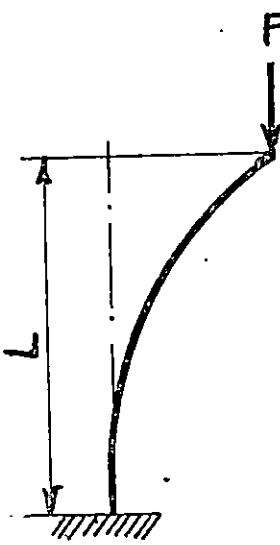
MEKANIKA TEKNIK

SERIAL

STATIKA



OLEH

BRS. BARMAWI

FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN

INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

PADANG

1986

KATA PENGANTAR

Buku merupakan bahagian yang tak terpisahkan dari suatu system pendidikan, bahkan merupakan faktor yang sangat penting untuk menunjang perkembangan ilmu pengetahuan.

Penyusunan buku ini merupakan suatu usaha untuk membantu para pembaca dalam mempelajari dan mendalami Mekanika Teknik. Sebab tanpa buku pegangan pembaca akan mendapatkan kesulitan untuk mengembangkan suatu ilmu pengetahuan.

Didalam buku ini, didamping menguraikan secara tioritis prinsip Mekanika Tekniknya juga menguraikan cara memecahkan masaalahnya sebagai pentrapkan berupa contoh soal.

Demi kesempurnaan buku ini, penulis menerima kritik dan saran dari pembaca. Akhir kata, penulis mengucapkan banyak terima kasih.

Padang, Oktober 1986.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR.

DAFTAR TABEL

TABEL. HALAMAN

B

K E S E T I

Membicarakan tentang keset
terlepas tentang masalah bim(batan
tang adalah suatu kesatuan dari bata
nerima beban.

Sebuah bim dinamakan seimbang da
la memenuhi syarat -syrat kesetimbangan s
rikut :

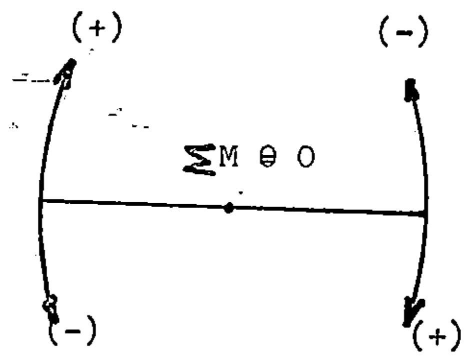
1. $\Sigma M = 0$ . . . .
Maksudnya jumlah momen disetiap titi
batang harus sama dengan nol.

2. $\Sigma Fv = 0$ . . . .
Maksudnya jumlah seluruh gaya-gaya vertik
bekerja pada batang harus sama dengan nol.

3. $\Sigma Fh = 0$. . . . . (1
Maksudnya jumlah seluruh gaya-gaya horizontal
bekerja pada batang harus sama dengan nol .

Untuk mengaplikasikan kaedah diatas kepada suatu ma
salah bim atau kerangka batang, maka ditetapkan suatu per-
janjian tanda sebagai berikut :

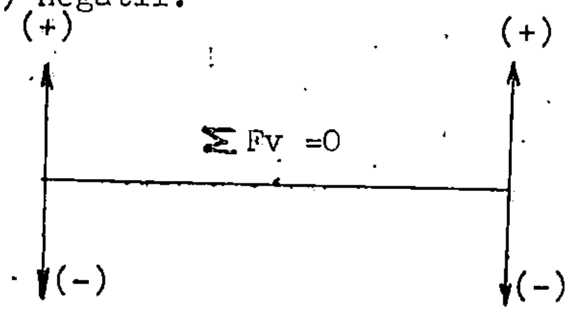
1. Untuk $\Sigma M = 0$.



Gambar 1.1.Kaedah sigma momen.

Maksudnya , bila gaya terletak sebelah kiri atau sebelah kanan dari titik yang ditentukan, jika diputar terhadap-titik tersebut searah jarum jam , maka tandanya (+) positif. Bila diputar berlawanan arah dengan jarum jam maka tandanya (-) negatif.

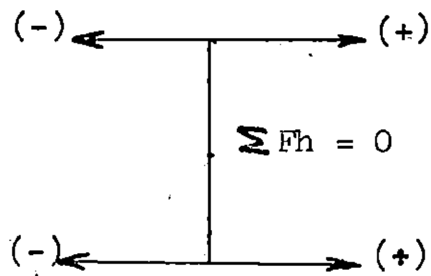
2. Untuk $\sum Fv = 0$.



Gambar 1.2. Kaedah siqma gaya vertikal.

Maksudnya, bila gaya terletak sebelah kiri atau sebelah-kanan dari titik yang ditentukan, bila mengarah keatas tandanya positif(+), dan bila mengarah kebawah tandanya negatif(-).

3. Untuk $\sum Fh = 0$.



Gambar 1.3. Kaedah siqma gaya horizontal.

Maksudnya,bila gaya terletak sebelah atas atau sebelah bawah dari titik yang ditentukan, bila mengarah kekanan tandanya (+) positif, dan bila mengarah kekiri tandanya negatif (-).

4. Untuk menentukan besarnya momen disuatu titik disepan - jang batang ditetapkan tanda seperti gambar 1. ,2, yang maksudnya sama dengan siqma gaya veetikal(2).

Empat perjanjian tanda diatas, boleh diikuti boleh - tidak , jika tidak harus ditukar semua tandanya. Walau pun tanda dirubah hasil perhitungan tidak akan berubah.

A. Pembebanan Titik.

Pembebanan titik maksudnya adalah pembebanan yang bekerja terkonsentrasi kepada suatu titik.

Sebuah bim AB yang didukung oleh tumpuan A dan B, jarak tumpuan A ke-B adalah 1 m, pada titik C tepat ditengah AB bekerja gaya sebesar F KN, dengan skematika seperti gambar 1.4 debawah ini.

Penyelesaian:

Menghitung reaksi tumpuan.

Gunakan kaedah $M = 0$ (gambar 1.4a)

$$\sum M_A = 0$$

$$F.\frac{1}{2} - RB.1 = 0$$

$$RB = \frac{F}{2}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$-F.\frac{1}{2} + RA.1 = 0$$

$$RA = \frac{F}{2}$$

Untuk menghitung besarnya RA dapat juga digunakan kaedah $\sum F_V = 0$, bila RB sudah diketahui, caranya adalah sebagai berikut :

$$RA + RB - F = 0$$

$$RA = F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}$$

RA = < RB + F

$= -\frac{12}{2} + 1$

Menghitung gaya geser .

Gunakan kaedah $\sum F_v = 0$, (gambar 1.4b), medan A-C).

$$\sum F_v = 0.$$

$RA - F_{v1} = 0.$ maka $F_{v1} = RA = \frac{F}{2}$

Perhatikan gambar 1.4c , medan C - B.

$$\sum F_v = 0 .$$

$F_{v2} + RB = 0$, $F_{v2} = -\frac{F}{2}$.

Kemudian dilukis bidang gaya lintang seperti gambar 1.4d.

