MEKANIKA TEKNIK
STATIKA

Oleh
Drs. Darmawi, M.Pd

FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2000

KATA PENGANTAR

Berkat rahmat Allah Yang Maha Kuasa, akhirnya penulis dapat menyusun buku Mekanika Teknik Statika ini.

Buku ini disusun mulai dari dasar sekali, yang meliputi statika dua dimensi (bidang) dan statika tiga dimensi (ruang). Setiap prinsip yang diuraikan dilengkapai dengan beberapa contoh soal sebagai aplikasi, yang sangat membantu pembaca belajar mandiri. Disetiap bab dilengkapi dengan beberapa soal-soal untuk latihan bagi pembaca. Dengan demikian diharapkan buku ini dapat menunjang perkembangan ilmu pengetahuan dewasa ini, terutama sekali pengetahuan teknik.

Untuk kesempurnaan buku ini, penulis menerima kritik dan saran yang bersifat membangun dari pembaca. Akhirnya penulis mengucapkan banyak terima kasih.

Padang, Juni 2000

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I

PENDAHULUAN

Mekanika adalah suatu ilmu yang menggambarkan dan meramalkan kondisi benda diam atau bergerak, di bawah pengaruh suatu gaya yang bekerja padanya. Mekanika terbagi tiga diantaranya mekanika benda tegar, mekanika benda lentur (deformasi), dan mekanika fluida.

Mekanika benda tegar terbagi dua, yaitu statika dan dinamika. Statika maksudnya kesetimbangan benda dalam keadaan diam. Dinamika adalah kesetimbangan benda dalam keadaan bergerak. Benda tegar maksudnya struktur yang tidak berubah sedikitpun waktu menerima benda. Berarti rangka tadi tidak mengalami perpanjangan, perpendekan, pelenturan, pembengkokan, waktu menerima benda. Sebenarnya suatu struktur selalu mengalami deformasi sewaktu menerima benda, tetapi sangat sedikit sekali, dan dalam batas yang diabaikan. Mekanika benda lentuk adalah ilmu yang mempelajari deformasi tersebut. Masalah deformasi ini sangat erat hubungannya dengan mekanika kekuatan bahan. Masalah kekuatan bahan ini akan diuraikan pada buku Mekanika Teknik Kekuatan Bahan.

Mekanika fluida adalah ilmu yang mempelajari fluida (cairan dan gas), yang termampatkan dan tak termampatkan. Pada hakekatnya mekanika adalah cabang dari ilmu fisika. Untuk membantu memecahkan masalah mekanika ini, atau menerapkan dipakai matematika. Sebenarnya mekanika ini merupakan dasar dari banyak ilmu yang merupakan persyaratan mula untuk mempelajari ilmu teknik lainnya.

Mekanika ini tidak berdasarkan kepada kaedah empiris (pengalaman), seperti beberapa ilmu teknik lainnya, tetapi pendekatan dititik beratkan kepada pendekatan deduktif yang merupakan pendekatan matematika. Mekanika bukan ilmu abstrak, tetapi suatu ilmu terpakai. Tujuan mempelajari mekanika ini adalah menerangkan dan meramalkan gejala fisis, dan dengan demikian meletakkan dasar aplikasi teknik.

E. Russel Johnson Jr. (1976 : 2), prinsip mekanika telah diselidiki oleh para ahli seperti : Aristoteles (384 – 322 SM), Archimedes (287 – 212 SM), Sir Isaac Newton (1642 – 1727). Setelah itu timbullah prinsip yang memuaskan. Kemudian prinsip ini dimodifikasikan oleh D' Alembert, Langrange dan Hamilton, sehingga prinsip mekanika ini disetujui karena tidak ada yang menyanggah. Sampai kepada datangnya pendekatan Einstein (1905), prinsip mekanika ini masih tetap menjadi dasar ilmu teknik.

Konsep dasar mekanika adalah : ruang. waktu, massa dan gaya. Konsep ruang adalah : suatu titik yang berada di alam ini harus ditentukan dari tiga jarak, yang diukur dari titik asal, tiga jarak adalah : dimensi ruang yang terdiri dari panjang, lebar, dan tinggi yang dikenal dengan koordinat. Konsep waktu adalah : untuk menunjukkan atau menyatakan suatu kejadian di alam ini tidak hanya menunjukkan posisinya atau tempat kejadian saja. Kapan kejadian itu terjadi, berapa lamanya kejadian itu berlalu, harus dinyatakan dengan jelas. Tanpa pernyataan waktu data suatu kejadian akan masih berkurang. Konsep massa diperlukan untuk membedakan atau menyatakan sifat hambatan terhadap massa yang sama dan massa yang berbeda. Sebab dua buah benda terdiri dari bahan yang berbeda dengan massa didapatkan volume yang berbeda, sudah tentu tahanan terhadap benda ini akan berbeda satu sama lainnya. Faktor massa dan hal ini sangat pegang peranan penting. Konsep gaya akan menunjukkan aksi suatu benda terhadap benda lain. Untuk itu aksi benda harus dinyatakan dengan jelas, serta berapa besarnya aksi itu bekerja. Seterusnya juga harus dibedakan apakah aksi itu berkontak langsung atau tidak. Gaya tersebut harus ditentukan oleh titik tangkap, besar dan arah. Gaya tersebut dinamakan besaran vektor.

Dewasa ini ada tiga macam satuan yang dipakai, diantaranya satuan Metrik, satuan British, dan satuan System Internasional. Satuan Sistem Internasional ditetapkan pada tahun 1960. Di dalam buku ini satuan yang dikembangkan adalah satuan System Internasional (SI).

Adapun muatan dan simbol yang dipakai dalam satuan SI ini adalah seperti tabel I.1 (Anwari, 1978 : 18).

TABEL I.1. BESARAN DAN SATUAN

Besaran (Simbol)	Satuan (Simbol)
(1)	(2)
Panjang (L)	Meter (m)
Massa (m)	Kilogram (kg)
Waktu (t)	Detik (s), menit (min)
Suhu Mutlak (T)	Derajat Kelvin (^{0}K)
Suhu biasa (t)	Derajat Celcius (^{0}C)
Sudut (θ)	Derajat sudut (^{0}), radial (rad)
Luas (A)	Meter persegi (m^2)
Volume (V)	Meter kubik (m^3)
Kecepatan linier (v)	Meter per detik (m/s)

(1)	(2)
Percepatan Linier (a)	Meter per detik^2 (m/s^2)
Kecepatan sudut (w)	Radial perdetik (rad/s)
Percepatan sudut (α)	Radial perdetik^2 (m/s^2)
Kelajuan putaran (n)	Repulotion per menit (rpm)
Massa kenis (ρ)	Kilogram per meter kubik (kg/m^3)
Momentum (M)	Kilogrammeter per detik(kgm/s)
Momen Inersia (I)	Kilogram meter^2 (kgm^2)
Gaya, Berat (F,B)	Newton (N)
Momen puntir (Mpt)	Newton Meter (N m)
Momen Bengkok (Mbi)	Newton Meter (N m)
Energi (E), Kerja (W)	Joule (J). J = N. m
Daya (P)	Watt (W), W = J/s
Tekanan, Tegangan (P,σ)	Pascal (Pa) Pa = N/m^2

Kelipatan dan simbol yang dipakai pada satuan System Internasional seperti pada tabel I.2.

TABEL I.2. KELIPATAN DAN SIMBOL

Prefiks	Simbol	Kelipatan	Penulisan Singkatan
(1)	(2)	(3)	(4)
Terra	T	1.000.000.000.000	10^{12}
Giga	G	1.000.000.000	10^9
Mega	M	1.000.000	10^6

(1)	(2)	(3)	(4)
Kilo	k	1.000	10^3
Hekto	h	100	10^2
Deca	da	10	10
Desi	d	0,1	10^{-1}
Senti	c	0,01	10^{-2}
Milli	m	0,001	10^{-3}
Micro	u	0,000.001	10^{-6}
Nano	n	0,000.000.001	10^{-9}
Piko	p	0,000.000.000.001	10^{-12}
Temto	f	0,000.000.000.000.001	10^{-15}
Ato	a	0,000.000.000.000.000.001	10^{-18}

Untuk merubah satuan dari suatu satuan ke satuan lainnya harus dikali atau dibagi dengan suata angka. Angka tersebut dinamakan angka konversi (perubahan). Pada tabel I.3 dibawah ini akan diuraikan angka konversi dari angka British ke satuan system Internasional (SI), (Anwari 1978 : 34).

TABEL I.3. FAKTOR KONVEKSI

Konversi Dari	Ke	Dikali dengan
(1)	(2)	(3)
Panjang		
Feet (ft)	m	0,3048
Inch (in)	mm	25,4
Mile	km	1,609

(1)	(2)	(3)
<u>Luas</u>		
Square inch (sq in)	mm^2	645,2
	m^2	0,000645
Square feet (sq ft)	m^2	0.09290
Acres (are)	ha	0,4047
<u>Volume</u>		
Cubic inchs (cu in)	mm^3	16387
Cubic feet (cu ft)	m^3	0,02832
Quarts (US)	1 (liter)	0,9464
Gallon (US)	L	3,785
<u>Massa</u>		
Pounds (lb)	kg	0,45359
Ton (long)	t (metrikton)	1,016
<u>Gaya</u>		
Pounds Gaya (lb)	N (Newton)	4,448
Kilogram gaya (kg)	N	9,807
<u>Tekanan, Tegangan</u>		
Pounds/square inch (psi)	Pa (pascal)	6895
psi	KPa	6,895
Barometer (bar)	Pa	100.000
bar	Kpa	100

(1)	(2)	(3)
Kelajuan, kecepatan		
Feet/detik (ft/s)	m/s	0,3048
Feet/menit (ft/min)	m/s	0,00508
Mile/hour (mile/h)	km/h	1,609
Energi, Kerja		
British Thermal Unit (BTU)	J	1055
Daya (Power)		
BTU/h	W (watt)	0,2931
BTU/s	W	1055
Horsepower (HP)	kW	0,746
Momen puntir dan bengkok		
Pounds feet (ft lb)	Nm	1,356
kgm	N m	9,807
Percepatan		
Feet/second^2	m/s^2	0,3048

BAB II

RESULTANTE DAN KOMPONEN GAYA

A. Resultante Gaya pada Bidang Datar

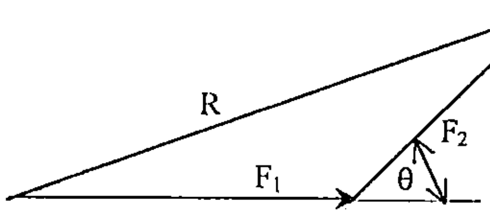
Yang dimaksud dengan gaya adalah aksi sebuah benda terhadap benda lain. Gaya tersebut ditentukan oleh titik aksinya, besarnya dan arahnya. Titik aksi maksudnya titik tempat bekerjanya gaya (titik asal gaya). Besar gaya ditentukan oleh satuan yang digunakan, sedangkan arah gaya ditentukan oleh garis kerjanya dan ditunjukkan dengan tanda panah. Gaya itu sendiri harus digambarkan dengan menggunakan skala : yaitu perbandingan antara satuan gaya dengan satuan panjang. Sebab satuan gaya yang diukur dengan Newton (N), tidak dapat digambarkan dalam kertas dalam bentuk panjang, maka dari itu kita menggunakan satuan panjang untuk menggambarkan gaya.

Di dalam Fisika kita mengenal dua macam besaran, yaitu :

1. Besaran skala, maksudnya adalah besaran yang tidak mempunyai arah, dan mengikuti penjumlahan ilmu aljabar, misalnya $2 + 4 = 6$, jika hasilnya tidak 6 berarti salah. Besaran fisika yang tidak mempunyai arah adalah : volume, massa, dan energi.
2. Besaran vektor, maksudnya satu besaran yang mempunyai arah dan mengikuti penjumlahan jajaran genjang. Berarti arah sangat menentukan hasil. Dua buah vektor yang sama besar berlainan arah, belum tentu hasil penjumlahan atau pengurangannya sama. Besaran fixis yang mengikuti penjumlahan jajaran genjang adalah : gaya, berat, perpindahan kecepatan, percepatan, momen dan lain-lain.

Resultante gaya maksudnya adalah penjumlahan dua buah gaya atau beberapa buah gaya menjadi satu buah gaya. Untuk menghitung resultante gaya ada dua, yaitu :

1. Sistem Analitis, dinamakan juga analisa matematika, aitu dengan meggunakan rumus matematika. (perhatikan gambar 2.1)



Gambar 2.1. Resultante gaya secara analitis

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\, F_1\, F_2 \cos \theta} \qquad (2.1)$$

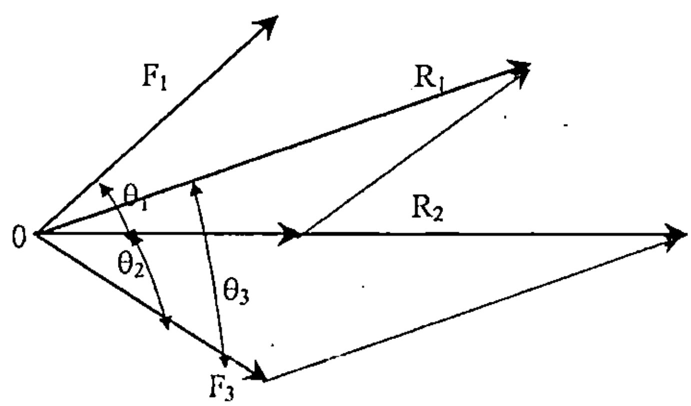
R = resultante gaya (jumlah kedua gaya)

F_1 = gaya pertama

F_2 = gaya kedua

θ = sudut antara kedua gaya

Rumus ini tepat digunakan bila gaya bekerja pada satu titik tangkap. Jika terdapat lebih dari dua buah gaya yang akan dijumlahkan, maka caranya sebagai berikut(perhatikan gambar 2.2).



Gambar 2.2. Resultante tiga buah gaya secara analitis

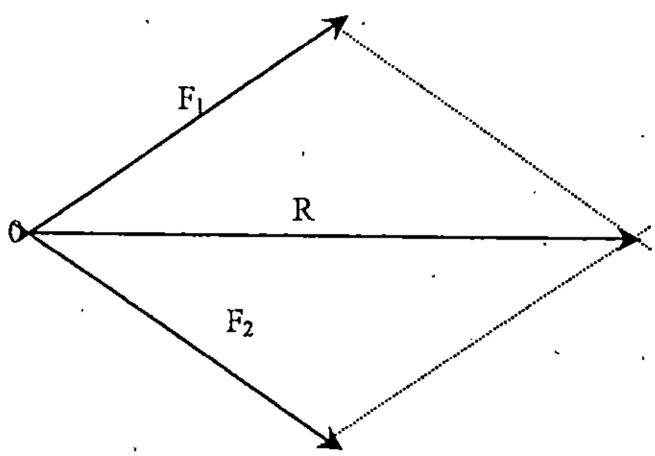
$$R_1 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1\,F_2 \cos\theta_1} \tag{2.2}$$

$$R_2 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + 2\,R_1\,F_3 \cos\theta_3} \tag{2.3}$$

Salah satu kelemahan system ini adalah kita hanya mendapatkan besarnya saja, letak dan arahnya ditentukan kemudian.

2. Grafostatika, maksudnya menghitung esultante gaya dengan menggunakan gambar. Dengan cara ini, arah resultante serta besarnya langsung didapat. Untuk mendapatkan besarnya, yaitu dengan mengukur bentangan R yang didapat kemudian dikalikan dengan skala yang dipakai. Cara grafostatika dapat dibedakan atas tiga macam, yaitu :

   a. Jajaran genjang, adalah dengan meletakkan gaya yang akan dijumlahkan pada satu titik tangkap 0 (gambar 2.3a), kemudian tarik garis sejajar dengan gaya F_2 pada ujung gaya F_1, dan tarik pula garis sejajar dengan F_1 pada ujung gaya F_2, sehingga kedua gaya ini akan bertemu (berpotongan) pada titik a, (gambar 2.3b). Akhirnya gambar tersebut akan berbentuk jajaran genjang. Hubungkan titik 0 dan a dengan garis 0a. Panjang garis 0a adalah besarnya Resultante gaya F_1 dan F_2.

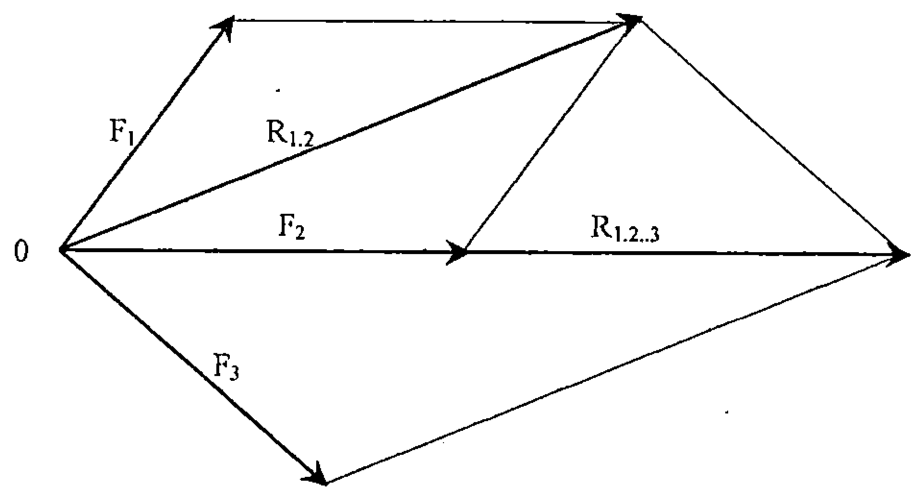


(a) (b)

Gambar 2.3. Menentukan Resultante gaya dengan jajaran genjang

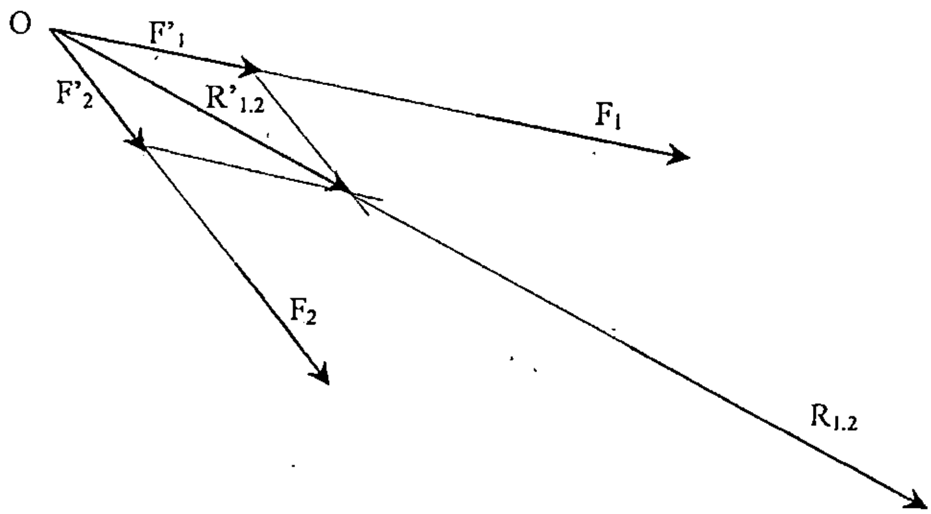
Jika lebih dari dua buah gaya yang bekerja pada sat titik tangkap, maka untuk menghitung resultantenya secara jajaran genjang adalah sebagai berikut :

Pertama tentukan Resultante (jumlah) gaya F_1 dan F_2yaitu $R_{1.2}$, Resultante (jumlah) gaya $R_{1.2.}$ digabungkan dengan gaya F_3, yang akhirnya didapat Resultante ketiganya yaitu : $R_{1.2.3}$ (gambar 2.4).



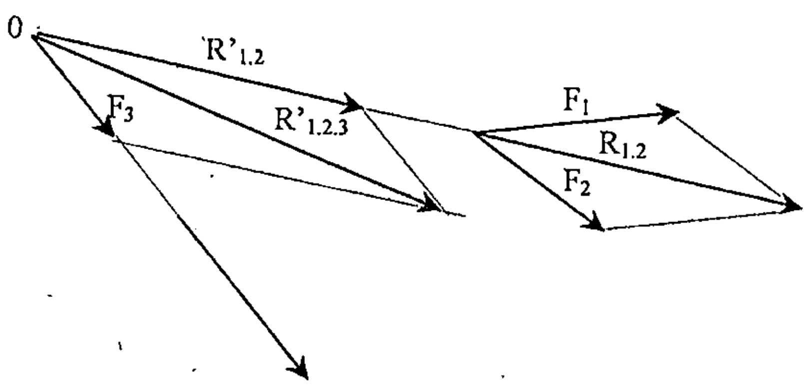
Gambar 2.4. Resultante 3 gaya yang bekerja pada satu titik tangkap

Cara diatas dapat digunakan pada gaya-gaya yang bekerja pada satu titik tangkap, atau gaya-gaya yang dapat disatu titik tangkapkan. Gaya-gaya yang saling tidak sejajar bisa disatu titik tangkapkan yaitu : dengan memindahkan gaya tersebut kemana saja asal di dalam garis kerjanya, misalnya gaya F_1 dan F_2 (gambar 2.5) yang saling berjauhan letaknya bisa dipindahkan ke muka (ke belakang) kemana diperlukan, sehingga garis kerjanya bersatu pada satu titik tangkap, selanjutnya dapat digunakan kaedah jajaran genjang untuk menghitung besar Resultantenya.



Gambar 2.5. Gaya yang bekerja tidak pada satu titik tangkap

F_3 adalah gaya ketiga (gambar 2.6) yang harus dijumlahkan dengan Resultante gaya F_1 dan F_2, mak kita harus berupaya lagi untuk menyatukan titik tangkapnya, dengan jalan memindahkan $R_{1.2.}$ atau F_3 dan mungkin kedua-duanya seperti pada gambar 2.6.

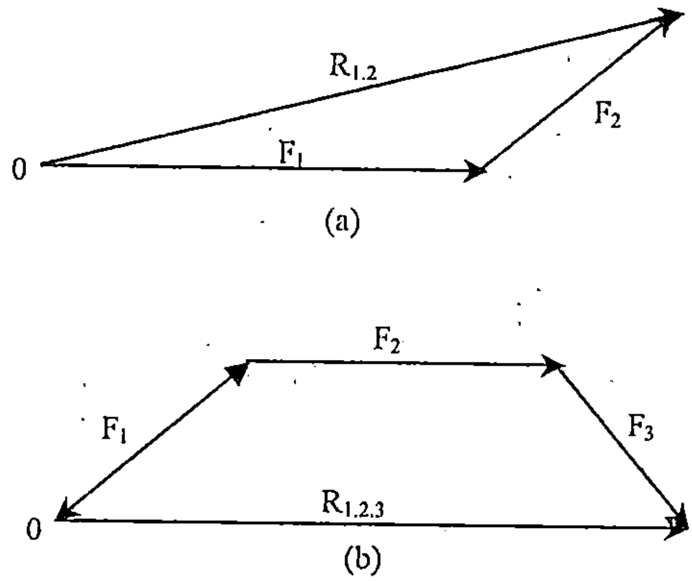


Gambar 2.6. Resultante gaya Coplanar yang tidak sejajar

b. Segitiga atau segi banyak gaya

Sistem segitiga gaya digunakan untuk 2 buah gaya, sedangkan untuk lebih dari dua gaya digunakan segi banyak gaya. Sistem segitiga gaya adalah menyusun gaya-gaya yang akan dijumlahkan secara berurutan atau sambung-bersambung (F_1 dan F_2).

Hubungkanlah titik asal (titik tangkap gaya pertama) dengan titik ujung gaya kedua seperti pada gambar 2.7.



Gambar 2.7. Resultante gaya dengan system segi tiga gaya.

Sehingga Resultante gaya $R_{1.2}$ diukur dari gambar dan dikalikan dengan skala yang dipakai. Bila lebih dari dua gaya, maka gaya ke-3 (F_3) disambungkan pada ujung $R_{1.2}$ (ujung F_2), dan sesuaikan dengan arah gayanya (gambar 2.7b). Penyelesaian ini dinamakan segi banyak gaya. Total Resultante keseluruhannya ($R_{1.2.3}$) didapat dengan jalan menghubungkan titik pangkal $R_{1.2}$ (0) dengan ujung gaya F_3. Ukur bentangan $R_{1.2}$ dan kalikan dengan skala yang dipakai dengan demikian akan didapat formulasi sebagai berikut.

$$R_{1.2.3} = R_{1.2.} + F_3 \qquad (2.4)$$

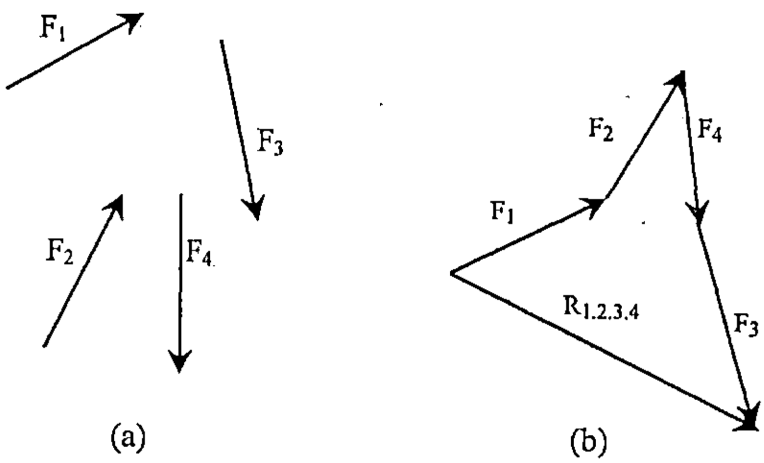
$$R_{1.2.3} = F_{1.} + F_{2.3} \qquad (2.5)$$

$$R_{1.2.3} = F_1 + F_2 + F_3 \qquad (2.6)$$

Cara ini sangat tepat digunakan untuk gaya sebidang (Coplanar).

c. Poligon

Menurut J. Hannah & M.J. Hiller (1977 : 40), Poligon maksudnya menyusun semua gaya secara sambung-bersambung menurut arahnya masing-masing, kemudian dipindahkan ke daerah penyelesaian, dan harus betul-betul sesuai dengan gaya asalnya. Empat buah gaya seperti gambar 2.8a.



Gambar 2.8. Menghitung Resultante gaya Coplanar secara Poligon

Untuk menghitung resultante ke 4 gaya tersebut, susunlah gaya-gaya tersebut secara sambung-bersambung (gambar 2.8b). Hubungkan titik pangkal gaya pertama dengan ujung gaya terakhir, sehingga besar Resultante ($R_{1.2.3.4}$) didapat.

Urutan penyusun gaya dalam hal ini tidak menjadi persoalan. Seperti soal pada gambar 2.9, urutan tersebut dapat disusun sebagai berikut :

$R_{1.2.3.4} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$

$R_{1.2.3.4} = F_2 + F_1 + F_3 + F_4$

$R_{1.2.3} = F_3 + F_4 + F_1 + F_2$, dan seterusnya

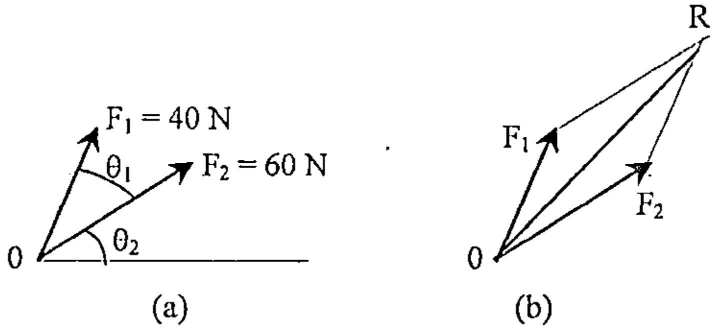
Bentangan Resultante telah didapat, kemudian diukur dan dikalikan dengan skala yang dipakai.

Contoh soal 2.1.

Dua buah gaya F_1 dan F_2 bekerja pada sebuah paku A. Tentukan resultantenya secara grafis dan analitis, dan sudut.

Jawab:

Penyelesaian secara Grafostatika (grafis)



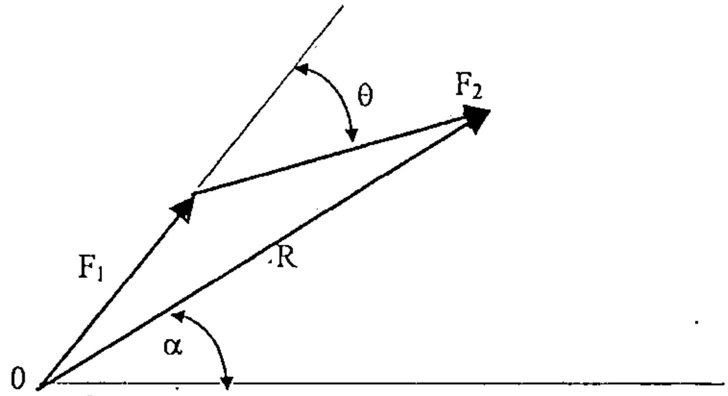
Gambar 2.9. Perhitungan Resultante secara grafis

Didapat R = 98 N dan $\alpha = 35^0$.

Jika diselesaikan dengan menggunakan hukum segitiga gaya, yaitu dengan cara menghubungkan ujung gaya pertama dengan pangkal gaya ke-2, kemudian besar Resultantenya didapat:

$R = 98$ N, $\quad \alpha = 35^0$

Penyelesaian secara analitis :



Gambar 2.10. Perhitungan Resultante secara analitis

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_1^2 \; 2 F_1 F_2 \cos\theta}$$

$$= \sqrt{40^2 + 60^2 + 2.40\; 60 \cos\theta}$$

$$R = 97{,}7 \text{ N atau } R = 98 \text{ N.}$$

Sekarang gunakan dalil sinus, dan didapat sudut A

$$\frac{Sin A}{F_2} = \frac{Sin A}{R}$$

$$\frac{Sin A}{60} = \frac{Sin 155^0}{97{,}7}$$

$$A = 15^0$$

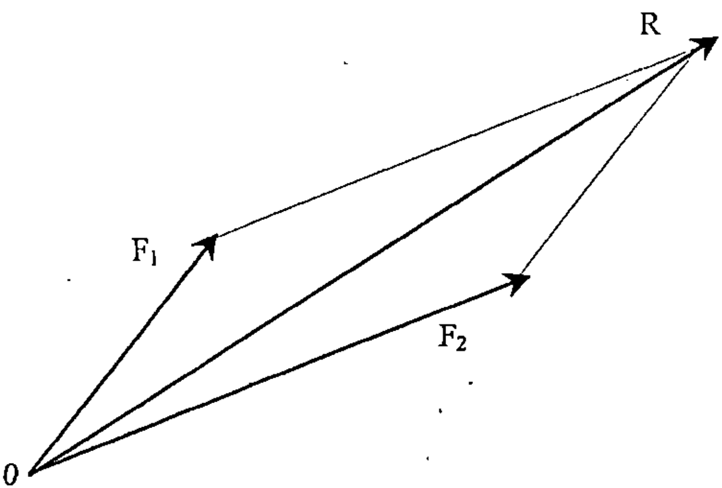
$$\text{sudut } \alpha = 20^0 + 15^0 = 35^0$$

Contoh soal 2.2.

Dari soal 2.1. Hitunglah Resultante gayanya jajaran genjang.

Jawab :

Penyelesaian dengan jajaran genjang



Gambar 2.11. Perhitungan Resultante dengan jajaran genjang

Dari gambar didapat R = 98 N.

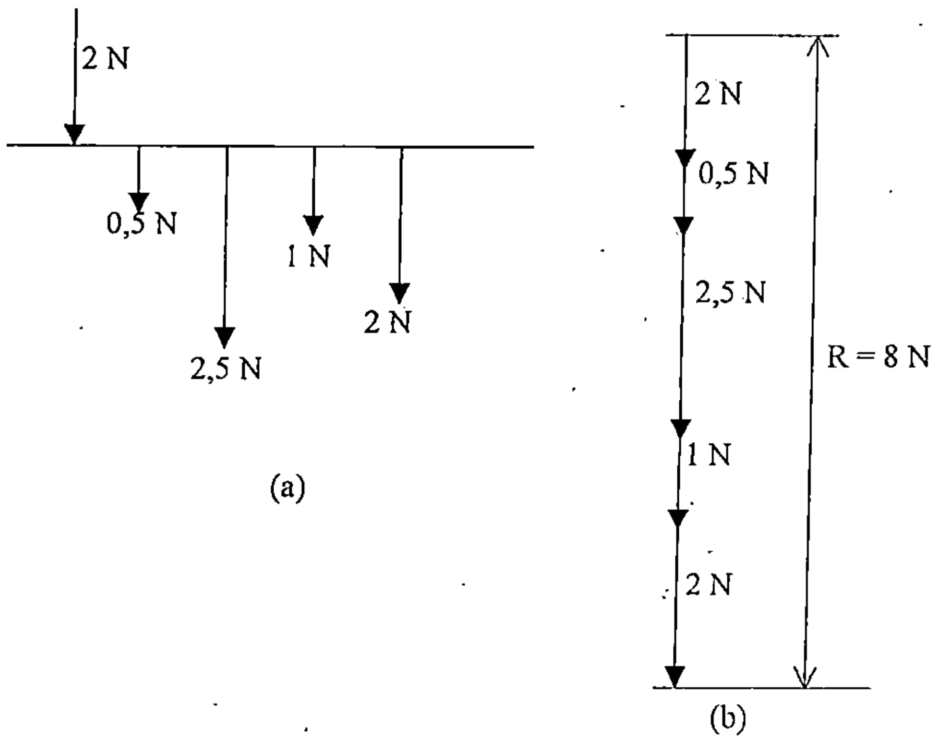
Contoh soal 2.3.

Lima buah gaya bekerja pada batang AB seperti tergambar, hitunglah besar Resultante secara poligon.

Jawab :

Penyelesaian secara Poligon.

Perhatikan gambar 2.12.



Gambar 2.12. Perhitungan Resultante gaya sejajar dengan Poligon

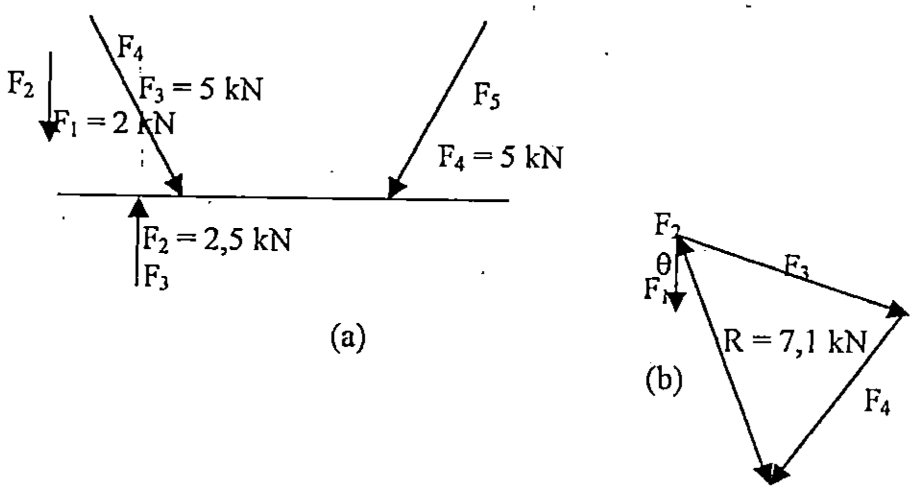
Contoh soal 2.4.

