bengkok yang bekerja beserta lukisan bidang momen bengkok.

$MA = - W_1 \cdot 1{,}5$

$= - 6 \cdot 1{,}5 = - 9\ kN\ m.$

$MD = R_B \cdot 2 - F_1 \cdot 1$

$= 1 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = - 1\ kN\ m.$

$ME = R_B \cdot 1 = 1 \cdot 1 =$

$= 1\ kN\ m.$

MILIK PERPUSTAKAAN
UNIV. NEGERI PADANG

$MC = MB = 0$

Lukisan bidang momen bengkok seperti gambar 2.10c

d. Momen bengkok maksimum terdapat pada titik A sebesar 9 kN m, dengan arah ke bawah.

Contoh soal 2.6.

Sebuah batang AB ditumpu dengan dua buah tumpuan A dan B, dibebani dengan dua macam beban yaitu beban segi tiga dan beban terbagi rata. Skematika dan data lainnya 2.11. Tentukanlah :

a. Reaksi titik tumpuan.

b. Gaya-gaya geser dan lukisan bidang gaya geser.

c. Momen bengkok serta lukisan bidang momennya.

d. Momen bengkok maksimum.

Jawab :

a. Reaksi tumpuan.

Kedua beban dikonsentrasikan menjadi dua yaitu W_1, dan W_2 .

$$W_1 = \frac{q \cdot L}{2}$$

$$W_1 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ kN.}$$

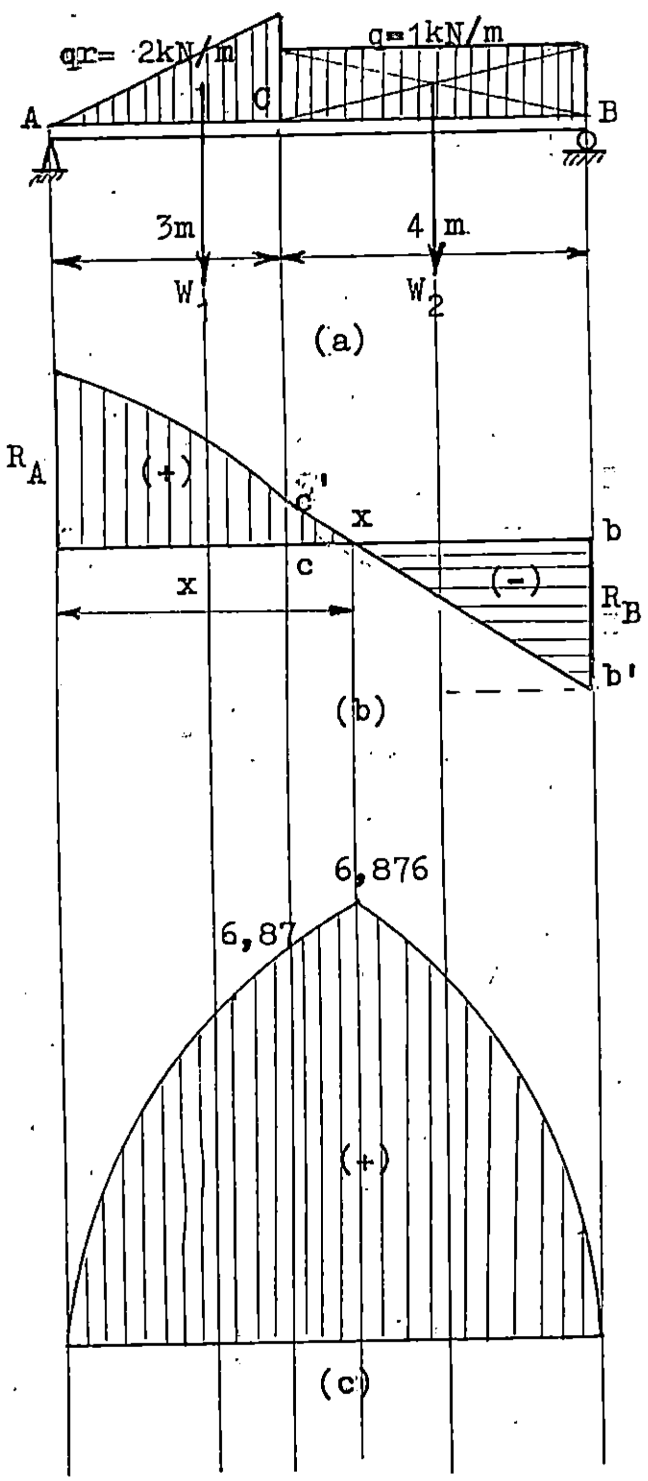
$$W_2 = q \cdot L = 1 \cdot 4$$

$$= 4 \text{ kN.}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$W_1 \cdot 2 + W_2 \cdot 5 - R_B \cdot 7 = 0$$

$$3 \cdot 2 + 4 \cdot 5 - R_B \cdot 7 = 0$$



Gambar 2.11. Batang dengan dua tumpuan mendukung beban segi tiga dan terbagi rata.

$$R_B = \frac{3.2 + 4 \cdot 5}{7}$$

$$= 3,71 \text{ kN}$$

$$\Sigma Fv = 0$$

$$W_1 + W_2 - R_A - R_B = 0$$

$$R_A = 3 + 4 - 3,71$$

$$= 3,29 \text{ kN}$$

b. Gaya-gaya geser diukur langsung pada gambar 2.11b.

c. Momen bengkok serta lukisan bidang momennya.

Medan AC

$$Mx = R_A \cdot x - W_1 \cdot x/3$$

titik A, untuk x = 0

$$MA = R_A \cdot 0 - W_1 \cdot 0$$

$$= 0$$

titik C, untuk x = 3

$$MC = R_A \cdot x - W_1 \cdot x/3$$

$$= 3,29 \cdot 3 - 3 \cdot 3/3$$

$$= 6,87 \text{ kN m}$$

Medan CB

Pada gambar 2.11b, ternyata garis Fv memotong garis nol pada titik x. Jarak x dapat dihitung sebagai berikut. Perhatikan segi tiga cc'x dengan xbb').

$$\frac{cx}{xb} = \frac{0,29}{3,71}$$

$$cx \cdot 3,71 = (4-cx)\ 0,29$$

$(3,71 - 0,29)\ cx = 4 \cdot 0,29$

$cx = \dfrac{4 \cdot 0,29}{(3,71 - 0,29)}$

$cx = 0,29$ m

$x = 3 + cx = 3 + 0,29$

$= 3,29$ m

$Mx = R_A \cdot x - W_1 (x - 2) - 0,29 \cdot 1 (x - 3)$

titik X, untuk $x = 3,29$ m

$Mx = 3,29 \cdot 3,29 - 3 (3,29-2) - 0,29.1(3,29-3)$

$= 6,876$ kN m

Lukisan bidang momen bengkoknya seperti gambar 2.11c.

d. Momen maksimum terdapat di titik X sebasar 6,876 kN m.

Soal-soal.

Dari gambar berikut ini tentukanlah :

a. Reaksi titik tumpuan (R_A dan R_B).

b. Gaya-gaya geser.

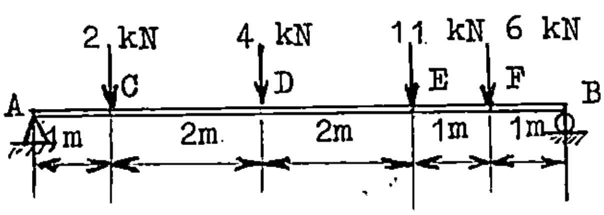
c. Lukisan bidang gaya geser.

d. Momen bengkok yang bekerja.

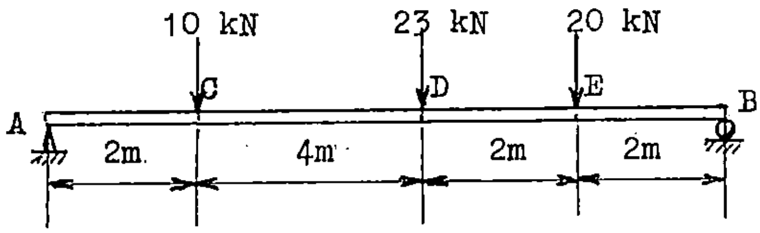
e. Lukisan bidang momen bengkok.

f. Momen bengkok maksimum.

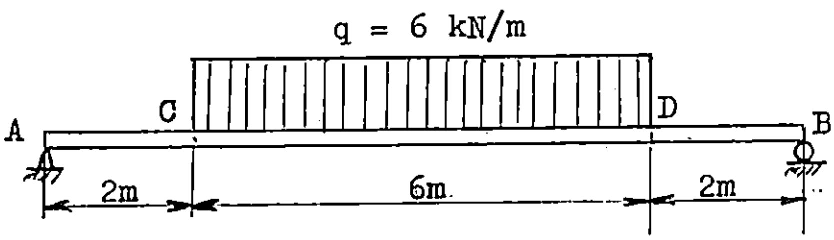
1.



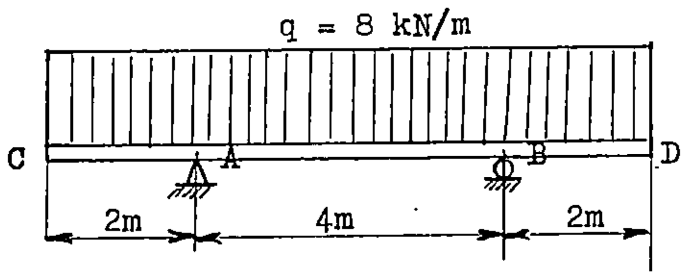
2.


10 kN
23 kN
20 kN
C
D
E
A
B
2m
4m
2m
2m

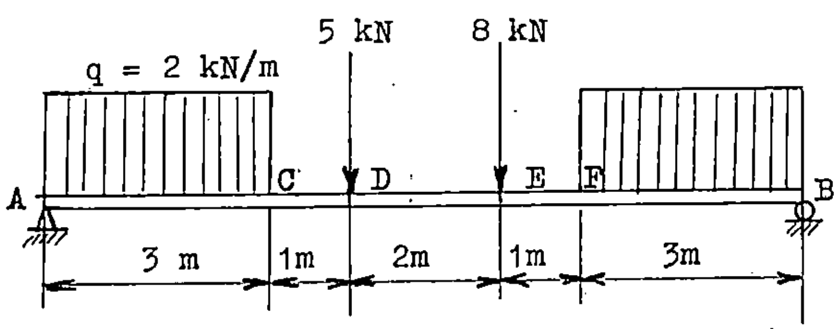
3.


q = 6 kN/m
A
C
D
B
2m
6m
2m

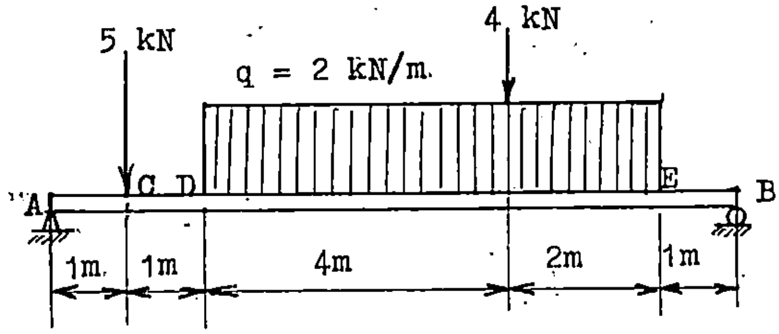
4.


q = 8 kN/m
C
A
B
D
2m
4m
2m

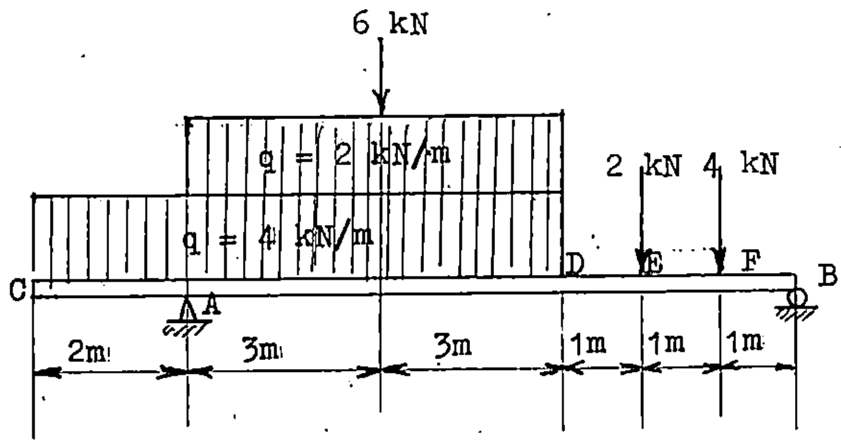
5.


5 kN
8 kN
q = 2 kN/m
A
C
D
E
F
B
3 m
1m
2m
1m
3m

6.


5 kN
4 kN
q = 2 kN/m.
A
C
D
E
B
1m
1m
4m
2m
1m

7.


6 kN
q = 2 kN/m
q = 4 kN/m
2 kN
4 kN
C
A
D
E
F
B
2m
3m
3m
1m
1m
1m

B A B III
MOMEN YANG MENAHAN

A. Titik berat.

Titik berat adalah suatu titik tempat terkonsen - trasinya resultan gaya-gaya berat dari suatu benda, Tetapi dalam buku hanya akan diurakkan titik berat bidang datar. Secara matematika formula titik berat bidang datar (dua dymensi) adalah sebagai berikut dan perhatikan gambar 3.1 di bawah ini.

$$\bar{X} = \frac{\sum x \cdot dA}{\sum dA} \quad \ldots \ldots \quad (3.1a)$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y \cdot dA}{\sum dA} \quad \text{(Russel E, 1983. 135)} \ldots \quad (3.1b)$$

Persamaan 3.1 di atas dapat di sesuaikan dengan kebutuhan di mekanika teknik, ,untuk penyelesaikn masalah terhadap - luasan-luasan bidang datar yang sederhana. Maka persama - an 3.1 menjadi :

$$\bar{X} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + \ldots\ldots + A_n \cdot x_n}{A_1 + A_2 + \ldots\ldots + A_n} \quad (3.2a)$$

$$\bar{Y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + \ldots\ldots + A_n \cdot y_n}{A_1 + A_2 + \ldots\ldots + A_n} \quad (3.2b)$$

Keterangan symbol :

$\bar{X}$ = jarak titikberat keseluruhan ke garis sumbu Y pembantu.