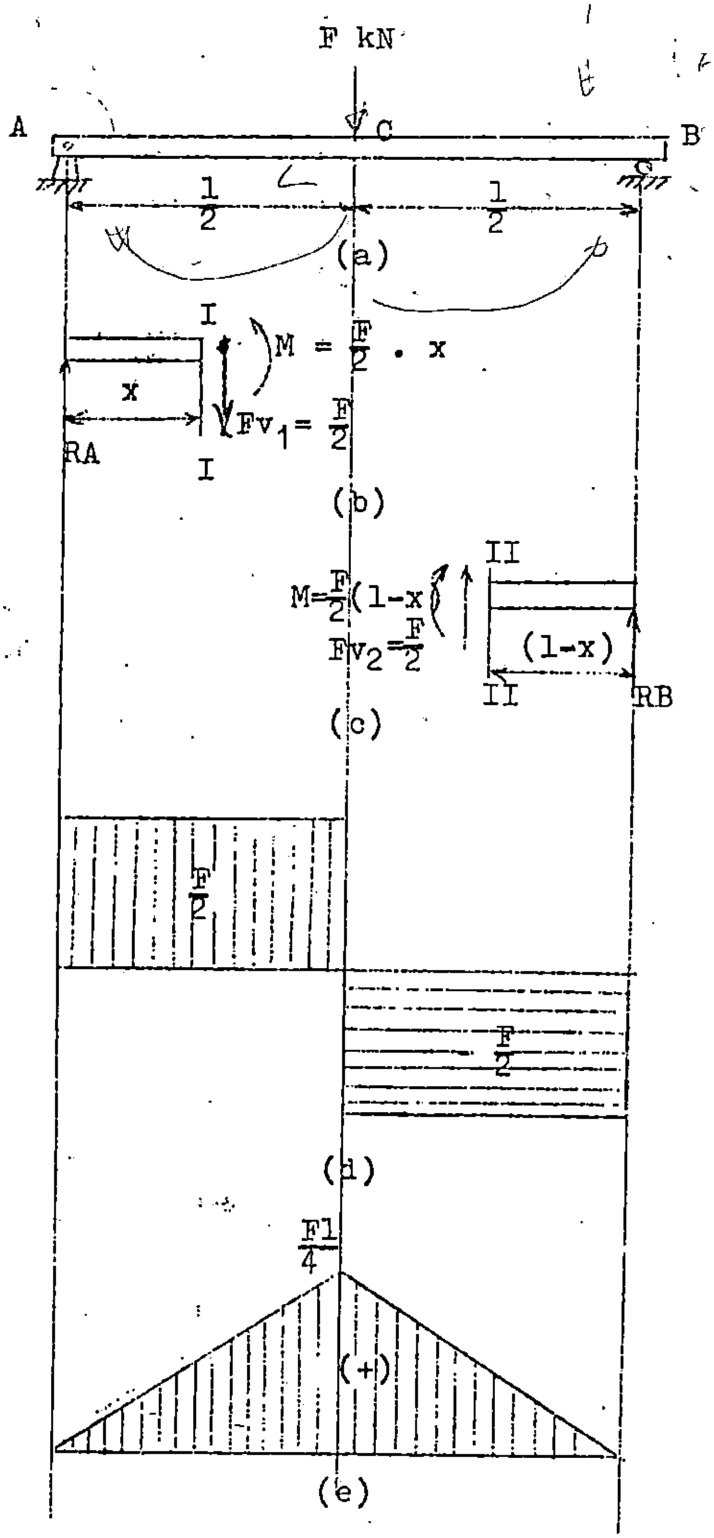
Menghitung momen bengkok.

Perhatikan potongan I-I (medan A-C).

$$\sum M_A = 0.$$

$$-M + \frac{F}{2} . x = 0.$$

$$M = \frac{F}{2} . x.$$



Gambar 1.4. Analisa Reaksi tumpuan, gaya geser, dan momen bengkok pada beban titik.

Momen bengkok pada titik A, untuk x = 0.

MA = 0.

Momen bengkok pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$.

$$MC = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4} .$$

Perhatikan potongan II - II(medan C- B).

$M_B = 0.$

$$- \frac{F}{2} \cdot (l - x) + M = 0$$

$$M = \frac{F}{2} (l - x) .$$

Momen bengkok pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$, jadi :

$$MC = \frac{F}{2} (l - \frac{l}{2}) = \frac{Fl}{4} .$$

Dari 2 perhitungan ini dapat disimpulkan bahwa momen bengkok pada suatu titik dihitung dari sebelah kiri (medan A-C), akan sama hasilnya jika dihitung dari sebelah kanan (medan C-B).

Momen bengkok pada titik B , untuk x = l , maka

$$MB = \frac{F}{2} (l - l) = 0.$$

Dari perhitungan MA dan MB, didapat hasil keduanya sama dengan nol. Disini dapat disimpulkan bahwa " Momen bengkok yang bekerja pada ujung batang selalu sama dengan 0 kecuali ujung batang tersebut tumpuan jepit. Titik A dan titik B bukan tumpuan jepit.

Kemudian dilukis bidang momen bengkok, gambar 1.4e. Momen bengkok maksimum yang bekerja pada bim A - B terdapat pada titik $C = \frac{Fl}{4}$.

Contoh soal . 1.

Sebuah bim sepeerti tergambar terletak pada 2 buah titik tunjang engsel dan rol. Jarak kedua tumpangan 10 m . Sepanjang 6 m dari titik A bekerja gaya F sebesar 4 KN, yaitu dititik C. Tentukanlah :

a). Reaksi tumpuan A dan B (RA dan RB).

b). Gaya geser pada medan AC dan CB (F_{v1} dan F_{v2}).
c). Lukisan bidang gaya lintang (bidang D).
d). Momen bengkok yang bekerja pada titik A, B dan C.
e). Lukisan bidang momen bengkok (Bidang M).
f). Momen maksimum yang bekrja pada batang.(bim).

Penyelesaian :

a). $\Sigma M_A = 0$.

$F \cdot 6 - RB \cdot 10 = 0$

$RB = \frac{4.16}{10} = 2,4$ KN.

$\Sigma M_B = 0.$

$- F \cdot 4 + RA \cdot 10 = 0.$

$RA = \frac{4.4}{10} = 1,6$ KN.

b). Potongan I-I(medan AC).

$\Sigma F_{v1} = 0.$

$F_{v1} = RA = 1,6$ KN.

Potongan II-II (medan CB).

$\Sigma Fv = 0.$

$F_{v2} + RB = 0$

$F_{v2} = - RB = - 2,4$ KN.

c). Lukisan bidang gaya lintang .

d). Potongan I-I(medan AC).

$\Sigma M_A = 0$.

$- M + F_{v1} \cdot x = 0$.

$M = 1,6\ x.$

Momen bengkok pada titik A, untuk x = 0.

MA = 0.

Momen bengkok pada titik C , untuk x = 6 m, didapat

MC = 1,6.x = 1,6.6 = 9,6 KN m .

Potongan II-II(medan CB).

$M_B = 0$.

$F_{v2}(10 - x) + M = 0$

$M = 2,4(10-x)$.

Momen bengkok pada titik B, untuk x = 10 m, didapat:

$MB = 2,4(10 - 10) = 0$.