Empat buah bekerja tidak sejajar seperti tergambar. Tentukanlah besar resultante gaya-gaya tersebut secara Poligon.

Jawab.

Penyelesaian secara Poligon

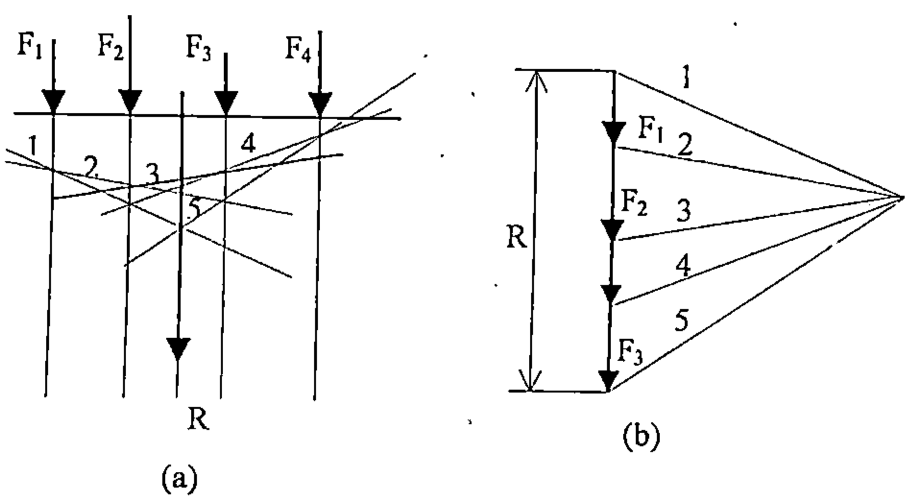
Perhatikan gambar 2.13.



Gambar 2.13. Perhitungan Resultante gaya tidak sejajar dengan Poligon

Baik cara analitis, maupun grafis (jajaran genjang, segitiga gaya, poligon) yang telah diuraikan di atas, kita hanya menentukan besar dan arahnya saja. Tempat dimana posisi (letak) Resultante itu bekerja belum pernah ditentukan. Kalau gayanya hanya 2 buah saja tidaklah menjadi masalah yang rumit. Karena titik tangkapnya dan sekaligus tempat bekerjanya Resultante kedua gaya.

Sekelompok gaya heterogen Resultante kedua gaya dari 2 buah gaya, adalah diantaranya yang sejajar dan ada pula yang tidak sejajar, maka tidak semudah itu menentukan letak (posisi) Resultantenya untuk itu ikutilah langkah berikut.



Gambar 2.14. Menentukan Resultante dna posisi Resultante gaya-gaya sejajar secara Poligon

Langkah kerjanya adalah sebagai berikut :

1. Susunlah gaya-gaya tersebut, dengan jalan memindahkangaya, kemana disukai, sehingga dia terletak pada satu bidang datar (gambar 2.14a). lukis gaya kerjanya dan gunakan skala gaya yang tepat.
2. Susunlah gaya-gaya tersebut dengan berurutan dari kiri kekanan, secara sambung bersambung pada tempat lain dengan mengikuti arah masing-masing gaya (gambar 2.14b)
3. Ambil sebuah titik pusat 0, disembarang tempat, kecuali pada garis kerja gaya.
4. Hubungkan ujung pangkal seluruh gaya dengan titik 0, menggunakan garis lurus yang dinamakan garis Poligon, dan beri nomor urut.
5. Panjang Resultante gaya-gaya tersebut adalah dari titik pangkal F_1 ke ujung F_2. Ukur bentangan R kemudian kalikan dengan skala yang dipakai, sehingga didapat Resultante yang sesungguhnya.
6. Luas garis sejajar dengan poligon 1, yang memotong garis kerja F_1, dan lukis garis sejajar dengan poligon 2, melalui titik perpotongan poligon 1 dan garis kerj F_1 pada gambar 2.14a, seterusnya lukis garis sejajar poligon 3, pada titik potong poligon 2 dan garis kerja F_2, lukis garis sejajar dengan poligon 4 pada titik potong poligon 3 dan garis kerja gaya F_3. Lukis garis sejajar dengan poligon 5 pada titik potong poligon 4 dan garis kerja gaya F_4.
7. Dalam gambar 2.14 gaya F_1 diapit oleh poligon 1 dan 2, gaya F_2 diapit oleh poligon 2 dan 3, gaya F_3 diapit oleh poligon 3 dan 4, dan gaya F_4 diapit oleh poligon 4 dan 5. Maka garis kerja Resultante adalah pada perpotongan poligon 1 dan 5.

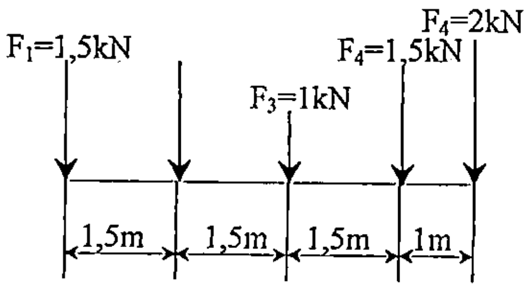
8. Ukur jarak garis kerja Resultante ke titik ujung kiri, atau titik paling kanan. Jarak tersebut merupakan posisi ke kiri atau posisi ke kanan.

Contoh soal 2.5.

Tentukanlah besar Resultante, serta jaraknya dari kiri dari gambar di bawah ini secara poligon.

Jawab :

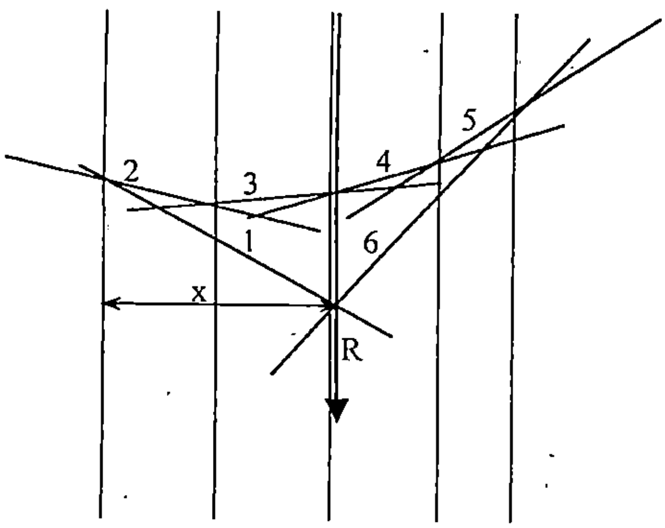
Menentukan Resultante dan posisinya secara poligon.



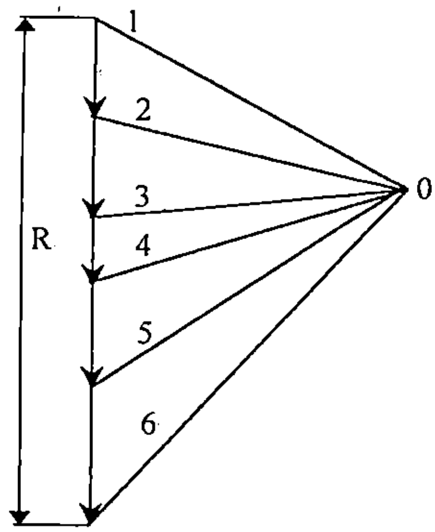
Skala jarak 1m = 1 cm

Skala gaya 1kN = 1 cm

(a)



(c)



(b)

R = 7,5 kN

x = 3,1 m

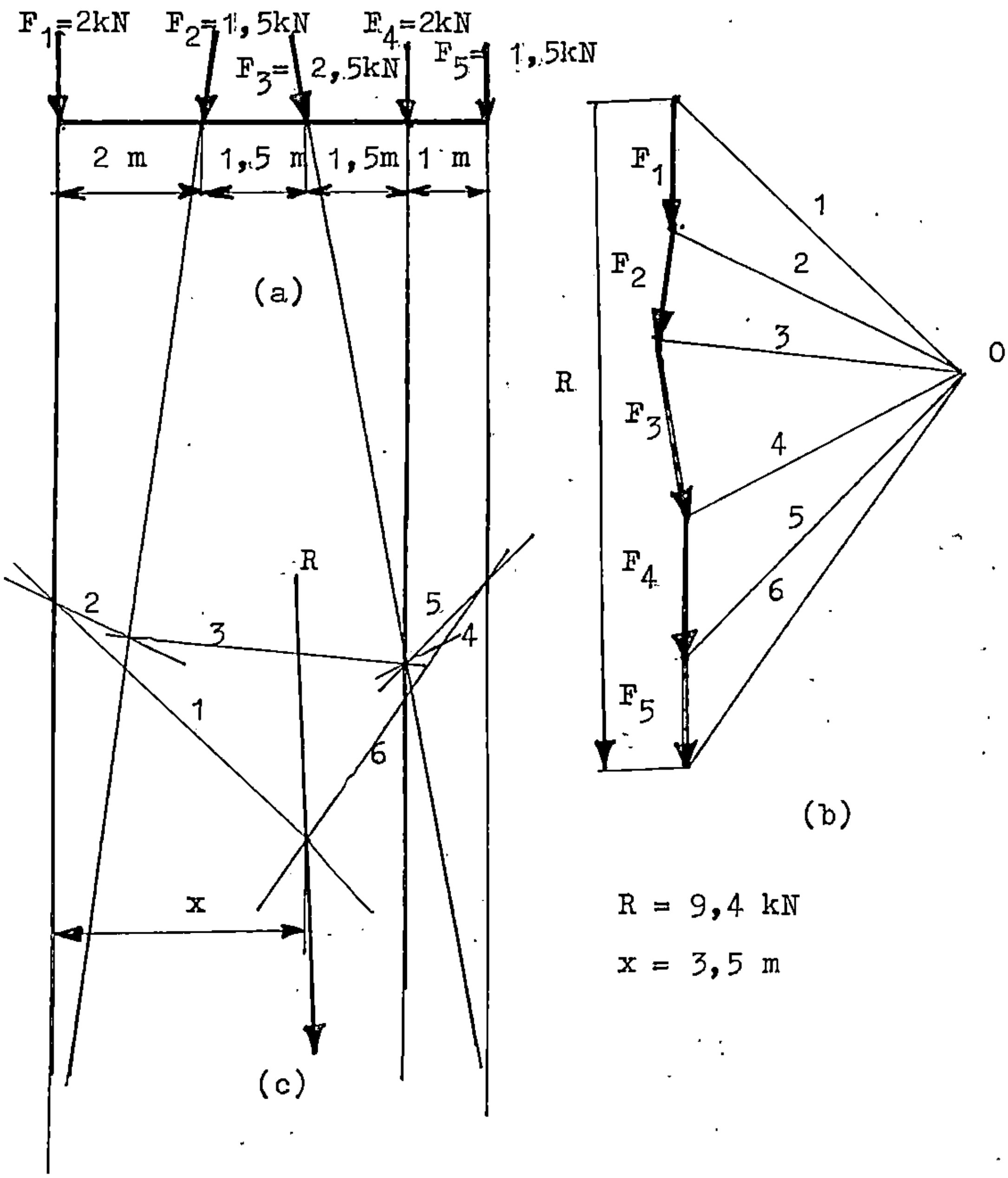
Gambar 2.15. Resultante dan posisinya untuk gaya sejajar

Contoh soal 2.6.

Tentukanlah Resultante dari beberapa buah gaya yang tidak sejajar berikut ini. Tentukan juga jaraknya dari ujung kiri.

Jawab : Skala jarak 1 m = 1 cm

Menentukan Resultante dari posisi secara poligon. Skala gaya 1 kN = 1 cm



Gambar 2.16. Resultante dan posisi gaya-gaya tidak sejajar.

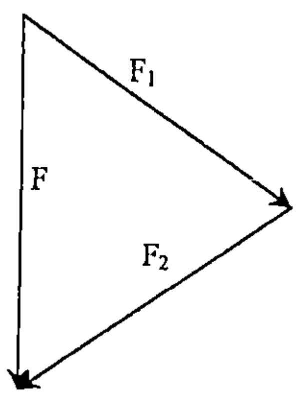
B. Komponen Gaya pada Bidang Datar (Koplanar)

Komponen gaya adalah uraian sebuah gaya menjadi dua buah gaya atau lebih. Penguraian gaya tersebut dapat dilakukan dengan 2 cara yaitu :

1. Cara grafostatika (grafis).

   Cara grafis menggunakan gambar, sehingga hasilnya didapat dari gambar. Cara grafis dapat dibagi atas 2 bagian yaitu :

   a. Segitiga gaya : Cara ini tepat digunakan, apabila sakah satu diketahui dari 2 komponen, seperti gambar 2.17.



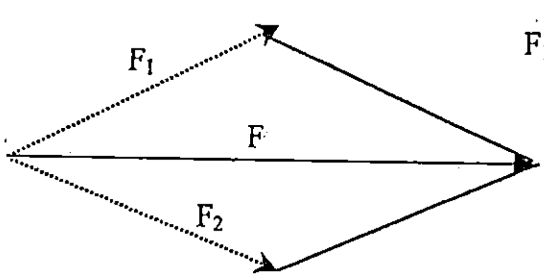
F = gaya yang akan diuraikan

F_1 = komponen gaya pertama

F_2 = komponen gaya kedua.

Gambar 2.17. Komponen gaya dengan sistem segitiga gaya

   b. Jajaran genjang : Sistem ini tepat digunakan, bila garis aksi komponen diketahui. Besar dan arah komponen ditentukan dengan menggambarkan garis melalui ujung gaya F sejajar dengan garis kerja gaya yang diketahui yang lain, sehingga bangunnya berbentuk jajaran genjang, seperti gambar 2.18.



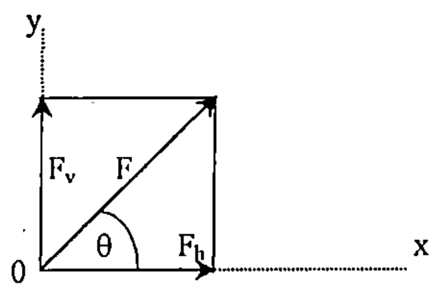
F_1 dan F_2 = komponen gaya

F = gaya yang diuraikan

Gambar 2.18. Komponen gaya dengan sistem jajaran genjang

2. Cara analitis

Cara analitis mengunakan operasi rumus sinus atau cosinus. Yang di dapat dengan rumus ini adalah besar gayanya saja, sedangkan arahnya di dapat dengan sketnya yang dilukis sesudah perhitungan analitis. Rumus ini praktis digunakan untuk menentukan komponen tegak lurus. Dalam banyak persoalan menguraikan gaya dengan sistem ini akan mempermudah pernyelesaian. Perhatikan gambar 2.19.



Gambar 2.19. Komponen Gaya dengan cara Analitis

Pada gambar 2.19 gaya F diuraikan menjadi komponen F_v dan F_h F_v adalah komponen vertikal yang sejajar dengan sumbu y, dan f_h adalah komponen horizontal yang sejajar dengan sumbu x. F_v dan F_h diuraikan pada sumbu-sumbu bujur sangkar x dan y. Berarti gaya F yang bekerja miring pada titik 0 akan ada sebesar F_h yang sejajar dengan sumbu x dan sebesar F_v sejajar sumbu y pada titik 0. Penjumlahan kedua gaya mempunyai effek yang sama dengan gaya F pada titik 0. θ adalah sudut miring gaya F terhadap garis horizontal, harga komponen gaya tersebut dapat ditentukan sebagai berikut.

$$F_h = F.\cos\theta \quad (2.7)$$

$$F_v = F.\sin\theta \quad (2.8)$$

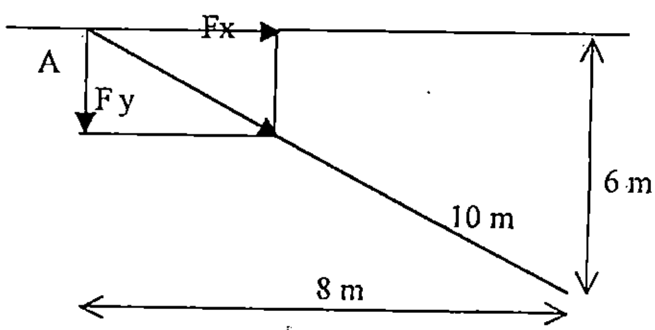
Harga mutlak dari F_h dan F_v disebut komponen skalar dari F sedangkan gaya F_h dan F_v disebut komponen vektor dari F. Tetapi bila tidak ada kemungkinan kekeliruan pengertian antara komponen vektor dan komponen skalar, maka komponen tersebut dinamakan komponen gaya F.

Kita ketahui bila sudut diukur searah dengan jarum jam dari sumbu x positif akan mempunyai harga dari 0^0 sampai 360^0. Dari persamaan (2.7) dan (2.8), bahwa komponen skalar F_h dan F_v akan berharga positif, bila F berada di kwadran pertama atau keempat, dan negatif bila berada di kwadran kedua dan ketiga. F_v juga akan positif harganya bila F berada di kwadran pertama atau kedua, dan berharga negatif bila F berada di kwadran ketiga dan keempat.

Dapat disimpulkan bahwa komponen-komponen skalar F_h akan positif, bila komponen vektor F_h arah sama dengan sumbu x positif, dan akan negatif bila komponen vektor F_h, mempunyai arah sama dengan sumbu x negatif (berlawanan) dengan sumbu x positif. Uraian (komponen) F_v juga akan bertanda positif bila komponen vektor F_v mempunyai arah yang sama dengan sumbu y positif, dan akan negatif bila arahnya sama dengan sumbu-y negatif.

Contoh soal 2.7.

Seorang anak laki-laki menarik seutas tali yang diikatkan pada loteng di titik A. Gaya tarik anak itu 600 N (seperti gambar). Berapakah komponen vertikal dan horizontal yang sama pada titik A, jika panjang tali tersebut 10 m.



Gambar 2.20. Komponen vertikal dan horizontal

Jawab :

$$\text{Cos}\ \theta = \frac{8}{AB} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Sin}\ \theta = \frac{6}{AB} = \frac{3}{5}$$

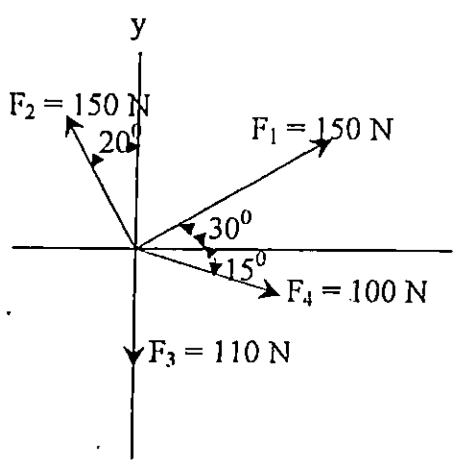
$F_h = 600 \cdot \text{Cos}\ \theta$
$= 600 \cdot 4/5 = 480\ \text{N}$

$F_v = -600 \cdot \text{Sin}\ \theta$
$= -600 \cdot 3/5 = -320\ \text{N}$

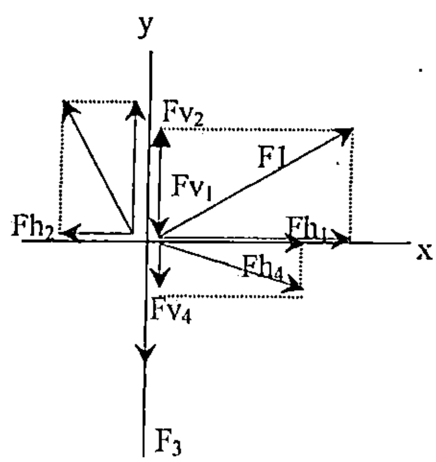
Contoh soal 2.8.

Empat buah gaya yang bekerja pada titik A, seperti tergambar, tentukan resultante gaya yang bekerja pada titik A. Tentukan juga resultante vertikal dan horizontal.

Jawab :



(a)



(b)

Gambar 2.21. Resultante vertikal dan horizontal

Langkah pertama yang harus dikerjakan adalah, lukis diagram free bodi (gambar 2.21b), kemudian uraikan semua gaya miring atas komponen vertikal dan horizontal, dengan menggunakan rumus (2.7) dan (2.8). Tabulasikan hasilnya ke dalam tabel II.1 di bawah ini.

$F_{v1} = F_1 . \sin 30 = 150 . \sin 30 = 75$ N

$F_{v2} = F_2 . \cos 20 = 80 . \cos 20 = 75{,}2$ N

$F_{v3} = - 110$ N

$F_{v4} = F_4 . \sin 15 = 100 . \sin 15 = -25{,}9$ N

$F_{h1} = F_1 . \cos 30 = 150 . \cos 30 = 75$ N

$F_{h2} = - F_2 . \sin 20 = - 80 . \sin 20 = - 27{,}4$ N

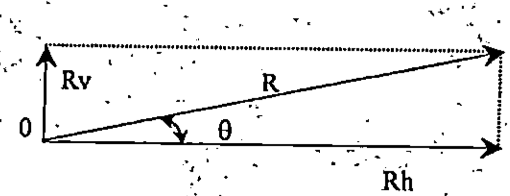
$F_{h3} = 0$

$F_{h4} = - F_4 . \cos 15 = 100 . \cos 15 = 96{,}6$ N

TABEL II.1. KOMPONEN RESULTANTE

Gaya	Besar Gaya	Komponen Horizontal (N)	Komponen Vertikal (N)
F_1	150	129,9	75
F_2	80	- 27,4	75,2
F_3	110	0	- 110
F_4	100	96,6	-25,9
		Rx = 199,1	Ry = 14,3

Besar dan arah resultante tersebut dapat ditentukan dari tabel 2.1, perhatikan gambar 2.22.



Gambar 2.22. Besar dan arah Resultante dan komponennya

Besar sudut miringnya terhadap garis horizontal dapat ditentukan sebagai berikut :

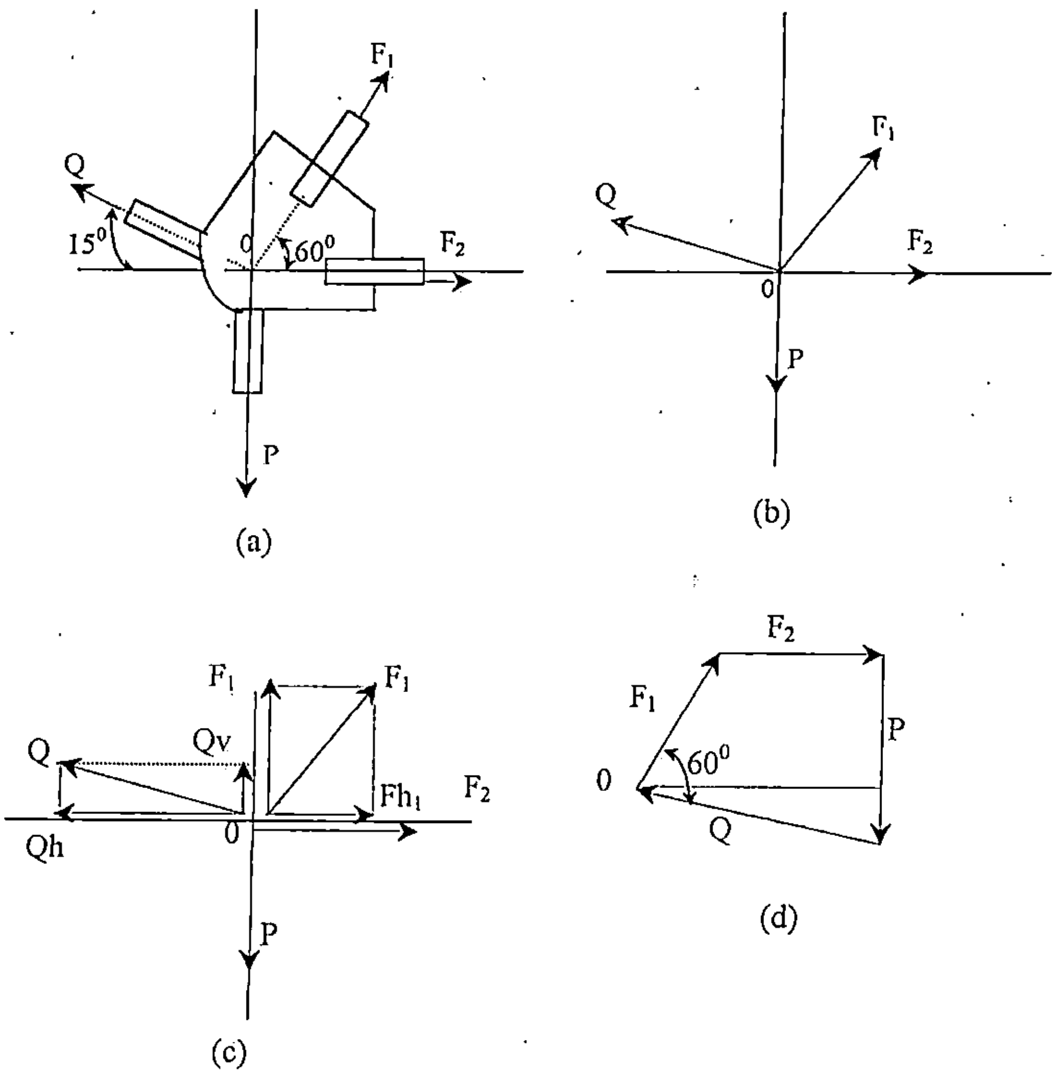
$$\text{Tg } \theta = \frac{Rv}{Rh} = \frac{14,3}{199,1} = \text{ maka } \theta = 4,1^0$$

Maka resultante total adalah :

$$R = \frac{14,3}{Sin\theta} = 199,6N$$

Contoh soal 2.9.

Dua buah gaya P dan Q yang besar masing-masin P = 1000 kN, dan Q = 1200 kN, beraksi pada suatu titik seperti pada gambar 2.23. Konstruksi tersebut dalam keadaan setimbang, berapakah besarnya F_1 dan F_2.



Gambar 2.23. Menentukan harga 2 buah gaya dari empat buah gaya yang bekerja pada satu titik.

Jawab :

Bagian-bagian benda tersebut dianggap sebagai suatu partikel dan diperlukan sebagai benda bebas (gambar 2.23). Setiap gaya diuraikan menjadi komponen vertikal dan horizontal.

$Ph = 0$

$Pv = 1000$ kN

$Gq = - 1200 . \cos 15^0$

$= - 1159$ kN

$Qv = 1200 . \sin 15^0$

$= 311$ kN

$F_{h2} = F_2$

$F_{v2} = 0$

$F_{h1} = F_1 . \cos 60^0$

$= 0,5 F_1$

$F_{v1} = F_1 . \sin 60^0$

$= 0,866 F_1$

Gunakan kaedah kesetimbangan :

$\Sigma F_h = 0$

$- 1159 + F_2 + 0,5 F_1 = 0$

$\Sigma F_v = 0$

$- 1000 + 311 + 0866 F_1 = 0$

Gabungkan kedua persamaan, maka didapat harga :

$F_1 = 796$ kN

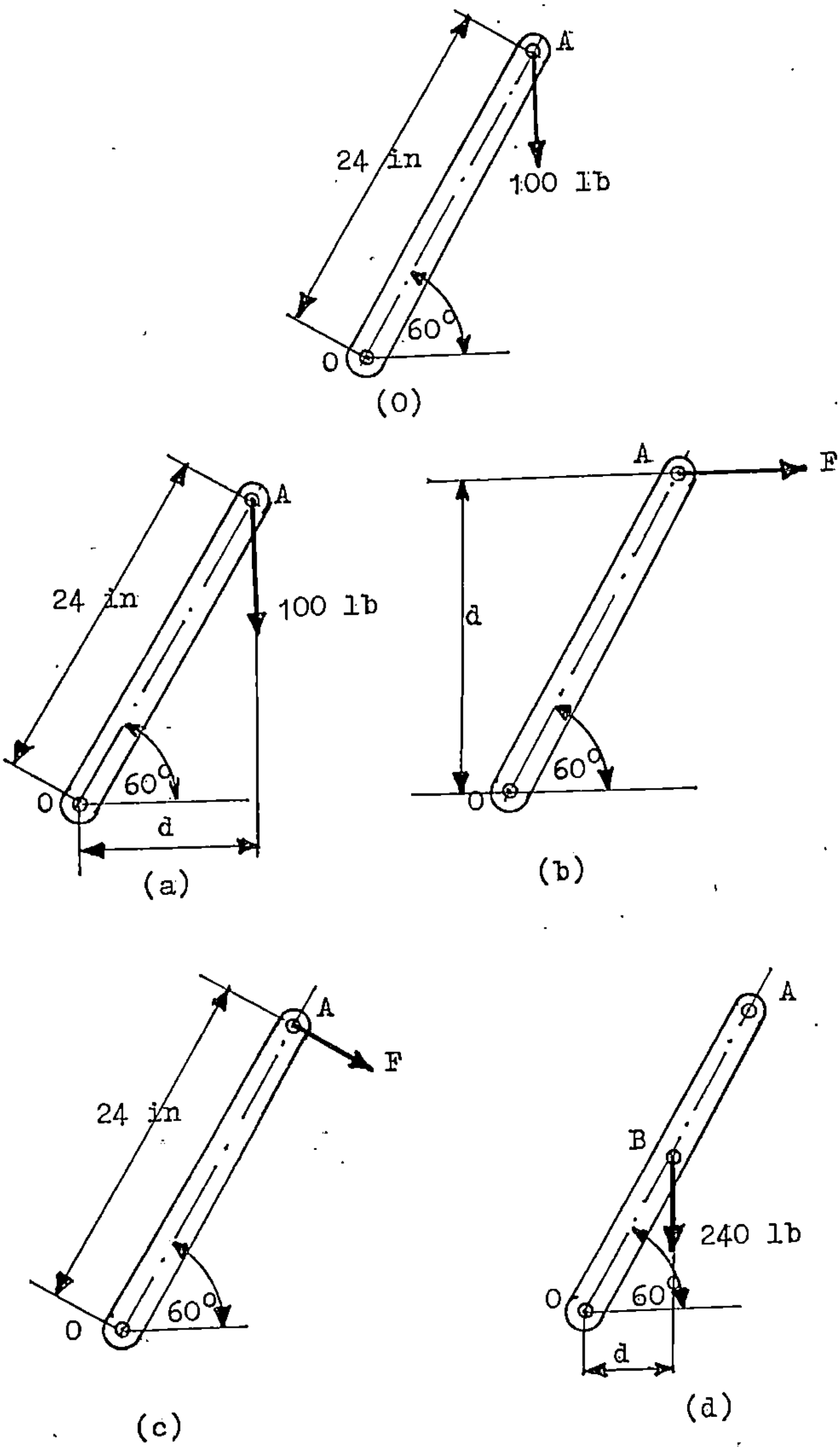
$F_2 = 761$ kN.

Lukisannya seperti pada gambar 2.23d.

Contoh soal 2.10.

Gaya vertikal 100 lb diterapkan pada ujung lengan yang terikat pada poros 0. Tentukan :

a. Momen gaya itu terhadap 0



Gambar 2.24. Analisa gaya dan momen pada batang miring

b. Besar gaya horizontal yang diterapkan di A yang menimbulkan momen yang sama terhadap 0

c. Gaya terkecil yang diterapkan di A yang menimbulkan momen yang sama terhadap 0

d. Berapa jauhnya dari poros sebuah gaya vertikal 240 lb harus beraksi untuk menimbulkan momen yang sama terhadap 0

e. Terangkan apakah salah satu yang diperoleh dalam bagian b, c, dan d ekuivalen dengan gaya semula.

Jawab :

a. Momen terhadap 0.

Jarak tegak lurus dari 0 ke garis aksi 100 lb ialah

$d = (24 \text{ in}) \cos 60^0$

$= 12 \text{ in}$

Momen terhadap 0 gaya ialah

$M_0 = Fd = (100 \text{ lb})(12 \text{ in})$

$M_0 = 1200 \text{ lb.in}$

b. Gaya horizontal.

Dalam hal ini kita peroleh

$d = (24 \text{ in}) \sin 60^0$

$= 20{,}8 \text{ in}$

Karena momen terhadap 0 harus 1200 lb in, kita tulis

$M_0 = Fd$

$1200 \text{ lb in} = F\ 20{,}8 \text{ in}$

$F = 57{,}7 \text{ lb}$

c. Gaya terkecil.

Karena M_0 = Fd, harga F terkecil terjadi ketika d maksimum. Kita pilih gaya tegak lurus 0A dan dapatkan d = 24 in, sehingga

M_0 = Fd   1200 lb in = F (24 in)

F = 50 lb

d. Gaya vertikal 240 lb.

Dalam kasus ini M_0 = Fd, menghasilkan

1200 lb in = (240 lb) d   d = 5 in

Tetapi 0B cos 60^0 = d

0B = 10 in

e. Tidak ada gaya yang ditinjau dalam b, c, dan d ekuivalen dengan gaya 100 lb semula. Walaupun gaya-gaya itu memiliki momen yang sama terhadap gaya-gaya itu memiliki komponen x dan y yang berbeda. Dengan perkataan lain walaupun masing-masing gaya cenderung untuk memutar poros dengan cara yang sama, masing-masing menimbulkan penarikan lengan pada poros dengan cara yang berbeda-beda.

Contoh soal 2.11.

Gaya 1200 N beraksi pada braket seperti yang tergambar (gambar 2.25). Tentukan momen M_A dari gaya itu terhadap A.