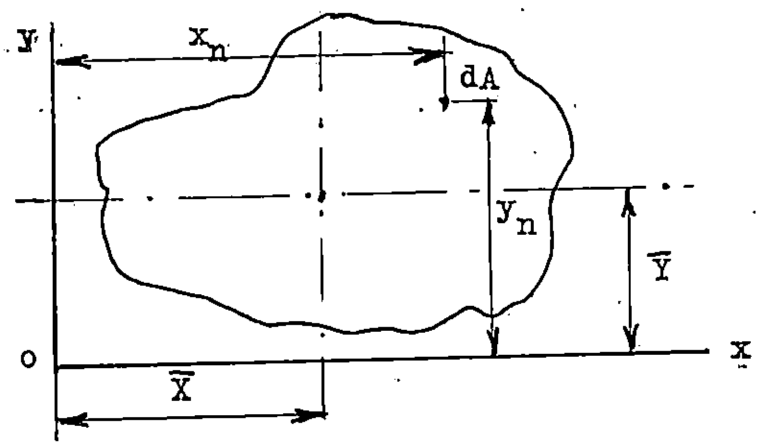
$\bar{Y}$ = jarak titik berat keseluruhan ke garis sumbu X pembantu.

A = luas dari elemen luas bidang.

x = jarak titik berat elemen luas ke garis Y pem - bantu.

y = jarak titik berat elemen luas ke garis X pem - bantu.

indek 1,2,...,n = nomor urut elemen luas.



Gambar 3.1 Analisa titik berat.

Contoh soal 3.1.

Sebuah bidang seperti gambar 3.2, tentukanlah posisi titik beratnya (satuan ukuran gambar dalam cm).

Jawab :

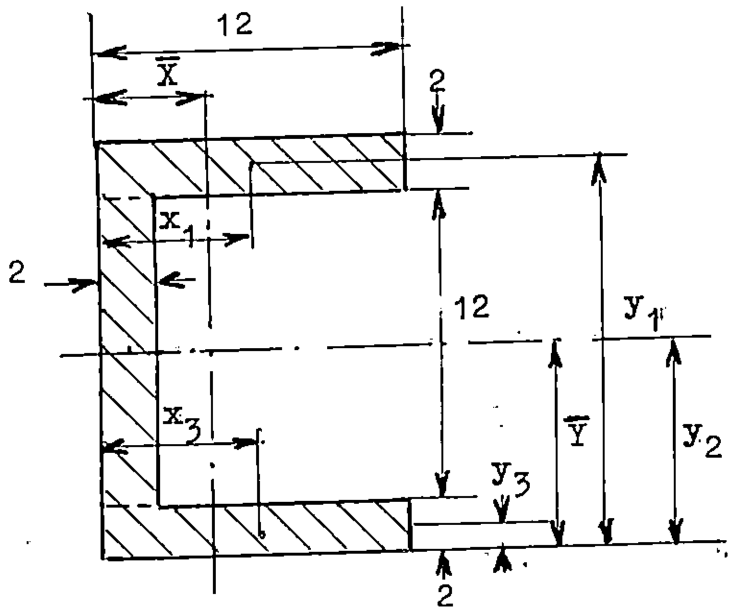
$$\overline{X} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$= \frac{24 \cdot 6 + 24 \cdot 1 + 24 \cdot 6}{24 + 24 + 24} = 4,33 \text{ cm}$$

$$\overline{Y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$Y = \frac{24 \cdot 15 + 24 \cdot 8 + 24 \cdot 1}{24 + 24 + 24}$$

$= 8$ cm.



Gambar 3.2. Titik berat frofil U

B. Momen lembam bidang.

Momen lembam bidang disebut juga momen kedua dari luas penampang. Momen pertama adalah momen gaya berat .. Momen lembam bidang dapat dibagi atas dua macam :

1. Momen lembam linear, maksudnya menentukan momen lembam suatu bidang terhadap sebuah garis. Defenisi momen lembam linear adalah integrasi dari elemen luas dikalikan dengan jarak berpangkat dua terhadap garis yang ditentukan. Defenisi ini dapat ditulis dengan sebuah rumus sebagai berikut :

   a. Momen lembam terhadap garis X adalah Ix (lihat gambar 3.3) .

PERPUSTAKAAN

$$Ix = \int Y^2 . dA$$ (Russel E, 1983. 310) . (3.3a)

b. Momen lembam terhadap garis Y adalah Iy (lihat gambar 3.3).

$$Iy = \int X^2 . dA$$ (Russel E, 1983. 310) (3.3b)

Keterangan :

dA = elemen luas penampang.

$\bar{X}$ = jarak titik berat elemen luas terhadap garis y yang akan ditentukan momen lembam linearnya

$\bar{Y}$ = jarak titik berat elemen luas terhadap garis x yang akan ditentukan momen lembam linearnya

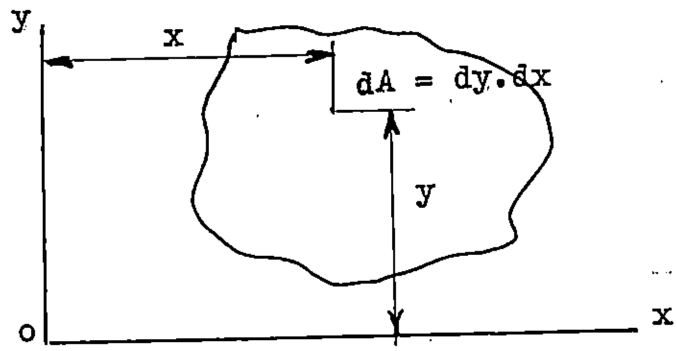
dx = elemen lebar dari elemen luas.

dy = elemen tinggi dari elemen luas.

b = lebar penampang.

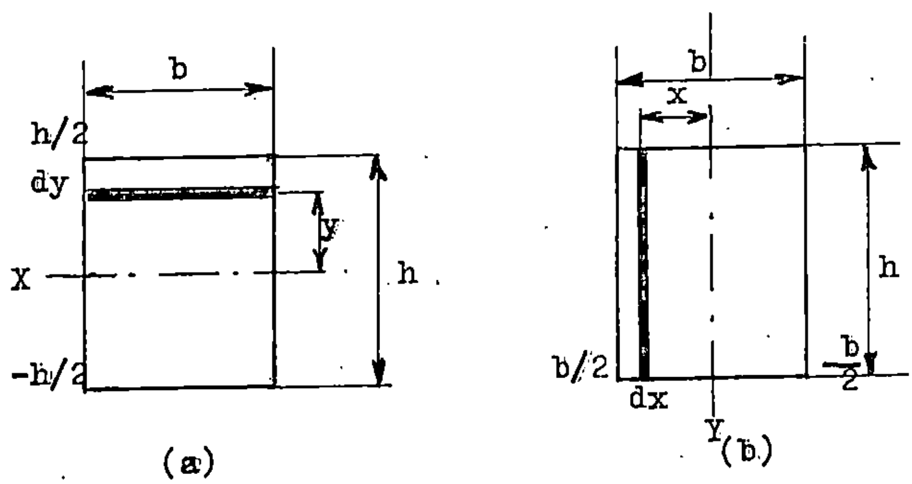
h = tinggi penampang.

r = jari-jari elemen luas terhadap titik yang akan ditentukan.



Gambar 3.3. Analisis momen lembam linear.

Rumus (3.3a) dan (3.3b), baru merupakan formulasi umum . Untuk mengaplikasikannya kepada bermacam-macam bentuk penampang yang akan ditemui dalam perhitungan-mekanika, maka rumus di atas perlu dijabarkan secara khusus kepada bermacam-macam bentuk penampang. Momen lembam linear penampang segi empat dapat ditentukan sebagai berikut (perhatikan gambar 3.4) di bawah ini :



Gambar 3.4 Analisis momen lembam linear penampang segi empat.

a. Momen lembam linear terhadap garis X, dijabarkan persamaan 3.3a sebagai berikut :

$$Ix = \int Y^2 \cdot dA$$
$$= \int Y^2 \cdot b \cdot dy$$
$$= b. \int \cdot y^2 \cdot dy$$

$$Ix = b \,.\, 1/3 \,.\, y^3 \Big]_{0}^{h/2}$$

$$= b . 1/3 \left((h/2)^3 - (-h/2)^3 \right)$$

$$= b . 1/3 \left(h^3/8 + h^3/8 \right)$$

$$Ix = \frac{bh^3}{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.4a)$$

Persamaam (3.4a) hanya dapat digunakan untuk menentukan momen lembam linear penampang segi empat terhadap garis sumbu X yang melalui titik berat penampang tersebut.

b. Momen lembam linear terhadap garis X, dijabarkan persamaan 3.3b sebagai berikut :

$$Iy = \int x^2 . \, dA$$

$$= \int x^2 . \, h \,.\, dx$$

$$= h . \int . \, x^2 \,.\, dx$$

$$= h \,.\, 1/3 \, x^3 \Big]_{0}^{b/2}$$

$$= h . \, 1/3 \left((b/2)^3 - (-b/2)^3 \right)$$

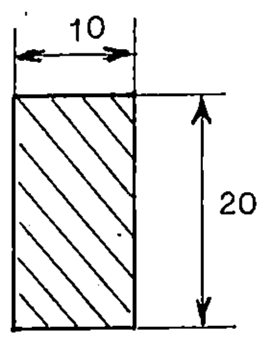
$$= h . \, 1/3 \left(h^3/8 + h^3/8 \right)$$

$$Iy = \frac{b^3h}{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.4b)$$

Persamaan 3.4b hanya dapat digunakan untuk menentukan momen lembam linear penampang segi empat terhadap garis sumbu Y yang melalui titik berat penampang tersebut.

Contoh soal 3.2.

Sebuah batang segi empat dengan ukuran lebar 10 cm dan tinggi 20 cm. Tentukanlah besarnya momen lembam terhadap garis sumbu X (Ix), dan terhadap garis sumbu Y (Iy). Bentuk penampang seperti gambar 3.5, di bawah ini :



Gambar 3.5. Perhitungan momen lembam Ix dan Iy penampang segi empat.

Jawab :

Garis sumbu X dan sumbu Y melalui titik berat pemampang dan bisa langsung digunakan persamaan 3.4a dan 3.4b sebagai berikut :

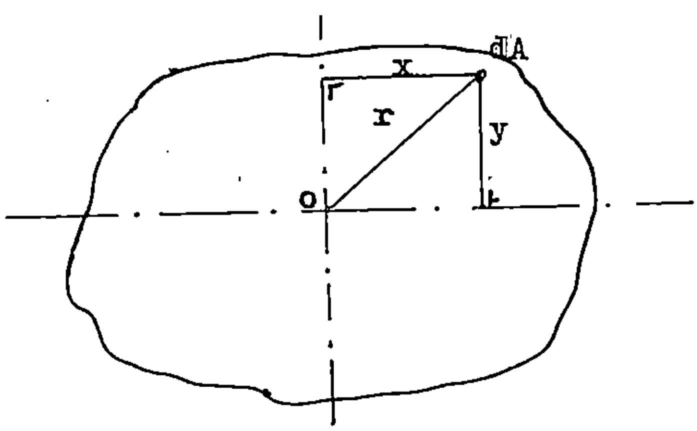
$$Ix = \frac{b.h^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12}$$

$$Ix = 6666,67 \text{ cm}^4.$$

$$Iy = \frac{b^3 . h}{12} = \frac{10^3 . 20}{12}$$

$$Iy = 1666,67 \text{ cm}^4.$$

2. Momen lembam polar, maksudnya menentukan momen lembam suatu bidang terhadap sebuah titik. Defenisi momen lembam polar adalah integrasi dari elemen luas dikalikan - dengan jarak berpangkat dua terhadap titik yang ditentukan. Defenisi ini dapat ditulis dengan sebuah rumus - sebagai berikut (perhatikan gambar 3.6) :



Gambar 3.6. Analisis momen lembam polar.

Momen lembam polar (Ip) = $\int r^2 \cdot dA$ (Russel E, 1983 . 311) . . (3.5)

Menurut dalil Phitagoras :

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Disubstitusikan ke persamaan 3.5, didapat sebagai be - rikut :

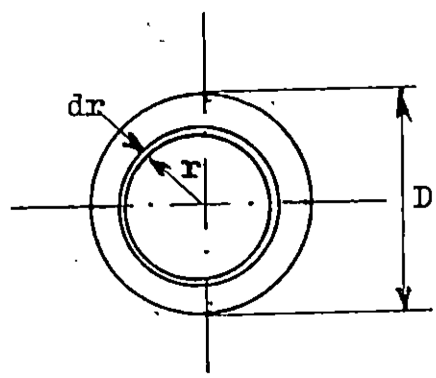
$$Ip = \int (x^2 + y^2) dA$$

$$Ip = \int x^2 . dA + \int y^2 . dA$$

$$Ip = Iy + Ix$$

$$Ip = Ix + Iy \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (3.6)$$

Persamaan 3.6. berlaku dan dapat digunakan untuk seluruh penampang. Sedangkan momen lembam polar untuk penampang bulat dapat dihitung sebagai berikut (perhatikan gambar 3.7. di bawah ini :



Gambar 3.7. Analisa momen lembam polar penampang bulat.

$$Ip = \int r^2 \cdot dA$$

$$dA = 2 . \pi\ r \ . \ dr$$

$$Ip = \int . \ r^2 . \ 2\ \pi . \ r \ . \ dr$$

$$= 2 . \pi . \int r^3 . \ dr$$

$$= 2 . \pi / 4 . r^4 \Big]_0^{D/2}$$

$$= \pi / 2 \ (D/2)^4$$

$$Ip = \pi / 32 \ . \ D^4 \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (3.7)$$

Persamaan 3.7 hanya dipakai untuk menentukan besar momen lembam polar sebuah penampang bulat dengan ukuran garis menengah D, terhadap titik beratnya sendiri.