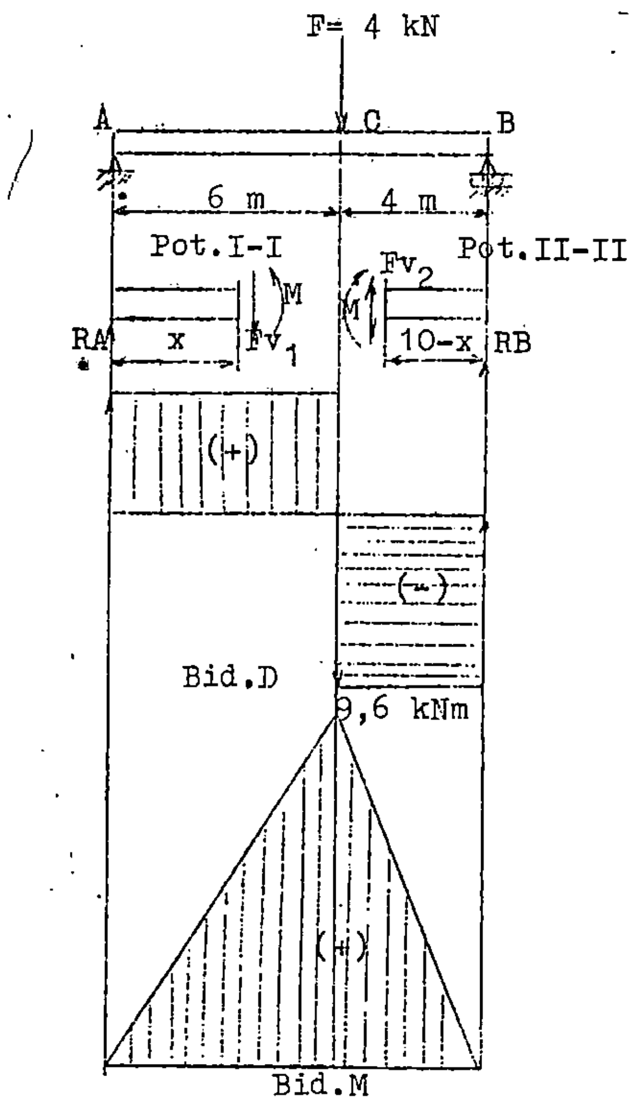
e). Lukisam bidang momen bengkok

f). Momen maksimum terdapat pada titik C = 9,6 KN m.

Skala jarak 2 m = 1 cm .

Skala gaya 1KN = 1 cm .

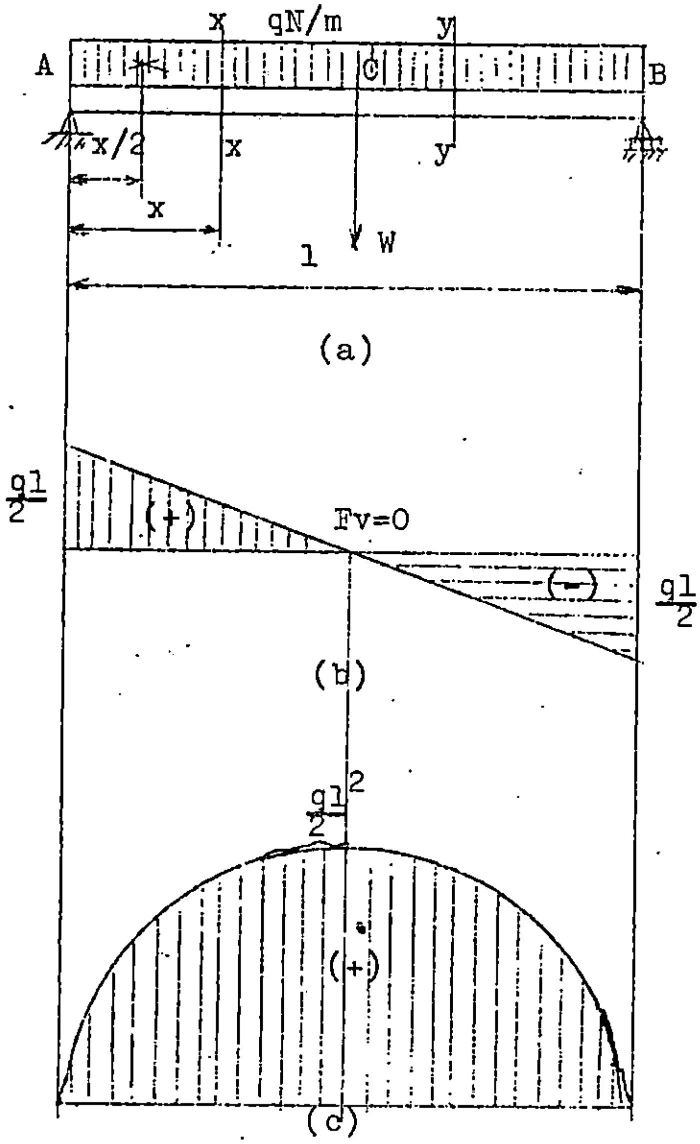
Skala momen 2 Kn m = 1 cm.



Gambar 1.5. Lukisan Bidang Gaya Lintang dan Momen pada Perletakan Satu Buah Gaya.

B. Pembebanan Terbagi Merata.

Pembebanan terbagi merata maksudnya, beban yang bekerja sama rata (sama besar) disetiap titik disepanjang batang. Untuk menyelesaikan perhitungan terbagi merata, ikutilah uraian berikut ini, serta perhatikan gambar 1.6.



Gambar 1.6. Analisa Reaksi Tumpuan, Gaya Geser dan Momen - Bengkok Pada Pembebanan Terbagi Merata.

Perhitungan:

Berat beban tiap satuan panjang adalah q N/m. Tantu seluruh balok AB adalah q . l.

Reaksi tumpuan :

$\Sigma M_A = 0.$

$+ W . \frac{l}{2} - RB . l = 0 ;$ $RB = \frac{W}{2} .$

$\Sigma M_B = 0.$

$- W . \frac{l}{2} + RA . l = 0 ;$ $RA = \frac{W}{2} .$

Untuk menghitung gaya geser pada potongan x-x(medan A-C), dapat digunakan kaedah sebagai berikut :

$\Sigma F_v = 0.$

$RA - q. x - F_{v1} = 0;$ $F_{v1} = RA - q. x.$

Gaya geser pada titik A, untuk x = 0, adalah ;F_{v1}= RA.

Gaya geser pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$ adalah ;

$F_{v1} = \frac{W}{2} - q . \frac{l}{2}$

$F_{v1} = 0.$

Untuk menghitung gaya geser pada potongan y - y (medan C-B), dapat digunakan kaedah sebagai berikut :

$\Sigma F_{v1} = 0.$

$F_{v2} + RB - q(l-x) = 0,$ $F_{v2} = - \frac{W}{2} + q (l-x)$

Gaya geser pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$,

$F_{v2} = - \frac{W}{2} + q (l - \frac{l}{2}).$

$F_{v2} = 0.$

Gaya geser pada titik B, untuk x = l .

$F_{v2} = - \frac{ql}{2} + q(l - l),$ $F_{v2} = - \frac{ql}{2}$

Kemudian lukiskan bidang gaya lintang.