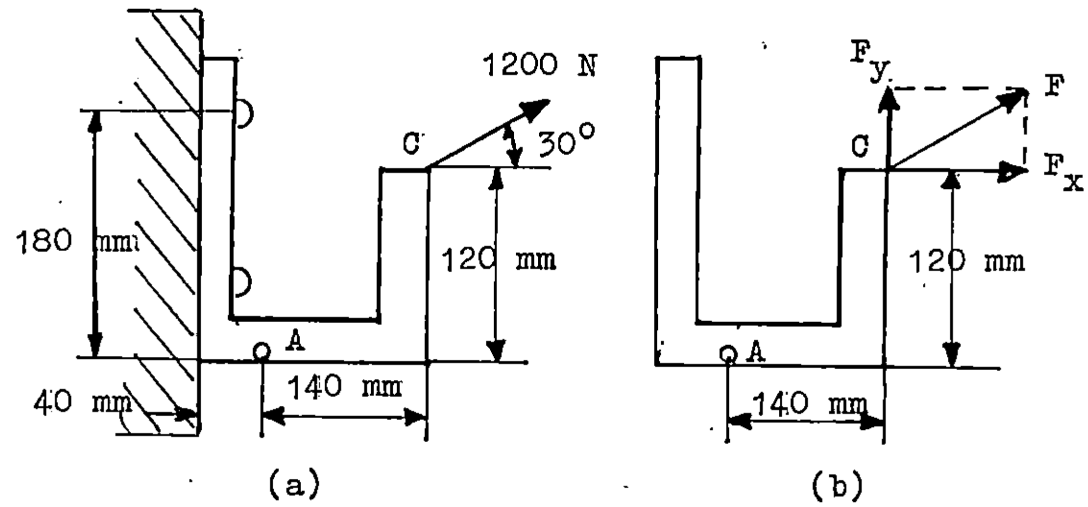
Jawab :

Uraikan gaya itu menjadi komponen x dan y, kita harus

F_x = (1200 N) cos 30^0

= 1039 N

F_y = (1200 N) sin 30^0 = 600 N



Gambar 2.25. Analisa momen pada batang bengkok

Dengan mengingat konvensi tanda kita dapatkan momen F_x sekitar A ialah

(1039 N) (0,120 m) = 124,7 N.m

= -124,7 N.m

Momen F_y terhadap A ialah

(600 N) (0,140) = 84,0 N.m

= + 84,0 N.m

Gunakan teorema Varignon, kita tulis

M_A = +84,0 N.m – 124,7 N.m

M_A = - 40,7 N.m

Contoh soal 2.12.

Gaya 30 lb beraksi pada lengan 3 ft seperti tergambar (gambar 2.26). Tentukan momen gaya sekitar 0.

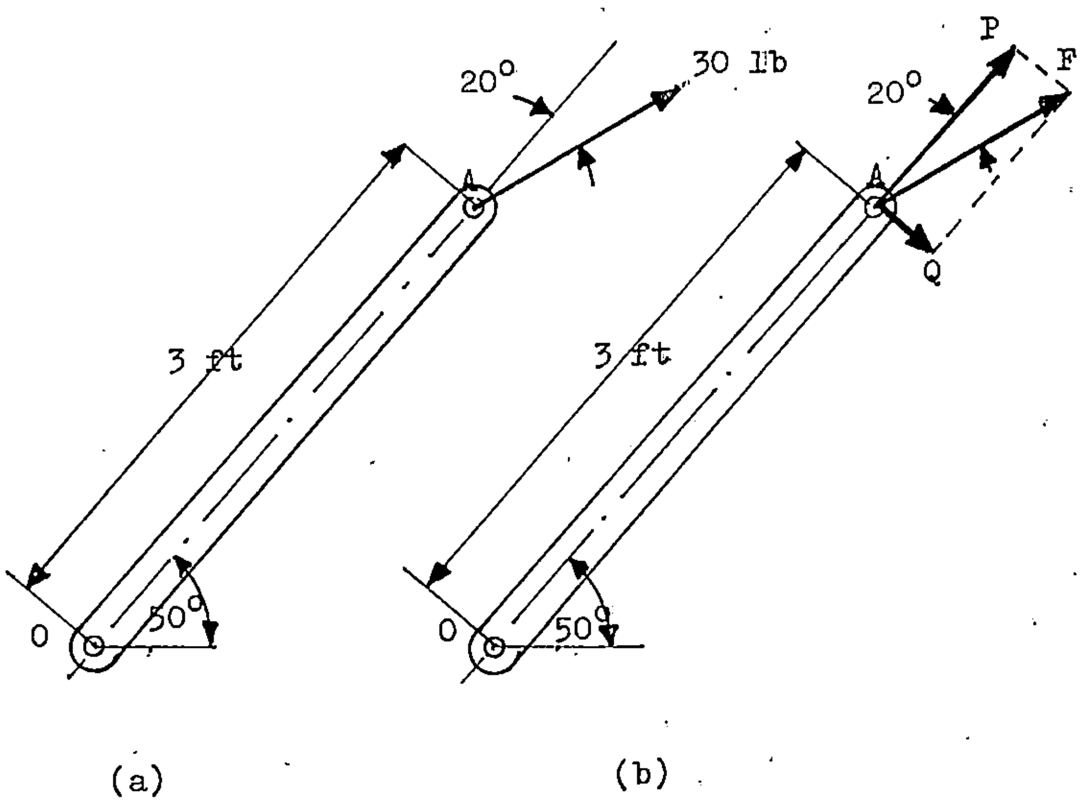
Jawab :

Gaya tersebut diganti dengan dua komponen P dalam arah 0A dan Q tegak lurus OA. Karena 0 berada pada garis aksi P, momen P terhadap 0 ialah nol dan momen gaya 30 lb teruduksi menjadi momen Q yang searah jarum jam, sehingga bertanda negatif

$Q = (30 \text{ lb}) \sin 20^0 = 10{,}26 \text{ lb}$

$M_0 = -Q\,(3 \text{ ft}) = -(10{,}26 \text{ lb})\,(3 \text{ ft})$

$M_0 = -30{,}8 \text{ lb.ft}$



Gambar 2.26. Analisa momen pada batang miring

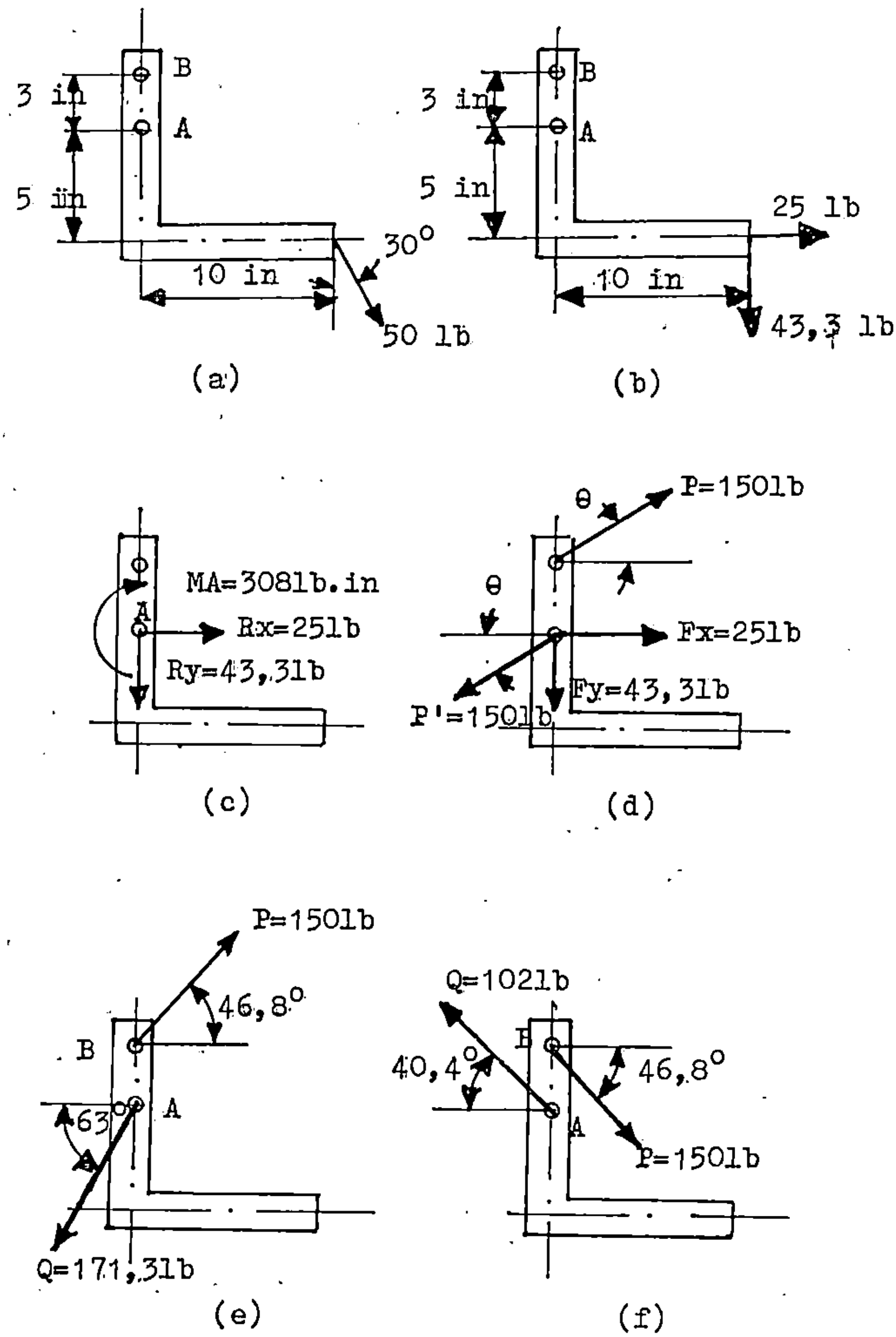
Contoh soal 2.13.

Gaya 50 lb diterapkan pada keping sudut seperti terlihat pada gambar 2.27.

Tentukan :

a. Sistem gaya kopel pada A yang ekuivalen

b. Sistem ekuivalen yang terdiri dari gaya 150 lb di B dan gaya yang lain di A.



Gambar 2.27. Analisa gaya kopel pada batang siku

Jawab :

a. Sistem gaya kopel di A. Kita uraikan gaya 50 lb menjadi komponen x dan y.

$F_x = (50 \text{ lb}) \sin 30^0$

$F_x = 25{,}0 \text{ lb}$

$F_y = -(50) \cos 30^0$

$F_y = 43{,}3 \text{ lb}$

Komponen ini dapat dipindahkan ke A jika kita tambahkan yang momennya M_A sama dengan momen komponen itu pada posisi asalnya terhadap A. Dengan mengingat bahwa berlawanan dengan jarum jam adalah positif, kita peroleh :

$M_A = (25{,}0 \text{ lb})(5 \text{ in}) - (43{,}3 \text{ lb})(10 \text{ in})$

$M_A = -308 \text{ lb.in}$

$M_A = 308 \text{ lb.in}$

b. Gaya di A dan B. Kita akan menganggap bahwa kopel M_A yang diperoleh pada bagian a terdiri dari dua gaya 150 lb P dan P' yang beraksi berturutan di A dan B. Momen P terhadap A harus sama dengan momen kopel M_A ; dengan memberi tanda θ sebagai sudut antara P dengan horizontal, dan memakai teorema Varignon, kita tulis :

$$M_A = -P \cos\theta \, (3 \text{ in})$$

$$-308 \text{ lb.in} = -(150 \text{ lb}) \cos\theta \, (3 \text{ in})$$

$$\cos\theta = \frac{308 lb.in}{450 lb.in} = 0{,}648$$

$$\theta = \pm 46{,}8^0$$

Setelah mendapatkan arah gaya P dan P', kita kita lengkapi jawabannya dengan menentukan Resultan Q dar gaya F dan P' yang beraksi di A.

$Q_x \quad = F_x + P'_x = 25\ \text{lb} - (150\ \text{lb}) \cos\theta$

$Q_y \quad = F_y + P'_y = -43{,}3\ \text{lb} - (150\ \text{lb}) \cos\theta$

Karena kita mendapatkan kedua harga yang mungkin untuk θ, maka akan ada dua pasang gaya P dan Q membentuk sistem ekuivalen dengan gaya 50 lb semula,

$P \quad = 150\ \text{lb} \quad 46{,}8^0$ at B

$Q \quad = 171{,}3\ \text{lb} \quad 63{,}0^0$ at A

Atau

$P \quad = 150\ \text{lb} \quad 46{,}8^0$ at B

$Q \quad = 102{,}0\ \text{lb} \quad 40{,}4^0$ at A

Contoh soal 2.14.

Gantilah kopel dan gaya yang tergambar (gambar 2.28) dengan gaya tunggal ekuivalen yang diterapkan pada lengan. Tentukan jarak dari poros ke titik tangkap dari gaya ekuivalen ini.

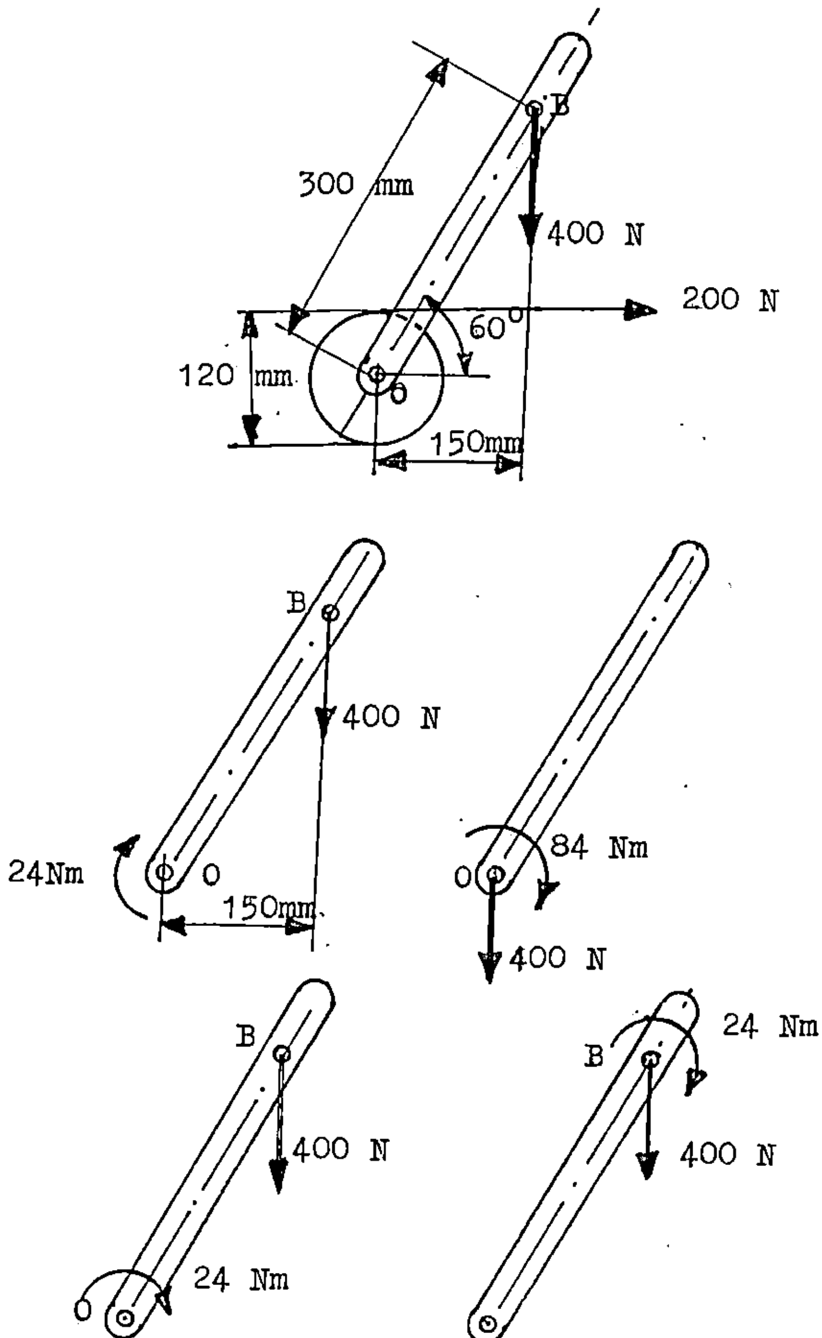
Jawab :

Mula-mula kita ganti gaya kopel yang diketahui dengan sistem gaya kopel yang ekuivalen di 0. Kita pindahkan gaya 400 N ke 0 disertai dengan penjumlahan momen kopel yang sama dengan momen gaya pada kedudukan semula terhadap 0 yaitu :

$M_0 \quad = -(400\ \text{N})\ (0{,}150\ \text{m})$

$\quad\quad = -60\ \text{N.m}$

$M_0 \quad = 60\ \text{N.m}$



Gambar 2.28. Analisa gaya ekuivalen

Kopel ini dijumlahkan pada kopel semula sebesar 24 N.m dalam arah jarum jam yang dibentuk oleh kedua gaya 200 N, dan kopel 84 N.m dalam arah jarum jam yang diperoleh. Sekarang kita pindahkan gaya 400 N ke kanan pada jarak d sedemikian sehingga momen gaya terhadap 0 ialah 84 N.m searah jarum jam:

$84 \text{ N.m} = (400 \text{ N})\, d$

$d = 0{,}210 \text{ m} = 210 \text{ mm}$

Gaya tunggal ekuivalen, atau resultan terikat pada titik C; pada tempat itu garis aksi berpotongan dengan lengan itu

$(0C) \cos 60^0 = 210 \text{ mm}$

Jawaban alternatif:

Karena efek kopel tidak bergantung dari kedudukannya; kopel 24 N.m searah jarum jam dapat dipindahkan ke B; jadi kita peroleh suatu sistem gaya kopel di B. Sekarang kita pindahkan gaya 400 N dari B ke kanan pada jarak d', sedemikian sehingga momen gaya terhadap B ialah 24 N.m searah jarum jam.

$24 \text{ N.m} = (400 \text{ N})\, d'$

$d' = 0{,}060 \text{ m} = 60 \text{ mm}$

Sekali lagi titik potong antara lengan dengan garis aksi ditentukan

$(BC) \cos 60^0 = 60 \text{ mm}$

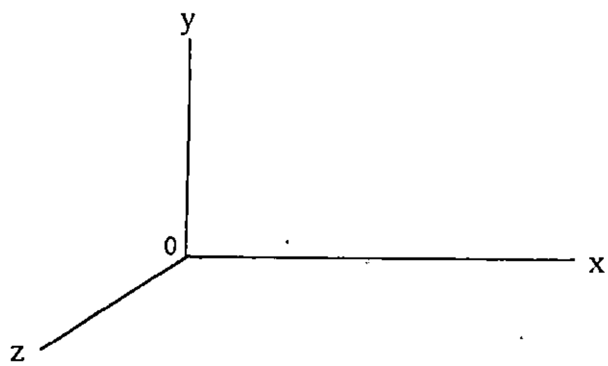
$BC = 120 \text{ mm}$

$OC = OB + BC = 300 \text{ mm} + 120 \text{ mm}$

C. Komponen Cartesian Sebuah Gaya dalam Ruang

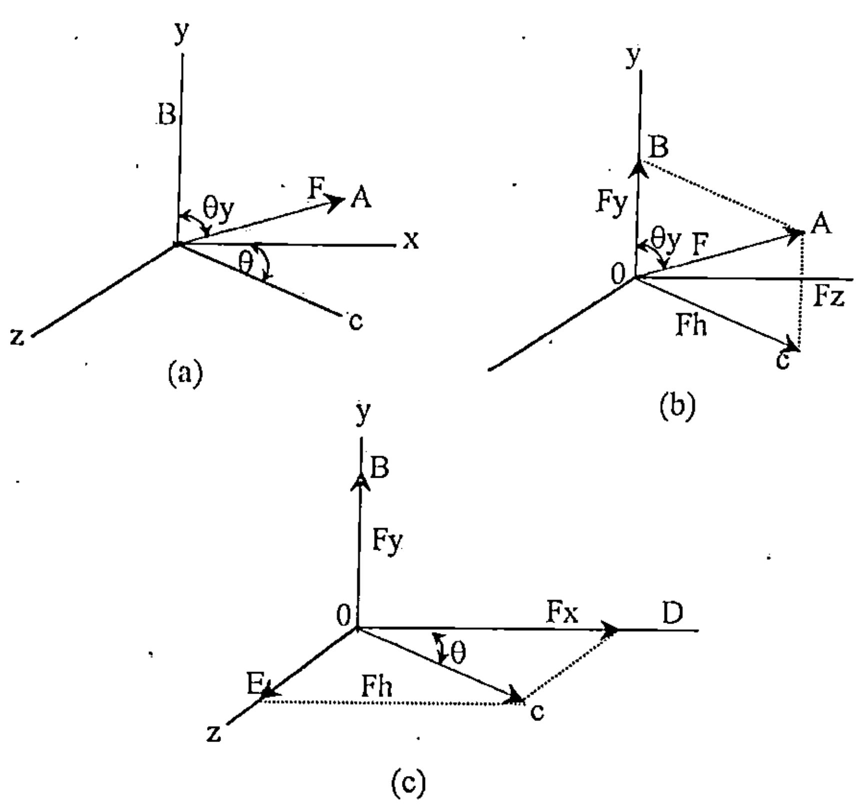
Komponen Cartesian adalah komponen gaya yang saling tegak lurus (antara komponen yang satu dengan komponen yang lainnya mempunyai sudut 90^0).

Pada ruang kita mengenal 3 sumbu yaitu sumbu x,y, dan z. Letak ketiga sumbu tersebut dapat dilihat pada gambar 2.29 Jadi komponen x dan y disebut komponen Cartesian. Tentu sebuah dapat diuraian menjadi tiga komponen x, y, dan z.



Gambar 2.29. Sumbu Cartesian

Perhatikan gambar 2.30. gaya F yang bekerja pada titik asal 0 dari suatu sistem koordinat Cartesian x,y,z.



Gambar 2.30. Komponen Cartesian

Untuk menunjukkan arah sebuah gaya F, digambarkan sebuah bidang BAC yang mengadung F (gambar 2.30a). Bidang ini melalui garis vertikal sumbu y. Orientasinya digambarkan dengan sudut θ yang dibentuk oleh bidang tersebut dengan bidang x,y. sedangkan arah F pada bidang ditunjukkan dengan sudut θy yaitu ; sudut antara gaya F dengan sumbu y.

Gaya F diuraikan menjadi komponen vertikal Fy dan komponen horizontal Fh (gambar 2.30b), yaitu :

$$Fy = F. \cos \theta y \qquad (2.9)$$

$$F_h = F. \sin \theta y \qquad (2.10)$$

Komponen F_h terletak pada bidang x – z, kemudianF_h dapat diuraikan lagi menjadi komponen F_x dan F_z sepanjang sumb x dan z. (gambar 2.30c), sehingga didapatkan komponen skalar sebagai berikut.

$$F_x = F_h . \cos \phi = F . \sin \theta y \cos \phi \qquad (2.11)$$

$$F_z = F_h . \sin \phi = F . \sin \theta y \sin \phi \qquad (2.12)$$

Jadi gaya F setelah terurai menjadi 3 komponen vektor cartesien F_x, F_y, F_z yang arahnya sesuai dengan ketiga sumbu koordinat. Aplikasikan teorema Phitagoras pada segitiga A0B dan 0CD didapat :

$$F^2 = Fx^2 = OA^2 + BA^2 = Fy^2 + Fh^2 \qquad (2.13)$$

$$Fh^2 = OC^2 = OD^2 + DC^2 = Fx^2 + Fz^2 \qquad (2.14)$$

Substitusikan harga persamaan (2.14) ke persamaan (2.13), didapat :

$$F^2 = Fx^2 + Fy^2 + Fz^2 \qquad (2.15)$$

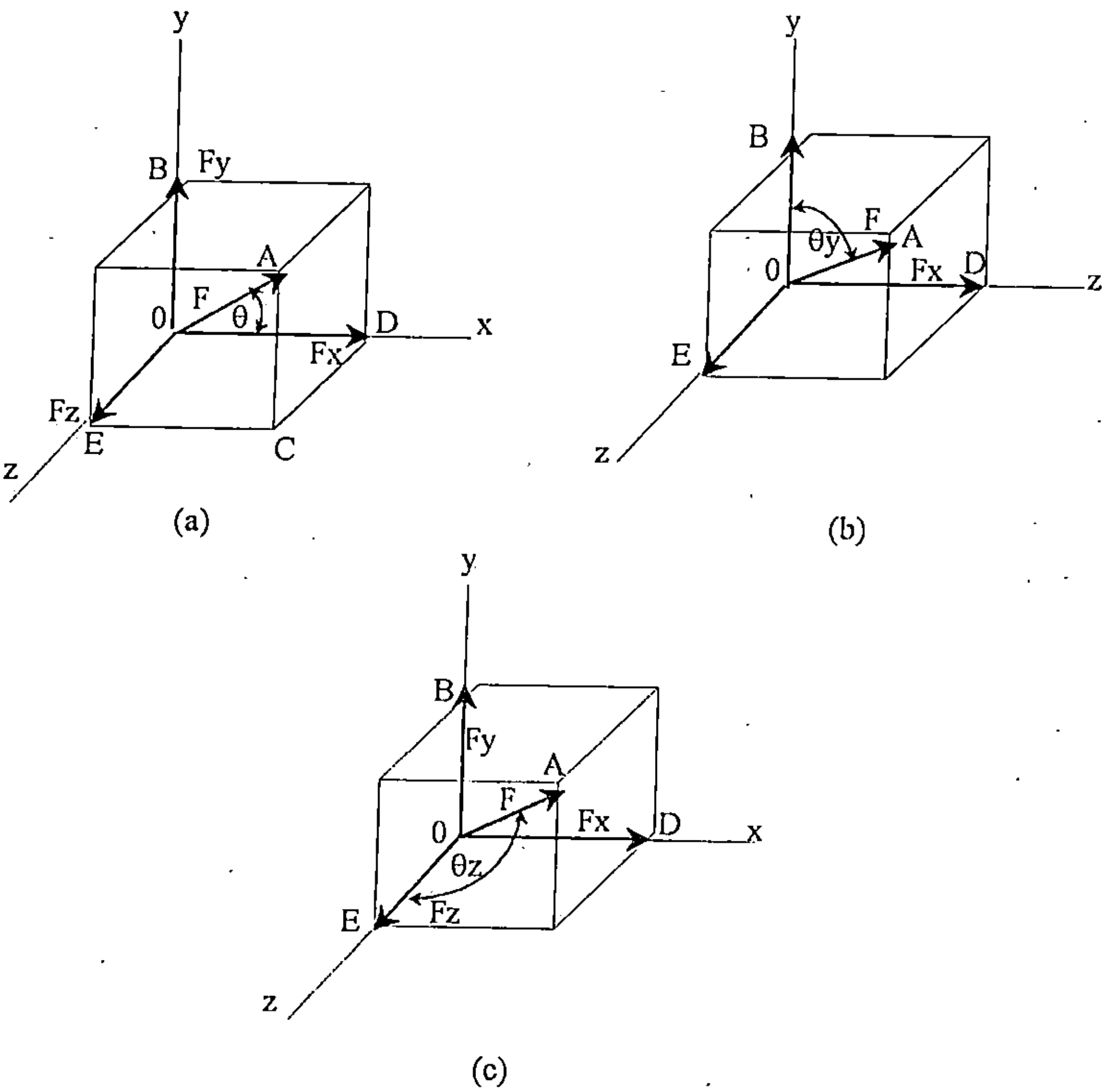
Atau :

$$F = \sqrt{Fx^2 + Fy^2 + Fz^2}$$

Persamaan (2.15) menunjukkan hubungan antara gaya F dengan komponen skalar cartesiannya.

Hubungan gaya F dengan ketiga komponenna Fx, Fy, Fz lebih mudah dibayangkan, jika kota berisi Fx, Fy, Fz digambarkan seperti gambar 2.31 yang menggambarkan rumus sebagai berikut.

$$\left.\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta_x \\ F_y &= F \cos \theta_y \\ F_z &= F \cos \theta_z \end{aligned}\right) \qquad (2.16)$$



Gambar 2.31. Proyeksi komponen Cartesian

Seperti halnya kasus 2 dimensi bahwa tanda positif mempunyai arah sama dengan arah sumbu yang bersangkutan, sedangkan tanda negatif mempunyai arah yang berlawanan dengan sumbu tersebut. Pada gaya yang diuraikan atas 3 komponen ini juga berlaku kaedah tanda seperti di atas.

Sudut yang dibentuk oleh gaya F dengan sumbu harus diukur dari segi positif sumbu itu dan selalu mempunyai besar dari 0^0 sampai dengan 180^0. Sudut θx yang lebih kecil dari 90^0 (lancip), menunjukkan bahwa F (yang dianggap bertitik pangkal di 0), berada pada sisi yang sama pada bidang xy dengan sumbu x positif. Cos θx dan Fx akan berharga positif. Sudut θx yang lebih besar dari 90^0 (tumpul) akan menunjukkan bahwa F berada pada sisi lain dari bidang yz. Harga cos θx dan Fx akan menjadi negatif.

Harga ketiga sudut $\theta y, \theta x$, dan θz tidak bebas, jika disubsitusikan harga Fz, Fx, dan Fy dari persamaan (2.16) ke persamaan (2.15) kita dapat hubungan sebagai berikut.

$$F^2 = Fx^2 + Fy^2 + Fz^2 \qquad (2.16)$$

$$F^2 = F^2 \cos^2 \theta x + F^2 \cos^2 \theta y + F^2 \cos^2 \theta z$$

Dengan demikian didapat :

$$\cos^2 \theta x + \cos^2 \theta y + \cos^2 \theta z = 1 \qquad (2.17)$$

Hubungan ketiga komponen gaya didapat sebagai berikut.

$$F = \frac{Fx}{Cos\,\theta x} ;$$

$$F = \frac{Fy}{Cos\,\theta y} ;$$

$$F = \frac{Fz}{Cos\,\theta z}$$

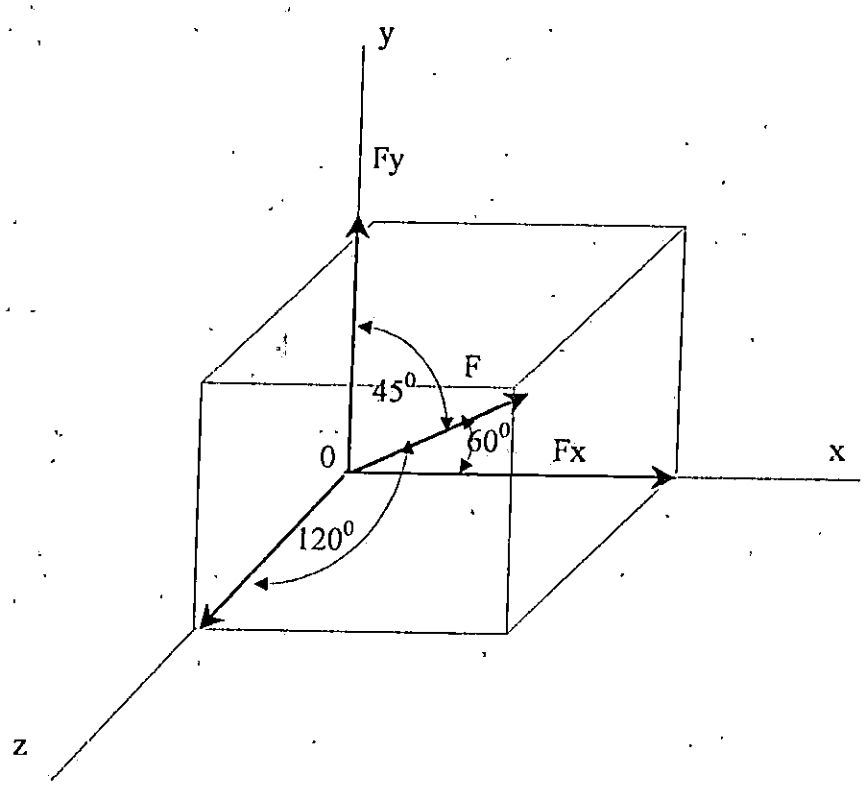
$$\text{Jadi : } F = \frac{Fx}{Cos\,\theta x} = \frac{Fy}{Cos\,\theta y} = \frac{Fz}{Cos\,\theta z} \qquad (2.18)$$

atau :

$$\frac{1}{F} = \frac{Cos\,\theta x}{Fx} = \frac{Cos\,\theta y}{Fy} = \frac{Cos\,\theta z}{Fz} \qquad (2.19)$$

Contoh soal 2.15

Gaya sebesar 500 N membentuk sudut 60^0, 45^0, dan 120^0, berturut-turut dengan sumbu x,y,z seperti pada gambar 2.29. tentukan komponen Fx, Fy, dan Fz.



Gambar 2.32. Perhitungan komponen Cartesian

Jawab :

Fx = 500 . Cos 60 = 250 N

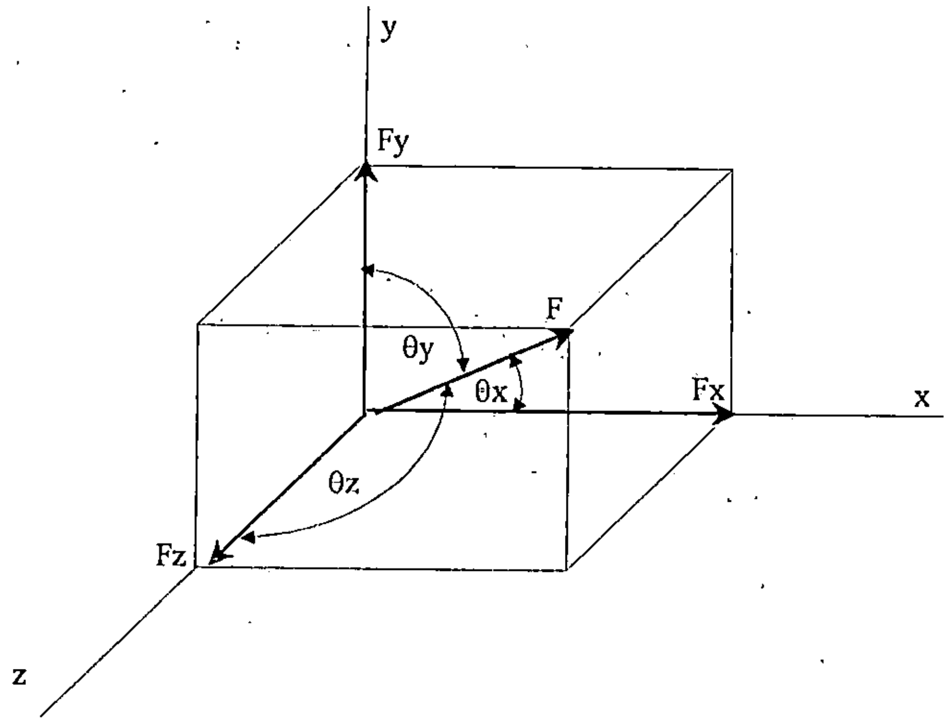
Fy = 500 . Cos 45 = 354 N

Fx = 500 . Cos 120 = - 250 N

Contoh soal 2.16.

Sebuah gaya mempunyai komponen Fx = 20 N, Fy = -30N, dan Fz = 60 N.

Tentukan besarnya F dan sudut θx, θy, θz yang dibentuk oleh sumbu koordinat.