Contoh soal 3.3.

Sebuah penampang berpenampang bulat dengan diameter D = 30 cm, Tentukanlah momen lembam polar Ip, dan momen lembam linear Ix serta Iy.

Jawab :

$$Ip = \pi/32 .\ D^4$$

$$= 3,14 /32 .(30)^4$$

$$Ip = 1271700\ cm^4$$

Untuk penampang bulat Ix = Iy, berarti persamaan 3.6 dapat ditulis sebagai berikut :

$$Ip = 2 Ix = 2 Iy$$

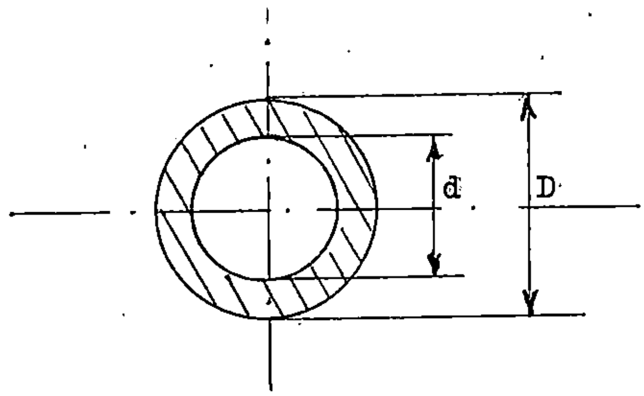
$$Ix = \frac{Ip}{2} \quad ; \quad Iy = \frac{Ip}{2}$$

$$Ix = Iy = \frac{1271700}{2}$$

$$= 635850\ cm^4.$$

Contoh soal 3.4.

Sebuah pipa dengan diameter luar D = 50 mm, dan diameter dalam d = 40 mm. Tentukanlah momen lembam polar penampang tersebut. Bentuknya seperti gambar 3.8.



Gambar 3.8. Perhitungan momen lembam polar penampang pipa.

Jawab :

$$Ip = \pi/32 \; (D^4 - d^4)$$

$$= 3,14/32 \; (50^4 - 40^4)$$

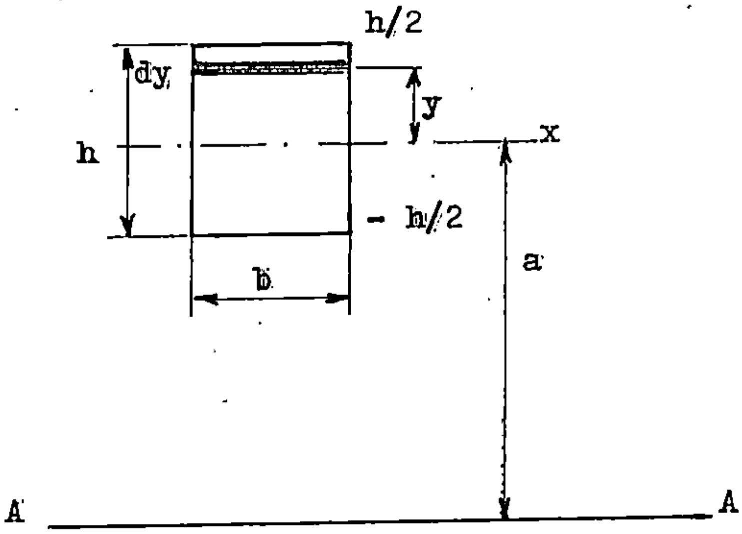
$$Ip = 362081,25 \text{ cm}^4.$$

C. Dalil pergeseran.

Dalil pergeseran maksudnya adalah menghitung besar-momen lembam linear atau momen lembam polar sebuah bidang terhadap garis atau titik yang telah ditentukan dan tidak melalui titik berat penampang yang bersangkutan.

Sesuai dengan prinsip momen lembam bidang, maka persamaan 3.3 untuk hal ini dapat ditulis sebagai berikut, dan perhatikan gambar 3.9.

$$IA = \int_{(a-h/2)}^{(a+h/2)} (y + a)^2 \, dA \; . \; . \; . \; . \quad (3.8)$$



Gambar 3.9. Analisa momen lembam bidang terhadap garis yang tidak melalui titik berat.

$$dA = b \cdot dy$$

Maka,

$$IA = b \cdot 1/3\ (y + a)^3 \Big]_{(a-h/2)}^{(a+h/2)}$$

$$= 1/3 \cdot b(\ (a+h/2)^3 - (a-h/2)^3\ )$$

$$= b/3(a^3 + 3a^2 \cdot h/2 + 3a \cdot h^2/4 + h^3/8$$

$$-a^3 + 3a^2 \cdot h/2 - 3a \cdot h^2/4 + h^3/8\ )$$

$$IA = bh \cdot a^2 + \frac{bh^3}{12}$$

$$IA = a^2 \cdot A + Ix \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3.9)$$

Analog dengan di atas, maka :

$$IB = c^2 \cdot A + Iy$$

$$IP = R^2 \cdot A + Ip$$

Keterangan :

a = jarak pergeseran garis A yang sejajar dengan garis X yang melalui titik berat.

A = luas penampang.

IA = momen lembam linear terhadap garis A yang sejajar dengan garis X.

Ix = momen lembam linear penampang terhadap garis X yang melalui titik berat.

IB = momen lembam linear terhadap garis B yang sejajar dengan garis Y.

c = jarak pergeseran garis B yang sejajar dengan garis Y yang melalui titik berat.

Iy = momen lembam linear penampang terhadap garis Y yang melalui titik beratnya.

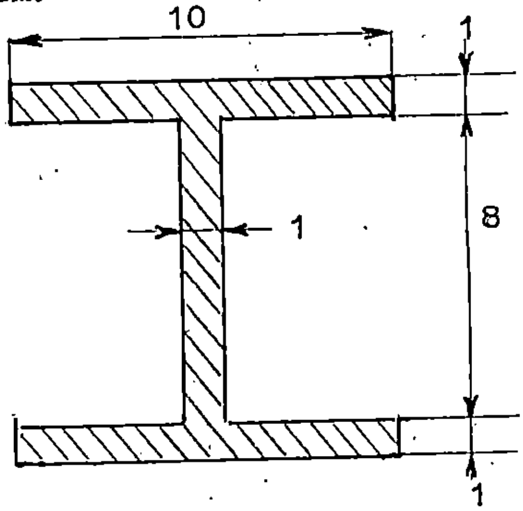
Ip = momen lembam polar penampang terhadap titik berat.

IP = momen lembam polar penampang terhadap titik yang bukan titik beratnya.

R = jarak pergeseran antara titik berat dengan titik yang ditentukan.

Contoh soal 3.5.

Sebuah penampang frofil I dengan ukuran seperti gambar 3.10. Tentukanlah momen lembam linear IX dan IY. Satuan gambar dalam cm.



Gambar 3.10. Analisa momen lembam linear profil I symetris.

Jawab :

Penampang profil I dipisah-pisah menjadi tiga komponen luas yang sederhana yang bisa diketahui luas dan jarak titik beratnya ke garis bantu (sisi pinggir penampang yang bersangkutan).

Jadi :

$$IX = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3$$

$$Ix_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 \cdot A_1$$

$$= \frac{10.1^3}{12} + (4,5)^2.10.1 = 203,33 \text{ cm}^4.$$

$$Ix_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} + a_2^2 \cdot A_2$$

$$Ix_2 = \frac{1.8^3}{12} + 0 \quad = 42,67 \text{ cm}^4,$$

$$Ix_3 = \frac{b_3 h_3^3}{12} + a_3^2 \cdot A_3$$

$$= \frac{10.1^3}{12} + (4,5)^2 .10.1 \quad = 203,33 \text{ cm}^4.$$

$$IX = 203,33 + 42,67 + 203,33$$

$$= 449,33 \text{ cm}^4$$

$$IY = Iy_1 + Iy_2 + Iy_3$$

$$Iy_1 = \frac{b_1^3 \ h_1}{12} + c_1^2 \cdot A_1$$

$$= \frac{10^3 .1}{12} + 0.A_1 \quad = 83,335 \text{ cm}^4.$$

$$Iy_2 = \frac{b_2^3 \ h_2}{12} + c_2^2 \cdot A_2$$

$$= \frac{1^3 . \ 8}{12} + 0.A_2 \quad = 0,67 \text{ cm}^4.$$

$$Iy_3 = \frac{b_3^3 \ h_3}{12} + c_3^2 \cdot A_3$$

$$= \frac{10^3 . 1}{12} + 0 \cdot A_3 = 83,335 \text{ cm}^4.$$

$$IY = 83,335 + 0,67 + 83,335$$

$$= 167,34 \text{ cm}^4.$$

Momen lembam IX lebih besar dari momen lembam IY.

PERPUSTAKAAN ... NEGERI PADANG

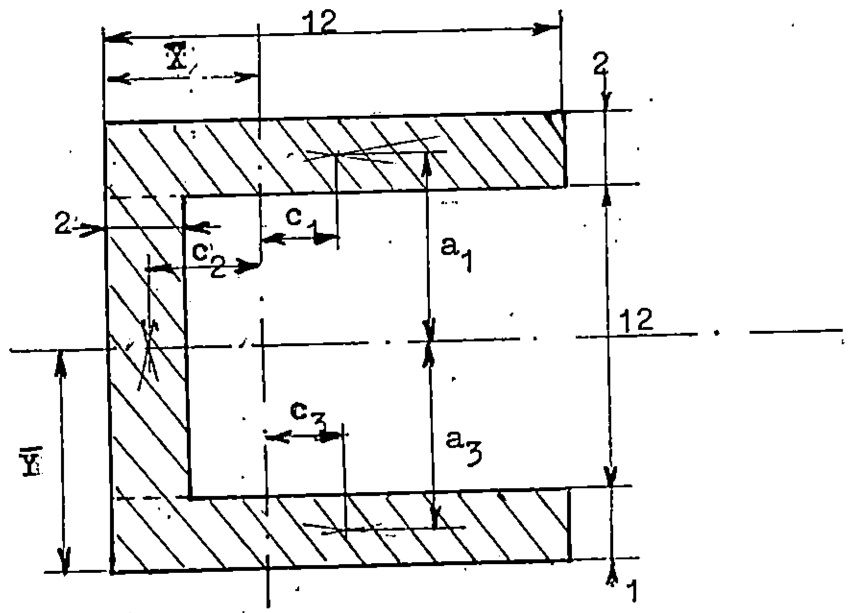
Contoh soal 3.6.

Sebuah frofil U dengan ukuran seperti ditunjukan pada gambar 3.11 (satuan ukuran dalam cm) di bawah ini.

Tentukanlah :

a. posisi titik berat frofil.

b. momen lembam linear terhadap garis x (IX), dan terhadap garis y (IY).



Gambar 3.11. Analisa posisi titik berat dan momen lembam linear frofil U.

Jawab :

a. Posisi titik berat.

Bentuk penampang tidak symetris, maka posisi titik berat harus dihitung dengan persamaan (3.2a), dan (3.2b).

$$\bar{X} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$\overline{X} = \frac{2.12.6 + 12.2.1 + 2.12.6}{2.12 + 12.2 + 2.12}$$

$$= 4,33 \text{ cm.}$$

$$\overline{Y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$= \frac{2.12.45 + 12.2.8 + 2.12.1}{2.12 + 12.2 + 12.2}$$

$$= 8 \text{ cm.}$$

Besar pergeseran sumbu frofil :

1). Elemen 1,

$$a_1 = \overline{Y} - 1/2.\ h_1$$
$$= 8 - 1/2 \cdot 2$$
$$= 7 \text{ cm.}$$
$$c_1 = 12.\ 1/2 - \overline{X}$$
$$= 6 - 4,33$$
$$= 1,77 \text{ cm.}$$

2). Elemen 2,

$$a_2 = (2+6) - \overline{Y}$$
$$= 8 - 8$$
$$= 0 \text{ cm.}$$
$$c_2 = \overline{X} - 1/2.\ b_2$$
$$= 4,33 - 1$$
$$= 3,33 \text{ cm.}$$

3). Elemen 3,

$$a_3 = \overline{Y} - 1/2.\ h_3$$

$$a_3 = 8 - 1/2.\ 2 = 7 \text{ cm.}$$

$$c_3 = 12 . 1/2 - \bar{X}$$
$$= 6 - 4,33$$
$$= 1,77 \text{ cm.}$$

b. Momen lembam linear (IX) dan (IY).

$$IX = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3$$

$$Ix_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 . A_1$$

$$= \frac{12 . 2^3}{12} + 7^2 . 12.2 = 1184 \text{ cm}^4.$$

$$Ix_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} + a_2^2 . A_2$$

$$= \frac{2 . 12^3}{12} + 0 . A_2 = 288 \text{ cm}^4.$$

$$Ix_3 = \frac{b_3 h_3^3}{12} + a_3^2 . A_3$$

$$= \frac{12 . 2^3}{12} + 7^2 . 12.2 = 1184 \text{ cm}^4.$$

$$IX = 1184 + 288 + 1184 = 2656 \text{ cm}^4$$

$$IY = Iy_1 + Iy_2 + Iy_3$$

$$Iy_1 = \frac{b_1^3 h_1}{12} + c_1^2 . A_1$$

$$= \frac{12^3 . 2}{12} + 1,77^2 . 2.12 = 354,66 \text{ cm}^4.$$

$$Iy_2 = \frac{b_2^3 h_2}{12} + c_2^2 . A_2$$

$$Iy_2 = \frac{2^3.12}{12} + 3,33^2.\ 12.2 = 270,13\ cm^4.$$

$$Iy_3 = \frac{b_3^3 \cdot h_3}{12} + c_3^2 \cdot A_3$$

$$= \frac{12^3.2}{12} + 1,77^2.2.12 = 354,66\ cm^4$$

$$IY = 354,66 + 270,13 + 354,66 = 983,98\ cm^4.$$

D. Tahanan momen.

Tahanan momen sering juga disebut dengan istilah Westan momen. Besarnya dapat dihitung sebagai berikut :

$$\text{Tahanan momen} = \frac{\text{Momen lembam}}{\text{Jarak sisi terjauh dari titik atau garis yang ditentukan.}} \qquad (3.10)$$

Jadi secara umum dapat ditulis sebagai berikut :

$$Z = \frac{I}{e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.11)$$

Tahanan momen terhadap garis (x) dinamakan (Zx), maka persamaannya adalah :

$$Zx = \frac{IX}{ex} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.11a)$$

Tahanan momen terhadap garis (y) dinamakan (Zx), maka persamaannya adalah :

$$Zy = \frac{IY}{ey} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.11b)$$

Tahanan momen terhadap titik (p) dinamakan (Zp), maka persamaannya adalah :

$$Zp = \frac{IP}{ep} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.11c)$$

Keterangan :

IX = momen lembam linear terhadap garis x.

ex = jarak sisi terjauh dari garis x.