Untuk menghitung besarnya momen bengkok yang bekerja pada titik sembarangan dapat dihitung sebagai berikut :

$Mx = RA \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$.

Besarnya momen bengkok yang bekerja pada titik A, untuk x = 0, didapat

$MA = RA \cdot 0 - q \cdot 0 = 0$.

Momen bengkok yang bekerja pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$., didapat

$MC = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{2} \right)^2$

$MC = \frac{ql^2}{8}$ (momen maksimum).

Momen bengkok pasa titik B, untuk x = l, didapat MB = 0.

Dari perhitungan gaya geser dan momen bengkok diatas dapat disimpulkan bahwa, " Momen bengkok maksimum terdapat pada titik $F_v = 0$, yaitu pada titik C dengan jarak ½l dari titik A .

Contoh soal . 2.

Sebuah batang AB dibebani dengan beban terbagi merata seperti tergambar : Tentukanlah :

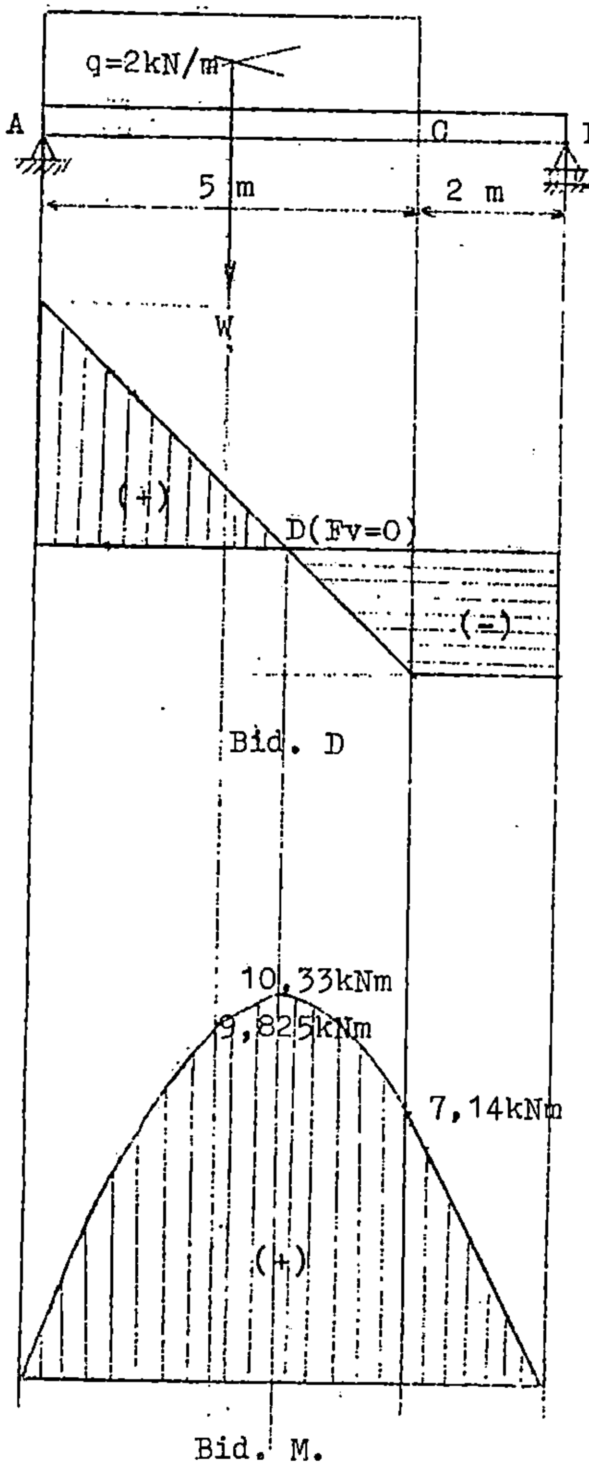
1. Reaksi tumpuan(RA dan RB);
2. Gaya geser pada medan AC dan CB;
3. Lukisan bidang gaya lintang.
4. Momen bengkok pada titik A, B dan C serta momen bengkok maksimum.
5. lukisan bidang momen bengkok.

Penyelesaian :

Skala jarak 1 m = 1 cm.

Skala gaya 2 Kn = 1 cm.

Skala momen 2 KN m = 1 cm.



Gambar 1.7. Analisa Reaksi Titik Tumpuan, Bidang Gaya Lintang, Bidang Momen pada Beban Campurah.

$\Sigma M_A = 0.$

$W.\ 2{,}5 - 7.\ RB = 0.$

$RB = \frac{5.2.2{,}5}{7} = 3{,}57$ KN.

$\Sigma M_B = 0.$

$W.\ 4{,}5 + RA\ .\ 7 = 0.$

$RA = \frac{2.5.4{,}5}{7} = 6{,}43$ KN.

Gaya geser pada potongan I - I (medan A - C).

$\Sigma F_v = 0$.

$RA - qx - F_{v1} = 0.$

$F_{v1} = RA - qx.$

Gaya geser pada titik A ; untuk x = 0, didapat ;

$F_{v1} = RA = 6{,}43$ KN.

Gaya geser untuk x = 1, didapat ;

$F_{v1} = 6{,}43 - 2.1 = 4{,}43$ KN.

Gaya geser pada potongan II - II (medan C - B).

$\Sigma F_v = 0.$

$F_{v2} + RB = 0.$

$F_{v2} = - RB = 3{,}57$ KN.

Kemudian lukiskan bidang gaya lintangnya.

Pada lukisan bidang gaya lintang terdapat garis F_v memotong garis nol pada suatu titik. Berarti pada titik tersebut $F_v = 0$. Dengan demikian jarak titik potong tersebut dari titik A dapat dicari dengan persamaan berikut,

$F_{v1} = RA - qx.$

$0 = 6{,}43 - 2.x.$

$x = \frac{6{,}43}{2} = 3{,}215$ m.

Berarti jarak titik potong tersebut dari titik A adalah 3,215 m. Juga bila $F_v = 0$, maka momen bengkok maksimum bekerja pada titik tersebut.

Momen bengkok.

MA = 0, MB = 0 .

Momen bengkok pada medan A - C.

$$Mx = RA \cdot x - \frac{qx^2}{2} .$$

Untuk x = 2,5 m, didapat ;

$$Mx = 6{,}43 .\ 2{,}5 - \frac{2(2{,}5)^2}{2} = 9{,}825 \text{ KN m.}$$

Pada titik D untuk x = 3,215 m, didapat ;

$$MD = 6{,}43 \cdot 3{,}215 - \frac{2\ (\ 3{,}215\ )^2}{2} = 10{,}33 \text{ KN m.}$$

Momen bengkok pada medan C - B .

MC = RB . 2 = 3,57 . 2 = 7,14KN m.

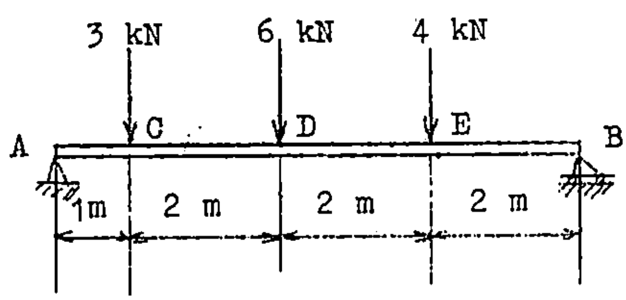
Kemudian lukiskan bidang momen bengkoknya, **Momen** bengkok maksimum terdapat pada titik D sebesar 10,33 KN m.