Gambar 2.33. Perhitungan gaya dan sudut

Jawab.

$$F = \sqrt{Fx^2 + Fy^2 + Fz^2}$$

$$= \sqrt{20^2 + (-30)^2 + 60^2}$$

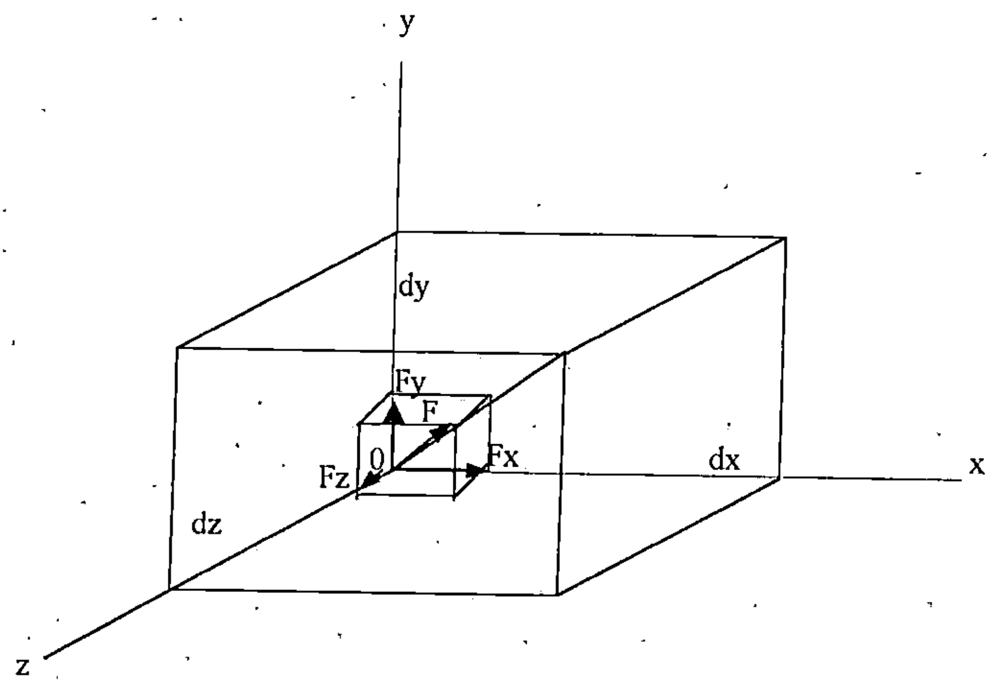
$$F = 70 \text{ N.}$$

$$\text{Cos } \theta x = \frac{Fx}{F} = \frac{20}{70} \quad ; \quad \theta x = 73{,}4^0$$

$$\text{Cos } \theta y = \frac{Fy}{F} = \frac{-30}{70} \quad ; \quad \theta y = 115{,}4^0$$

$$\text{Cos } \theta z = \frac{Fz}{F} = \frac{60}{70} \quad ; \quad \theta z = 31^0$$

Metode lain untuk menyatakan arah gaya F, yang bekerja pada titik asal 0, dari suatu sistem koordinat adalah dengan memberi spesifikasi titik yang dilalui oleh garis aksi gaya F, seperti gambar 2.34.



Gambar 2.34. Spesifikasi gaya

Melalui titik N kita dapat menarik garis lurus dengan koordinat, sehingga terbentuk suatu kotal, dengan sisi berturut-turut sebagai berikut : dz, dy, dan dz, yang memberi komponen vektor yang menghubungkan O ke N, dalam arah sejajar dengan sumbu koordinat. Vektor ini diberi nama ON. Dalam hal ini O adalah titik asal sistem koordinat, sedangkan titik N merupakan koordinat titik N. sudut yang dibentuk oleh ON dengan sumbu koordinat ialah θx, θy, dan θz. Jarak antara titik O ke N adalah d, dengan demikian didapat hubungan :

$$
\begin{aligned}
dx &= \text{dan} \cos \theta x \\
dy &= \text{dan} \cos \theta y \qquad (2.20) \\
dx &= \text{dan} \cos \theta z
\end{aligned}
$$

Menurut E. Russel Johnson Jr, (1976 : 42), didapat hubungan :

$$d = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \qquad (2.21)$$

Bila kita bagi suku demi suku akan didapat hubungan sebagai berikut :

$$\text{Cos } \theta x = \frac{Fx}{F} \qquad \text{(dari rumus 2.16)}$$

$$\text{Cos } \theta x = \frac{dx}{d} \qquad \text{(dari rumus 2.20)}$$

$$\text{Cos } \theta x = \frac{Fx}{F} = \frac{dx}{d}$$

$$= \frac{Fx}{dx} = \frac{F}{d} \qquad (2.22)$$

Analog didapat :

$$\text{Cos } \theta y = \frac{Fy}{dy} = \frac{F}{d} \qquad (2.23)$$

$$\text{Cos } \theta z = \frac{Fz}{dz} = \frac{F}{d} \qquad (2.24)$$

dan akhirnya didapat hubungan sebagai berikut :

$$\frac{Fx}{dx} = \frac{Fy}{dy} = \frac{Fz}{dz} = \frac{F}{d} \qquad (2.25)$$

Maka hubungan antara koordinat didapat sebagai berikut :

$$\frac{1}{d} = \frac{Cos\,\theta x}{dx} = \frac{Cos\,\theta y}{dy} = \frac{Cos\,\theta z}{dz} \qquad (2.26)$$

Contoh 2.17.

Sebuah menara harus berdiri vertikal, dan harus ditahan dengan 3 utas tali, salah satu talinya adalah AB mengalami gaya tarik sebesar 2500N seperti pada gambar 2.35. Tentukanlah (a) komponen Fx, Fy, dan Fz. (b) sudut θx, θy, θz.

Jawab :

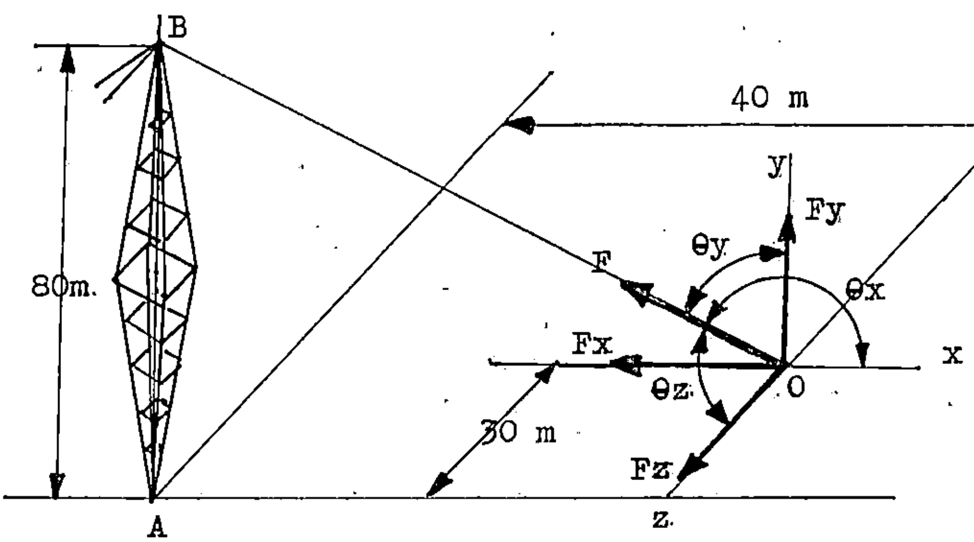
Garis aksi gaya yang bekerja pada titik A dan B, gayanya mengarah dari Air ke B. Komponen vertikal AB yang memiliki arah yang sama dengan gaya adalah :

dx = -40 m

dy = 80 m

dz = 30 m.

Maka jarak dari A ke B (panjang tali AB) adalah :



Gambar 2.35. Menara

$$d = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

$$d = \sqrt{(-40)^2 + 80^2 + 30^2}$$
$$= 94{,}3 \text{ m}$$

Gaya-gaya yang didapat sebagai berikut.

$$\frac{Fx}{-40} = \frac{Fy}{80} = \frac{Fz}{30} = \frac{2500}{94{,}3}$$

$Fx = -1060\ N$; $Fy = 2120\ N$; $795\ N$.

Sudut-sudut miringnya didapat sebagai berikut :

$$\cos \theta x = \frac{dx}{d} = \frac{-40}{94{,}3}$$

$$\theta x = 115{,}1^0$$

$$\cos \theta y = \frac{dy}{d} = \frac{80}{94{,}3}$$

$$\theta y = 32^0$$

$$\cos \theta z = \frac{dz}{d} = \frac{30}{94{,}3}$$

$$\theta z = 71{,}5^0$$

D. Resultan Gaya-gaya Conkorren Dalam Ruang

Gaya-gaya Conkorren maksudnya adalah gaya-gaya yang bekerja pada satu titik tangkap. Pada hakekatnya dalam kehidupan sehari-hari kita lebih banyak menemukan gaya dalam ruang dari pada gaya-gaya pada bidang. Karena manusia hdup dalam ruang. Untuk menghitung resultante gaya-gaya dalam ruang dijumlahkan saja komponen-komponen Cartensiannya. Metode grafis dan trigonometri tidak tepat digunakan di sini, karena gambarnya dalam posisi miring. Untuk menjumlahkan komponen Cartensian tersebut dapat diikuti langkah-langkah sebagai berikut.

1. Uraikan semua gaya atas komponen x, y, dan z yaitu Fx, Fy dan Fz.
2. Jumlahkan semua komponen x secara aljabar, sehingga didapatkan resultante komponen x (Rx) dengan rumus :

$$Rx = \Sigma Fx = Fx_1 + Fx_2 + \ldots\ldots\ldots + Fx_n \qquad (2.27)$$

3. Jumlahkan semua komponen y secara aljabar, sehingga didapatkan resultante komponen y (Ry) dengan rumus :

$$Ry = \Sigma Fy = Fy_1 + Fy_2 + \ldots\ldots + Fy_n \qquad (2.28)$$

4. Jumlahkan semua komponen z secara aljabar, sehingga didapatkan resultante komponen z (Rz) dengan rumus :

$$Rz = \Sigma Fz = Fy_1 + Fy_2 + \ldots\ldots + Fz_n \qquad (2.29)$$

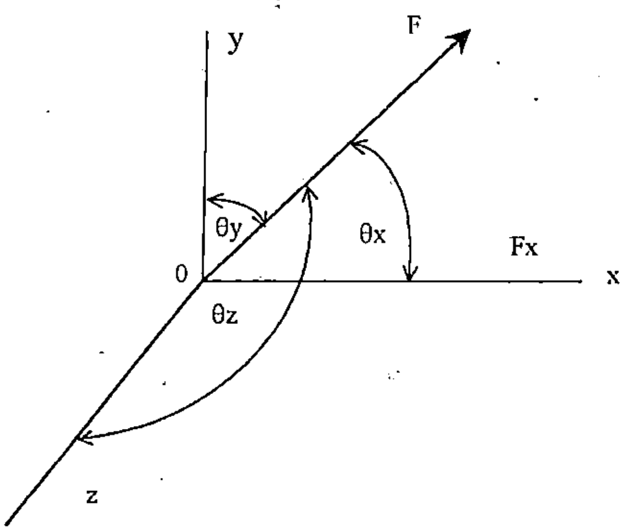
5. Untuk menentukan resultante total, tentukan dengan rumus :

$$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2 + Rz^2} \qquad (2.30)$$

6. Untuk menghitung sudut miring θx, θy, θz yang dibentuk dengan sumbu koordinat, diperoleh dengan rumus sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \cos\theta x &= \frac{Rx}{R}) \\ \cos\theta y &= \frac{Ry}{R}) \qquad (2.31) \\ \cos\theta z &= \frac{Rz}{R}) \end{aligned}$$

Perhatikan gambar 2.36.



Gambar 2.36. Resultante Komponen Cartesian

Contoh soal 2.18.

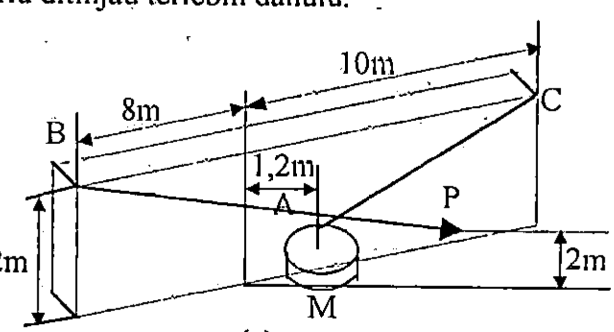
Sebuah massa digantungkan pada seutas tali yang diikatkan pada 2 titik di sebuah bidang dinding vertikal. Supaya massa tersebut jangan bergeser dengan dinding vertikal, maka harus ditarik dengan sebuah gaya P yang tegak lurus dinding, seperti tergambar. Tentukan besarnya gaya P dan gaya yang bekerja pada dinding masing-masing tali.

Jawab :

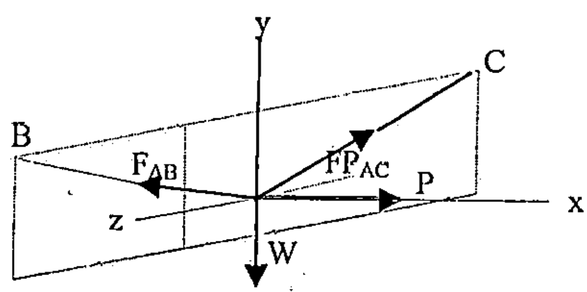
Titik A adalah sebuah titik yang bebas, mengalami 4 buah gaya. Tiga gaya belum diketahui besarnya yaitu : P, F_{AB}, F_{AC}, sedangkan yang diketahui besarnya adalah gaya berat W, yaitu :

$$W = m.g = 200.\ 9{,}81 = 1962\ N.$$

Komponen x,y, dan z dari masing-masing gaya yang belum diketahui harus dinyatakan dalam besaran simbol yaitu : P, F_{AB}, F_{AC}, komponen jarak gaya F_{AB}, F_{AC}, perlu ditinjau terlebih dahulu.



(a)



(b)

Gambar 2.37. Massa tergantung pada dua buah tali miring dan tali horizontal

Tali AB , dx = - 1,2 m ; dy = 10 m ; dz = 8 m

d = 12,86 m

tali AC , dx = - 1,2 m ; dy = 10 m ; dz = -10 m

d = 14,19 m

Gunakan persamaan 2.25. masukkan hasilnya ke dalam tabel II.2.

TABEL II.2. KOMPONEN GAYA DAN JARAK

Gaya	Komponen Jarak (m)			d (m)	Komponen Gaya (N)		
	dx	dy	dz		Fx	Fy	Fz
F_{AB}	-1,2	10	8	12,86	$-0{,}0933F_{AB}$	$0{,}7778\ F_{AB}$	$-0{,}622F_{AB}$
F_{AC}	-1,2	10	-10	14,19	$-0{,}0846\ F_{AC}$	$-0{,}705\ F_{AC}$	$-0{,}705\ F_{AC}$
P					P	0	0
W					- 1962		

Selesaikan ketiga persamaan di bawah ini :

$\Sigma Fx = 0$; $-0{,}0933\ F_{AB} - 0{,}084\ F_{AC} + P = 0$

$\Sigma Fy = 0$; $0{,}778\ F_{AB} + 0{,}705\ F_{AC} - 1962 = 0$

$\Sigma Fz = 0$; $0{,}622\ F_{AB} - 0{,}705\ F_{AC} = 0$

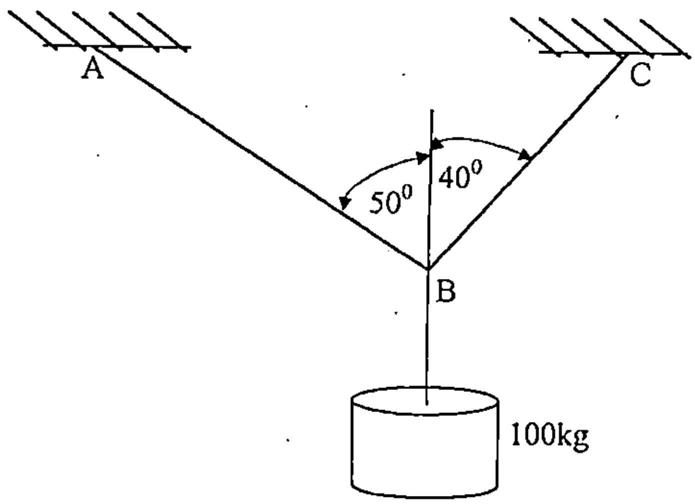
Sehingga didapat :

P = 235 N ; F_{AB} = 1401 N ;

F_{AC} = 1236 N.

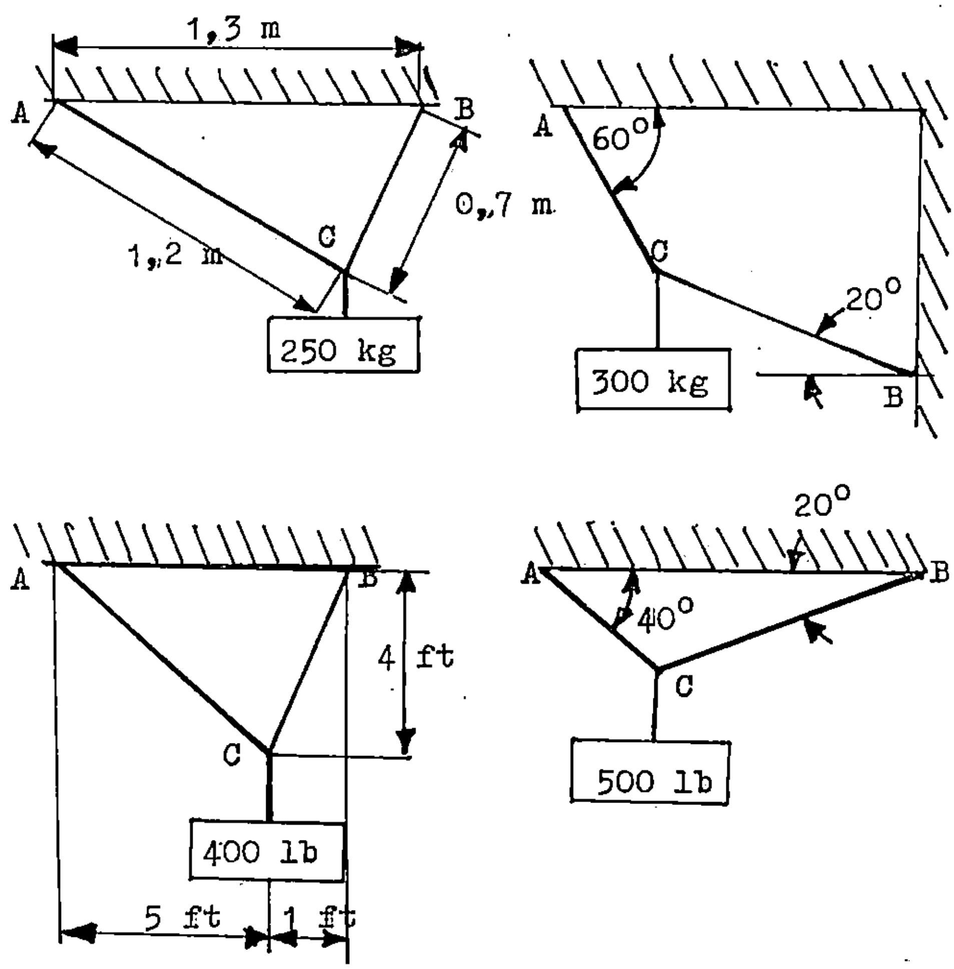
Soal-soal Latihan.

1. Sebuah benda digantung dengan dua buah tali seperti tergambar. Tentukan gaya yang bekerja pada masing-masing tali tersebut.

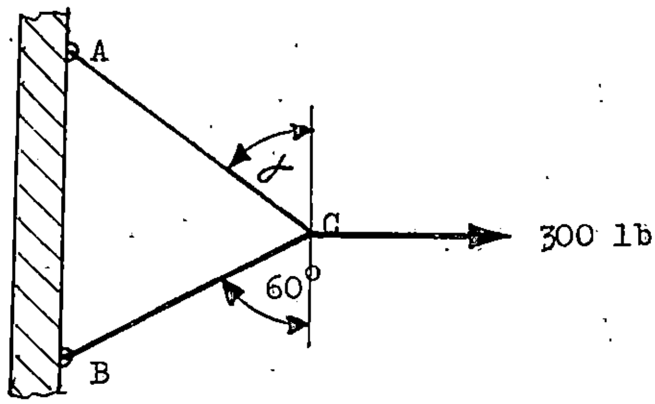


2-5. Dua kabel diikat di titik C dan diberi beton seperti tampak pada gambar.

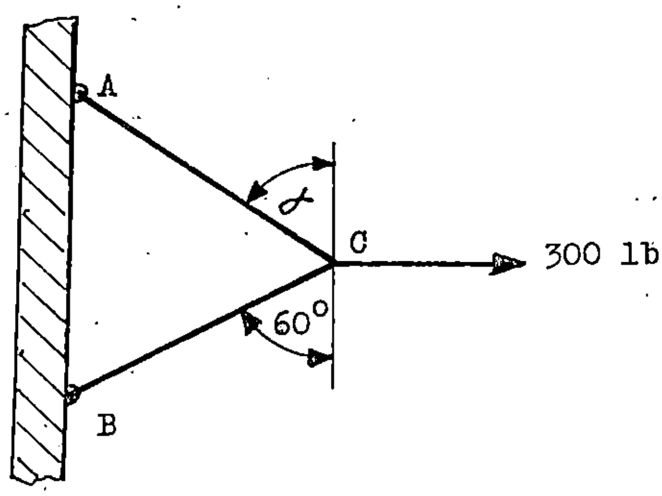
Tentukan tegangan pada AC dan BC



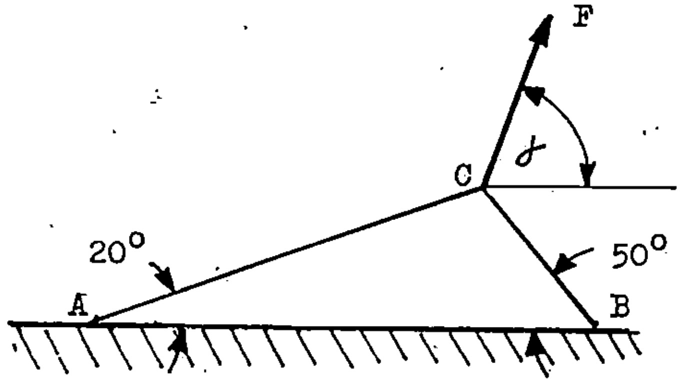
6. Gaya 300 lb beraksi pada titik C. Tentukan: (a) Harga α agar tegangan pada kabel yang besar mempunyai harga minimal? (b) Harga tegangan di-kabel AC dan BC dalam keadaan diatas.



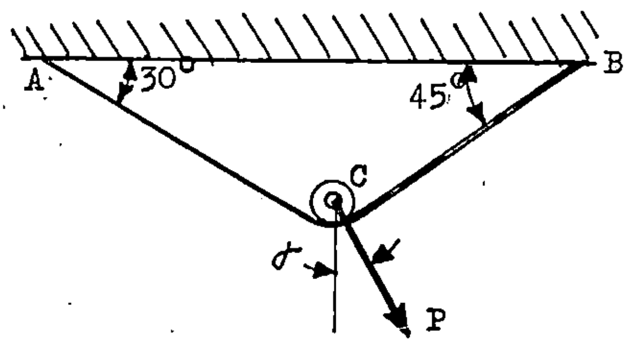
7. Gaya 300 lb dikerjakan dititik C. (a) Untuk harga α berapakah tegangan AC minimum? (b) Berapakah tegangan pada kabel AC dan BC dalam keadaan ini?



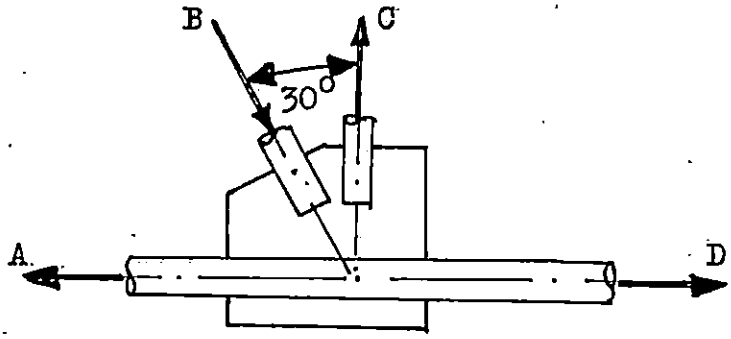
8. Dua tali diikat di C. Bila gaya maksimum yang diizinkan pada tiap kali adalah 2,5 kN, berapakah gaya maksimum F yang boleh beraksi? kemana arah gaya F ini?



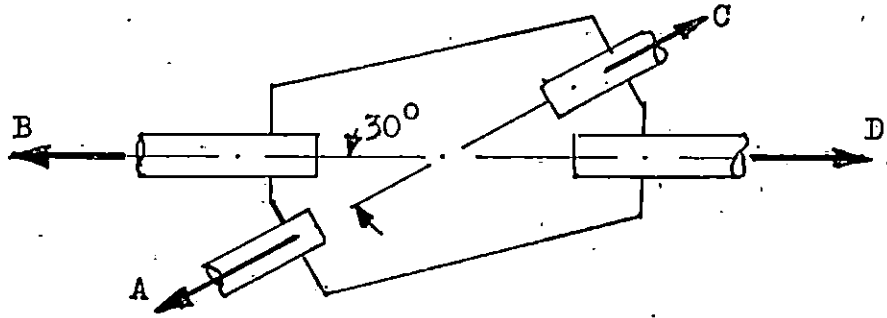
9. Gaya P beraksi pada suatu roda kecil yang meluncur di kabel ACB. Bila tegangan pada kedua bagian kabel tersebut adalah 750 kN, tentukan arah dan besar gaya P.



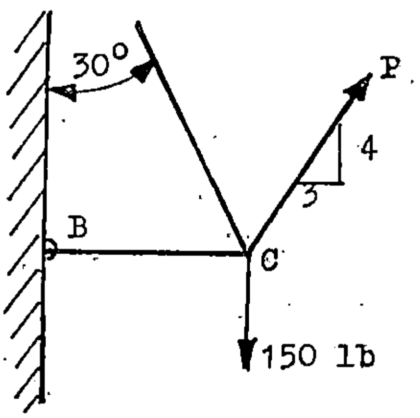
10. Dua gaya A dan B yang besarnya masing-masing A =5000 N dan B =2500 N beraksi pada suatu sambungan seperti pada gambar. Bila sambungan tersebut dalam keadaan setimbang. Tentukan besar gaya A dan B.



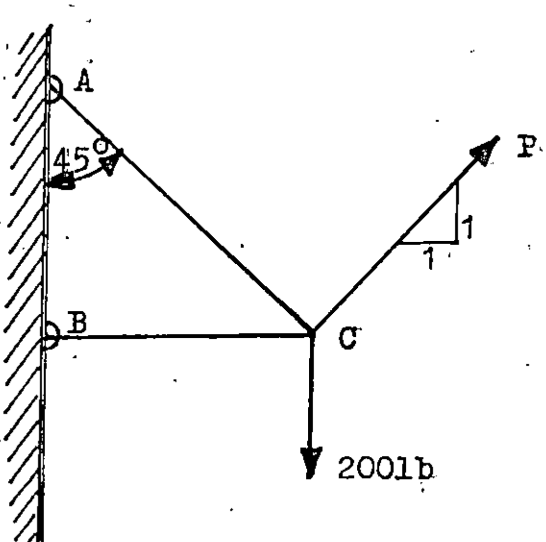
11. Dua gaya C dan D yang besarnya C=800 lb dan D=1500 lb beraksi pada suatu sambungan seperti tampak pada gambar. Bila sambungan tersebut dalam keadaan setimbang, tentukan besar gaya A dan B.



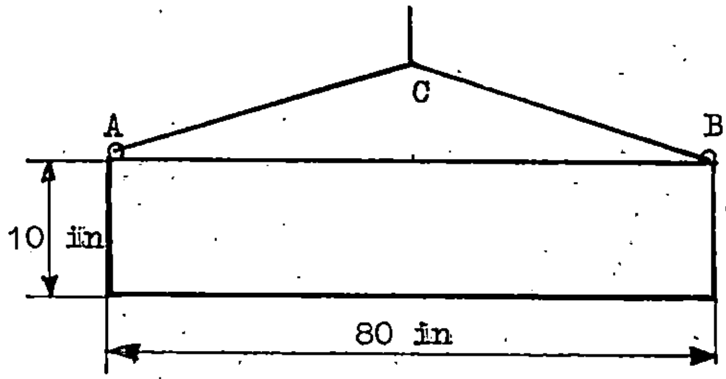
12. Bila besar gaya P=100 lb, tentukan tegangan pada kabel AC dan BC.



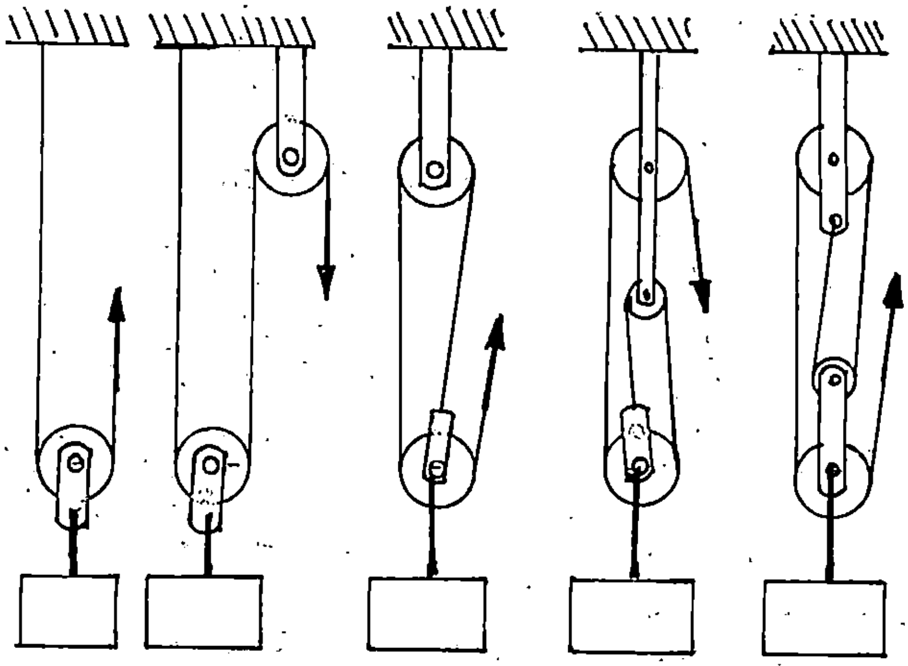
13. Tentukan batas harga P yang membuat kedua kabel tetap terikat.



14. Suatu kotak "portable" berikut isinya mempunyai berat 1000 lb. Tentukan panjang rantai terpendek ACB yang dapat digunakan untuk mengangkat kotak tersebut bila tegangan pada rantai tidak melebihi 1300 lb.

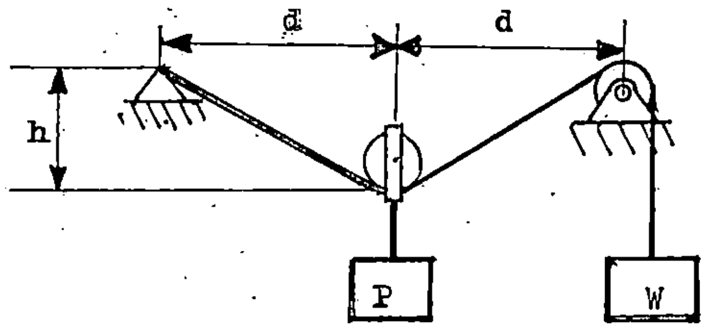


15. Suatu kereta dengan massa 200 kg, didukung oleh susunan tali dari kerek seperti tampak pada gambar. Tentukan untuk tiap susunan tersebut tegangan pada tali. (Tegangan tali mempunyai harga sama pada tiap sisi dari suatu kerek sederhana).

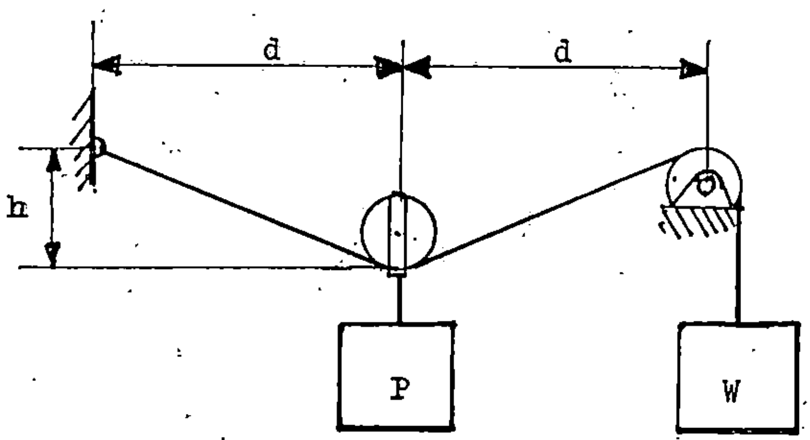


16. Tentukan soal 15 bagian b dan d, dengan menganggap bahwa ujung bebas dari tali diikatkan pada kereta.

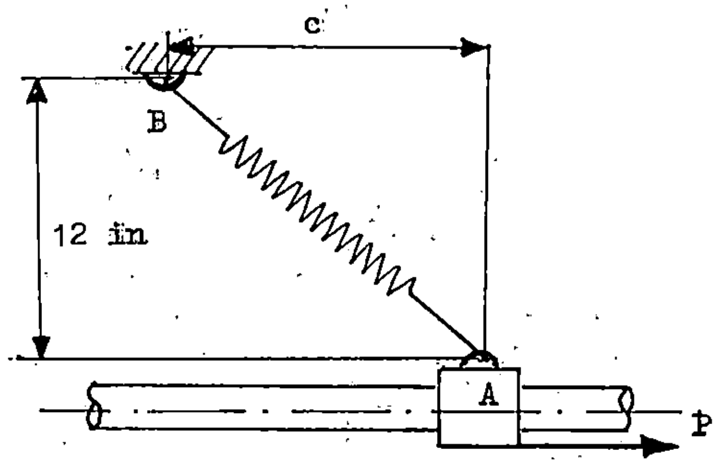
17. Nyatakan berat W yang diperlukan untuk menjaga keseimbangan sebagai fungsi P, d, dan h.



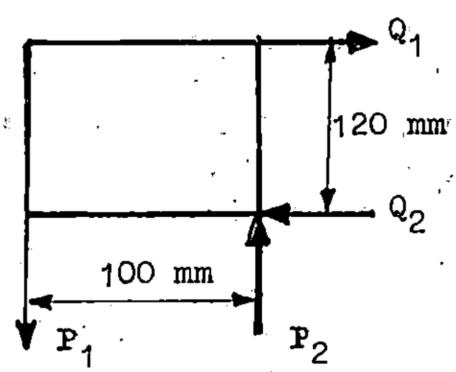
18. Bila dalam diagram yang ditunjukkan W=80 lb, P=10 lb, dan d=10 in, tentukan harga h agar tercapai keadaan setimbang.