IY = momen lembam linear terhadap garis y.

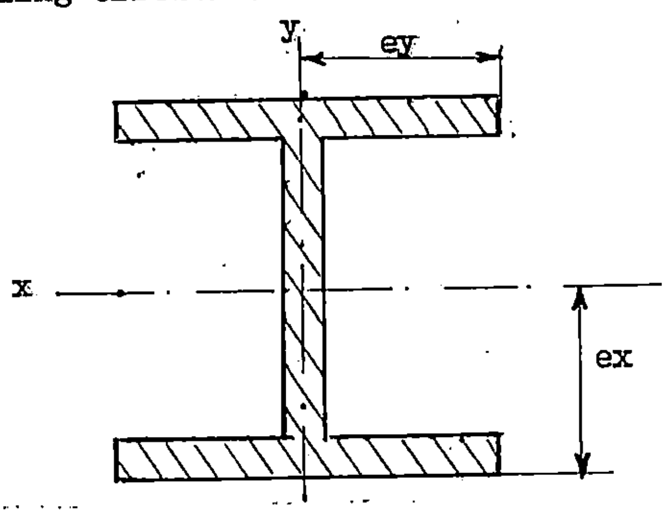
ey = jarak sisi terjauh dari garis y.

IP = momen lembam polar terhadap titik P.

ep = jarak sisi terjauh dari titik P.

Contoh soal 3.7.

Dari contoh soal 3.5 didapat IX = 449,33 cm^4, dan IY = 167,34 cm^4. Bentuk penampang digambarkan pada gambar 3.12 di bawah ini, sekaligus tentukan arah pemberian beban yang paling effektif.



Gambar 3.12. Analisa tahanan momen frofil I.

Jawab :

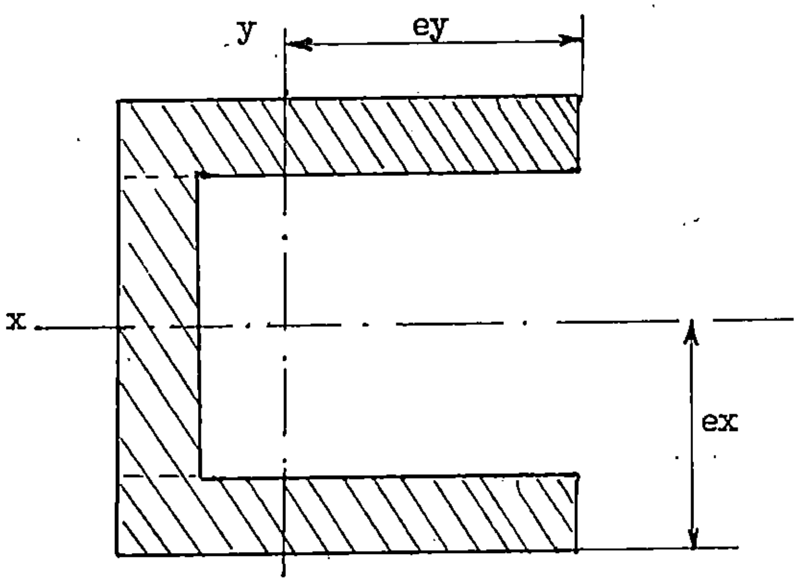
$$Zx = \frac{IX}{ex} = \frac{449,33}{5} = 89,866\ cm^3.$$

$$Zy = \frac{IY}{ey} = \frac{167,34}{5} = 33,468 \text{ cm}^3.$$

Dari hasil perhitungan diperoleh harga Zx lebih besar dari Zy, maka pembebanan yang paling effektif adalah dari arah atas (perhatikan gambar 3.12) atau menekan sumbu x.

Contoh soal 3.8.

Dari contoh soal 3.6, didapat harga IX = 2656 cm^4 , dan IY = 983,98 cm^4. Tentukanlah tahanan momen Zx dan Zy , serta arah pemberian beban yang effektif. Kontruksi seper - ti gambar 3.13 di bawah ini .



Gambar 3.13. Analisa tahanan momen frofil U.

Jawab :

$$Zx = \frac{IX}{ex} = \frac{2656}{8} = 332 \text{ cm}^3.$$

$$Zy = \frac{IY}{ey} = \frac{983,98}{7,77} = 28,34 \text{ cm}^3.$$

Dari hasil perhitungan diperoleh harga Zx lebih besar dari Zy, maka pembebanan yang effektif adalah dari arah atas (lihat gambar 3.13) atau menekan sumbu x.

Contoh soal 3.9.

Dari contoh soal 3.4 momen lembam polar sebuah penampang pipa didapat Ip = 362081,25 cm^4, diameter luar pipa D = 50 mm diameter dalam d = 40 mm. Tentukanlah tahanan momen lembam polarnya terhadap titik sumbunya sendiri.

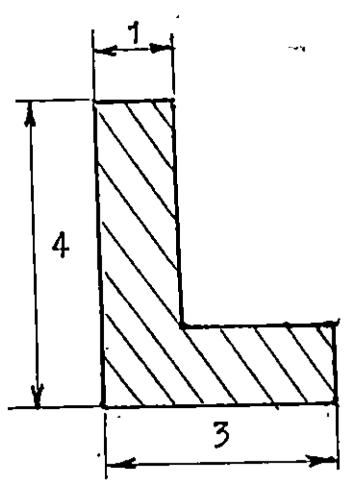
Jawab :

$$Zp = \frac{Ip}{ep} = \frac{362081,25}{2,5} = 14483,25 \text{ cm}^3.$$

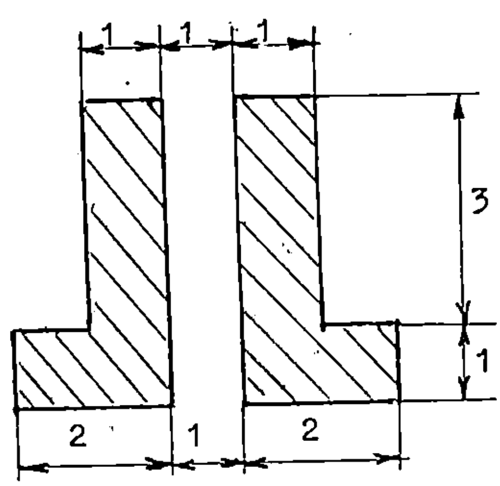
Soal-soal.

Tentukanlah posisi titik berat, momen lembam linear IX dan IY, momen lembam polar IP, tahanan momen linear Zx Zy, tahanan momen lembam polar Zp serta arah pemberian beban yang effektif (satuan ukuran gambar dalam cm).

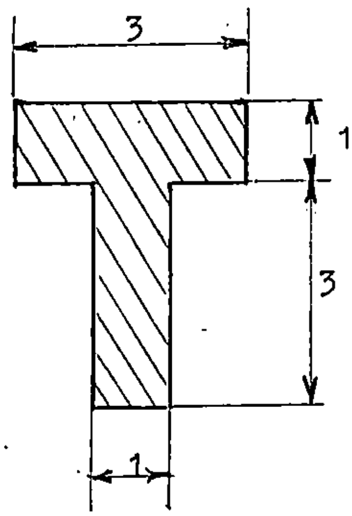
1.



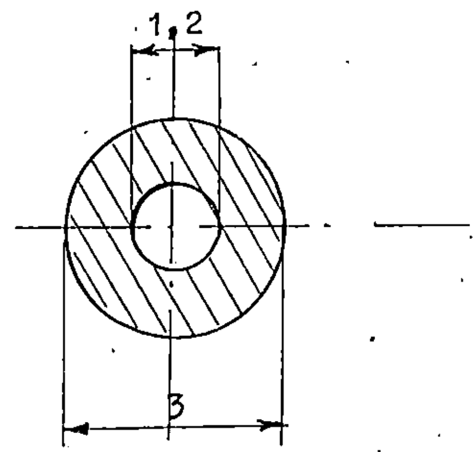
2.



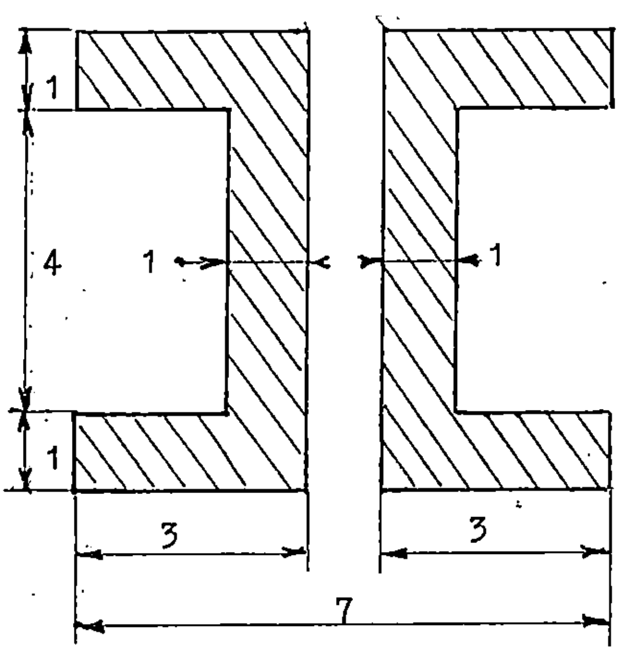
3.



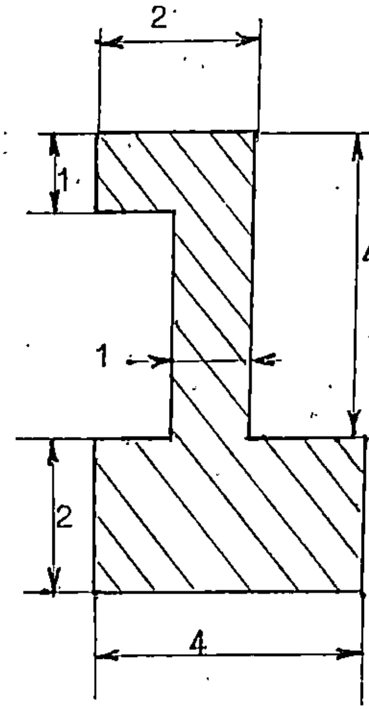
4.



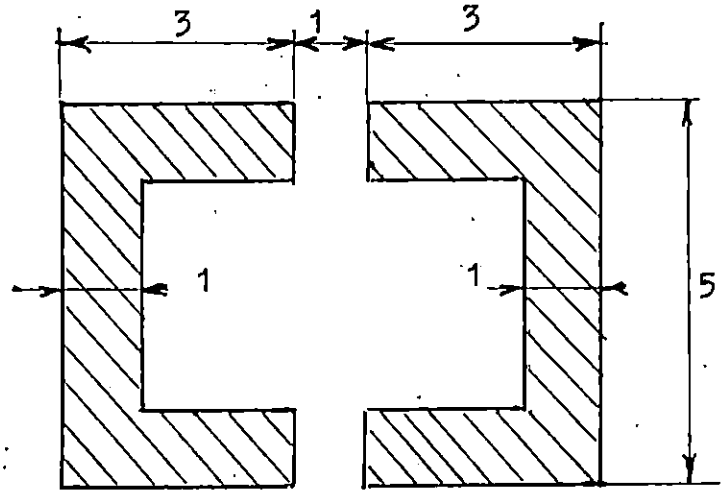
5.