Soal-soal latihan.

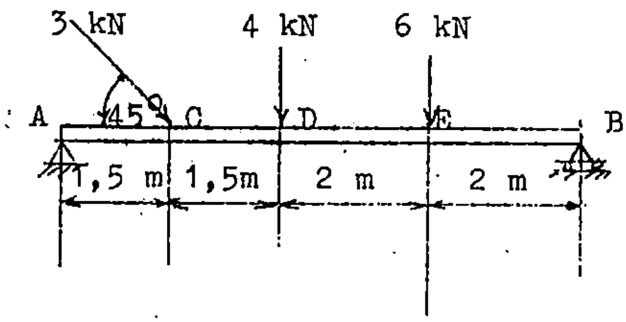
Dari gambar berikut ini tentukanlah :

a. Reaksi tumpuan (RA dan RB).
b. lukisan bidang gaya lintang (bidang D).
c. Momen bengkok pada titik tertentu.
d. Lukisan bidang momen bengkok.
e. Momen maksimum.

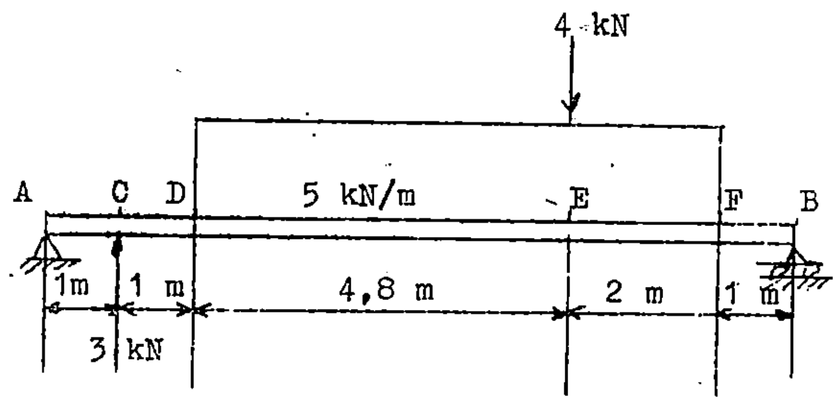
1.



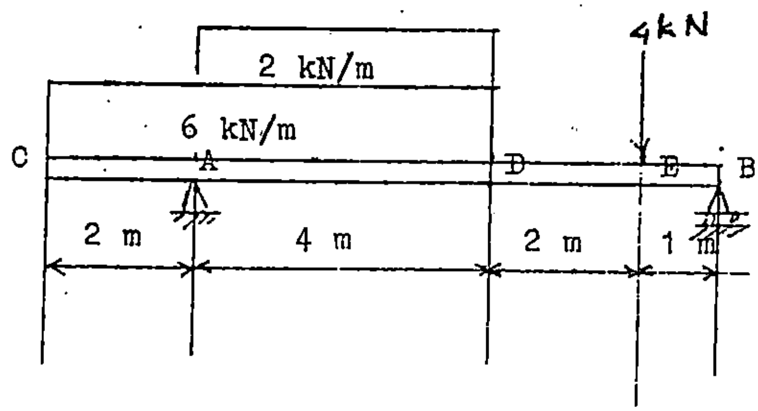
2.


3 kN
4 kN
6 kN
A
45°
C
D
E
B
1,5 m
1,5m
2 m
2 m

3.


4 kN
A
C
D
5 kN/m
E
F
B
1m
1 m
4,8 m
2 m
1 m
3 kN

4.


2 kN/m
6 kN/m
4kN
C
A
D
E
B
2 m
4 m
2 m
1 m

B A B II

MOMEN YANG MENAHAN

A. Titik Berat.

Titik berat adalah suatu titik tempat bekerjanya Resultante gaya berat dari suatu benda. Tetapi disini hanya akan diuraikan titik berat sebuah bidang datar. Secara matematika perumusan titik berat dapat ditulis sebagai berikut dan perhatikan gambar 2.1:

$$\bar{X} = \frac{\sum x.\ dA}{\sum dA}$$

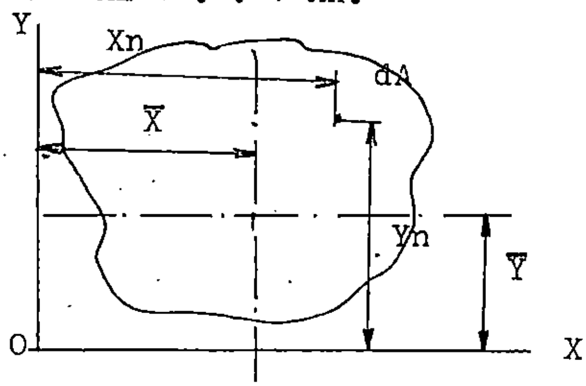
MESIN

atau

$$\bar{X} = \frac{A1.x1 + A2.x2 + \ldots + An.\ xn}{A1 + A2 + \ldots + An.} \qquad \ldots\ldots\ (2.1)$$

analog didapat :

$$\bar{Y} = \frac{A1.y1 + A2.y2 + \ldots + An.yn}{A1 + A2 + \ldots + An.} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (2.2)$$



Gambar 2.1. Analisa Titik Berat.

Contoh soal 1.

Sebuah bidang seperti gambar 2.2.. Tentukanlah posisi titik beratnya(satuan dalam gambar dalam cm).

Penyelesaian :

$$X = \frac{A1.x1 + A2.x2 + A3.x3}{A1 + A2 + A3}$$

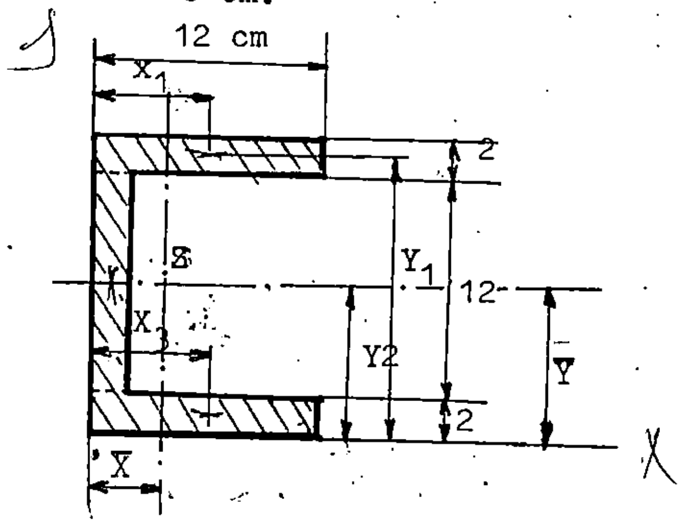
$$X = \frac{24.6 + 24.\ 1 + 24.6}{24 + 24 + 24}$$

$$X = 4{,}33 \text{ cm.}$$

$$Y = \frac{A1.y1 + A2.y2 + A3.y3}{A1 + A2 + A3}$$

$$= \frac{24.\ 15 + 24.8 + 24.\ 1}{24 + 24 + 24}$$

$$= 8 \text{ cm.}$$



Gambar 2.2. Frofil U.