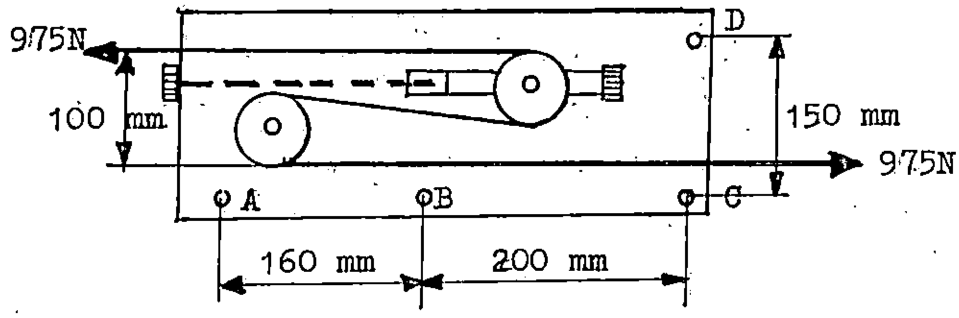
19. Cincin A dapat meluncur dengan bebas pada suatu batang horizontal. Pegas yang dihubungkan dengan cincin tersebut mempunyai konstanta pegas yang harganya 10 lb/in dan pegas tersebut dalam keadaan tertekan bila cincin terletak dibawah penyangga B. Tentukan besar gaya P yang diperlukan agar tercapai keadaan setimbang bila: (a) c = 9 in; (b) c = 16 in.



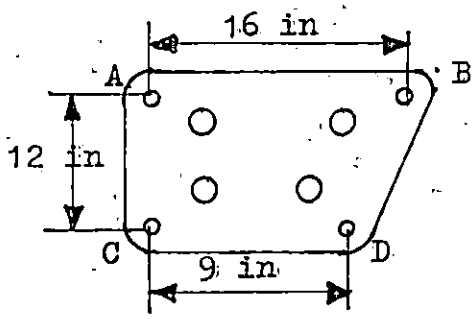
20. Dua kopel yang terlihat pada gambar diterapkan pada keping 120 kali 160 mm. Dengan mengetahui bahwa $P_1 = P_2 = 150$ N dan $Q_1 = Q_2 = 200$ N, buktikan bahwa jumlahnya nol. (a) dengan menambahkan momennya, (b) dengan menggabungkan P_1 dan Q_1 menjadi resultannya R_1, dan menggabungkan P_2 dan Q_2 menjadi resultannya R_2, dan kemudian menunjukkan bahwa R_1 dan R_2 sama besar dan berlawanan arah dan memiliki garis aksi yang sama.



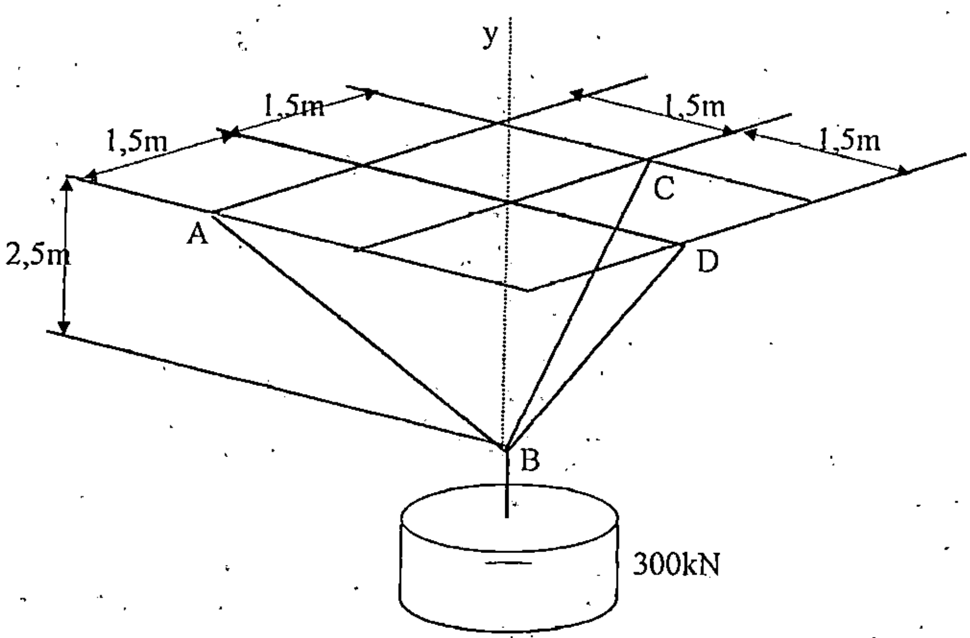
21. Suatu kopel yang dibentuk oleh dua gaya 975 N diterapkan pada susunan kerek seperti tergambar. Tentukan kopel ekuivalen yang dibentuk oleh (a) gaya vertikal yang beraksi di A dan C, (b) gaya yang beraksi di B dan D, (c) gaya yang terkecil yang dapat diterapkan pada susunan itu.



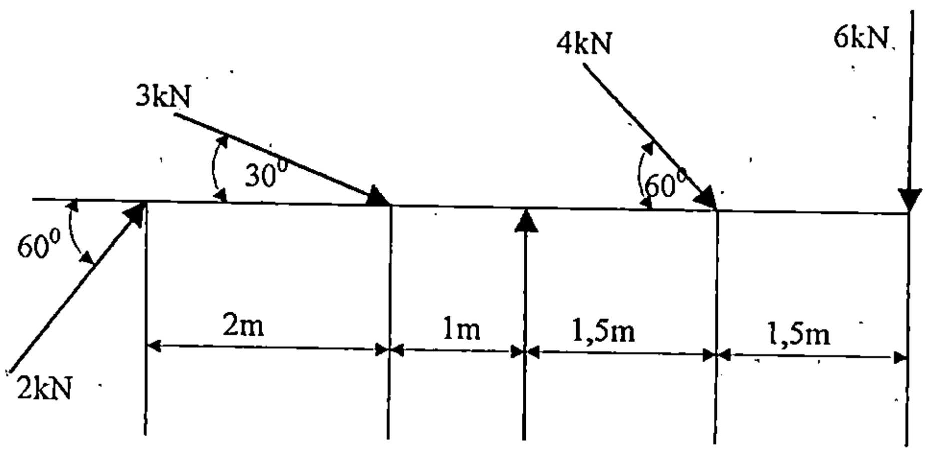
22. Suatu mesin bor berganda, dipakai untuk melubangi sekaligus enam lubang pada keping baja yang tergambar. Masing-masing bor menimbulkan kopel searah jarum jam yang besarnya 40 lb.in. pada keping itu. Tentukan kopel ekuivalen yang dibentuk oleh gaya terkecil yang beraksi (a) di A dan C (b) di A dan D, (c) pada keping.



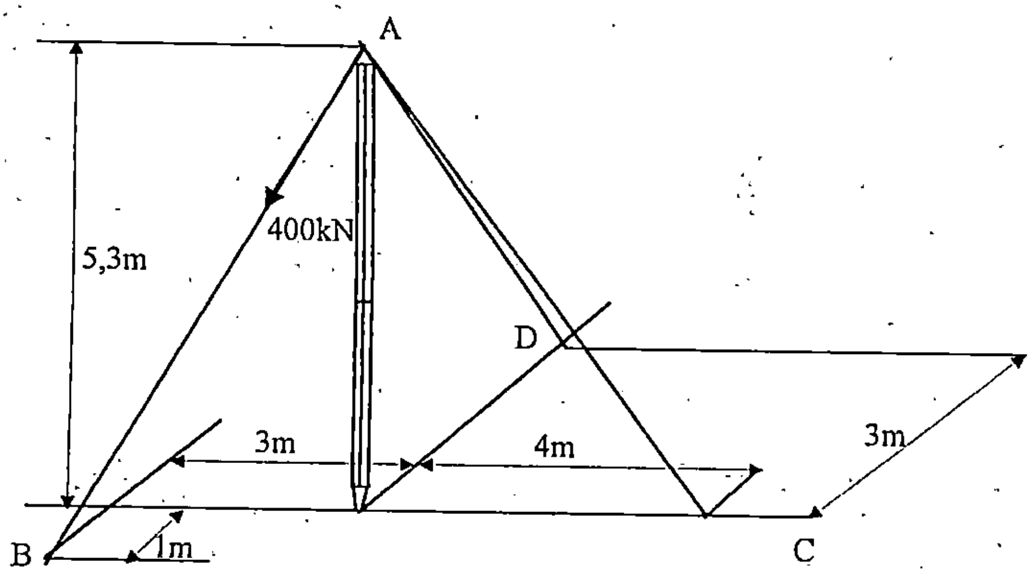
23. Sebuah benda berat 300 kN tergantung pada 3 utas tali seperti tergambar. Tentukanlah gaya yang bekerja pada masing-masing tali tersebut.



24. Lima buah gaya bekerja pada gambar, tentukanlah besar resultante dan posisinya.



25. Sebuah menara televisi tingginya dan ukurann lainnya seperti tergambar. Bila gaya yang bekerja pada tali AB = 400 kN, tentukanlah gaya yang bekerja pada tali AD dan AC supaya menara tetap berdiri vertikal.



BAB III

KESETIMBANGAN BENDA TEGAR PADA BIDANG

A. Benda Tegar, Gaya Ekternal dan Internal

Sebagian besar benda yang ditinjau dalam mekanika dianggap tegar. Benda tegar dapat dikatakan sebagai benda atau kerangka (struktur), yang tidak melentur atau membengkok waktu menerima beban. Struktur atau kerangka tersebut yang sebenarnya tidak mutlak tegak waktu menerima beban. Pelenturan tersebut, sangat kecil sekali, dan tidak mempengaruhi kesetimbangan benda. Kalau dia tidak mempengaruhi kesetimbangan, dan masih dalam batas-batas yang diizinkan, serta dapat diabaikan biasanya selalu diabaikan. Hal ini akan diuraikan pada bagian yang lain. Pelenturan dan pembengkokan itu penting sekali untuk dipelajari dan diselidiki serta dipertimbangkan, sampai batas-batas yang dikatakan aman itu. Hal ini sangat berguna untuk memperhitungkan daya tahan struktur terhadap beban, juga dapat meramalkan apakah kerangka tersebut ambruk atau tidak, menerima beban yang akan diberikan.

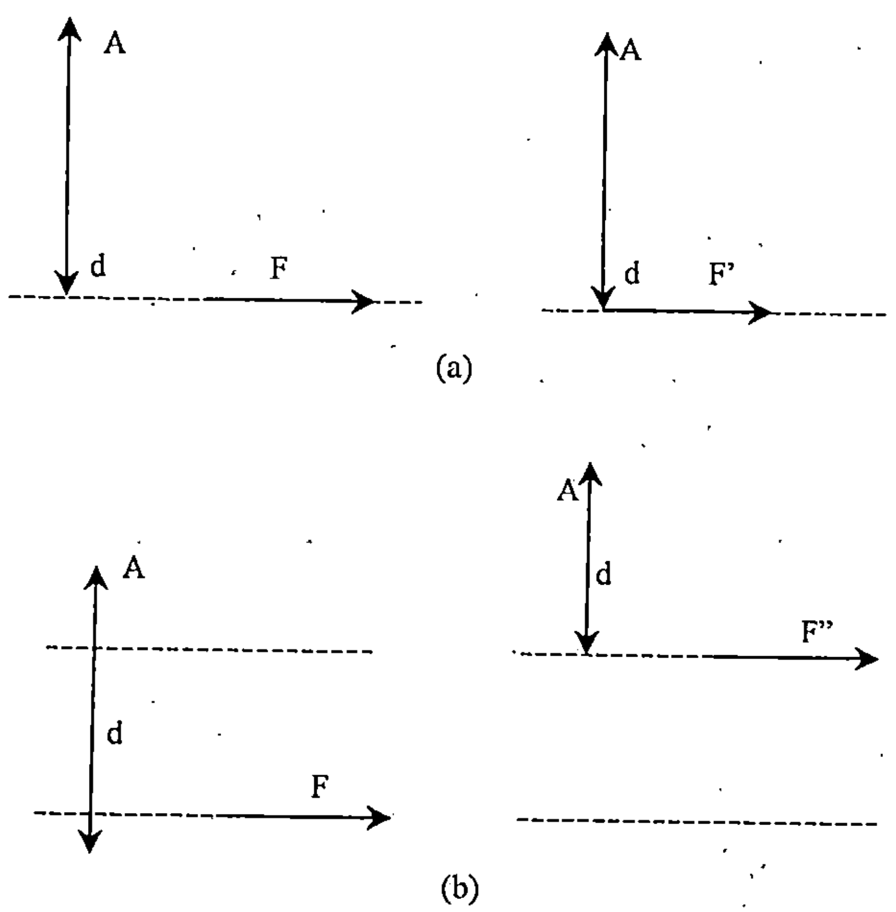
Gaya-gaya yang bekerja pada benda tegar dapat dibedakan atas 2 macam, yaitu :

1. Gaya luar (ekternal), adalah aksi sebuah benda lain terhadap benda yang sedang diamati. Gaya luar dapat menyebabkan benda bergerak menjadi diam dan benda diam bisa menjadi bergerak.
2. Gaya diam (internal), gaya tarik menarik antara partikel-partikel (molekul) yang membentuk benda tegar tersebut. Jika benda tegar tersebut sebuah kerangka baja, maka gaya yang mengikat bagian-bagian rangka baja tersebut itulah yang dinamakan gaya Internal.

Sebuah gaya dapat dipindahkan kemana saja asal di dalam garis kerjanya. Sebuah gaya jika dipindahkan ke muka atau ke belakang, dari titik tangkap semula, tetapi masih dalam garis kerjanya, maka dia akan mempunyai efek yang sama dengan gaya asalnya.

B. Momen Gaya terhadap Sumbu

Dari sudut pandang mekanika benda dianggap tegar menerima beban, bila dua buah gaya F dan F' equivalen, keduanya mempunyai besar sama, garis kerja yang sama akan mempunyai efek yang sama terhadap titik yang sama, yang berjarak sama dari garis kerjanya masing-masing. Perhatikan gambar 3.1. di bawah ini.



Gambar 3.1. Momen terhadap sumbu

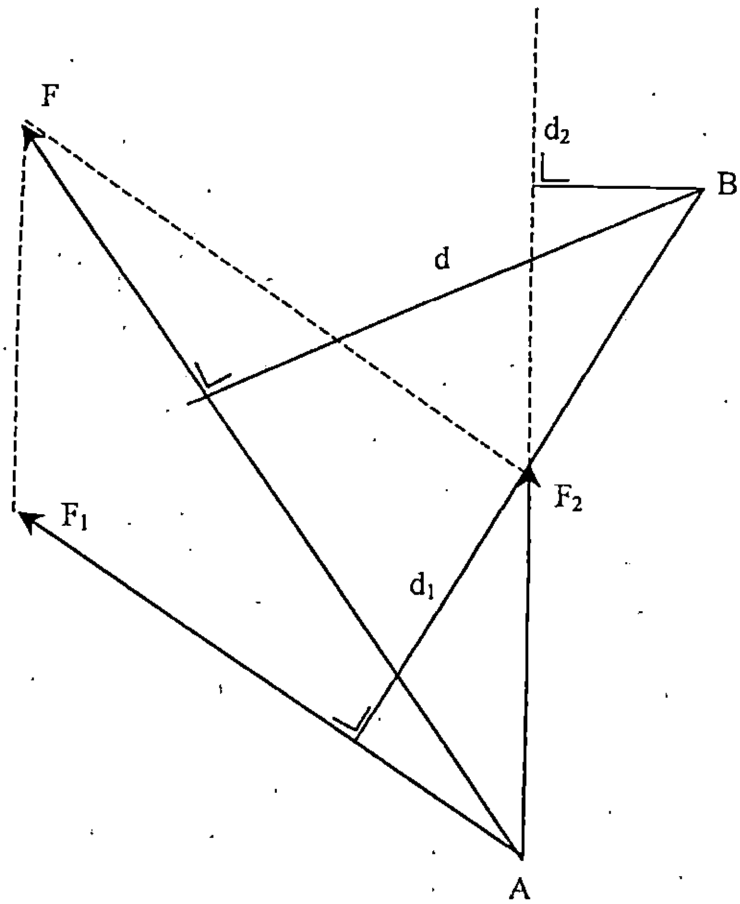
F" sama besar, sama arah, dan memiliki garis kerja yang berbeda, maka dia tidak akan memberikan efek yang sama dengan gaya F yang pertama. Gaya F dan F" dinyatakan dengan vektor yang sama , yaitu vektor yang mempunyai besar dan arah yang sama, tetapi kedua hal ini tidak equivalen. Kedua gaya ini cenderung memberikan grak transmisi yang sama terhadap benda tegar. Gaya kedua ini juga menimbulkan gerak rotasi yang berbeda terhadap sumbu yang melalui titik A, yang arahnya tegak lurus bidang sumbu. Kecenderungan sebuah gaya memutar sebuah benda di luar sumbu dinamakan "Momen".

Momen MA dari gaya F terhadap A didapatkan dengan mengalikan besar gaya F dengan jarak, tegak lurus dengan d dari A ke garis kerja gaya F, jadi :

$$MA = F \cdot d \qquad (3.1)$$

Disamping mempunyai besar, momen juga mempunyai arah yang sangat tergantung kepada kedudukan relatif dari gaya dan sumbunya. Untuk itu ditetapkan suatu perjanjian tanda. Dalam buku ini diterapkan : jika momen memutar berlawanan arah dengan jarum jam diberi tanda positif (+), dan momen memutar searah jarum jam diberi tanda negatif (-). Pada kahekatnya perjanjian tanda ini adalah suatu konvensi, bila para pembaca keberatan dengan perjanjian di atas, gunakan lawannya yaitu : bila momen memutar berlawanan arah dengan jarum jam diberi tanda negatif (-), dan momen memutar searah jarum jam diberi tanda positif (+).

Teorema Varignon menyatakan bahwa : Momen sebuah gaya terhadap setiap sumbunya sama dengan jumlah momen komponen gaya itu terhadap sumbu yang bersangkutan. Perhatikan gambar 3.2.



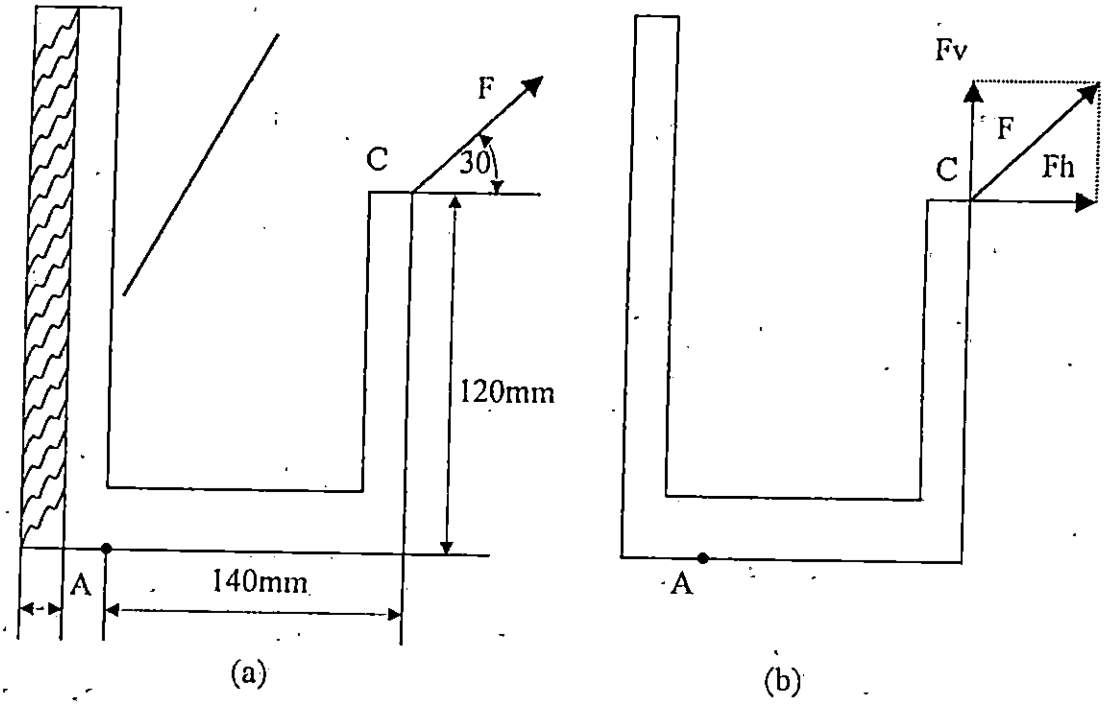
Gambar 3.2. Momen komponen gaya

Teorema gaya F, bekerja pada sebuah titik A, F1, dan F2 adalah uraian dari gaya F dan d adalah jarak tegak lurus dari titik B ke garis kerja F, d1 adalah jarak tegak lurus dari titik B ke garis kerja F1, dan d2 adalah jarak tegak lurus dari B ke garis kerja gaya F2, maka :

$$F \cdot d = F_1 \cdot d_1 + F_2 \cdot d_2 \qquad (3.2)$$

Contoh soal 3.1:

Sebuah konstruksi seperti U, pada salah satu kakinya bekerja gaya F sebesar 1,2 kN. (seperti pada gambar). Tentukanlah momen pada titik A.



Gambar 3.3. Momen pada konstruksi U

Jawab :

Langkah pertama, uraikan gaya tersebut atas komponen vertikal dan horizontal :

$$Fv = F \cdot \cos 30^0$$

$$= 1{,}200 \cos 30^0$$

$$= 1039 \text{ N.}$$

$$Fh = 1200 \cdot \sin 30^0$$

$$= 600 \text{ N}$$

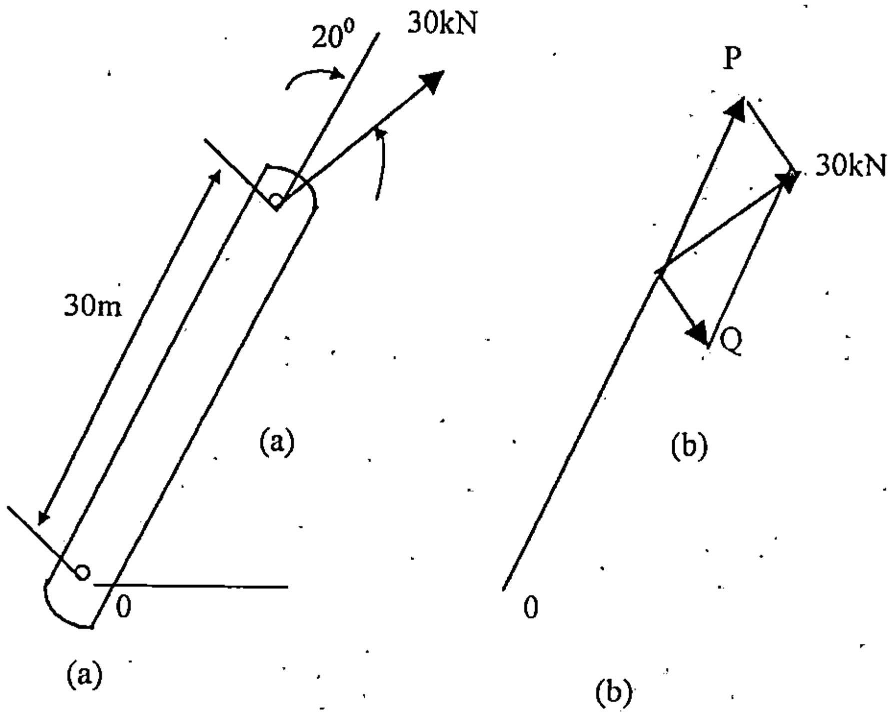
Maka momen pada titik A, adalah :

$$MA = 1039 \cdot 0{,}12 = 600.0{,}14$$

$$= -40{,}7 \text{ Nm.}$$

Contoh soal 3.2.

Sebuah lengan dengan konstruksi seperti gambar di bawah. Tentukanlah momen gaya tersebut terhadap titik 0.



Gambar 3.4. Momen pada ujung lengan

Jawab :

Gaya F tersebut harus diuraikan atas komponen sejajar dan tegak lurus terhadap sumbu lengan (gambar 3.4b)

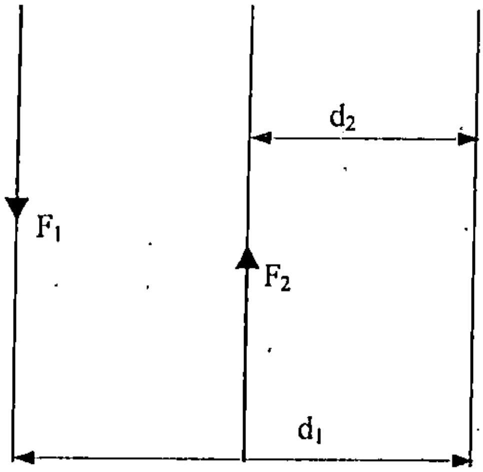
$$M0 = P\,.\,0 - Q\,.\,3$$

$$= 0 - 30.\sin 20^0\,.\,3$$

$$= -\,30{,}8\ \text{kNm}$$

C. Gaya Kopel

Gaya kopel adalah dua buah gaya sama, sejajar dan berlawanan arah. Jumlah kedua gaya yang membentuk kopel sam dengan nol (lihat gambar 3.5.) Momen kedua gaya ini terhadap sumbu yang melalui suatu titik tidak sama dengan nol; dengan demikian efek gaya kopel terhadap benda tegar tidak nol.



Gambar 3.5. Gaya Kopel

Kedua gaya ini tidak menimbulkan gerak translasi pada suatu benda. Momen kopel tersebut cenderung memutar benda atau menimbulkan gerak rotasi pada benda.

Dari gambar 3.5 d_1 adalah jarak tegak lurus terhadap A ke F_1 dan d_2 adalah jarak tegak lurus dari A ke F_2, maka momen kopelnya adalah :

$$MA - F_1 . d_1 - F_2 . d_2$$

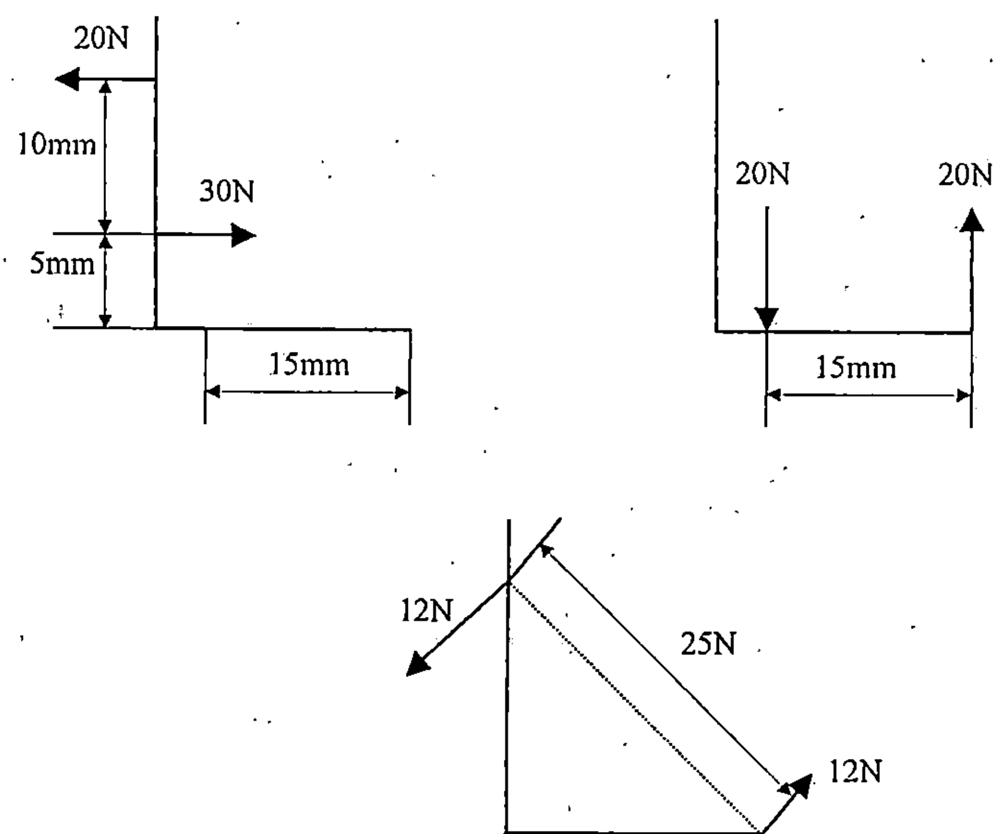
$$F_1 = F_2$$

$$MA = F(d_1 - d_2)$$

$$MA = F.d \qquad (3.3.)$$

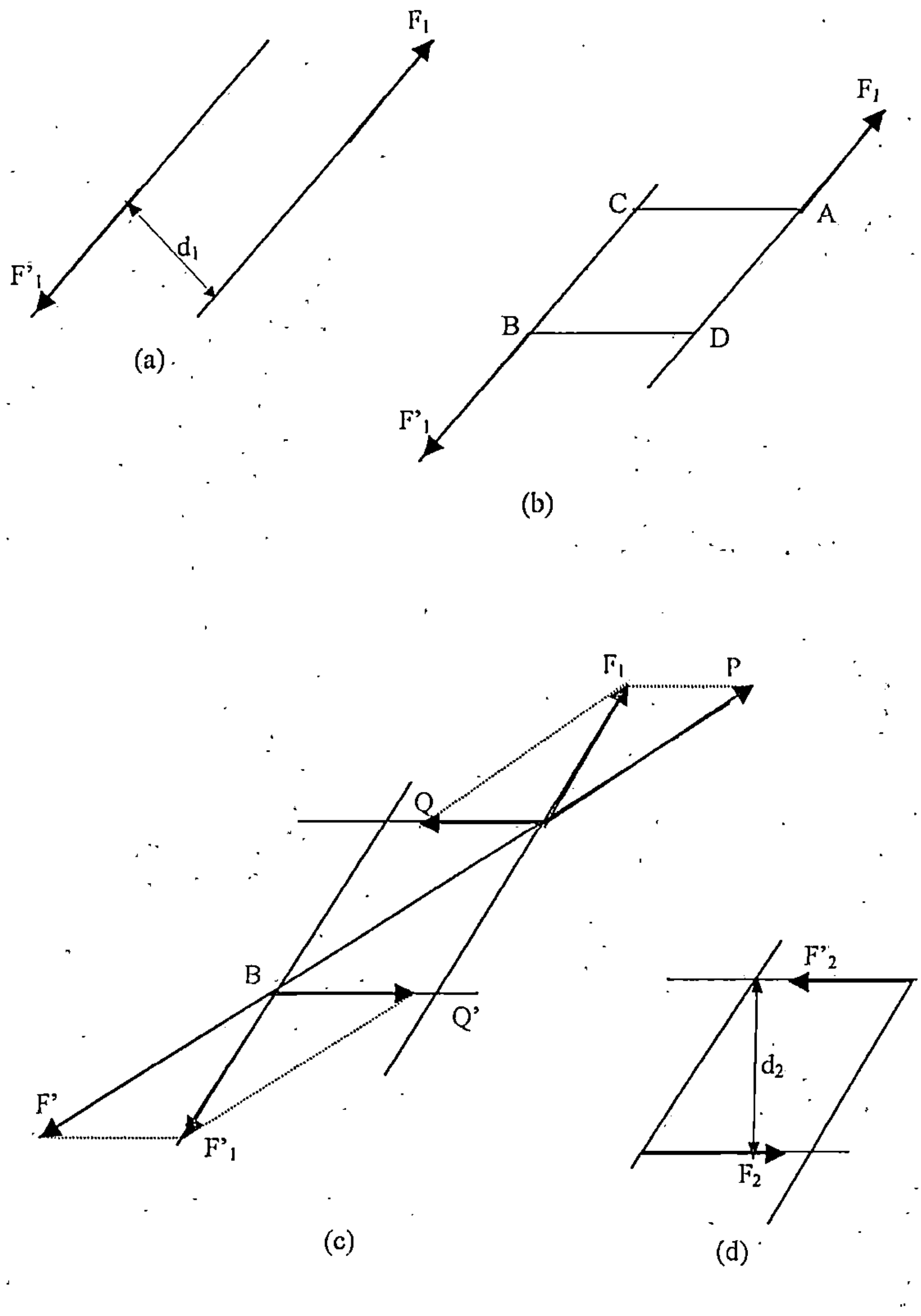
Pada bagian yang terdahulu dijelaskan bahwa kopel dapat menimbulkan gerak rotasi (perputaran). Pendapat ini sebenarnya sudah bisa diterima, tetapi dalam mekanika kita tidak begitu saja menerima pendapat (pernyataan) tanpa bukti yang ilmiah. Sebelum menyatakan bahwa suatu sistem (kelompo gaya) akan mempunyai efek yang sama pada benda tegar (gambar 3.6), maka hal ini harus dibuktikan berdasarkan sistem jajaran genjang untuk kedua gaya, dan prinsip transmissibilitas, sehingga dapat dinyatakan bahwa 2 sistem gaya akan equivalen atau sistem gaya ini akan menimbulkan efek yang sama pada benda tegar, bila kta transpormasikan sistem ini ke sistem lainnya dengan satu atau beberapa operasi sebagai berikut :

1. Mengganti dua buah gaya yang bekerja pada benda yang sama dengan resultantenya.
2. menguraikan suatu gaya menjadi komponennya.
3. Meniadakan 2 gaya yang sama besar, dan berlawanan arah yang bekerja pada benda yang sama.
4. Menerapkan pada benda 2 gaya yang sama besar dan berlawanan arah.
5. Memindahkan gaya sepanjang garis kerjanya.



Gambar 3.6. Kopel equivalen

Sekarang dibuktikan bahwa dua kopel yang memiliki momen yang sama (besar dan arah) adalah equivalen (perhatikan gambar 3.7), yang terdiri dari gaya F_1 dan F'_1 ($F_1 > F'_1$).



Gambar 3.7. Dua buah kopel yang equivalen

Jarak antara keduanya adalah d1. gaya F_2 dan F'_2 ($F_2 > F'_2$). d_2 adalah jarak antara keduanya. Kedua kopel ini berlawanan jarum jam arahnya dan dianggap memiliki momen kopel yang sama, yaitu :

$$F_1 = . d_1 = F_2 . d_2 \qquad (3.4)$$

Untuk membuktikan bahwa keduanya equivalen, kita akan tunjukkan bahwa kopel F_1, F'_1 dapat ditranspormasikan menjadi kopel F_2 dan F'_2.