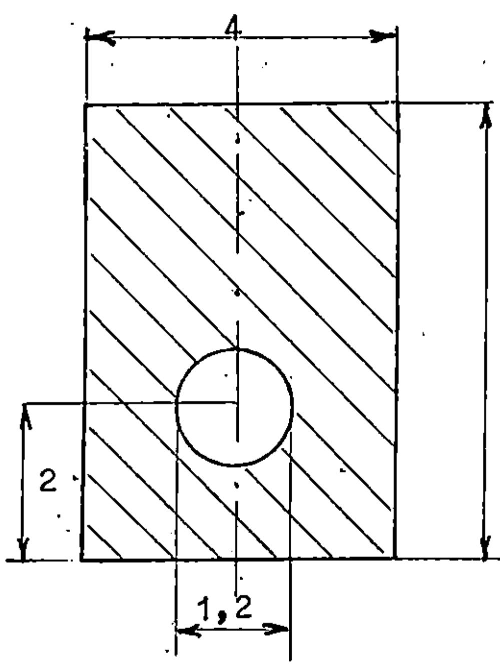
6.



7.



8.



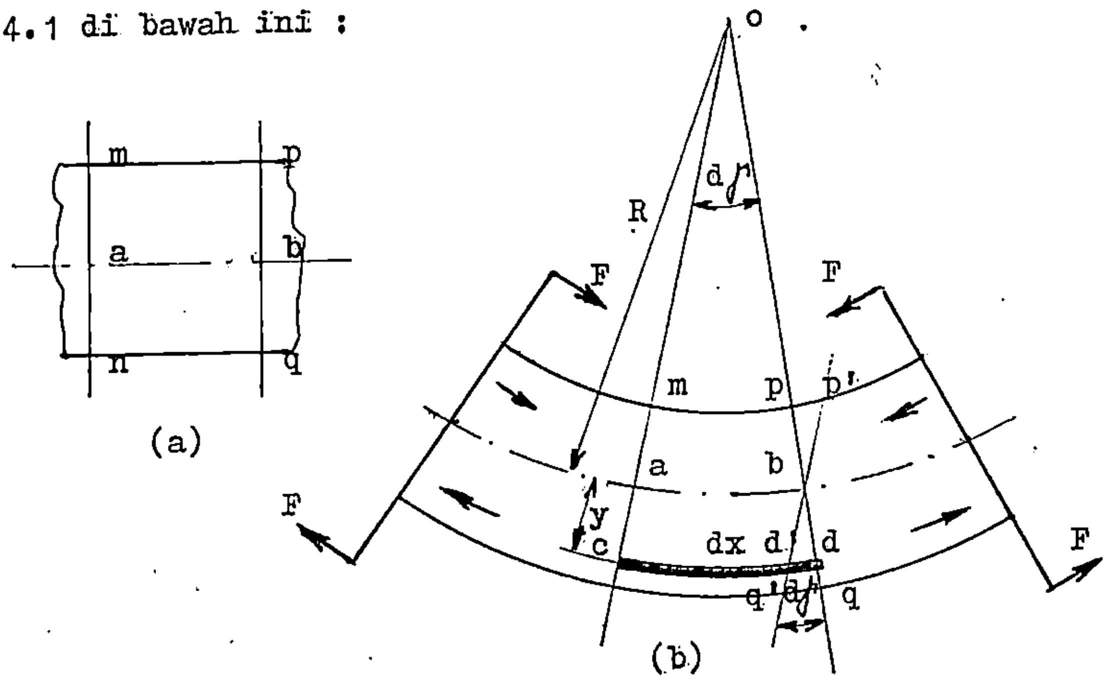
B A B IV
HUBUNGAN MOMEN YANG BEKERJA DENGAN MOMEN YANG MENAHAN

A. Momen bengkok.

Bila sebuah batang ditarik akan terjadi pertambahan panjang, bila ditekan akan terjadi pertambahan pendek. Sesuai dengan persamaan 1.12 bahwa :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$$

Bila sebiah batang yang lurus dan homogen seperti gambar 4.1 di bawah ini :



Gambar 4.1. Batang bengkok berbentuk kurva.

dibengkokkan dengan sepasang gaya kopel, sehingga dia berubah menjadi bentuk kurva. Sebelum batang dibengkokkan (gambar 4.1a), maka garis :

mn $\neq\neq$ pq

mp $\neq\neq$ ab(dx) $\neq\neq$ cd $\neq\neq$ nq

Setelah gaya kopel bekerja, batang berubah berbentuk kurva maka :

nq $>$ cd $>$ ab(dx) $>$ mp

Permukaan batang bagian luar (permukaan cembung) mengalami pertambahan panjang akibat tarikan, sedangkan permukaan bagian dalam (permukaan cekung) mengalami pertambahan pendek akibat tekanan. Wajar bila diasumsikan bahwa akan ada lapisan antara serat yang mengalami pertambahan panjang dan serat yang mengalami pertambahan pendek, yang disebut lapisan netral dan perpotongan dengan sumbu transversal disebut sumbu netral. Bagian yang mengalami pertambahan panjang, mengalami tegangan tarik (σt), yang mengalami pertambahan pendek mengalami tegangan tekan (σtk). Batang yang mengalami tegangan tarik dan tegangan tekan di atas dinamakan mengalami tegangan bengkok (σb), jadi dalam hal ini :

$$\sigma t = \sigma tk = \sigma b \qquad (4.1)$$

Lapisan netral tidak mengalami tegangan apa-apa (b = 0)

Pada gambar 4.1 terlihat bahwa bagian batang yang berbentuk kurva dengan jari-jari R, dan sudut busur yang diamati θ. Dx merupakan sumbu netral yang tidak mengalami baik tegangan maupun perubahan, jadi dx sebelum dibengkokkan sama dengan sesudah dibengkokkan. Pada titik b dilukis garis bantu p'q' yang sejajar dengan garis mn, maka :

$$mp' = ab = cd' = nq'$$

d'd merupakan pertambahan panjang dari lapisan tipis cd' , sehingga sudut :

$$d'bd = d\phi \ldots\ldots\ldots\ldots (4.2)$$

Maka,

$$\frac{dd'}{cd'} = \varepsilon \text{ (regangan)}$$

$$\varepsilon = \frac{dd'}{cd'} = \frac{y.d\phi}{dx} \ldots\ldots\ldots (4.3)$$

$$\frac{dx}{d\phi} = R \ldots\ldots\ldots\ldots (4.4)$$

$$dx = R . d\phi$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots (4.5)$$

Substitusikan persamaan (4.5) ke persamaan (4.3), akan didapat :

$$\varepsilon = \frac{y}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots (4.6)$$

Persamaan (4.6) sama-sama dikali dengan E.y.dA, sehingga didapat :

$$E.y.dA.\varepsilon. = \frac{E.y^2.dA}{R}$$

Kemudian diintegral maka dia akan menjadi :

$$\int.\sigma.\ y.dA = \frac{E}{R}.\int.\ y^2.dA$$

$$M = \frac{E}{R}.\ I \ldots\ldots\ldots\ldots (4.7)$$

Persamaan (4.6) dikalikan dengan E, sehingga didapat,

$$\varepsilon.\ E = \frac{y.E}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots (4.8)$$

Substitusikan persamaan (4.8) kepersamaan (4.7) didapat ,

$$M = \frac{\sigma}{y} I \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.9)$$

Keterangan :

M = momen yang menahan.

I/y = W = Z = tahanan momen.

σ = tegangan bahan.

Jadi :

$$M = W . \sigma . \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.10)$$

Untuk momen bengkok persamaan (4.10) menjadi :

$$Mb = Wb . \sigma b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.11)$$

Keterangan :

Mb = momen bengkok yang menahan.

Wb = tahanan momen .

Wb = I/y

I = momen lembam linear.

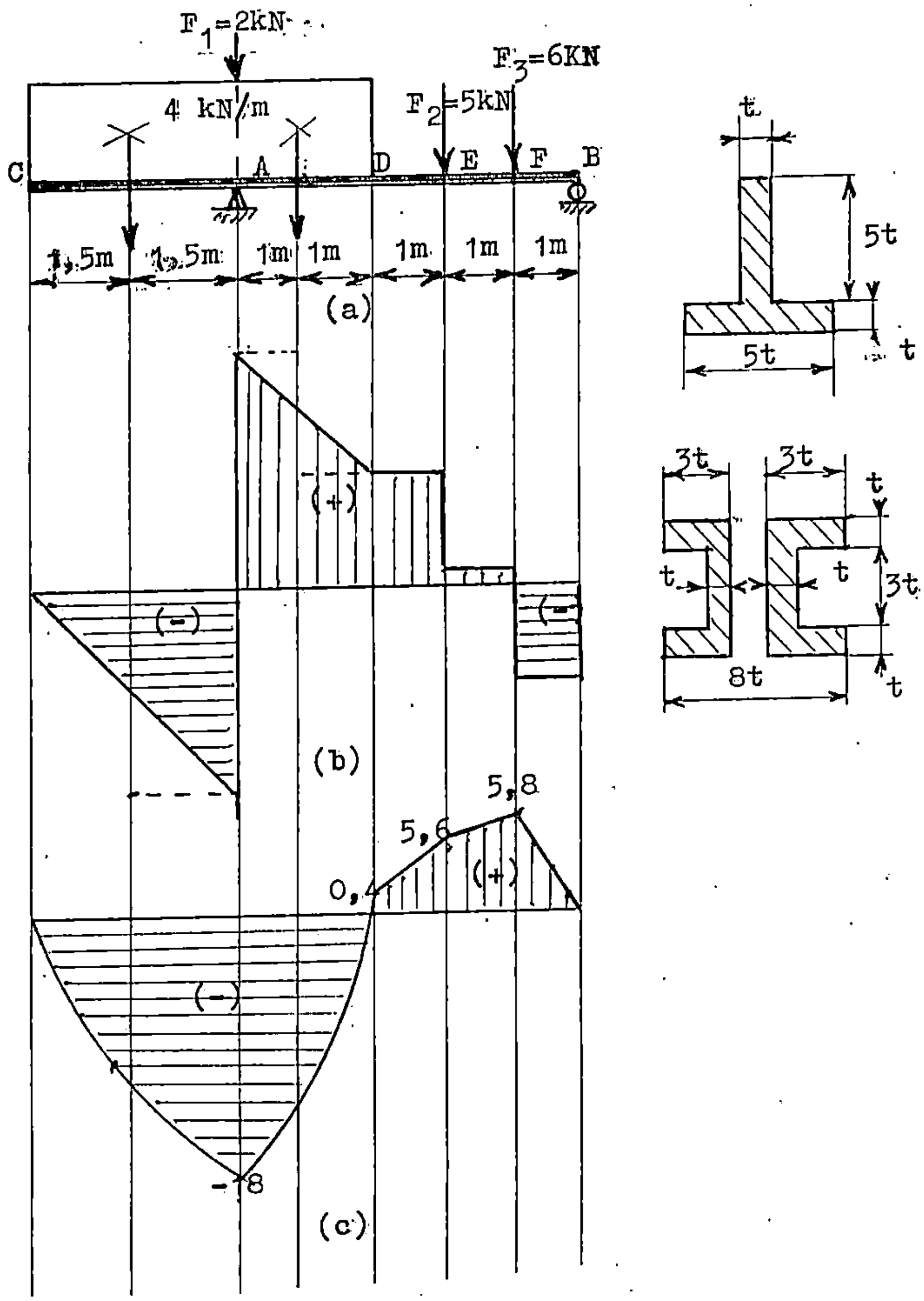
y = jarak sisi terjauh dari garis yang ditentukan, (y = e).

$\bar{\sigma}b$ = tegangan bengkok yang diizinkan bekerja.

$\bar{\sigma}b = \bar{\sigma}t$.

Contoh soal 4.1.

Sebuah batang CB dibebani dengan beban titik dan beban terbagi rata seperti gambar 4.2. Tegangan bengkok yang diizinkan bekerja $\bar{\sigma}b$ = 206 MN/m^2. Hitunglah ukuran penampang batang CB bila penampangnya berbentuk frofil T terbalik dan frofil U kembar.



Gambar 4.2. Batang CB dengan beban titik dan terbagi rata, penampang frofil T dan U kembar.

Jawab :

$W_1 = q \cdot l_1 = 4.3 = 12$ kN.

$W_2 = q \cdot l_2 = 4.2 = 8$ kN.

Reaksi tumpuan :

$\Sigma M_A = 0$

$- W_1 . 1,5 + F_1 . 0 + W_2 . 1 + F_2 . 3 + F_3 . 4 - 5 . R_B = 0$

$R_B = \dfrac{- 12.1,5 + 8.1 + 5.3 + 6.4}{5}$

$= 5,8$ kN

$\Sigma M_B = 0$

$- F_3 . 1 - F_2 . 3 - W_2 . 4 - F_1 . 5 + R_A . 5 - W_1 . 6,5 = 0$

$R_A = \dfrac{6.1 + 5.3 + 8.4 + 2.5 + 12.\ 6,5}{5}$

$= 27,2$ kN.

Lukisan bidang gaya geser seperti gambar 4.2b.

Momen bengkok yang bekerja:

$MC = 0$

$MA = - W_1 . 1,5 = - 12.1,5 = - 18$ kNm

$MD = - W_1 . 3,5 - F_1 . 2 - W_2 . 1 + R_A . 2$

$= - 12.\ 3,5 - 2.2 - 8.1 + 27,2.2$

$= 0,4$ kNm.

$ME = R_B . 2 - F_3 - 1$

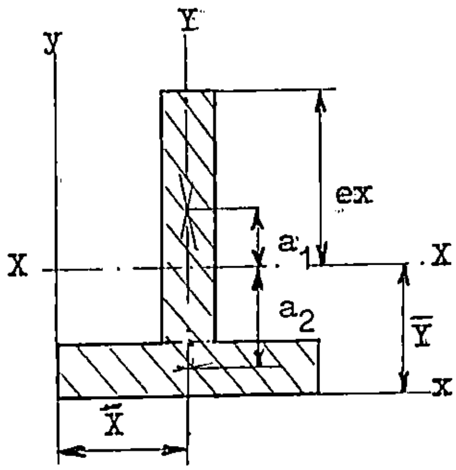
$= 5,8.2 - 6.1 = 5,6$ kNm.