B. Momen Lembam Bidang .

Momen lembam bidang disebut juga momen kedua dari luas penampang, sedangkan momen pertamanya adalah momen gaya berat. Momen lembam bidang dapat dibagi atas 2 macam yaitu :

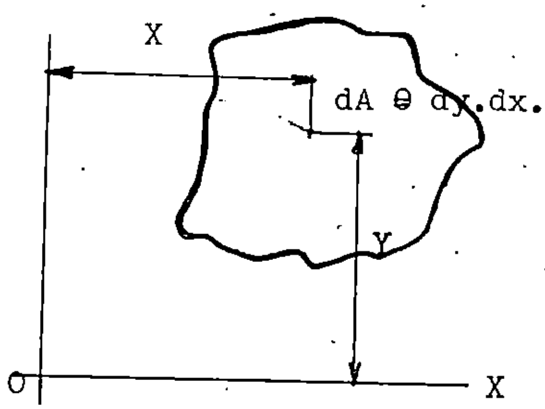
1. Momen lembam linear(Momen lembam terhadap garis).
   Momen lembam linear adalah integrasi dari elemen luas dikalikan dengan jarak berpangkat dua terhadap garis yang ditentukan. Defenisi ini dapat ditulis de-

ngan sebuah rumus sebagai berikut :
Momen lembam terhadap garis X adalah Ix (lihat gambar 2.3).

$$Ix = \int Y^2 . dA \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.3)$$

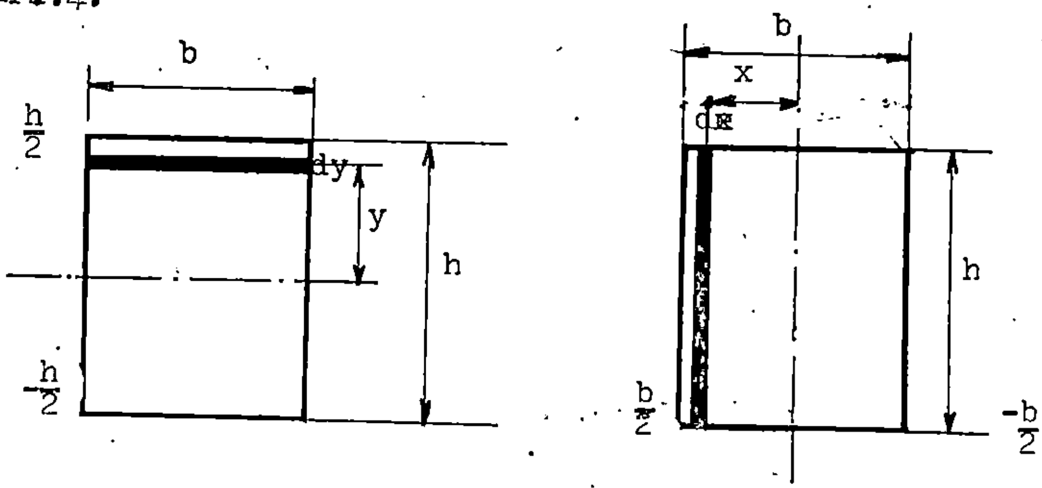
Momen lembam terhadap garis Y adalah Iy (lihat gambar 2.3).

$$Iy = \int X^2 . dA \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.4)$$



Gambar 2.3. Momen lembam linear.

Momen lembam linear penampang segi empat, perhatikan gambar2.4.



Gambar 2.4. Penampang Segi Empat.

Momen lembam terhadap garis X (lihat gambar 2.4a) :

$$Ix = \int Y^2 \, dA$$

$$= \int y^2 . b . dy$$

$$= b . \int . y^2 . dy$$

$$= b . 1/3 . y^3 \Big]_{o}^{h/2}$$

$$= b.1/3 \left((h/2)^3 - (- h/2)^3 \right)$$

$$= b . 1/3 . (h^3/8 + h^3/8)$$

$$Ix = \frac{bh^3}{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.5)$$

Berarti Momen lembam linear terhadap garis x yang melalui titik berat bidang adalah $bh^3/12$.

Sedangkan momen lembam terhadap garis y yang juga melalui titik berat dapat digunakan rumus 2.4 (lihat gambar 2.4b).

$$Iy = \int x^2 . dA$$

$$= \int x^2 . h . dx$$

$$= h . \int . x^2 dx$$

$$= h . 1/3 \, x^3 \Big]_{o}^{b/2}$$

$$= h.\ 1/3.((b/2)^3-(-\ {}^b/2)^3)$$

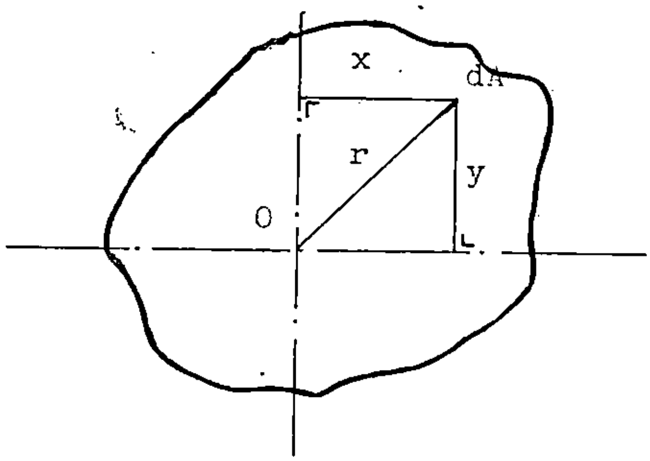
$$= h.1/3\ (\ h^3/8 + h^3/8\ )$$

$$Iy = \frac{hb^3}{12} \ldots\ldots\ldots\ldots .(2.6)$$

Berarti momen lembam linear terhadap garis yang melalui-titik berat bidang adalah $hb^3/12$.

Jika untuk menentukan momen lembam linear sebuah-bidang terhadap garis yang tidak melalui titik berat bidang, maka rumus diatas tidak berlaku.

2. Momen lembam polar (Momen lembam terhadap titik).
Momen lembam polar adalah integrasi dari elemen luas dikalikan dengan jarak berpangkat dua terhadap titik yang ditentukan. Defenisi ini dapat ditulis dengan rumus sebagai berikut (perhatikan gambar 2.5) :



Gambar 2.5. Momen lembam polar.

$$Ip = \int r^2 .\ dA \ldots\ldots\ldots\ldots .(2.7)$$

r = Jari-jari elemen luas terhadap titik pusat O.

dA = Elemen luas (dA = dx . dy).

Menurut dalil Phitagoras,

$$r^2 = x^2 + y^2.$$

Setelah disubstitusikan kepersamaan (2.7) maka didapat :

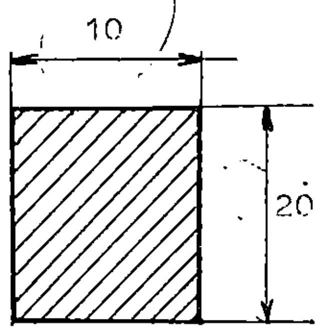
$$Ip = \int (x^2 + y^2) \, dA$$

$$= \int x^2 \, dA + \int y^2 \, dA.$$

$$Ip = Ix + Iy \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.8)$$

Contoh soal 2.