Pada titik potong garis kerja kedua kopel beri tanda A, B, C, dan D, kemudian geser gaya F_1 dan F'_1, sehingga kedua gaya tersebut berturut-turut bekerja pada A dan B (gambar 3.6b). gaya F_1 diuraikan menjadi komponen P sepanjang garis AB dan komponen Q sepanjang garis AC (gambar 3.7c). dengan cara yang sama gaya F'_1 diuraikan menjadi F" sepanjang AB dan Q sepanjang BD. Gaya P dan P', besarnya sama garis kerja sama dan berlawanan. Keduanya dapat digeser sepanjang garis kerjanya, pada titik yang sama yang saling meniadakan (resultante = 0). Jadi kopel yang terdiri dari F_1 dan F'_1 tereduksi menjadi kopel Q dan Q'.

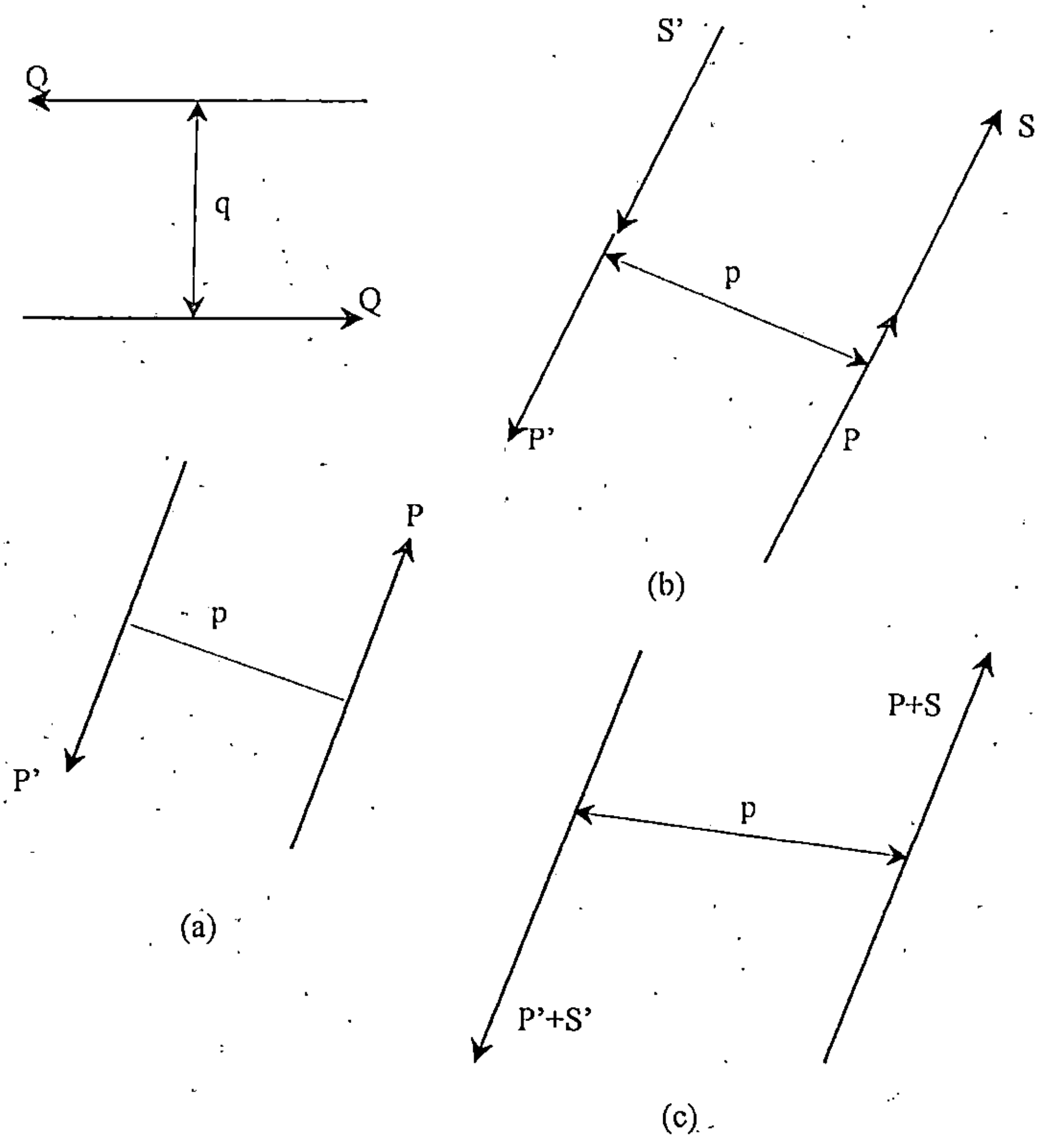
Diperlihatkan juga bahwa gaya Q dan Q' berturut-turut sama dengan gaya F'_2 dan F_2. Momen kopel dibentuk oleh Q dan Qi dapat dipeoleh dengan menghitung momen sekitar B, demikian juga dengan momen kopel yang dibentuk oleh F_1 dan F'_1, ialah momen F_1 sekitar B. Momen gaya F_1 (theorema Varignon) sama dengan jumlah momen masing-masing komponen P dan Q, karena momen P terhadap B nol. Momen kopel yang dibentuk Q dan Q' harus sampai dan dengan momen kopel F_1 dan F'_1 jadi dapat ditulis :

$$Qd_2 = F_1 . d_1 = F_2 . d_2$$

Berarti $\qquad Q = F_2 \qquad (3.5)$

Jadi gaya Q sama dengan Q', F_2' sama dengan F_2, dan kopel dalam gambar 3.7a equivalen dengan kopel dalam gambar 3.6d. dua buah kopel yang ditimbulkan oleh gaya P dan P' serta Q dan Q' yang bekerja pada suatu benda tegar yang sama seperti gambar 3.8. Kopel yang dibentuk oleh gaya Q dan Q' dapat digantikan oleh kopel lain yang momennya sama dengan Q dan Q' yaitu gaya S dan S', berturut-turut memiliki garis kerja yang sama dengan gaya P dan P'. Besar gaya S harus memenuhi persamaan :

$$S \cdot P = Q \cdot q \qquad (3.6)$$



Gambar 3.8. Jumlah kopel

Dengan menjumlahkan gaya yang bergaris aksi sama, akan diperoleh kopel tunggal dengan gaya P dan S dan P' + S'. (gambar 3.8c), jadi momen kopelnya adalah :

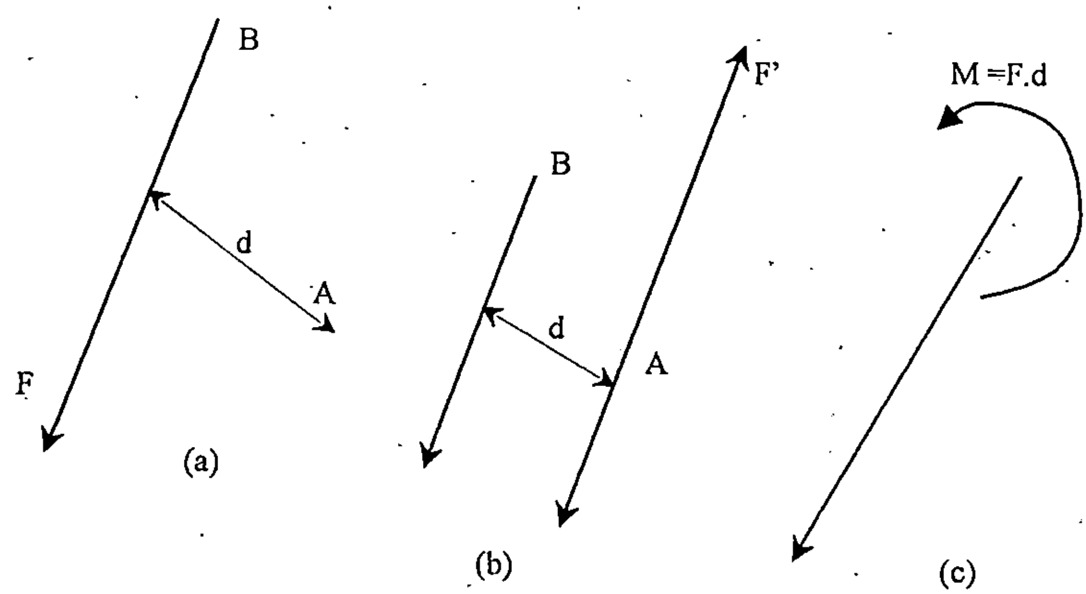
$$M = (P + S)\,p = Pp + Sp = PP + Qp \qquad (3.7)$$

$$S = Q$$

Persamaan 3.7. dapat disimpulkan bahwa dua buah kopel dapat digantikan oleh sebuah kopel tunggal, yang jumlah momennya sama dengan jumlah aljabar kedua momen kopel tersebut.

Setiap gaya F yang beraksi pada benda tegar (B), dapat dipindahkan ke titik lain, pada benda tegar tersebut (A), asal ditambah dengan kopel M. Besar momen kopel harus sama dengan momen gaya F terhadap titik A.

Perhatikan gaya F yang bekerja pada titik B (gambar 3.9). Disini kita inginkan F tersebut beraksi pada titik A. Menurut prinsip transmisibility gaya F yang bekerja pada B, tidak bisa dipindahkan ke titik A, karena A bukan garis



Gambar 3.9. Hubungan momen dengan kopel

kerjanya, namun hal seperti ini dapat dilakukan dengan meletakkan dua buah gaya F dan F', yang sama besar dan berlawanan arah, dengan demikian resultantenya sama dengan 0, sehingga dapat dilihat gaya F' pada titik A, dan gaya F pada titik B adalah kopel, jadi besar momen kopelnya adalah :

$$M \quad F \,.\, d \qquad (3.8.)$$

Kemudian gaya F dan momen F digambarkan seperti gabar 3.8c.

Contoh soal 3.3.

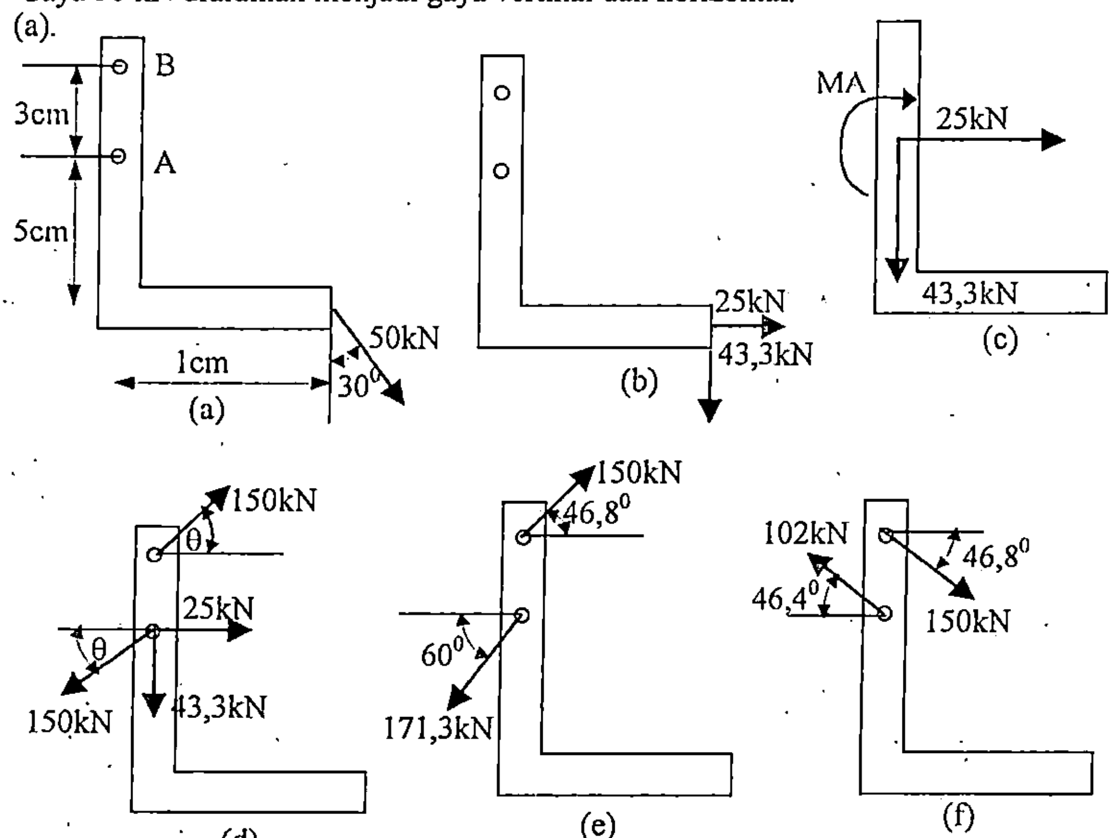
Pada salah satu ujung besi siku bekerja gaya sebesar 50 kN. Tentukanlah :

a. Sistem gaya kopel pada A yang equivalen.

b. Sistem equivalen yang terdiri dari gaya 150 kN di B dan gaya lain di A.

Jawab :

Gaya 50 kN diuraikan menjadi gaya vertikal dan horizontal.



Gambar 3.10. Gaya kopel equivalen bekerja pada besi siku

$Fh = 50 . \sin 30 = 25$ kN.

$Fv = -50 . \cos 30 = 43{,}3$ kN.

Kedua komponen ini dapat dipindahkan ke titik A, asal ditambahkan dengan kopel yang momennya sama dengan momen komponen itu pada posisi asalnya terhadap titik A, dengan demikian didapat :

$MA = 25 . 5 - 43{,}3 . 10$

$= -308$ kN m.

(b). Kita menganggap bahwa kopel MA yang didapat di atas terdiri dari dua gaya 150 kN P dan P', yang bekerja berturut-turut dari A dari di B. Momen P terhadap A sama dengan kopel MA, dengan sudut miring gaya P terhadap garis horizontal dengan memakai theorema Varignon dapat ditulis sebagai berikut :

$MA = -P . \cos\theta . 3$

$-308 = -150 . \cos\theta . 3$

$\cos\theta = 308 / 450 = 0{,}684$

$\theta = 48{,}8^0$

Setelah kita dapatkan arah gaya P dan P', tentukanlah resultante Q dari gaya F dan F' yang bekerja di A, yaitu :

$Qh = Fh + Ph' = 25 - 150 . \cos\theta$

$Qv = Fv + Pv' = -43{,}3 - 150 . \cos\theta$

Maka harga equivalen untuk gaya 50 kN semula adalah :

$P = 150$ kN, dengan sudut $\theta = 46{,}8^0$ di B

$Q = 171{,}3$ kN, dengan sudut $\theta = 63^0$ di A.

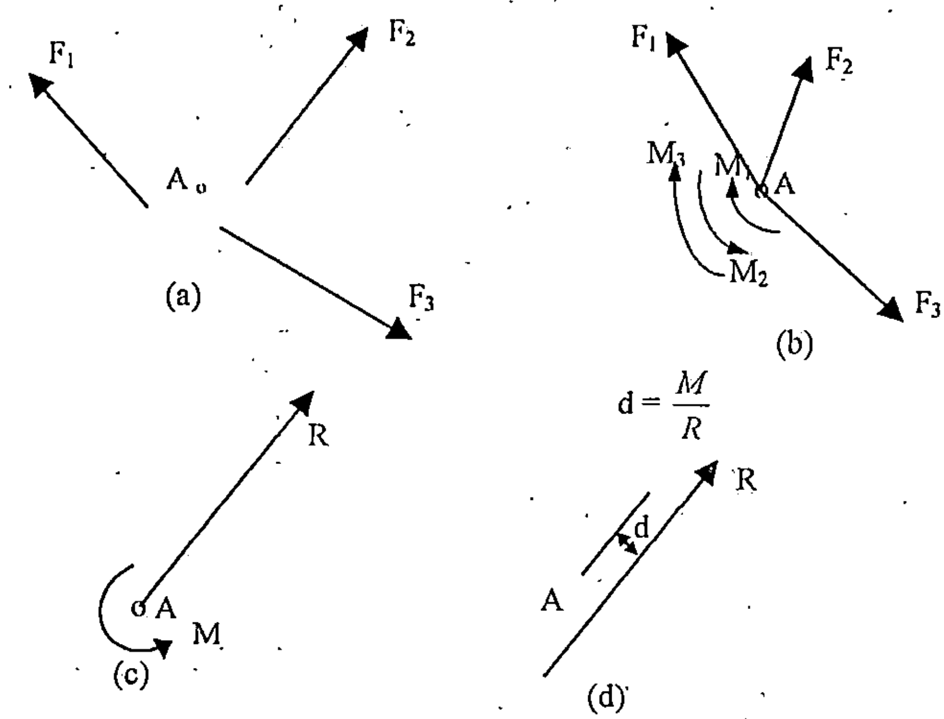
Atau :

P = 150 kN, dengan sudut θ = $46{,}8^0$ di B

Q = 102 kN, dengan sudut θ = $40{,}4^0$ di A.

D. System Equivalen Gaya Sebidang

Setiap sistem gaya sebidang yang bekerja pada benda tegar, dapat direduksi menjadi sistem gaya kopel pada suatu titik tertentu (A). sistem gaya kopel ini mengkarakterisasi secara lengkap aksi yang dilakukan oleh sistem tersebut terhadap benda tegar. Dua sistem gaya sebidang adalah equivalen, jika sistem ini dapat direduksi menjadi kopel yang sama terhadap titik tertentu (A). Perhatikan gambar 3.11b, Rh, Rv, dan M dapat dicari berturut-turut dengan komponen h dan V, dan momen terhadap titik A. dengan demikian dapat dinyatakan bahwa : Dua sistem gaya sebidang adalah equivalen jika jumlah komponen h dan v, dan momen terhadap A dari gaya-gaya berturut-turut sama.



Gambar 3.11. Sistem equivalen gaya sebidang

Contoh soal 3.4.

Sebuah batang AB mengalami pembebanan seperti tergambar. Reduksilah sistem gaya tersebut menjadi :

a. Sistem gaya kopel terhadap A.

b. Sistem equivalen gaya kopel terhadap B.

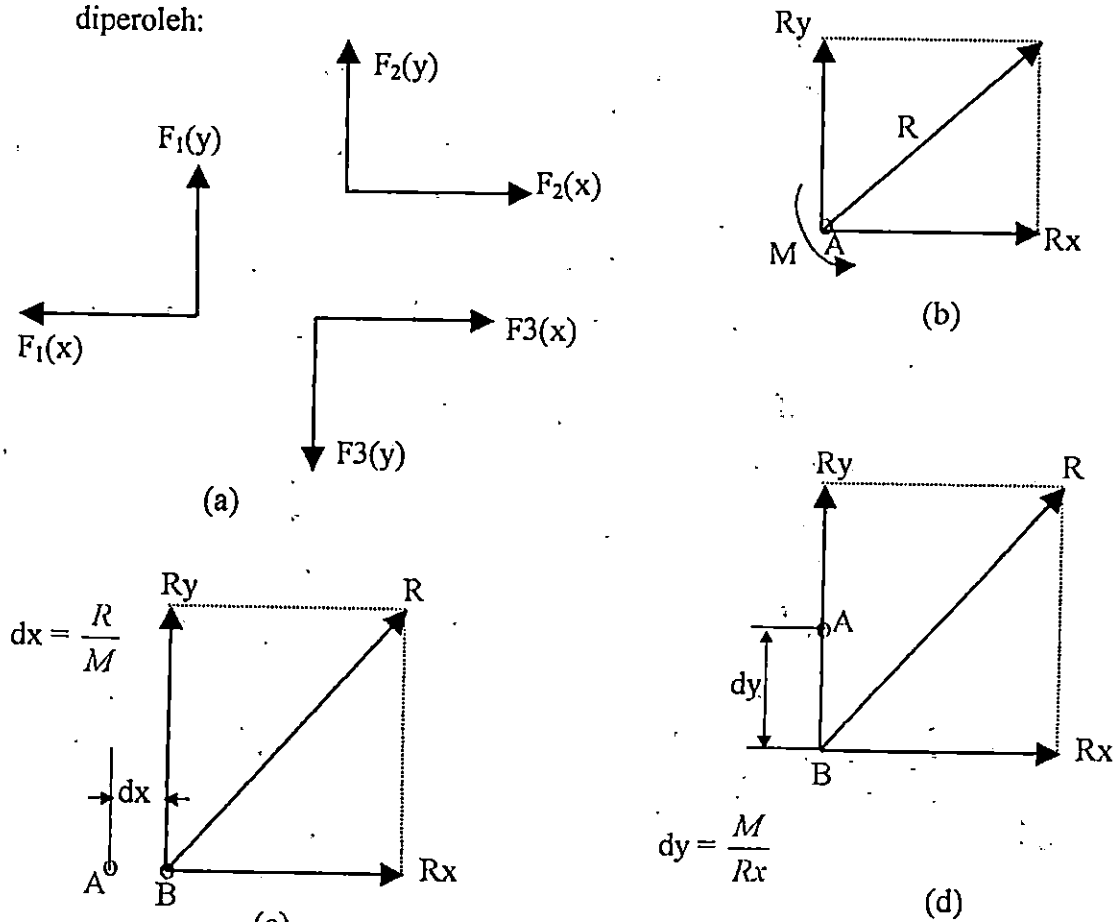
c. Suatu gaya tunggal atau resultante.

Jawab :

Reaksi pada pendukung tidak dimasukkan pada sistem gaya yang diberikan, sistem ini tidak akan mempertahankan batang dalam keadaan seimbang.

a. Sistem gaya kopel terhadap A.

Jumlahkan semua harga yang diketahui serta momennya terhadap A, diperoleh:



Gambar 3.12. Batang AB dengan 4 buah Gaya.

$Rh = 0$

$Rv = 150 + 600 + 100 - 250 = -600$ N.

Berarti gaya Rv bekerja mengarah ke bawah.

$$MA = -600 \,.\, 1{,}6 + 100 \,.\, 2{,}8 - 250 \,.\, 4{,}8$$
$$= 1880 \text{ Nm}$$

Momen kopelnya searah jarum jam.

Jadi dari perhitungan didapatkan, sistem equivalen gaya kopel terhadap A adalah :

R = 600 N (mengarah ke bawah)

Ma = 1880 N m (searah jarum jam)

b. Sistem equivalen gaya kopel terhadap B.

Gaya 600 N dapat dipindahkan ke B, asal ditambahkan momen kopel sama dengan momen gaya dalam kedudukan semula terhadap B, yaitu :

$$MB = 600 \,.\, 4{,}8$$
$$= 2880 \text{ Nm}$$

Kopel 1880 Nm dalam arah jarum jam dapat dipindahkan ke B, sehingga diperoleh momen kopel tersebut sebagai berikut.

$MB = 2880 - 1880 = 1000$ N m.

Jadi sistem gaya kopel terhadap B adalah :

R = 600 N (arah ke bawah)

MB = 1000 N m (berlawanan arah jarum jam).

c. Resultante gaya tunggal

Gunakanlah resultante pada bagian A, pindahkan gaya 600 N ke kanan sejauh x yang ditentukan sedemikan rupa sehingga gaya terhadap A ialah – 1880 Nm, ditulis sebagai berikut.

$$MA = -600 \;.\; x = -1880$$

$$x = 1880 / 600 = 3{,}13 \text{ m.}$$

Jadi kesimpulannya adalah :

R = 600 N (arah ke bawah)

X = 3,13 (jarak dari A ke gaya 600 N).

E. Kesetimbangan

Sebuah benda atau konstruksi dikatakan setimbang dalam keadaan diam, apabila dia dapat memenuhi 3 syarat di bawah ini, yaitu :

ΣFh = 0, (jumlah semua gaya horizontal sama dengan nol).

ΣFv = 0, (jumlah semua gaya vertikal sama dengan nol).

ΣM = 0, (jumlah semua momen setiap titik pada konstruksi tersebut sama dengan nol).

Untuk mengaplikasikan kaedah (dalil) di atas kepada suatu persoalan mekanik teknik, maka ditetapkan suatu perjanjian tanda sebagai berikut :

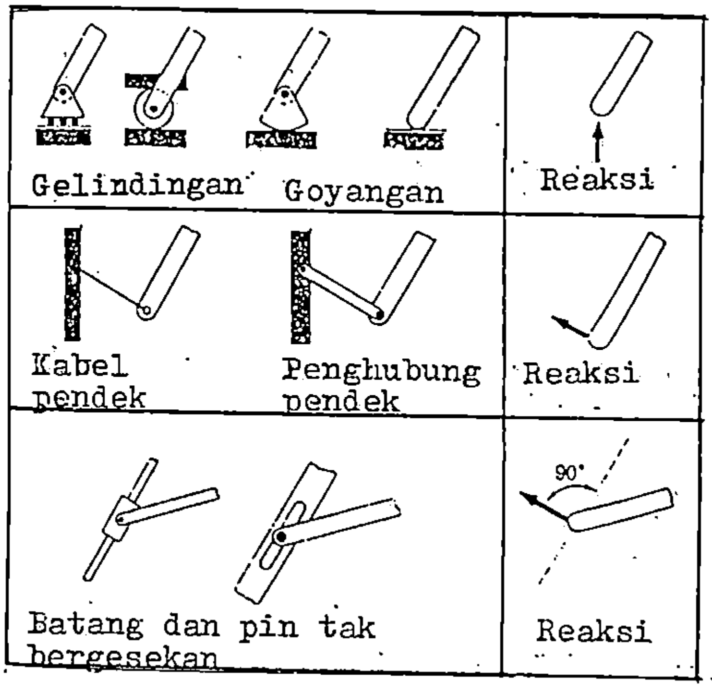
1. Untuk $\Sigma Fh = 0$, bila gaya mengarah ke kanan, tandanya positif (+), dan bila gaya mengarah ke kiri diberi tanda negatif (-).
2. Untuk $\Sigma Fv = 0$, bila gaya mengarah keatas, tandanya positif (+), dan bila gaya mengarah ke bawah diberi tanda negatif (-).

Untuk $\Sigma M = 0$, sudah dijelaskan pada awal bab ini.

Langkah-langkah yang harus ditempuh untuk menyelesaikan masalah kesetimbangan dalam mengaplikasikan kaedah di atas adalah sebagai berikut :

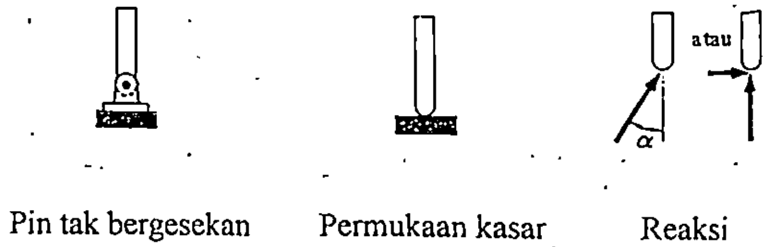
1. Pelajari permasalahan secermat mungkin, serta hayati makna (maksudnya).
2. Lukis diagram free body (diagram benda bebas). Diagram free body maksudnya sketsa benda lengkap dengan besar dan arah gaya eksternal. Kalau perhitungan menghendaki pengaruh berat dimasukkan, maka lukislah besar dan arah benda. Kalau perhitungan tidak menghendaki benda dimasukkan maka tidak perlu dilukiskan gaya berat. Diagram free body merupakan faktor penentu dalam penyelesaian masalah, sebab penyelesaian masalah berikutnya tergantung kepada diagram ini.
3. pelajari bentuk dan sifat tumpuan. Bentuk dan sifat tumpuan akan menentukan arah reaksi. Tumpuan-tumpuan yang dipakai untuk mendukung benda (rangka) beragam banyaknya, tetapi jika dibedakan menurut sifatnya dapat dikelompokkan atas 3 bagian, yaitu :

   a. Reaksi yang equivalen dengan sebuah gaya yang diketahui garis kerjanya. Tumpuan dan sambungan menimbulkan reaksi dalam kelompok ini adalah L gelindingan (roller), goyangan (racker), permukaan tak bergesekan, penghubung (link), dan kabel pendek ke arah batang tak bergesekan, serta pin (jarum) anak bergesekan pada celah. Masing-masing dukungan dan sambungan ini dapat mencegah gerak dalam satu arah saja (reaksi yang dapat diberikan pada tumpuan ini hanya satu arah saja). Bentuk tumpuan dan arahnya menurut E. Russel Johnson Jr (1976 : 81), seperti pada gambar 3.13.



Gambar 3.13. Tumpuan yang dapat memberikan reaksi satu arah

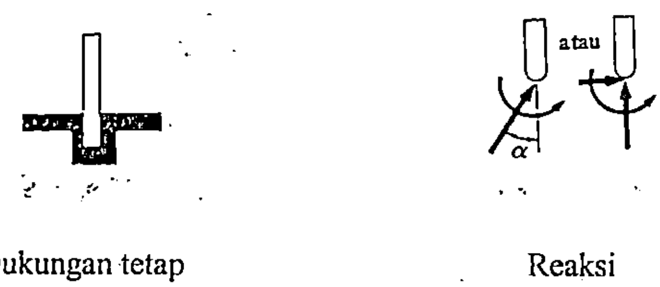
b. Reaksi yang equivalen dengan gaya dan arah tak diketahui. Tumpuan dan sambungan yang menimbulkan reaksi dalam kelompok ini adalah: pin tak bergesekan, engkol dan permukaan kasar. Reaksi ini dan mencegah gerak lurus benda ke segala arah (tumpuan ini dapat memberikan reaksi ke segala arah), tetapi reaksi ini tidak dapat mencegah benda berputar. Reaksi dalam kelompok ini meliputi 2 komponen (horizontal dan vertikal).



Gambar 3.14. Tumpuan yang dapat memberikan reaksi kesegala arah, kecuali rotasi.

Jika permukaannya kasar, komponen normal pada permukaan mengarah menjauhi permukaan. Menurut Russel Johnson Jr (1976 : 81), bentuk tumpuan seperti pada gambar 3.14.

c. Reaksi yang equivalen dengan suatu gaya dan kopel. Reaksi jenis ini ditimbulkan oleh dukungan tetap yang melawan setiap jenis gerakan benda (translasi dan rotasi), sehingga menekan gerakan sepenuhya. Dukungan ini menimbulkan gaya pada seluruh permukaan yang bersentuhan ; namun gaya semacam ini dapat direduksi menjadi suatu gaya dan suatu kopel. Reaksi dalam kelompok ini menempati tiga besaran yang tidak diketahui yaitu : 2 komponen gaya dan satu momen kopel. Menurut Russel Johnson Jr (1976 : 81), bentuk tumpuan seperti pada gambar 3.15.



Gambar 3.15. Tumpuan yang dapat memberikan reaksi ke segala arah

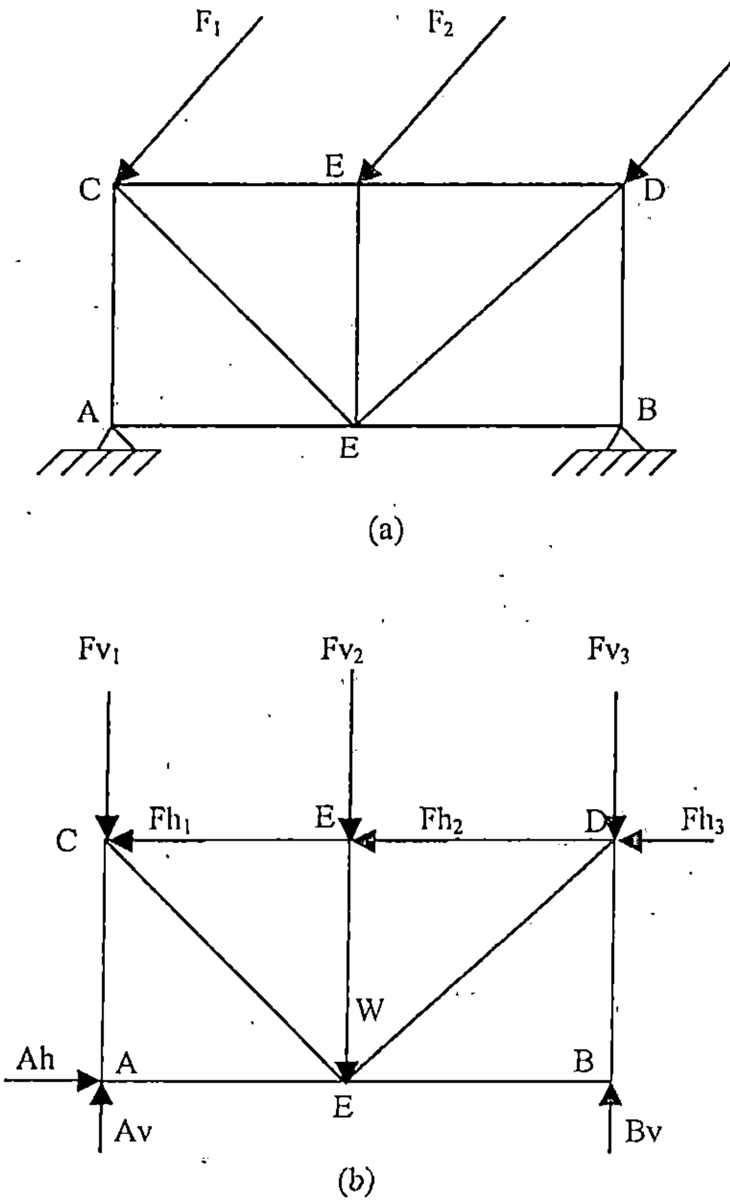
Bila arah gaya atau kopel tidak bisa ditentuan dengan jelas, kita boleh menentukan arah gaya tersebut secara acak. Tanda dari jawaban hasil perhitungan bisa menunjukkan dan memutuskan apakah anggapan tadi betul atau berlawanan. Jika suatu gaya yang dianggap itu didapat (+), berarti anggapan itu benar dan jika suatu gaya yang dianggap itu dari perhitungan didapat negatif, berarti anggapan tadi keliru, maka arah gaya tadi yang sebenarnya berlawanan dengan anggapan. Jika suatu titik pada rangka diperkirakan bekerja gaya, ternyata dari perhitungan hasilnya nol, ini menandakan pada titik tersebut tidak ada gaya bekerja.

4. Gaya-gaya yang dilukiskan pada diagram free body harus sudah terurai menjadi gaya vertikal dan horizontal. Karena pada kaedah mekanika, hanya ada vertikal dan horizontal dan tidak ada gaya miring.
5. gaya-gaya yang dilukiskan pada diagram free body, adalah gaya aksi yang arahnya sesuai dengan arah beban, sedangkan pada titik reaksi harus dilukiskan gaya reaksinya, gaya yang berlawanan dengan gaya aksi yang mungkin diterima oleh titik tersebut. Gaya tersbut juga sudah terurai menjadi gaya vertikal dan horizontal, misalnya : suatu titik diperkirakan menerima aksi ke bawah, maka reaksinya ke atas.
6. Aplikasikanlah kaedah kesetimbangan itu, kepada diagram free body, sehingga didapat gaya yang belum diketahui.