$MF = R_B . 1 = 5,8.1 = 5,8$ kNm.

Lukisan bidang momen bengkok seperti gambar 4.2c. Momen bengkok maksimum terdapat pada titik A sebesar 18 kNm.

Momen bengkok yang menahan :

a. Untuk frofil T (terbalik).



Gambar 4.3. Analisa tahanan momen frofil T terbalik.

Titik berat :

$\bar{X} = 2,5$ t (symetris).

$$\bar{Y} = \frac{5t.t.0,5t + 5t.t.3,5t}{5t.t + 5t.t}$$

$= 2t.$

Jarak masing-masing elemen luas terhadap sumbu X-X.

$a_1 = 3,5t - 2t = 1,5t.$

$a_2 = 2t - 0,5t = 1,5t.$

Momen lembam linear terhadap sumbu X-X.

$IX = Ix_1 + Ix_2$

$$Ix_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 \cdot A_1$$

$$= \frac{t\ (5t)^3}{12} + (1,5)^3.5t.t \quad = 21,67t^4.$$

$$Ix_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} + a_2^2 \cdot A_2$$

$$\cong \frac{5t.t^3}{12} + (1,5t)^2.5t.t = 11,67t^4.$$

$$IX = 21,67t^4 + 11,67t^4 = 33,34t^4.$$

Tahanan momen:

$$ex = 6t - 2t = 4t.$$

$$Wx = Wb = \frac{IX}{ex} = \frac{33,34t^4}{4t}$$

$$= 8,335t^3.$$

Momen yang bekerja sama dengan momen yang menahan

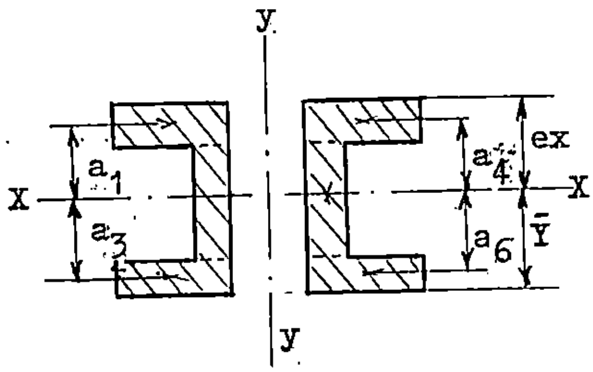
$$Mb = Wb. \sigma b$$

$$18.10^6 = 8,335t^3.\ 206.10^6.10^{-6}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{18.10^6}{8,335.206.10^6.10^{-6}}}$$

$$t = 22 \text{ mm}.$$

b. Untuk frofil U kembar.



Gambar 4.4. Analisa tahanan momen frofil U kembar.

Titik berat :

Profilnya symetris maka titik beratnya didapat dengan cara membagi dua ukuran tinggi menjadi sama besar, dan ukuran lebar menjadi sama besar, sehingga didapat :

$\bar{Y} = 2,5t$, $\bar{X} = 4t$.

Jarak masing-masing elemen luas terhadap sumbu X-X adalah :

$a_1 = a_3 = a_4 = a_6 = 2,5t - 0,5t = 2t.$

$a_2 = a_5 = 2,5t - 2,5t = 0$

Momen lembam linear terhadap sumbu X-X.

$IX = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3 + Ix_4 + Ix_5 + Ix_6$

$Ix_1 = Ix_3 = Ix_4 = Ix_6$

$Ix_2 = Ix_5$

$$Ix_1 = \frac{3t.t^3}{12} + (2t)^2.3t.t = 12,25t^4.$$

$$Ix_2 = \frac{t\,(3t)^3}{12} + 0.\;3t.t = 2,25t^4.$$

$IX = 4\ Ix_1 + 2\ Ix_2$

$= 4.12,25t^4 + 2.2,25t^4 = 53,5t^4.$

Tahanan momen :

$ex = 5t/2 = 2,5t.$

$$Wx = Wb = \frac{IX}{ex} = \frac{53,5t^4}{2,5t}$$

$$= 21,4t^3.$$

Momen yang bekerja harus sama dengan momen yang menahan :

$$Mb = Wb \cdot \bar{\sigma} b$$

$$18.10^6 = 21,4t^3 . 206.10^6.10^{-6}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{18.10^6}{21,4.206.10^6.10^{-6}}}$$

$$= 16 \text{ mm}$$

B. Momen puntir (torsi).

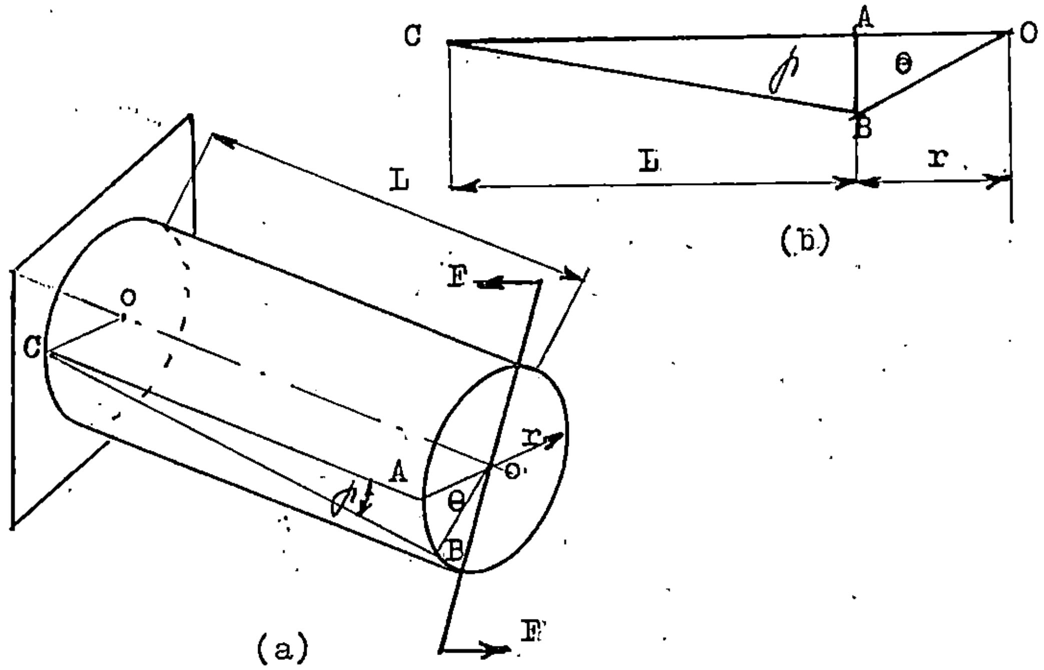
Bila sebuah poros mengalami puntiran (torsi), disepanjang sumbunya, maka poros tersebut akan mengalami puntiran murni, yang mana besarnya sama disepanjang sumbunya. Tegangan geser atau puntir akan bekerja disetiap titik disepanjang poros. Setiap titik akan mengalami regangan geser, sedangkan titik sumbunya tidak mengalami apa-apa . Tegangan dan regangan terjadi karena terjadinya pergeseran (perpindahan, posisi) antara elemen-elemennya.

Prinsip dasar torsi murni identik dengan prinsip dasar bengkok murni. Aplikasi perhitungan torsi dilakukan dengan mengemukakan beberapa asumsi diantaranya :

1. Bahan poros homogen.
2. Momen puntir yang bekerja disepanjang poros sama besar disetiap titik.
3. Regangan yang terjadi dihitung dengan jarak radial dari sumbu poros.

4. Penampang dianggap datar.

5. Permukaan yang melengkung dianggap lurus datar.



Gambar 4.5. Analisa torsi pada sebuah batang bulat.

Dari gambar 4.5 dapat dilihat sebuah batang bulat (poros) yang pada salah satu ujungnya diikat (dijepit), dan ujung yang lain diberikan gaya kopel, sehingga poros tersebut terpuntir. Akibat puntiran titik A berpindah tempat ke titik B, sehingga AB merupakan sebuah busur dengan titik pusat C dan jari-jari CA. Perhatikan gambar 4.5a :

Panjang busur = jari-jari x sudut

$$AB = OA \times \theta \quad \ldots . \quad (4.12)$$

Perhatikan gambar 4.5b:

Panjang busur = Jari-jari x sudut.

$$AB = CA \times \gamma \quad \ldots (4.13)$$

γ = regangan geser.

Persamaan (4.12) sama dengan persamaan (4.13).

$$OA \cdot \theta = CA \cdot \gamma$$

$$r \cdot \theta = L \cdot \gamma$$

atau

$$\gamma = \frac{r \cdot \theta}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.13a)$$

Menurut hukum Hooke (p ersamaan 1.12),

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Identik dengan persamaan (1.12), maka regangan geser didapat :

$$\gamma = \frac{\sigma_p}{G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.14)$$

σ_p = tegangan puntir .

G = modulus gelincir.

Gabungkan persamaan (4.13a) dengan persamaan (4.14) :

$$\frac{\sigma_p}{G} = \frac{r \cdot \theta}{L}$$

atau

$$\sigma_p = \frac{r \cdot \theta \cdot G}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.15)$$

Sesuai dengan persamaan (4.10), maka :

$$M = W \cdot \sigma_b$$

Untuk momen puntir diperoleh :

$$M_{pt} = W_p \cdot \sigma_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.16)$$

$$\therefore \quad Mpt = \frac{Ip}{r} \cdot \sigma p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.17)$$

Setelah disubstitusikan persamaan (4.15) ke persamaan (4 . 17), maka didapat sebagai berikut :

$$\frac{Mpt}{Ip} = \frac{\sigma p}{r} = \frac{G \cdot \theta}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.18)$$

Keterangan :

Mpt = momen puntir

Ip = momen lembam polar.

σp = tegangan puntir.

r = jari-jari poros.

G = modulus gelincir.

θ = sudut puntir.

L = panjang poros.

Contoh soal 4.2.

Sebuah poros direncanakan akan mengalami sudut puntir tidak lebih dari 1^o, dengan panjang 20 kali diameter . Hitunglah tegangan puntir yang sanggup didukung oleh poros tersebut, jika modulus gelincir $G = 80.\ 10^3\ N/mm^2$.

Jawab :

$L = 20 \cdot D$

$\theta = 1^o = \frac{2.3,14}{360} = 0,0174$ radial.

$$\sigma p = \frac{G \cdot \theta \cdot r}{L}$$

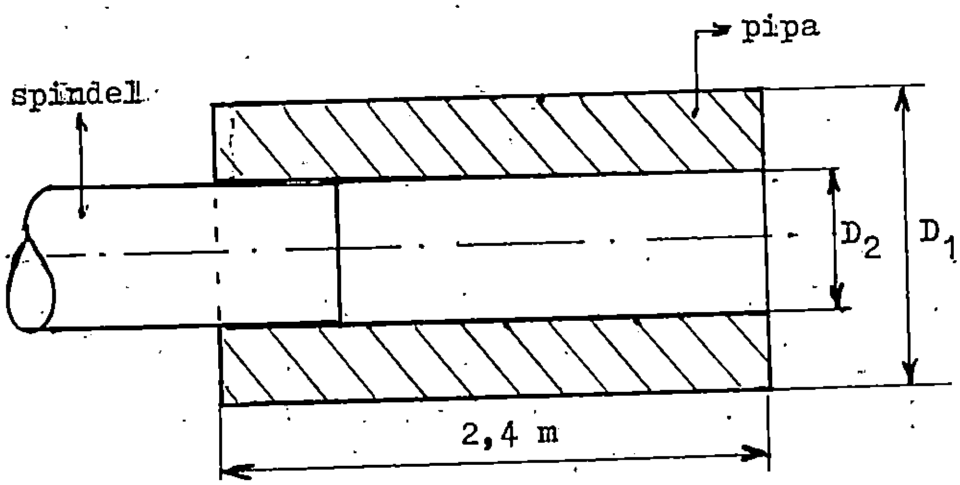
$$= \frac{80.10^3.\ 0,0174.0,5.\ D}{20 \cdot D}$$

$= 34,8\ MN/m^2$.

MILIK PERPUSTAKAAN
UNIV. NEGERI PADANG

Contoh soal 4.3.

Sebuah pipa dengan panjang 2,4 m, diameter luar D_1= 36 mm, dan diameter dalam D_2 = 30 mm. Jika spindel diputar tentukanlah tegangan puntir maksimum yang bekerja pada pipa, dan sudut puntir disepanjang 2,4 m. Tegangan puntir yang bekerja pada spindel 30 N/mm^2, diameter spindel 30 mm modulus gelincir G = 80 . 10^3 N/mm^2.



Gambar 4.6 Analisa tegangan puntir pada pipa dan spindel.

Jawab :

$$W_s = \frac{3,14}{16} (D)^3$$

$$= \frac{3,14}{16} (3,0)^3 = 5,3 \text{ cm}^3.$$

$$W_p = \frac{3,14}{16 \cdot D_1}((D_1)^4 - (D_2)^4)$$

$$= \frac{3,14}{16} \frac{((3,6)^4 - (3,0)^4)}{3,6}$$

$$= 4,75 \text{ cm}^3.$$

Momen puntir yang bekerja pada spindel sama dengan momen puntir yang bekerja pada pipa, sehingga didapat hubungan sebagai berikut :

$$Wp \cdot \sigma pp = Ws \cdot \sigma ps$$

$$\sigma pp = \frac{Ws. \ \sigma ps}{Wp}$$

$$= \frac{5,3 \ . \ 30.10^6}{4,75}$$

$$= 33,5.10^6 \ N/m^2.$$

$$\frac{\sigma pp}{r_1} = \frac{G \ . \ \theta}{L}$$

$$\frac{33,5 \ . \ 10^6}{0,018} = \frac{80. \ 10^9 \ . \ \theta}{2,4}$$

$$\theta = 0,056 \text{ radial} = 3,12'.$$

Contoh soal 4.4.