Sebuah batang dengan penampang segi empat dengan ukuran seperti gambar(2.6). Tentukanlah momen lembam Ix & Iy .



Gambar 2.6. Penampang segi empat.

Jawab.

$$Ix = \frac{b.h^3}{12} = \frac{10.20^2}{12} = 6666,67 \text{ cm}^4$$

$$Iy = \frac{h.b^3}{12} = \frac{20.10^3}{12} = 1666,67 \text{ cm}^4.$$

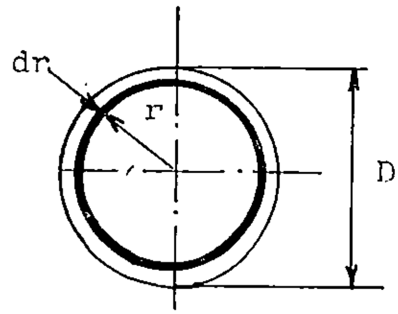
Contoh soal 3.

Sebuah poros dengan penampang berdiameter 30 cm. Tentukanlah memen lembam Ix, Iy dan Ip.

Jawab .

$$Ip = Ix + Iy$$

Untuk menghitung momen lembam polar penampang bu - lat perhatikan gambar 2.7.



Gambar 2.7. Momen lembam polar penampang bulat.

Rumus 2.7. dapat diturunkan sebagai berikut :

$$Ip = \int r^2 . \, dA$$

$$dA = 2 . \pi . \, r \;\; dr$$

$$Ip = \int r^2 . \, 2 . \pi . \;\; r \;\; dr$$

$$= 2\pi \int r^3 \, . \, dr$$

$$= 2 . \;\; \pi/4 \;\; r^4 \Big]_0^{D/2}$$

$$= \pi/2 \; (D/2)^4$$

$$Ip = \pi / 32 . \; D^4 . \qquad (2.8a)$$

Berarti momen lembam polar penampang bulat adalah : $\pi / 32 . \; D^4$.

Untuk penampang bolat Ix = Iy, sehingga ,

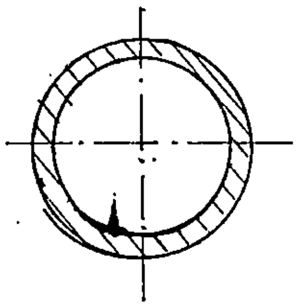
$$I_p = 2 I_x = 2\ I_y$$

$$I_p = \frac{D^4}{6432} = \frac{3,14.(30)^4}{6432} = 1271700\ cm^4.$$

$$I_x = \frac{I_p}{2} = \frac{1271700}{2} = 635850\ cm^4.$$

Contoh soal 4.

Sebuah pipa dengan diameter luar D = 50 mm, dan diameter dalam 40 mm. Tentukanlah momen lembam polar penampang tersebut.



Gambar 2.8. Pipa.

$$I_p = \frac{\pi}{32}\ (\ D^4 - d^4\ )$$

$$= \frac{3,14}{32}\ (\ 50^4 - 40^4) = 362081,25\ cm^4$$

C. Dalil Pergeseran.

Dalil pergeseran maksudnya menghitung momen lembam garis atau momen lembam titik sebuah bidang terhadap garis atau titik yang tidak melalui titik berat penampang tersebut. Perhatikan gambar 2.9.

Sesuai dengan prinsip momen lembam, maka momen lembam sebuah bidang terhadap sebuah garis dapat ditulis sebagai berikut :

$$I_A = \int_{(a-h/2)}^{(a+h/2)} (\ y + a)^2\ dA$$

$$dA = b \cdot dy$$

maka,

$$IA = b \cdot 1/3\,(y + a)^3 \Big]_{(a-h/2)}^{(a+h/2)}$$

$$= 1/3.\ b((a+h/2)^3-(a-h/2)^3)$$

$$= b/3(a^3 + 3a^2h/2 + 3\,a\,h^2/4 + h^3/8$$

$$- a^3 - 3\,a^2\,h/2 - 3\,a\,h^2/4 + h^3/8\ )$$

$$IA = bh.\ a^2 + \frac{bh^3}{12}$$

$$IA = a^2.\ A + Ix$$

biasanya ditulis,

$$IA = Ix + a^2\,A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.10)$$

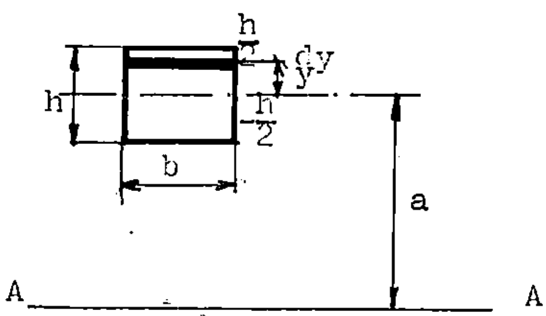
dimana ,

a = Jarak pergeseran sumbu.

A = Luas penampang tersebut.

Ix = Momen lembam terhadap garis x yang melalui titik berta penampang.

IA = Momen lembam terhadap garis A yang tidak melalui titik sumbu dan sejajar dengan sumbu x.



Gambar 2.9. Momen lembam terhadap garis yang tidak melalui titik berat.

Rumus (2.10) juga berlaku untuk pergeseran sumbu y dimana,

$$IB = Iy + b^2 . A.$$

IB = momen lembam terhadap garis B yang tidak melalui titik sumbu dan sejajar dengan sumbu y.

Iy = Momen lembam terhadap sumbu y.

b = Jarak pergeseran.

A = Luas penampang.

Begitu juga terhadap pergeseran momen lembam polar, dimana,

$$IP = Ip + R^2 . A.$$

IP = Momen lembam polar terhadap titik yang bukan titik sumbu penampang.

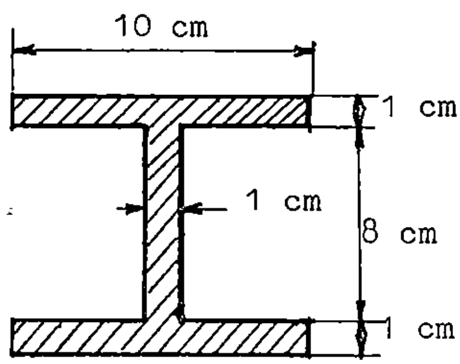
Ip = Momen lembam terhadap titik sumbu penampang.

R = Jarak pergeseran.

A = Luas penampang.

Contoh soal 5.

Sebuah penampang beam yang terdiri dari sebuah frofil I, dengan ukuran seperti gambar 2.10. Tentukanlah momen lembam linear terhadap garis X - X dan Y - Y.



Gambar 2.10. Frofil I.

Jawab:

$$Ix\text{-}x = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3$$

$$Ix_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 \cdot A1 = \frac{10.1^3}{12} + (4,5)^2.10.1$$

$$= 203,33 \text{ cm}^4.$$

$$Ix_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} + a_2^2 \cdot A_2 = \frac{1.8^3}{12} + 0$$

$$= 42,67 \text{ cm}^4.$$

$Ix_1 = Ix_3$, karena luas penampangnya sama dan punya jarak yang sama terhadap garis x-x.