Suatu rangka ABCD seperti gambar 3.16a tumpuan A engsel, dan tumpuan B rol. Pada puncaknya bekerja gaya F_1, F_2, dan F_3 dengan sudut miring yang sama. Setelah sketnya dilukis, kemudian lukiskan gaya-gaya yang bekerja pada rangka tersebut (gambar 3.16b) sebagai berikut :

1. Gaya F_1, F_2 dan F_3 merupakan aksi miring kekanan, maka komponen vertikalnya mengarah kebawah dan horizontalnya kekiri, yaitu pada titik C,E,D.
2. Gaya W adalah berat kerangka yang terletak di tengah kerangka yaitu titik F. Berat merupakan gaya aksi yang selalu mengarah ke bawah.
3. Tumpuan A adalah engsel (type B), sifatnya sanggup menerima gaya dari segala arah. Tumpuan ini menerima gaya miring dari kanan. Tentu reaksi yang

dapat diberikannya miring ke kiri, maka komponen reaksi di A adalah Ah arah kanan dan Av arah keatas.



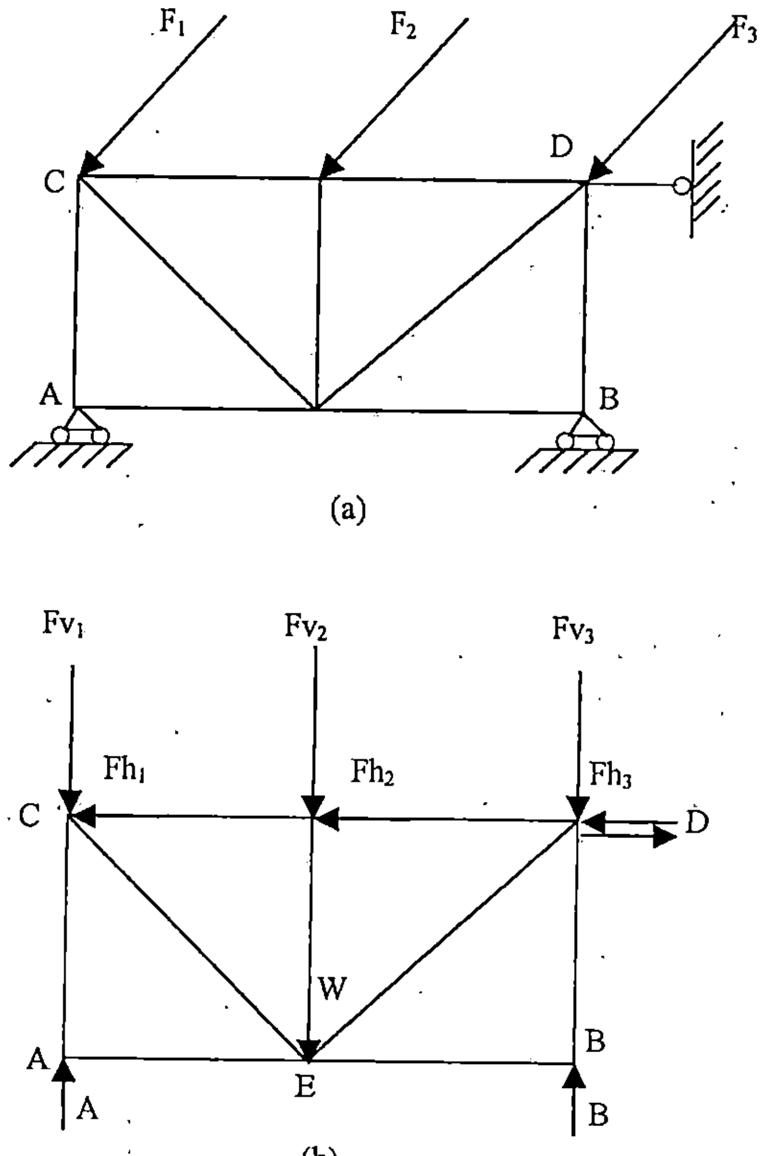
Gambar 3.16. Rangka batang ABCD.

4. Tumpuahan B adalah tumpuan rol (type A), sifatnya hanya sanggup menerima gaya dari satu arah saja, yaitu yang tegak lurus terhadap peletakannya. Titik B memang ikut menerima gaya vertikal dan horizontal dari gaya yang miring,

tetapi dia hanya bisa menerima gaya yang vertikal saja yang arahnya kebawah. Reaksi yang dapat diberikan juga vertikal yang arahnya keatas, dengan demikian aksi horizontal akan terpusat pada titik A yaitu Ah.

5. Gunakan kaedah kesetimbangan untuk menghitung reaksi tersebut sehingga didapat gaya-gaya yang belum diketahui.

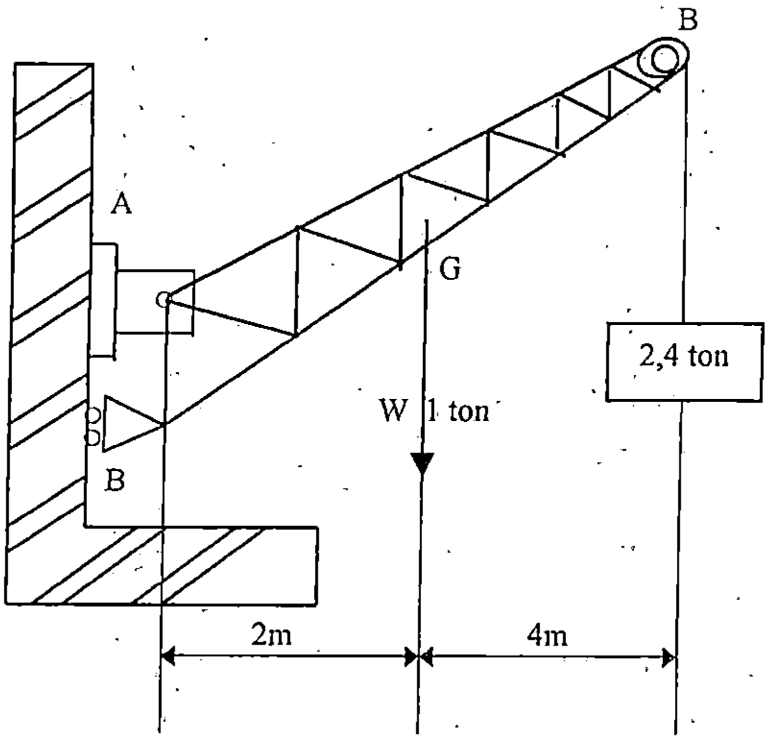
Untuk seterusnya pelajarilah rangka pada gambar 3.17a serta diagram free bodynya gambar 3.17b.



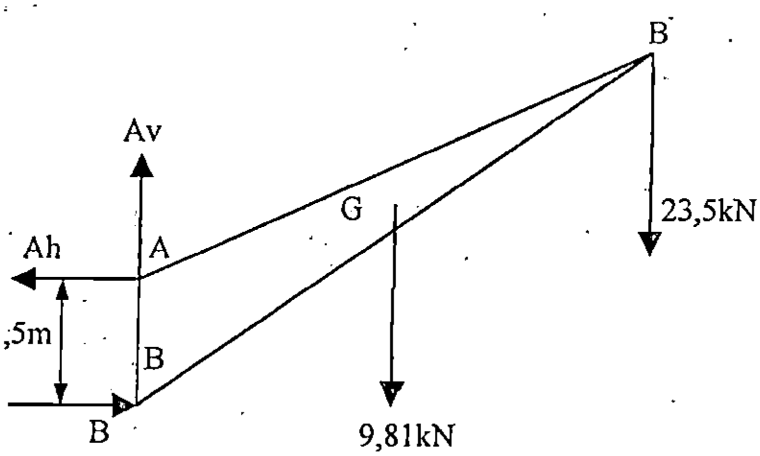
Gambar 3.17. Rangka batang tiga tumpuan

Contoh soal 3.5.

Sebuah kran dengan massa 1 ton, dipakai untuk mengangkat beban dengan massa 2,4 ton. Beban ini dipegang tetap pada tempatnya oleh pin A dan goyangan di B. Titik berat kran terletak di titik G. Tentukanlah komponen reaksi di A dan B.



(a)



(b)

Gambar 3.18. Kran

Jawab :

Perhatikan diagram free body (gambar 3.18b)

Berat kran :

$W = m \cdot g = 1000 \cdot 9{,}81$

$W = 8{,}81$ kN.

Berat beban :

$F = m \cdot g = 2.400 \cdot 9{,}81$

$= 23{,}5$ kN.

Reaksi pada titik A, diperkirakan vertikal ke atas dan horizontal ke kiri. Reaksi pada titik B horizontal ke kanan karena tumpuan rol.

Kaedah kesetimbangan. :

$\Sigma M_A = 0$

$B \cdot 1{,}5 - 9{,}81 \cdot 23{,}5 \cdot 6 = 0$

$B = 107{,}1$ kN. (karena tandanya positif berarti anggapan pada gambar 3.17b benar)

$\Sigma F_h = 0$

$Ah - B = 0$

$Ah = B = 107{,}1$ (anggapan semula benar)

$\Sigma F_m = 0$

$Av - 9{,}81 \cdot 23{,}5 = 0$

$Av = 33{,}3$ kN.

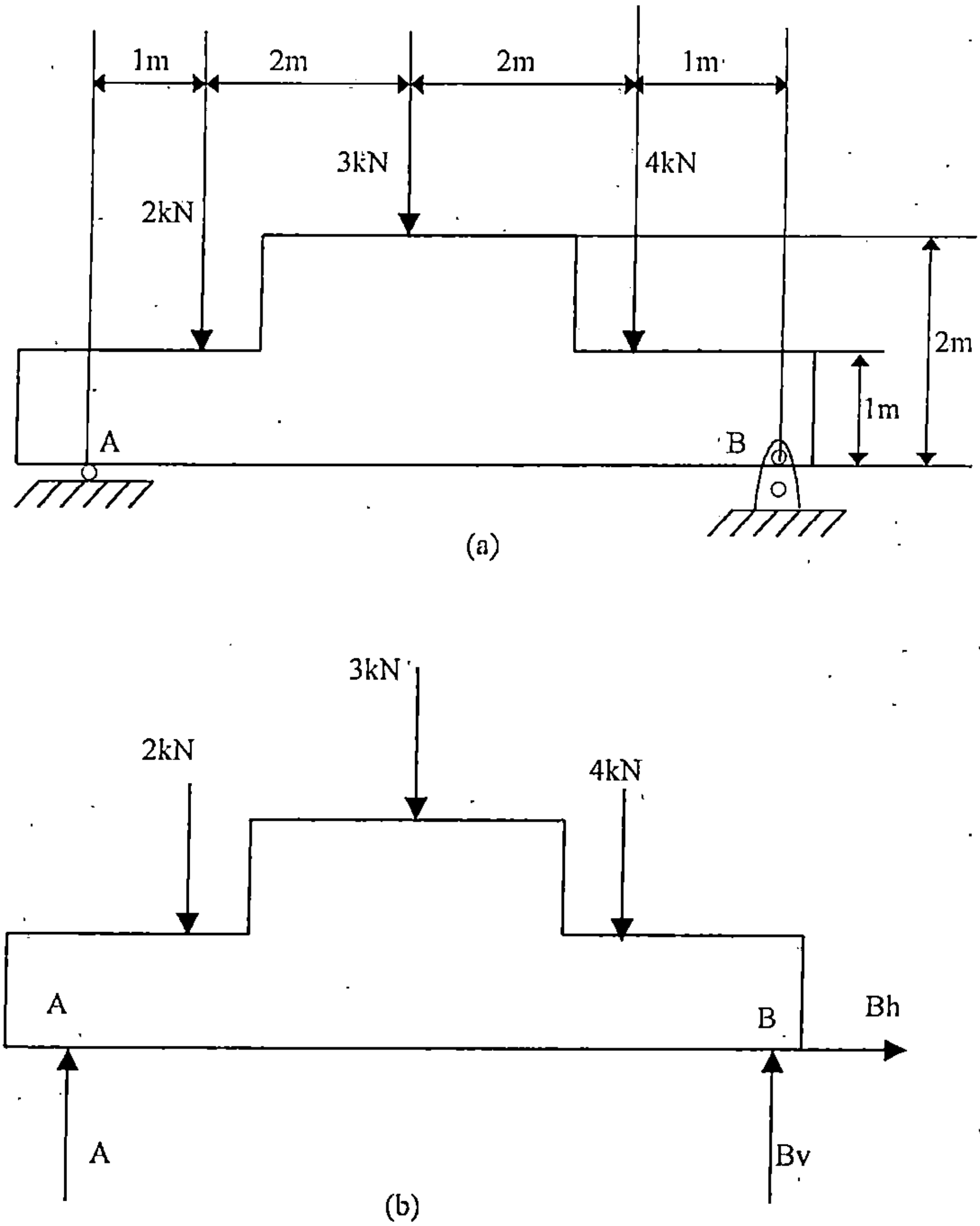
Reaksi total pada titik A adalah :

$Ra = \sqrt{Av^2 + Ah^2}$

$= \sqrt{107{,}1^2 + 33{,}3^2} = 112{,}2$ kN.

Contoh soal 3.6.

Sekeping baja dibebani dengan beban seperti tergambar 3.18. Baja tersebut didukung dengan 2 tumbukan rol di titik A dan engsel di titik B. Tentukanlah reaksi pada titik A dan B.



Gambar 3.19. Sekeping baja mengalami pembebanan

Jawab :

Susunlah gaya dan arahnya seperti pada diagram free body (gambar 3.19b).

Kaidah kesetimbangan :

$\Sigma F_h = 0$

$B = 0$ (karena tidak ada gaya horizontal, maka reaksi horizontal juga tidak ada)

$\Sigma M_A = 0$

$-2.1 - 3.3 - 4.5 + Bv \,.\, 6 = 0$

$Bv = 5{,}17$ kN. (Tanda positif berarti anggapan benar)

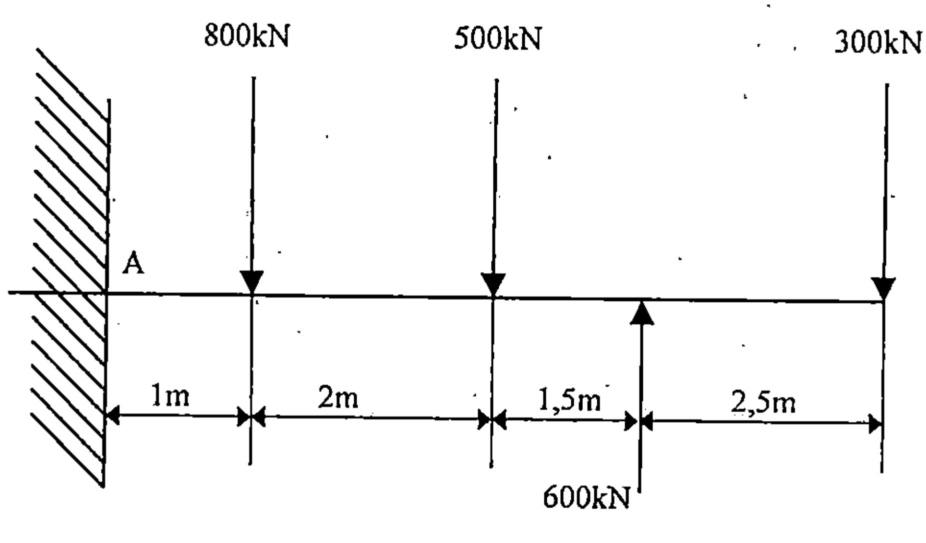
$\Sigma M_B = 0$

$-A.6 + 2.5 + 3.3 + 4.1 = 0$

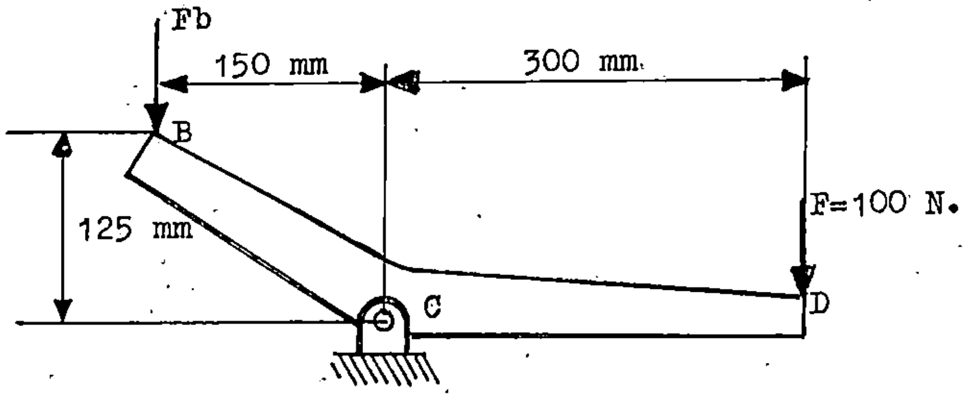
$A = 3{,}83$ kN (Berarti reaksi di titik A adalah : 3,82 kN mengarah keatas)

Soal-soal

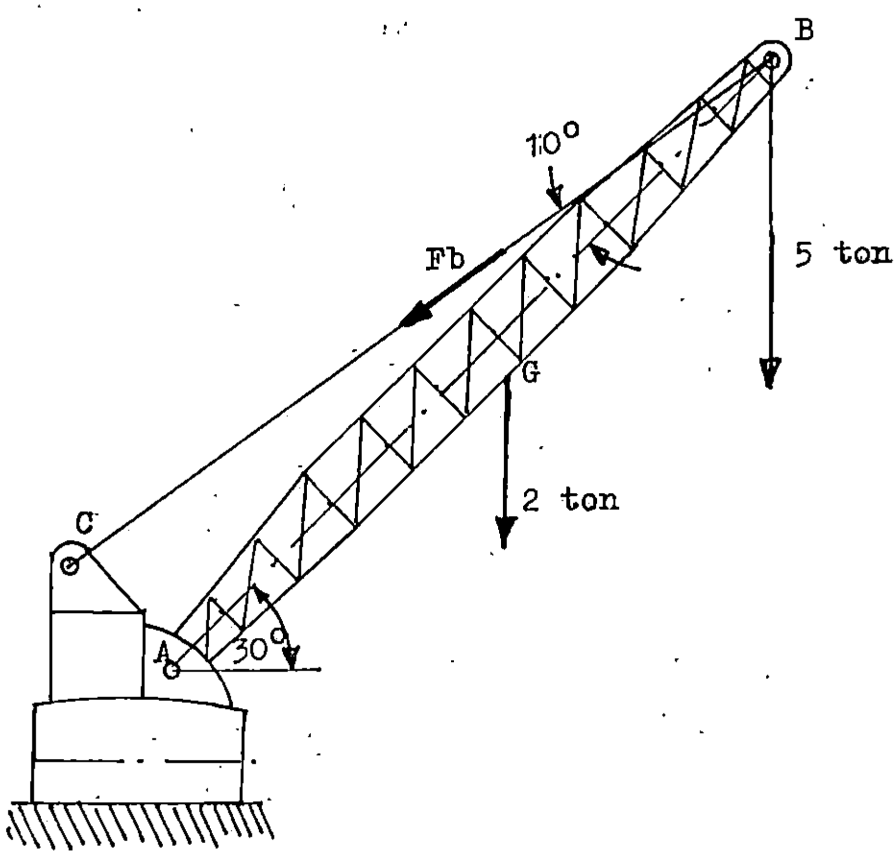
1. Sebuah blok dibebani seperti tergambar. Pada ujung kiri dijepit dan ujung lain bebas. Tentukanlah reaksi pada bagian yang terikat.



2. Sebuah tuas seperti tergambar, tentukanlah reaksi pada titik B dan C jika gaya yang bekerja pada titik D = 100 kN.



3. Sebuah kran AB panjang 40 m, massa 2 ton. Pusat gravitasi berada 20 m dari titik A. untuk kedudukan seperti tergambar, tentukanlah gaya yang bekerja pada tali BC, jika massa beban yang diangkat 5 ton.

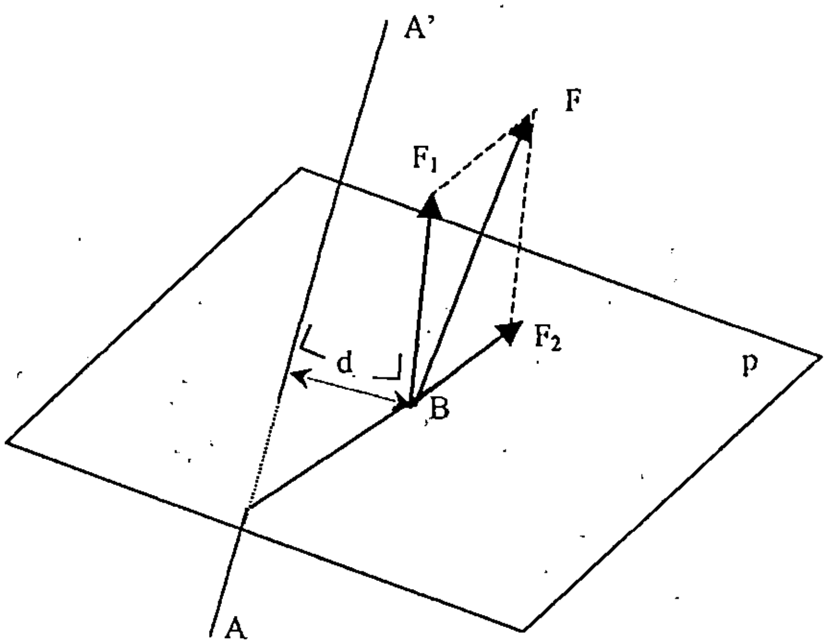


BAB IV

KESETIMBANGAN BENDA TEGAR DALAM RUANG

A. Momen

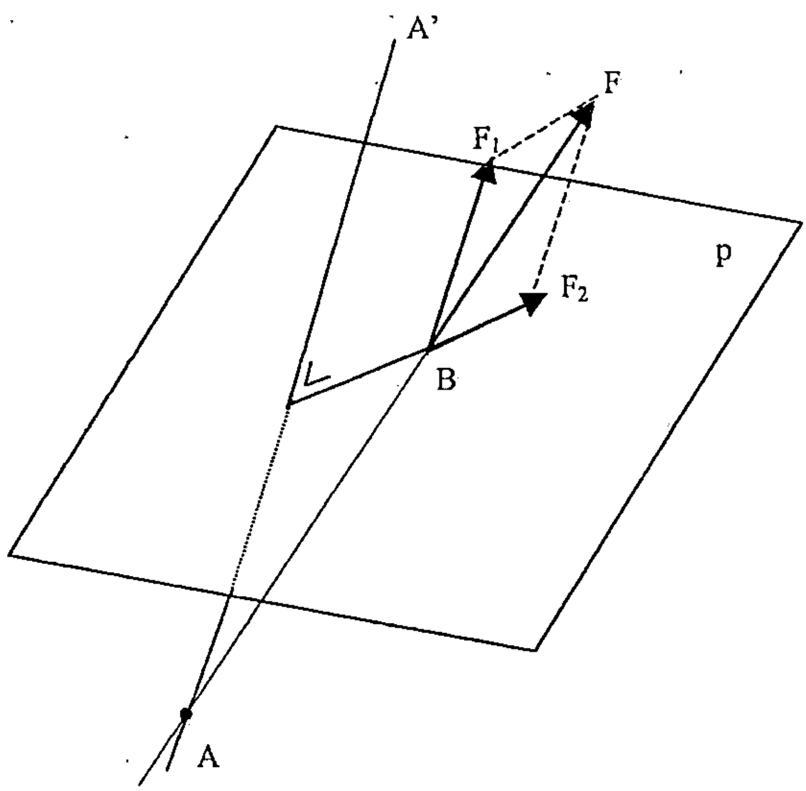
Suatu gaya F yang bekerja pada titik B, berdekatan dengan sumbu AA' (gambar 4.1). gaya F diuraikan menjadi dua komponen tegak lurus, yaitu F1 sejajar dengan AA', F2 terletak pada bidang p tegak lurus dengan AA' serta melalui titik B.



Gambar 4.1. Sebuah gaya bekerja berdekatan dengan sebuah sumbu AA'

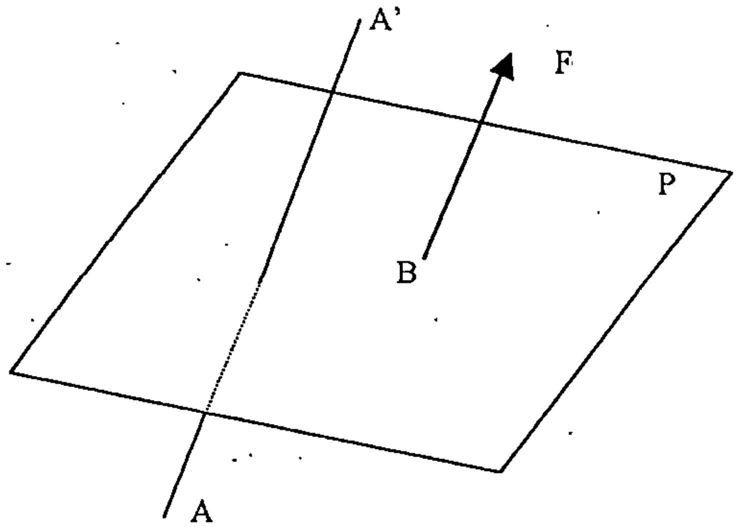
Kalau gaya F yang bekerja pada satu benda tegar, maka komponen F_2 cenderung memutar benda sekitar sumbu AA'. Menurut E. Russel Johnson Jr (1976 : 103), momen gaya F terhadap sumbu AA' sama dengan momen gaya F_2 terhadap sumbu AA' tersebut. Momen itu sama dengan perkalian antara gaya F2 dengan d, dan adalah jarak tegak lurus dari AA' ke garis aksi F_2. searah atau tidak suatu momen dengan jarum jam tergantung kepada sudut pandang pengamat yang meninjau dari A' yang melihat ke arah A. Kalau demikian momen F_2 terhadap sumbu AA' berlawanan arah dengan jarum jam.

Tetapi bila garis aksi F berpotongan atau sejajar dengan AA', maka momen gaya F terhadap sumbu AA' menjadi nol. Karena jarak yang tegak lurus dari garis kerja komponen gaya Fe ke AA' tidak ada (nol). Lihat gambar 4.2.



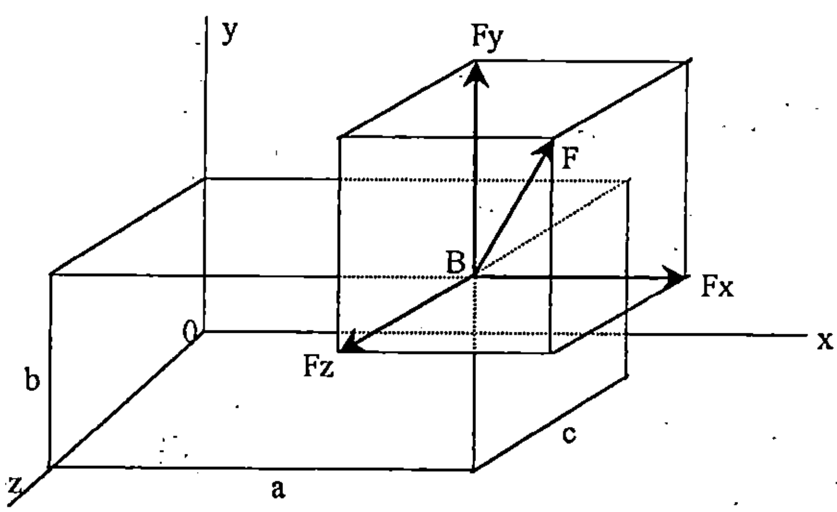
Gambar 4.2. Komponen gaya yang tegak lurus dengan sumbu AA'

Kalau F sejajar dengan sumbu AA', maka komponen F2 yang akan menimbulkan momen pada AA' tidak ada (nol). Sedangkan jaraknya memang ada, seperti ditunjukkan pada gambar 4.3. kalau momen F2 terhadap AA' sama dengan nol, sehingga tidak ada sedikit pun komponen gaya F yang menimbulkan momen terhadap sumbu AA', maka momen gaya F terhadap AA' adalah nol.



Gambar 4.3. Komponen gaya yang sejajar dengan sumbu AA'

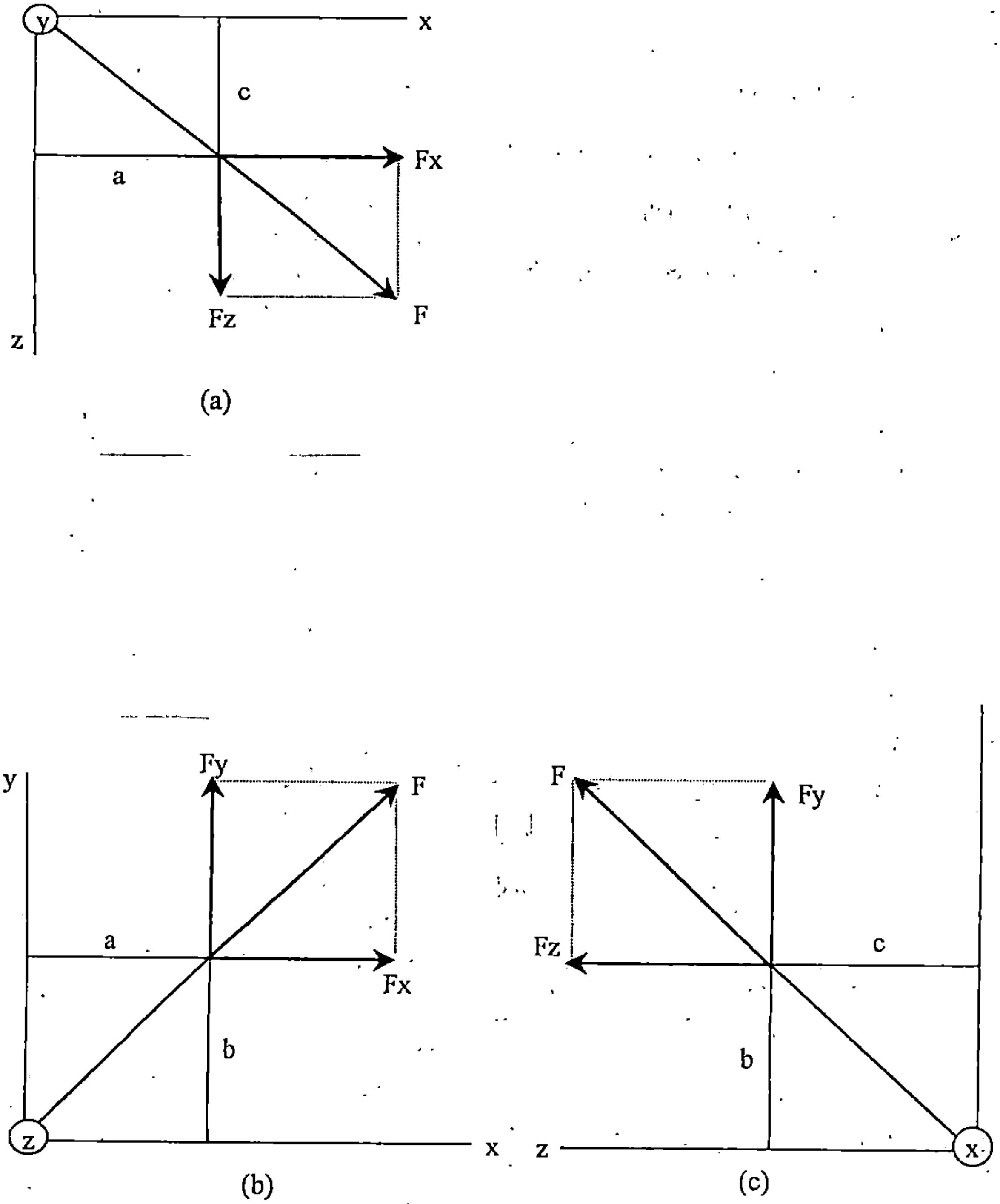
Pada gambar 4.4, gaya F yang bekerja pada sudut suatu kotak persegi (B) yang bersisi a, b, dan c. Gaya tersebut dapat menimbulkan gerak translasi searah x, y dan z dan gerak berputar terhadap sumbu x, y dan z atau kombinasi semua gerak. Kemampuan gaya tersebut melakukan gerak translasi ditentukan oleh komponen Cartesien Fx, Fy dan Fz. Kemampuan suatu gaya melakukan gerak rotasi terhadap sumbu koordinat ditentukan oleh momen F terhdap sumbu x,y dan z yaitu Mx, My dan Mz.



Gambar 4.4. Gaya yang bekerja pada sudut suatu kotak

Pada gambar tiga dimensi (proyeksi miring), agak sulit menentukan arah gaya dan jaraknya. Karena jarak dan arah gaya yang sesungguhnya tidak dapat dilihat dengan tepat pada gambar. Untuk itu digunakan proyeksi datar (proyeksi Amerika) dalam pemecahan masalah ini. Dengan proyeksi Amerika, kita akan dapat melihat arah dan jarak gaya dalam bentuk yang pasti. Dalam memproyeksikan tersebut kita melihat dari tiga pandangan yaitu pandangan atas, muka dan samping kanan. Perhatikanlah gambar 4.5. yang merupakan proyeksi datar dari gambar 4.4. dapat dijelaskan sebagai berikut.

1. Pandangan atas (gambar 4.5a), gaya F diproyeksikan pada bidang xyz, yaitu Fx, Fy dan Fz dengan jarak a dan c terhadap sumbu y. di sini sumbu y terlihat berbentuk titik. Berdasarkan pandangan atas ini dapat ditentukan momen terhadap sumbu y.
2. Pandangan muka (gambar 4.5b). Pandangan muka terletak di bawah pandangan atas. Di sini gaya F diproyeksikan terhadap bidang x – y yaitu Fx dan Fy, sedangkan a dan b adalah jarak masing-masing komponen gaya terdahap sumbu z. sumbu z terlihat merupakan sebuah titik. Momen terhadap sumbu z dapat dihitung dari pandangan ini.
3. Pandangan samping kanan (gambar 4.5c). Pandangan samping kanan terletak di sebelah kanan dari pandangan muka. Dalam hal ini gaya F diproyeksikan terhadap bidang y – z, sedangkan sumbu x merupakan sebuah titik. Proyeksi gaya dari F itu adalah Fy dan Fz, yang berjarak c dan b terhadap sumbu x. momen terhadap sumbu x dapat ditentukan dari pandangan ini.



Gambar 4.5. Sistem proyeksi Amerika

Perjanjian tanda yang dipakai dalam hal ini sama dengan perjanjian tanda yang diuraikan pada ba III buku ini.

Contoh soal 4.1.

Sebuah menara AB panjang 6 m, ditahan oleh tiga buah tali, supaya dia tetap berdiri vertikal. Gaya yang bekerja pada tali BE 840 kN. Tentukanlah momen yang bekerja terhadap sumbu koordinat dari gaya yang ditimbulkan oleh kawat BE pada titik B. lihat gambar 4.6.