Hitunglah diameter luar (D) dan diameter dalam (d) dari sebuah poros yang digunakan untuk memindahkan tenaga sebesar 750 kWatt, pada putaran 50 rpm, sudut puntir tidak lebih dari 1^o, panjang porос (L) = 20 D, d = 0,6 D , G = 85 . 10^3 N/mm^2.

Jawab :

Power = gaya x kecepatan

$$N = F \ x \frac{2. \ 3,14.r.n}{60}$$

$$Mpt = \frac{60.N}{2.3,14.r}$$

$$= \frac{60.750.1000}{2.3,14.50} = 143000 \text{ Nm}.$$

$$\theta = 1^o = \frac{2.3,14}{360} \text{ radial.}$$

$$\frac{Mpt}{Ip} = \frac{G.\ \theta}{L}$$

$$\frac{143000}{Ip} = \frac{85.10^9 .\ 2\ .\ 3,14}{20\ .\ D\ .\ 360}$$

$$Ip = 1,93\ .\ 10^{-3}\ .\ D$$

$$\frac{3,14}{32} (D^4 - d^4) = 1,93\ .\ 10^{-3} .\ D$$

$$\frac{3,14}{32} (\ D^4 - (0,6D)^4\ ) = 1,93\ .\ 10^{-3}\ .\ D$$

$$D = 0,283 \text{ m.}$$

$$d = 0,6\ .\ 0,283 = 0,17 \text{ m.}$$

Contoh soal 4.5.

Sebuah batang percobaan puntir berdiameter 20 cm , Tentukanlah tegangan puntir yang terjadi, jika momen puntir yang bekerja 220 Nm. Pada keadaan demikian sudut puntir disepanjang 200 mm adalah $2,3^o$, kemudian hitunglah modulus gelincir G dari bahan.

Jawab :

$$\text{Momen lembam polar (Ip)} = \frac{3,14}{32}\ d^4$$

$$= \frac{3,14\ .\ (20)^4}{32}$$

$$= 5000 \text{ m}^4.$$

$$\text{Sudut puntir } (\theta) = 2,3^o = \frac{2.3,14.2,3}{360}$$

$$= 0,04 \text{ radial.}$$

$$\text{Modulus gelincir (G)} = \frac{Mpt\ .\ L}{Ip\ .\ \theta}$$

$$G = \frac{220.10^3 . 200}{5000.3,14.0,04}$$

$$= 70.10^3 \ N/mm^2.$$

Tegangan puntir yang terjadi (σ_p),

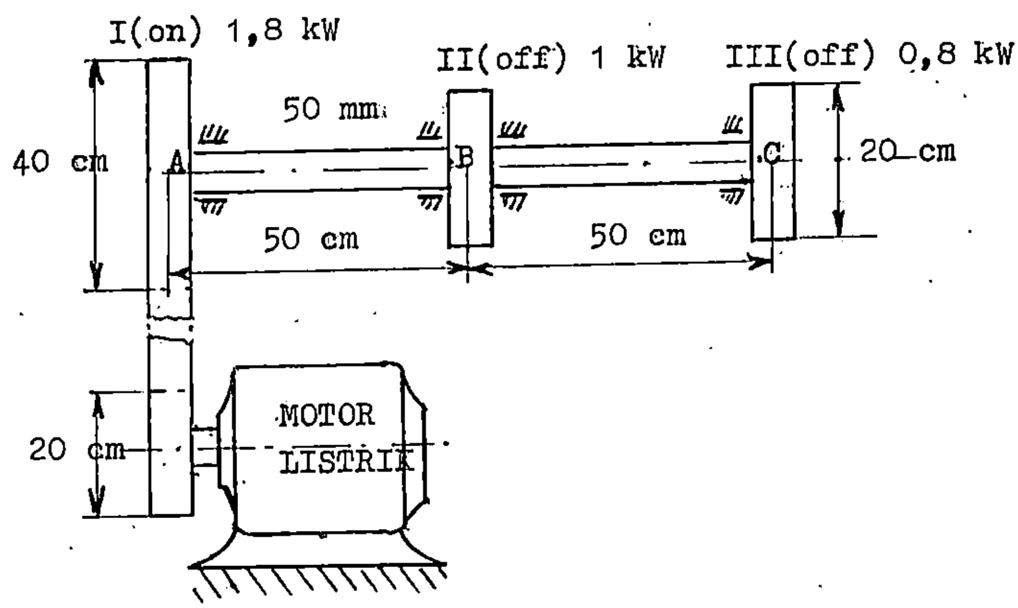
$$\sigma_p = \frac{Mpt . r}{Ip}$$

$$= \frac{220.10^3.10}{5000.3,14}$$

$$= 140 \ MN/m^2.$$

Contoh soal 4.6.

Sebuah poros transmissi seperti gambar 4.7, digunakan untuk memindahkan tenaga dari sebuah motor listrik sebesar 1,8 kWatt pada putaran 1000 rpm, kepada dua buah mesin melalui pully II sebesar 1 kWatt dan pully III sebesar



Gambar 4.7 Analisa momen puntir pada poros transmissi.

0,8 kWatt. Poros dilumasi dengan sempurna, sehingga tahanan gesekan diabaikan. Bantalan dipasang dekat dengan pully sehingga momen bengkok dapat diabaikan, akibatnya poros mengalami puntiran murni. Hitunglah sudut puntir yang bekerja disepanjang poros, dan tegangan puntir maksimum yang bekerja jika modulus gelincir G = 80 MN/m^2.

Jawab :

Tahanan polar :

$$Ip = \frac{3,14}{32}(d)^4 = \frac{3,14}{32}(0,05)^4$$

$$= 0,6.10^{-6}\ m^4.$$

$$Wp = \frac{Ip}{r} = \frac{0,6.10^{-6}}{0,025}$$

$$= 24.10^{-6}\ m^3.$$

Putaran poros :

$$n_m \cdot d_m = n_p \cdot d_p$$

$$n_p = \frac{1000.20}{40}$$

$$= 500\ rpm.$$

Tegangan puntir yang bekerja :

$$Mpt_A = \frac{N \cdot 60}{2.3,14.n_p}$$

$$= \frac{1800.60}{2.3,14.500}$$

$$= 34,395\ Nm.$$

$$\sigma p_A = \frac{Mpt_A}{Wp} = \frac{34,395}{24.10^{-6}}$$

$$= 1433125\ N/m^2.$$

$$Mpt_C = \frac{N.60}{2.3,14.n_p}$$

$$Mpt_C = \frac{800.60}{2.3,14.500}$$

$$= 15,287 \text{ Nm.}$$

$$\sigma p_C = \frac{Mpt_C}{Wp} = \frac{15,287}{24.10^{-6}}$$

$$= 636942,66 \text{ N/m}^2.$$

Tegangan maksimum terdapat pada titik A, sebesar 1433125 N/m^2.

Sudut puntir yang terjadi :

$$\theta_{AB} = \frac{Mpt(AB) \cdot AB}{G \cdot Ip}$$

$$= \frac{34,395 \cdot 0,5}{80.10^6.0,6.10^{-6}}$$

$$= 0,3579 \text{ radial.}$$

$$\theta_{BC} = \frac{Mpt(BC) \cdot BC}{G \cdot Ip}$$

$$= \frac{15,287 \cdot 0,5}{80.10^6.0,6.10^{-6}}$$

$$= 0,1592 \text{ radial.}$$

$$\theta_{total} = 0,3579 + 0,1592 = 0,517 \text{ radial}$$

$$= 29^{\circ}\ 42'.$$

C. Momen ideal (kombinasi).

Momen ideal sering disebut dengan istilah momen bayangan, yaitu gabungan antara momen bengkok dengan momen puntir yang bekerja. Momen ideal akan terjadi bila pada sebuah poros bekerja sekali gus momen puntir dan momen bengkok, maka untuk menghitung momen ideal pada sebuah poros,harus digabungkan antara momen bengkok yang bekerja dengan momen puntir yang bekerja. Untuk menggabungkan kedua momen tersebut dapat digunakan rumus Coulomb - Guest sebagai berikut :

$$Mi = \sqrt{Mb^2 + Mpt^2} \qquad \text{(Sularso, 1987: 10) (4.19)}$$

Sedangkan momen ideal yang menahan adalah :

$$Mi = Wp \cdot \bar{\bar{\tau}}_p \; \dots\dots\dots\dots\dots \; (4.20)$$

Keterangan :

Mi = momen ideal.

Mb = momen bengkok.

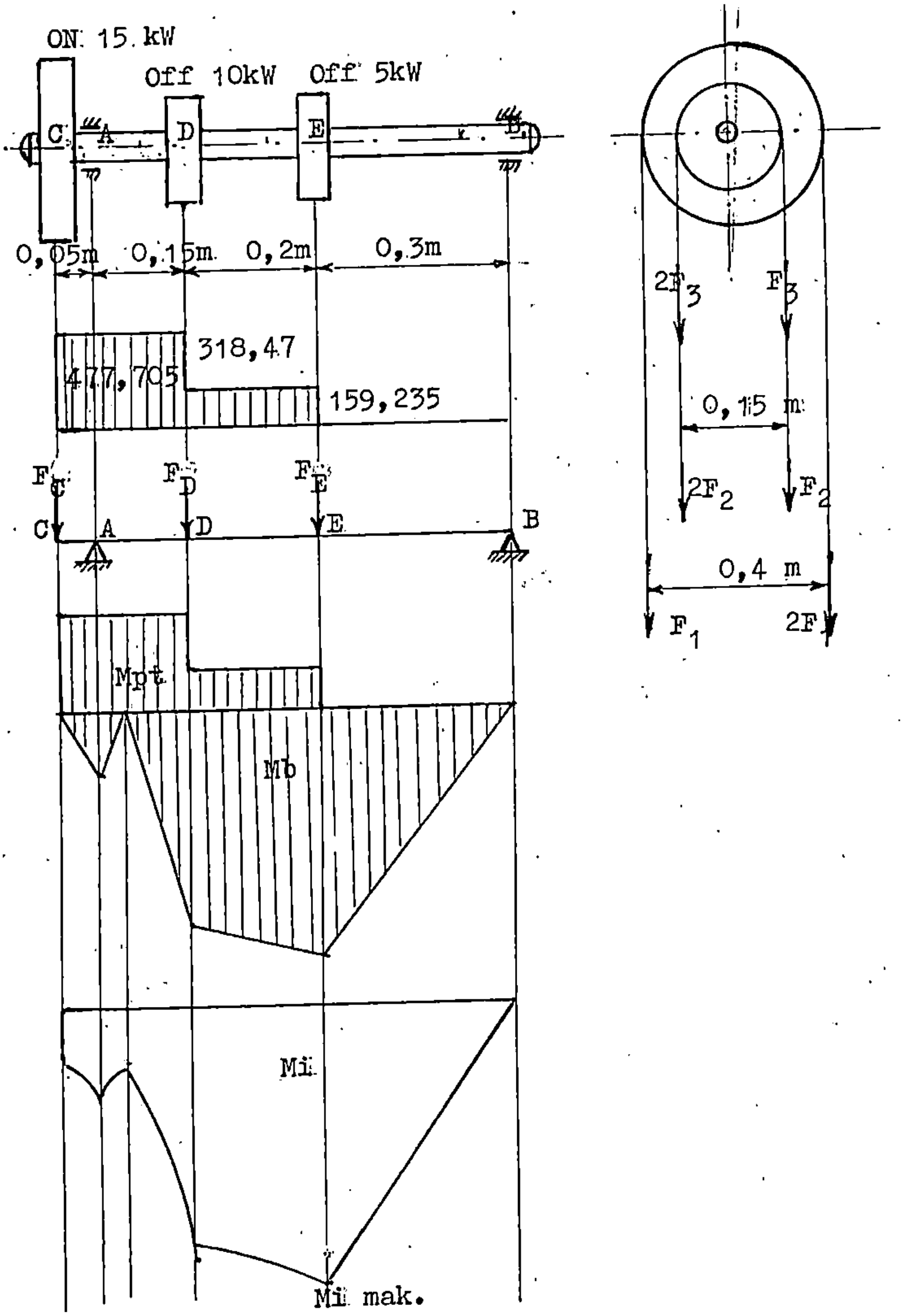
Mpt= momen puntir.

Wp = tahanan puntir.

$\bar{\bar{\tau}}_p$ = tegangan puntir yang diizinkan.

Contoh soal 4.7.

Sebuah poros transmissi seperti gambar 4.8 digunakan untuk mendistribusikan tenaga dari sebuah elektro motor yang bertenaga 15 kWatt kepada dua buah mesin, masing-masing 10 kWatt dan 5 kWatt. Putaran poros maksimum 300rpm. Tegangan puntir bahan poros yang diizinkan 150 MN/m^2. Perbandingan tali ban yang kendur dengan tali ban yang tegang 1 : 2, semua tali ban bekerja vertikal, gesekan poros dengan bantalan diabaikan . Hitunglah momen ideal yang bekerja dan diameter poros.



Gambar 4.8 Analisa momen ideal dan diameter poros transmissi.

Jawab :

Momen puntir :

$$Mpt_{CD} = \frac{60.N}{2.3,14\ n}$$

$$= \frac{60.15000}{2.3,14.300} = 477,705\ Nm.$$

$$Mpt_{D} = \frac{60.N}{2.3,14.n}$$

$$= \frac{60.1000}{2.3,14.300} = 318,47\ Nm.$$

$$Mpt_{DE} = \frac{60.N}{2.3,14.n}$$

$$= \frac{60.5000}{2.3,14.300} = 159,235\ Nm.$$

Gaya :

$Mpt_{CD} = (2\ F_1 - F_1)\ r_1$

$477,707 = F_1 \cdot 0,2$

$F_1 = 2388,525$ N.