Jawab:

Gaya F yang ditimbulkan oleh BE, mula-mula diuraikan menjadi komponen. Komponen dan besar gaya pada BE didapat sebagai berikut. Mula-mula tentukan jarak koordinat :

$dx = 3$ m, $dy = -6$ m, $dz = 2$ m

$$d\,(BE) = \sqrt{3^2 + (-6)^2 + 2^2}$$

$$d = 7 \text{ m.}$$

Komponen gaya didapat dengan rumus sebagai berikut:

$$\frac{Fx}{3} = \frac{Fy}{-6} = \frac{Fz}{2} = \frac{840}{7}$$

$Fx = 360$ kN, $Fy = 720$ kN, $Fz = 240$ kN.

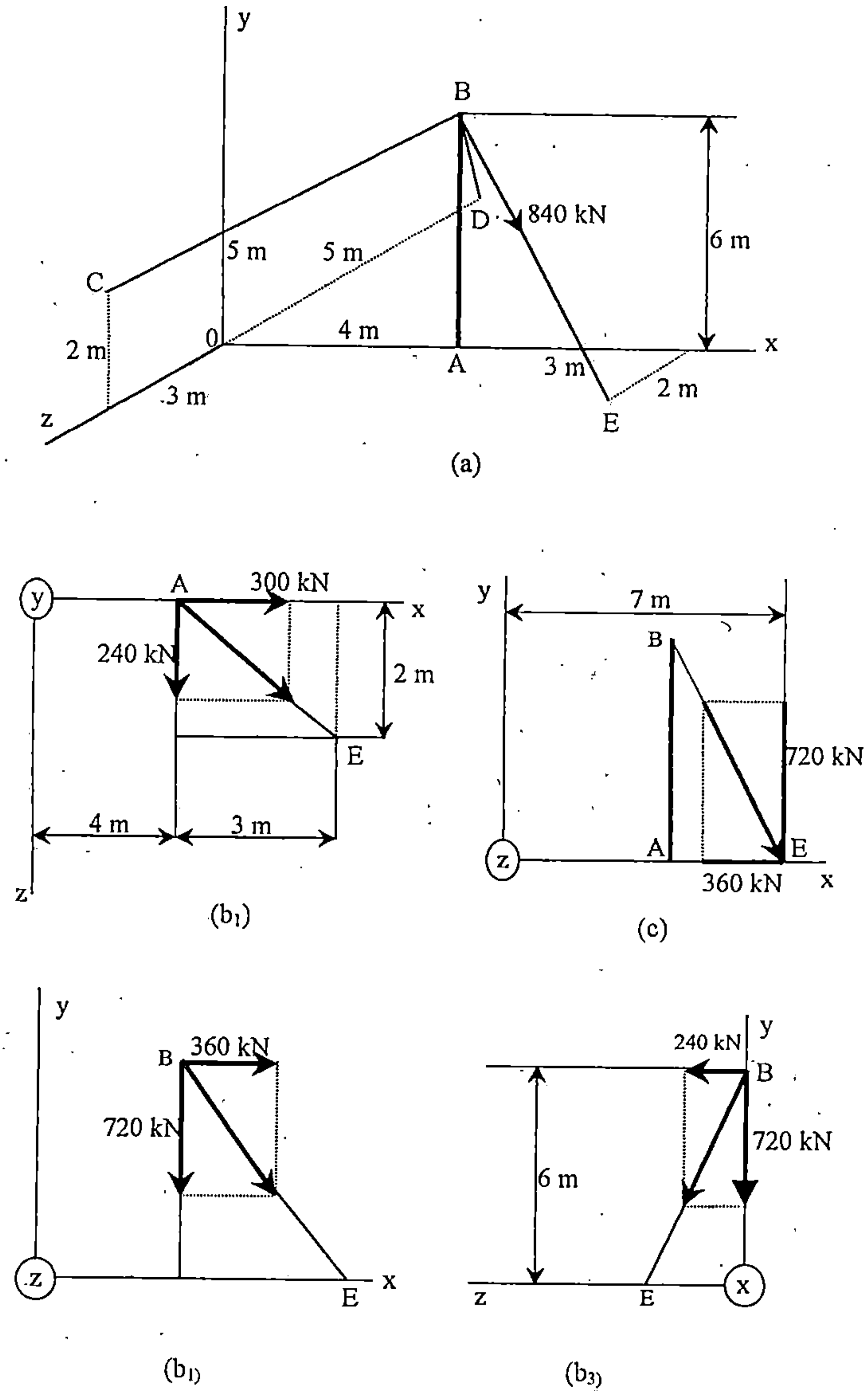
Gunakan teorema Varignon untuk menghitung momen (perhatikan gambar 4.6b).

$$Mx = 240 \;.\; 6 = 1440 \text{ kN}$$

$$My = -240 \;.\; 4 = 960 \text{ kN}$$

$$Mz = -720 \;.\; 4 - 360 = -5040 \text{ kN m}$$

Komponen gaya yang bekerja pada titik B dapat diliha pada gambar 4.6c.



Gambar 4.6. Sebuah menara yang ditahan dengan tiga buah tali.

Contoh soal 4.2.

Sebuah braket diikat dengan tiga utas tali, dan ditarik seperti gambar 4.7. tentukanlah komponen resultante dari gaya-gaya tersebut (Rx, Ry, Rz) dan komponen momen (Mx, My, Mz).

Jawab :

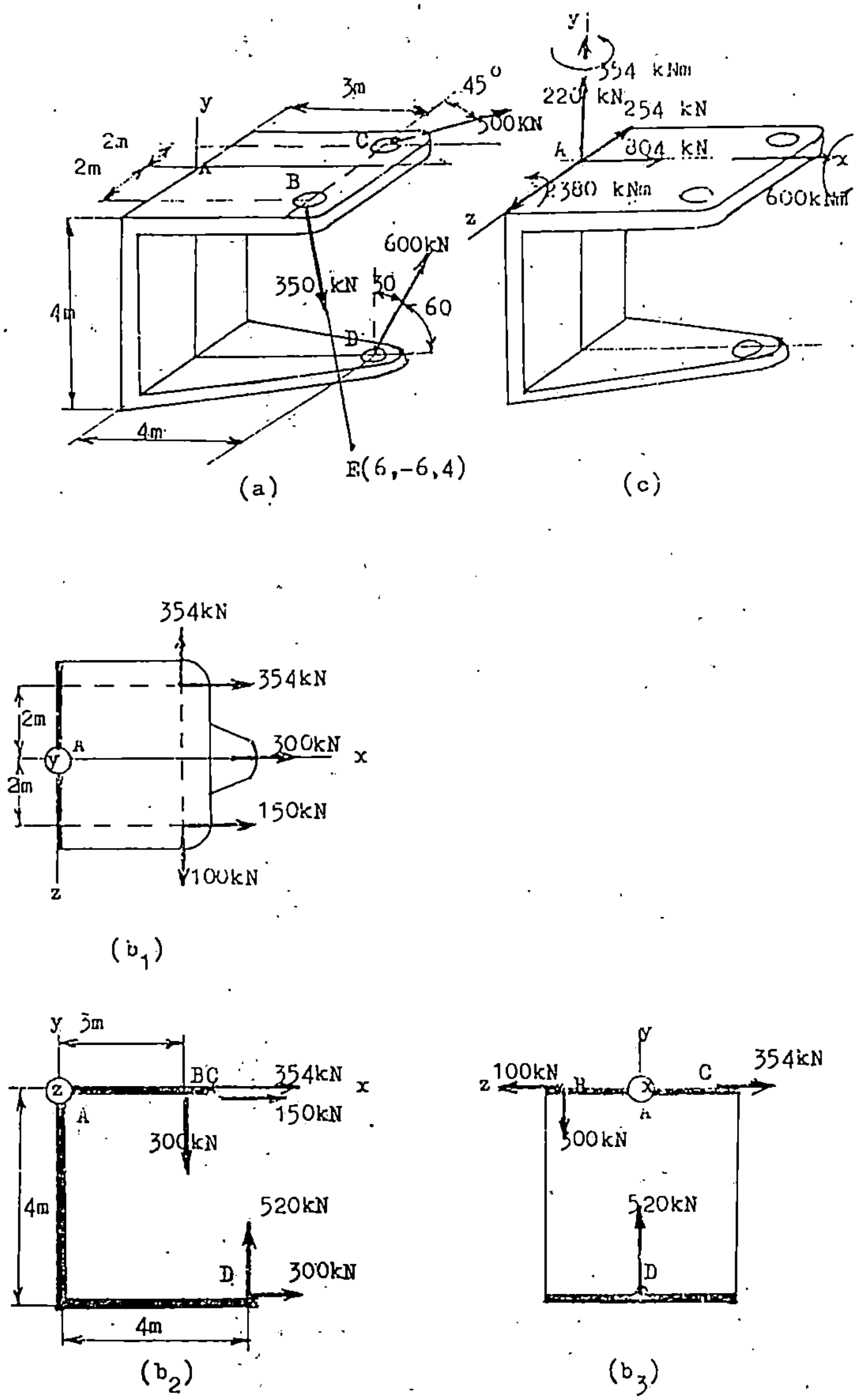
Setelah dibuat sket persoalan, kemudian buat proyeksi Amerika yang terdiri dari pandangan atas, muka dan samping kanan. Cara yang paling efektif adalah menggunakan sistem tabel. Komponen gaya yang bekerja pada titik B dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\frac{Bx}{3} = \frac{By}{-6} = \frac{Bz}{2} = \frac{350}{7}$$

Untuk seterusnya tabulasikan ke dalam tabel IV.1.

TABEL IV.1. KOMPONEN GAYA DAN MOMEN

Gaya	Komponen Gaya (kN)			Komponen Momen (kNm)		
	Fx	Fy	Fz	Mx	My	Mx
B	150	- 300	100	600	300	- 900
					- 300	
C	354	0	- 354	0	1064	0
					- 708	
D	300	520	0	0	0	2080
						1200
	Rx=804	Ry=220	Rz=- 254	Mx=600	My=354	Mz=2380



Gambar 4.7. Braket dengan tiga buah gaya

Jadi sistem yang diberikan dapat diganti dengan tiga gaya dan tiga momen kopel, seperti tabel. Ketiga yang tersebut dapat dianti dengan gaya tunggal R yang berkomponen Rx, Ry dan Rz serta tiga buah momen kopel tunggal M yang berkomponen Mx, My dan Mz.

B. Kesetimbangan

Pada uraian terdahulu yaitu gaya pada bidang, sudah diterangkan bahwa suatu benda tegar dinyatakan setimbang, jika gaya eksternal yang bekerja pada benda tersebut membentuk suatu sistem gaya yang resultantenya sama dengan nol (equivalen dengan nol). Gaya yang berada dalam ruang, dikatakan equivalen dengan nol bila ketiga komponen gaya dan ketiga vektor kopel membentuk suatu sistem yang resultantenya sama dengan nol. Menurut E. Russel Jr (1976 : 121) kaedah suatu benda tegar dikatakan seimbang statis dalam ruang ada 6, yaitu :

1. $\Sigma Fx = 0$, (4.1)

   Jumlah seluruh komponen gaya yang sejajar dengan sumbu x sama dengan nol.

2. $\Sigma Fy = 0$, (4.2)

   Jumlah seluruh komponen gaya yang sejajar dengan sumbu y sama dengan nol.

3. $\Sigma Fz = 0$, (4.3)

   Jumlah seluruh komponen gaya yang sejajar dengan sumbu x sama dengan nol.

4. $\Sigma Mx = 0$, (4.4)

   Jumlah seluruh momen terhadap sumbu x sama dengan nol.

5. Σ My = 0, (4.5)

Jumlah seluruh momen terhadap sumbu y sama dengan nol.

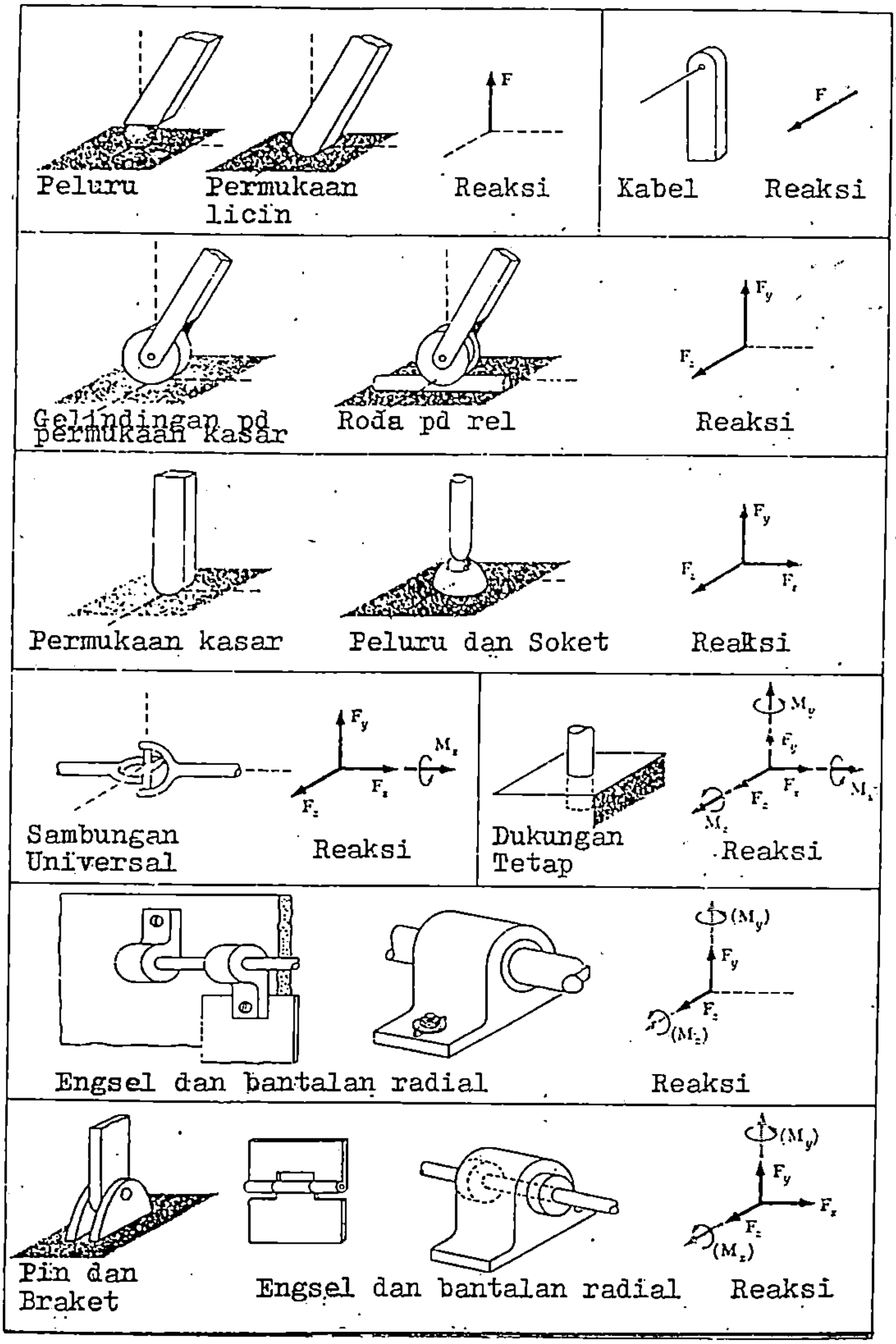
6. Σ Mz = 0, (4.6)

Jumlah seluruh momen terhadap sumbu z sama dengan nol.

Persamaan (4.1), (4.2), (4.3) memberi petunjuk bahwa komponen gaya eksternal dalam arah sumbu x, y, z saling menyeimbangi atau mempunyai resultante sama dengan nol. Tentu tidak akan memberikan gerak translasi dan rotasi terhadap benda tegar yang sedang mengalami gaya tersebut.

E. Russel (1976 : 123), jenis dukungan dan sambungan yang dipakai gambar 4.8, dengan reaksi yang sesuai. Cara yang sederhana kita tempu untuk menentukan jenis reaksi yang sesuai dengan jenis dukungan atau sambungan yang dipakai. Pada suatu konstruksi dapat terjadi 6 gerakan, yaitu 3 gerakan translasi searah dengan sumbu x,y,z dan 3 gerakan rotasi yakni memutar terhadap sumbu x,y,z. dari ke enam gerakan ini harus diseleksi, mana gerakan yang dibolehkan dan mana yang tidak diperbolehkan. Untuk itu dengan cara sederhana kita perlu mempelajari jenis tumpuan dan sifatnya.

Dukungan peluru, permukaan tak bergesekan dan kabel dapat mencegah gerakan translasi dalam satu arah (hanya dapat memberikan reaksi dalam satu arah saja). Jadi menimbulkan gaya tunggal yang telah diketahui garis aksinya. Gelinding pada permukaan kasar dan roda pada rel, mencegah translasi dalam 2 arah. Reaksi tumpuan yang bersangkutan terdiri dari 2 komponen gaya yang tidak diketahui. Permukaan kasar dalam keadaan kontak langsung dan dorongan peluru serta roket, mencegah translasi dalam 3 arah. Dukungan ini mengandung tiga komponen gaya yang belum diketahui.



Gambar 4.8. Macam-macam dukungan

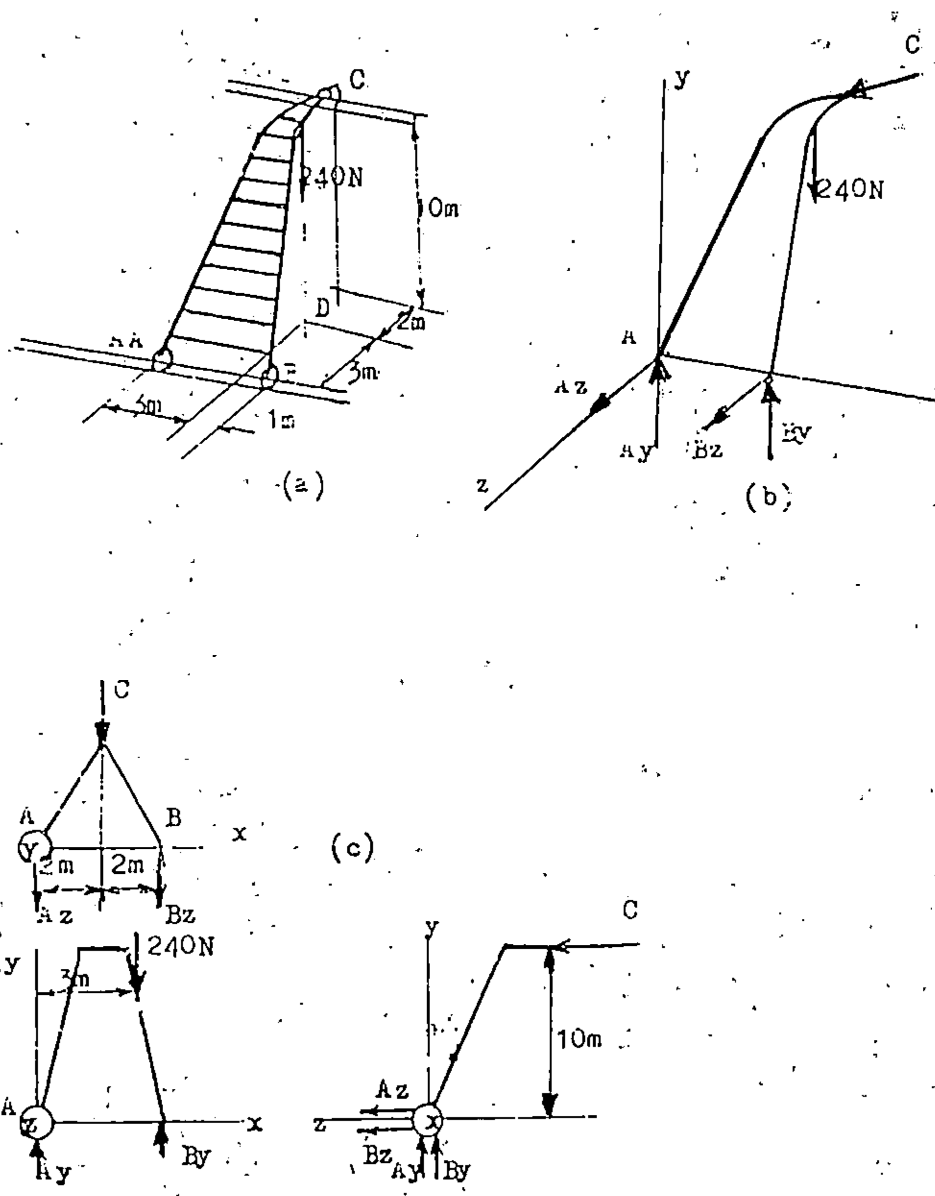
Beberapa jenis dukungan dan sambungan juga dapat mencegah rotasi dan translasi. Reaksi yang bersangkutan termasuk kopel dan gaya. Reaksi pada dukungan tetap akan mencegah setiap gerak, yang terdiri dari 3 gaya dan 3 kopel yang tidak diketahui. Sendi universal yang dirancang untuk mengizinkan rotasi terhadap 2 sumbu, akan menimbulkan reaksi yang terdiri dari 3 komponen dan satu kopel tak diketahui. Jenis dukungan dan sambungan untuk mencegah gerak translasi dan rotasi, reaksinya akan terdiri dari 3 komponen gaya termasuk kopel.

Satu kelompok dukungan termasuk engsel dan bantalan yang dirancang untuk mendukung beban radia saja (luncur dan gelinding). Reaksi bantalan ini terdiri dari 2 komponen gaya dan 2 kopel. Kelompok lain yang termasuk dalam dukungan pin dan braket, engsel dan bantalan yang dirancang untuk mendukung dorongan pada sumbu dan beban radial (bantalan peluru). Reaksi bantalan ini terdiri dari 3 komponen gaya, tetapi bisa juga termasuk 2 kopel, namun demikian serupa ini tidak akan menimbulkan kopel yang besar pada kondisi normal.

Setelah digambarkan diagram free body, dengan menunjukkan semua gaya yang bekerja, serta gunakan sistem proyeksi datar, kemudian aplikasikan persamaan (4.1) sampai (4.6). disini kita akan mendapatkan 6 besaran yang belum diketahui. Pada keenam persamaan tersebut memang tidak dapat lagi ditambah dengan faktor lain, tetapi kita dapat mensubstitusikan harga satu persamaan ke persamaan lainnya, dengan demikian kita dapat menyelesaikan permasalahan dalam ruang ini.

Contoh soal 4.3.

Sebuah tangga dipakai untuk menjangkau rak buku yang tinggi di suatu perpustakaan. Tangga tersebut didukung oleh 2 buah roda bersirip A dan B yang terpasang pada rel dan satu roda tidak bersirip di titik C, yang bersandar pada suatu rel tetap pada dinding. Tangga tersebut akan mendukung beban maksimum sebesar 140 N, yang disandarkan ke kanan. Garis aksi gabungan berat beban dan berat tangga 240 N berpotongan dengan lantai di titik D. tentukan komponen reaksi di A, B dan C. Lihat gambar 4.9a.



Gambar 4.9. Sebuah tangga dengan 3 tumpuan

Jawab :

Setelah diagram free body tergambarkan, kemudian gunakan persamaan kesetimbangan.

Σ Mx = 0,

$-240 \cdot 2 + C \cdot 10 = 0$

$C = 48$ N.

Pedomanilah proyeksi pada bidang xy, kita dapat menghitung sebagai berikut :

Σ Ma = 0

$-240 \cdot 3 + By \cdot 4 = 0$

$By = 180$ N

Σ MB = 0

$240 \cdot 1 + Ay \cdot 4 = 0$

$Ay = 60$ N

Pedomanilah proyeksi pada bidang xz, harga yang lain dapat dihitung sebagai berikut :

Σ Ma = 0

$-48 \cdot 2 + Bz \cdot 4 = 0$

$Bz = -24$ N

Σ MB = 0

$48 \cdot 2 + Az \cdot 4 = 0$

$Ay = -24$ N

Pada masalah di sini tampaknya semua proyeksi gaya yang sejajar dengan sumbu x sama dengan nol.

Contoh soal 4.4.

Penutup sebuah drum berjari-jari 240 mm, dengan massa 30 kg yang digantung dalam posisi horizontal oleh tali Cd. Bantalan B tidak menimbulkan dorongan sumbu. Tentukanlah gaya yang bekerja pada tali CD serta komponen reaksi A dan B. lihat gambar 4.10a.

Jawab :

Pertama-tama lukis diagram free body, reaksi mengandung 6 besaran yang belum diketahui yatu besar gaya F yang ditimbulkan tali CD, tiga komponen gaya pada engsel A dan dua pada engsel B. Komponen gaya F dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut :

$$\frac{Fx}{-480}=\frac{Fy}{240}=\frac{Fz}{-160}=\frac{F}{560}$$

$$Fx=-\frac{6F}{7},\qquad FY=\frac{3F}{7},\qquad Fx=-\frac{2F}{7}$$

Berat tutup drum

W = 30 . 9,81 = 294 N.

Gunakan persamaan kesetimbangan:

$\sum Mz=0$,

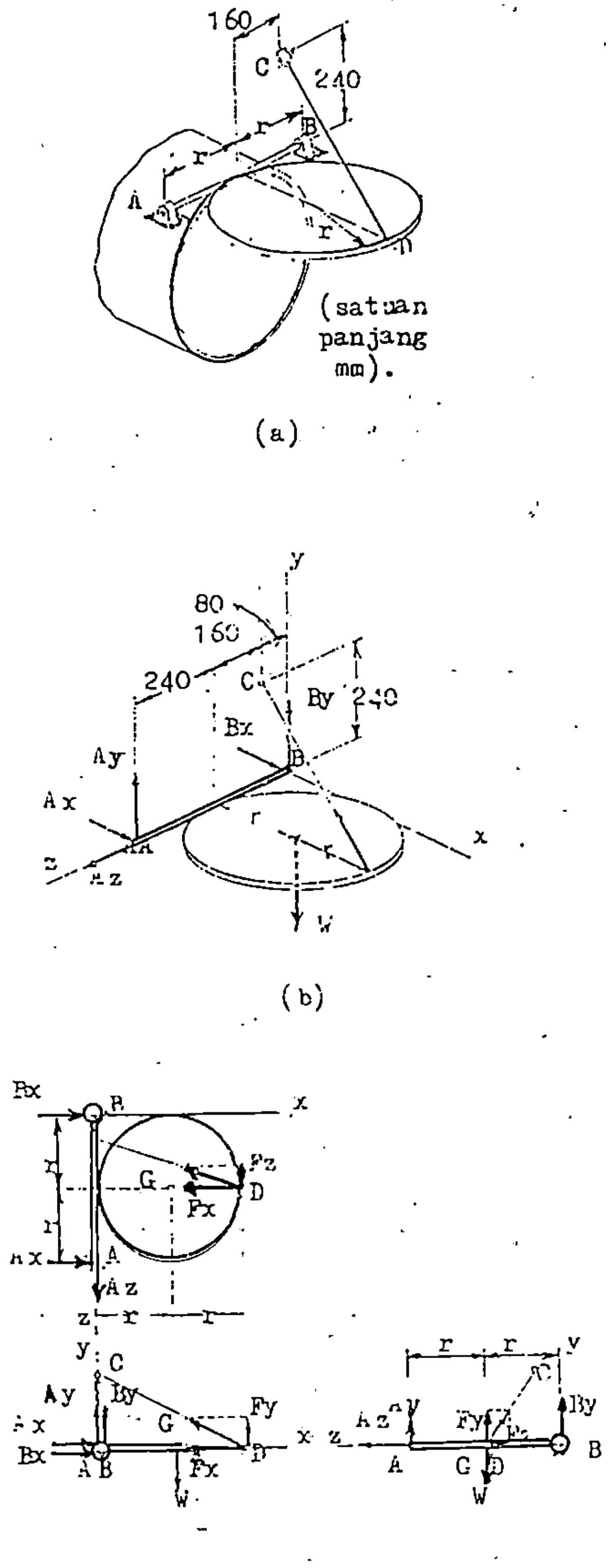
$$\frac{3F}{7}(2r)-294\cdot r=0$$

$F = 343$ N

$\sum Mx=0$,

$$294\cdot r-\frac{3F}{7}\cdot r-Ay\cdot 2r=0$$

$Ay = 73{,}5$ N



Gambar 4.10 Tutup sebuah drum tergantung pada posisi horizontal

$\sum My = 0,$

$$\frac{2F}{7}\cdot 2r - \frac{6F}{7}\cdot r + Ax\cdot 2r = 0$$

Ax = 49 N

$\sum Fx = 0,$

$$Ax + Bx - \frac{6F}{7} = 0$$

Bx = 245 N

$\sum Fy = 0,$

$$Ay + By + \frac{3F}{7} - 294 = 0$$

Bx = 73,5 N

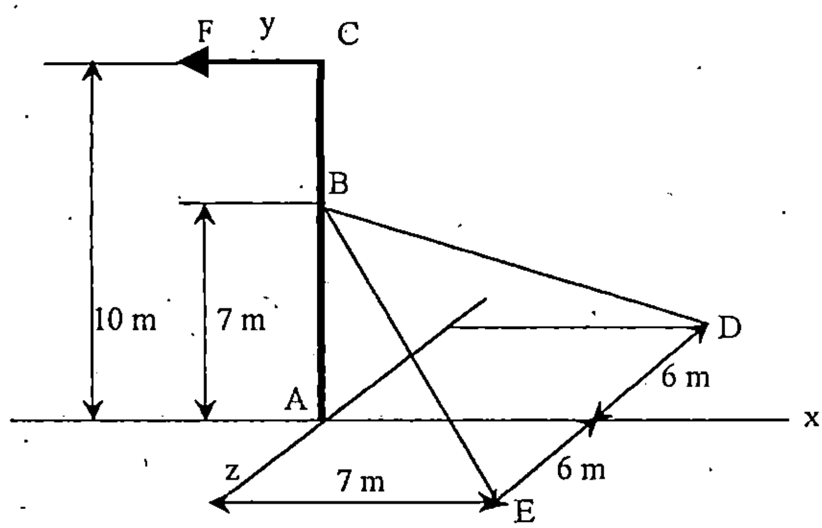
$\sum Fz = 0,$

$$Az - \frac{2F}{7} = 0$$

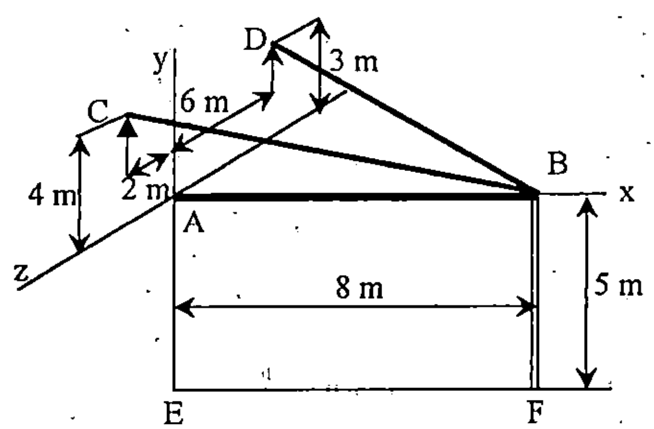
Az = 98 N

Soal-soal

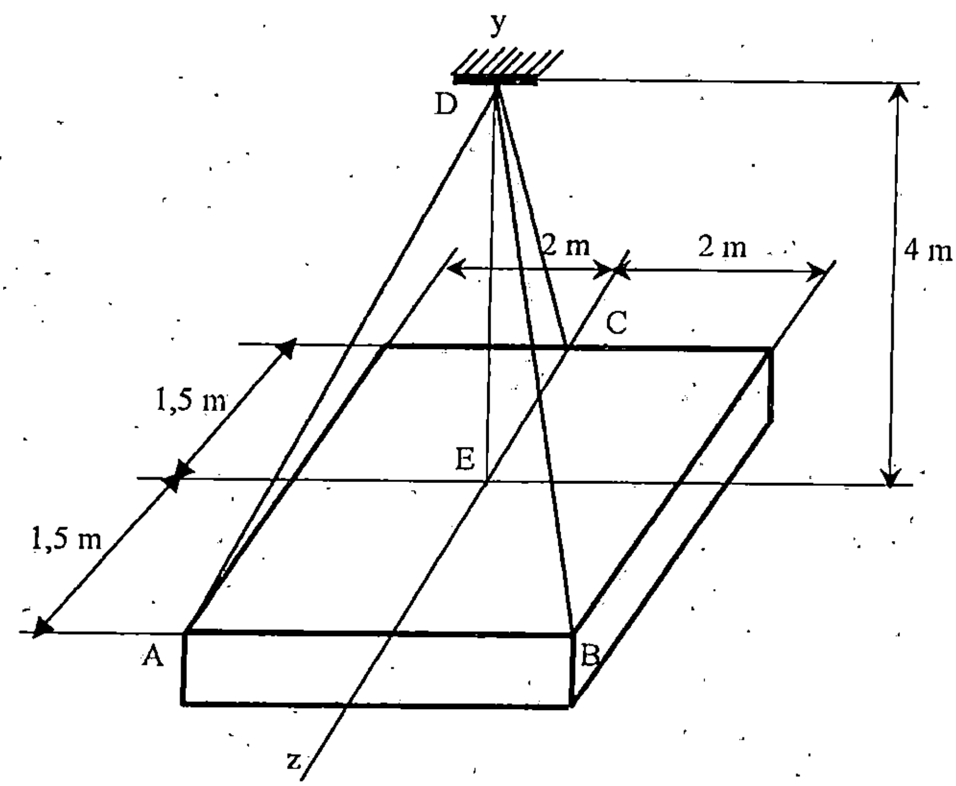
1. Gaya sebesar 100 kN beraksi pada puncak sebuah tiang setinggi 10 m, seperti tergambar. Tiang tersebut didukung oleh bantalan peluru dan soket di titik A, dan diskror oleh dua utas tali BD dan BE. Dalam hal ini berat tiang diabaikan. Tentukanlah gaya yang bekerja pada masing-masing tali BD dan BE serta reaksi di titik A.



2. Sebuah papan berukuran 5 x 8 m, dengan berat 100 kN digantungkan seperti tergambar. Penggantung tersebut didukung oleh bantalan peluru dan soket di titik A, serta diskor oleh dua utas tali. Tentukanlah gaya yang bekerja pada masing-masing tali dan reaksi di titik A.



3. Sepotong besi dengan ukuran 3 x 2 m, digantungkan secara horizontal dengan 3 utas tali seperti tergambar. Jika berat besi tersebut 50 kN, berapaka gaya yang bekerja pada masing-masing tali dan berapakah gaya yang bekerja pada titik D.


y
D
4 m
2 m
2 m
C
1,5 m
E
1,5 m
A
B
z

DAFTAR PUSTAKA

Anwari, Ir. *Sistim Satuan Internasional* (SI). Jakarta : Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, 1978. Jilid I

E. Russel, Johnson, Jr. *Mechanic for Engineers Statics*. New York, Mc. Graw-Hill International Book Company. 1976

J. Hannah dan M.J. Hiller. *Mechanical Engineering Science*. London. Pitman Publishing. 1977.