Gaya yang bekerja pada titik C adalah F_C ,

$F_C = 3\ F_1 = 3.2388,525$

$= 7165,575$ N.

$Mpt_D = (2F_2 - F_2) \cdot r_2$

$318,47 = F_2 \cdot 0,075$

$F_2 = 4246,266$ N.

Gaya yang bekerja pada titik D adalah F_D,

$F_D = 3\ F_2 = 3 \cdot 4246,266 = 12738,799$ N.

$Mpt_{DE} = (2\ F_3 - F_3)\ r_3$

$159{,}235 = F_3 .\ 0{,}075$

$F_3 = 2123{,}133$ N

Gaya yang bekerja pada titik E adalah F_E,

$F_E = 3\ .\ F_3 = 3\ .\ 2123{,}133 = 6369{,}391$ N.

Momen bengkok :

$\Sigma M_A = 0$

$3\ F_1 . 0{,}05 + 3F_2 . 0{,}15 + 3F_3 . 0{,}35 - R_B . 0{,}65 = 0$

$7165{,}575 . 0{,}05 + 12738{,}799 . 0{,}115 + 6369{,}391 . 0{,}35$

$- 0{,}65\ R_B = 0$

$R_B = 5818{,}169$ N.

$MA = - F_C .\ 0{,}05 = - 7165{,}575 . 0{,}05$

$= - 358{,}278$ Nm.

$MD = R_B . 0{,}5 - F_E . 0{,}2 = 5818{,}169 . 0{,}5 - 6369{,}341 . 0{,}2$

$= 1635{,}22$ Nm.

$ME = R_B\ .\ 0{,}3 = 5818{,}169 . 0{,}3$

$= 1745{,}45$ Nm.

Momen ideal :

Titik C,

$Mi_C = 477{,}705$ Nm, karena $MC = 0$.

Titik A,

$Mi_A = \sqrt{(Mb_A)^2 + (\ Mpt_A)^2}$

$= \sqrt{(358{,}278)^2 + (477{,}705)^2}$

$= 597{,}13$ Nm.

Titik D,

$$Mi_D = \sqrt{(Mb_D)^2 + (Mpt_D)^2}$$

$$= \sqrt{(1635,22)^2 + (477,705)^2}$$

$$= 1703,56 \text{ Nm.}$$

Titik E,

$$Mi_E = \sqrt{(Mb_E)^2 + (Mpt_E)^2}$$

$$= \sqrt{(1745,45)^2 + (159,235)^2}$$

$$= 1752,698 \text{ Nm},$$ (Momen ideal maksimum).

Diameter poros:

$$Mi_{(mak)} = Wp \cdot \bar{\sigma}_{pt}$$

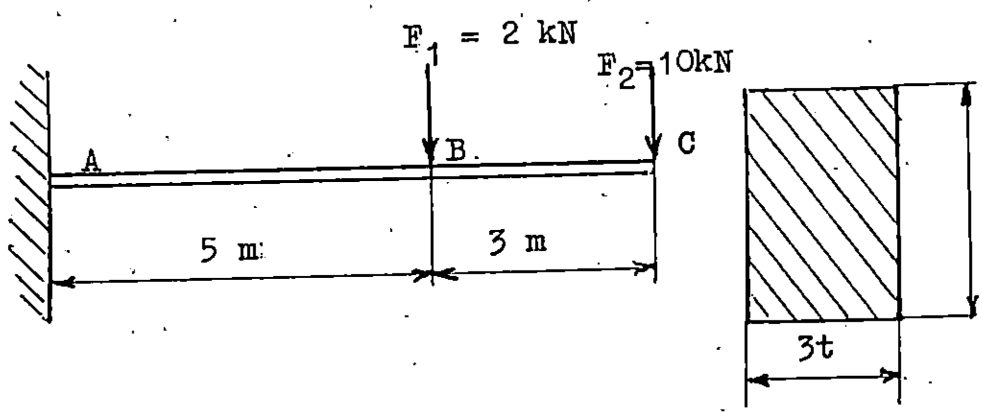
$$1752,698 = 0,2\ D^3 \cdot 150.10^6$$

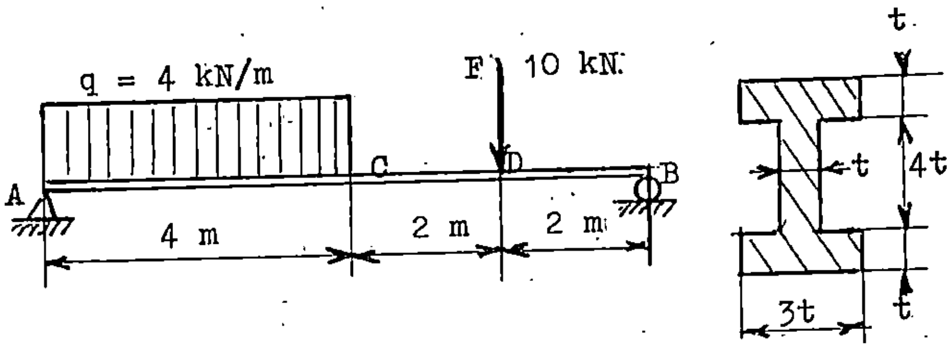
$$D = \sqrt[3]{\frac{1752,698}{0,2.150.10^6}}$$

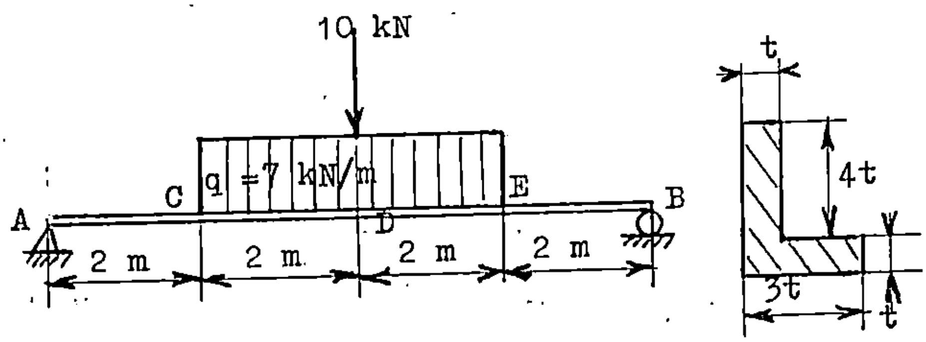
$$= 0,039 \text{ m} = 3,9 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

Soal-soal.

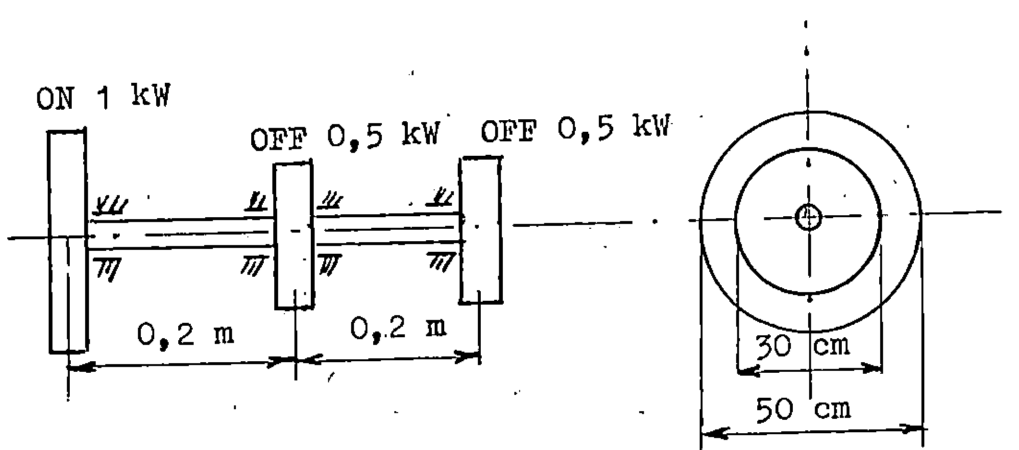
1. Tentukanlah ukuran penampang frofil pembebanan berikut ini. Tegangan bengkok yang diizinkan 103 MN/m^2.



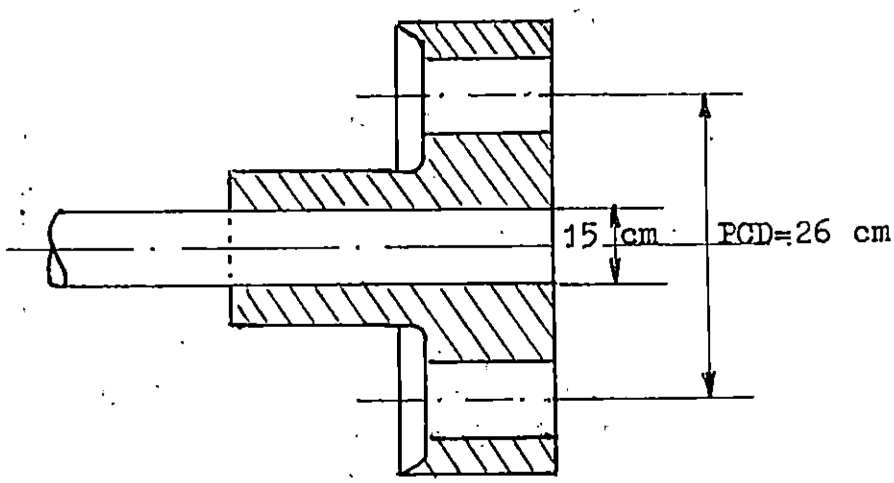




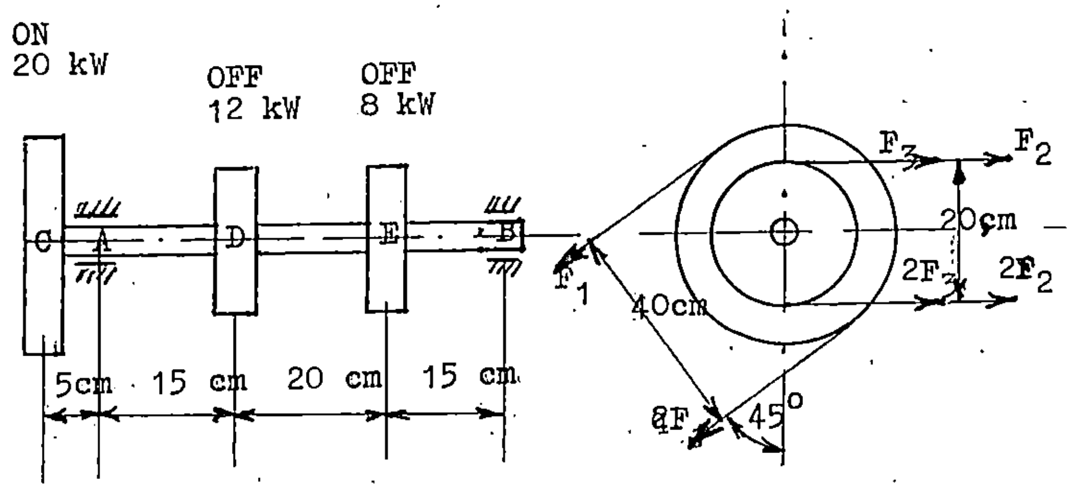
2. Sebuah poros transmissi dengan 3 buah pully seperti tergambar. Bantalan dipasang dekat dengan pully, sehingga momen bengkok dapat diabaikan. Gesekan bantalan dan poros diabaikan. Perbandingan tali ban yang tegang dan tali ban yang kendur 2 : 1. Hitunglah diameter poros, jika tegangan puntir yang diizinkan 103 MN/m^2.



3. Sebuah poros propeler yang bulat terbuat dari baja dengan panjang 1,25 m, diameter luar 50 mm dan diameter dalam 43,5 mm. Hitunglah momen puntir yang dapat dipindahkan oleh poros, jika tegangan puntir maksimum tidak boleh lebih dari 15 MN/m^2, daya yang dapat dipindahkan oleh poros, jika poros berputar 3000 rpm, serta sudut puntir yang terjadi jika modulus gelincir G = 85 GN/m^2.
4. Hitunglah tenaga masimum yang dapat dipindahkan oleh sebuah poros dengan diameter 150 mm berputar pada 240 rpm jika tegangan puntir yang diizinkan 55 N/mm^2. Poros disambung dengan sebuah kopleng yang menggunakan 6 buah baut. Jarak antara sumbu diameter baut (PCD) 260 mm. Hitunglah diameter baut jika tegangan puntir maksimum ... baut 100 N/mm^2.



5. Sebuah poros transmissi seperti tergambar digunakan untuk memindahkan tenaga dari sebuah elektromotor yang bertenaga 20 kWatt, kepada 2 buah mesin, masing-masing 12 kWatt dan 8 Kwatt, pada putaran poros 400 rpm. Tegangan puntir yang diizinkan 200 MN/m^2. Perbandingan tali ban yang tegang dengan tali ban yang kendur 2 : 1, tali ban bekerja miring seperti tergambar. Hitunglah momen ideal-maksimum yang bekerja dan ukuran diameter poros.



DAFTAR PUSTAKA

Hannah, J, & M, J, Hiller, 1977, Mechanical Engineering Science ; Pitman Publishing, London.

Russell, E, Johnston, Jr., Peterjemah : The Houw Liong, 1983. , Mekanika Untuk Insinyur; Penerbit Erlangga Jakarta.

Sularso, Ir, MSME., 1987, Elemen Mesin ; PT Pradnya Paramita, Jakarta.

Titherington, D, J. G. Rimmer., Peterjemah : Lea Prasetio , 1984, Mekanika Terapan; Penerbit Erlangga, Jakarta.