Maka

$$Ix\text{-}x = 203,33 + 42,67 + 203,33 = 449,33 \text{ cm}^4.$$

Berarti momen lembam linear terhadap garis x-x adalah : 449,33 cm^4.

$$Iy\text{-}y = Iy_1 + Iy_2 + Iy_3.$$

$$Iy_1 = \frac{h_1 b_1^3}{12} + 0$$ (karena jarak titii berat penampang satuk kegaris y-y adalah 0).

$$= \frac{1.10^3}{12} = 83,335 \text{ cm}^4.$$

$$Iy_2 = \frac{h_2 b_2^3}{12} + 0$$

$$= \frac{8.1^3}{12} = 0,67 \text{ cm}^4.$$

$Iy_1 = I_{y2}$, karena luas penampang sama dan jarak ke - garis y-y sama.

Maka, $Iy\text{-}y = 83,335 + 0,67 + 83,335 = 167,34 \text{ cm}^4.$

D. Tahanan Momen.

Tahanan momen sering juga disebut dengan istilah : Momen Penahan atau Westan.

$$\text{Tahanan Momen } (Z) = \frac{\text{Momen lembam (I).}}{\text{Jarak sisi terjauh dari titik atau garis yang ditentukan.}}$$

Jadi

$$Z = \frac{I}{e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.11)$$

Tahanan momen terhadap garis x-x , maka rumusnya menjadi

$$Z_x = \frac{Ix}{ex}$$

Ix = Momen lembam terhadap garis x.

ex = Jarak sisi terjauh dari garis x.

Tahanan momen terhadap garis y, maka rumusnya menjadi

$$Zy = \frac{Iy}{ey}$$

Iy = Momen lembam terhadap garis y.

ey = Jarak sisi terjauh dari garis y.

Tahanan momen terhadap titik P(tahan momen polar), maka rumusnya menjadi

$$Zp = \frac{Ip}{ep}$$

Ip = Momen lembam polar terhadap titik sumbu penampang tersebut.

ep = Jarak sisi terjauh dari titik sumbu.

Contoh soal 6.

Tentukanlah Zx dan Zy dari soal nomor 5.

Jawab:

$$Z_{x-x} = \frac{Ix-x}{ex-x} = \frac{449,33}{5} = 89,866 \text{ cm}^3.$$

$$Z_{y-y} = \frac{Iy-y}{ey-y} = \frac{167,34}{5} = 33,468 \text{ cm}^3.$$

Contoh soal 7.

Tentukanlah tahanan momen dari soal nomor 4.

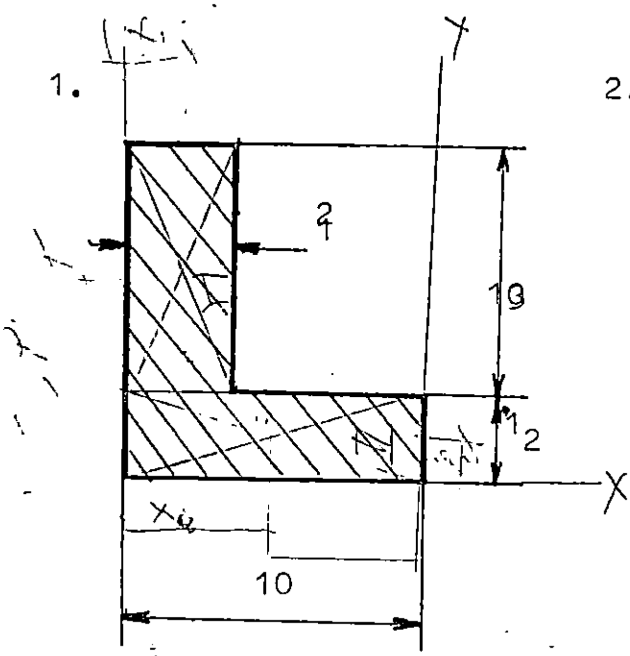
Jawab :

$$Zp = \frac{Ip}{ep} = \frac{362081,25}{25} = 14483,25 \text{ cm}^3.$$

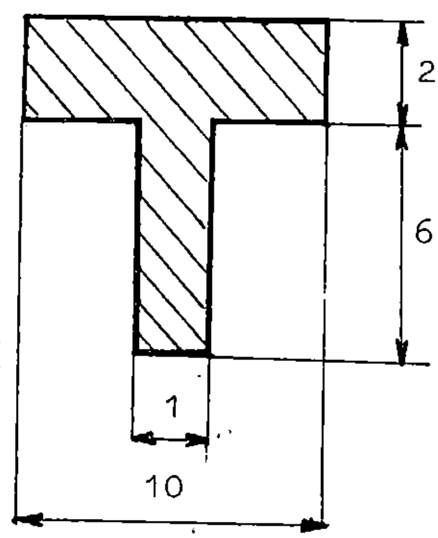
Soal-soal .

Tentukanlah momen lembam dan tahanan momen terhadap garis x dan y yang melalui titik berat penampang - penampang berikut ini. Ukuran dalam cm.

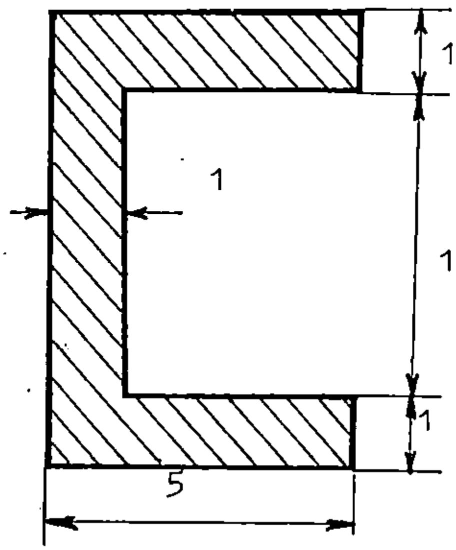
1.



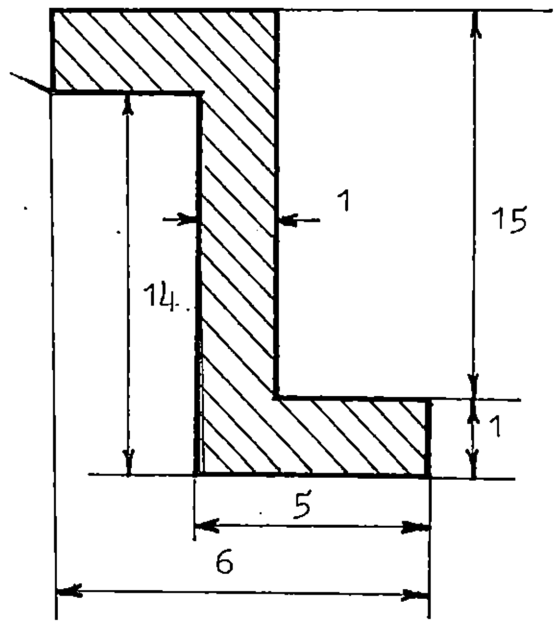
2.



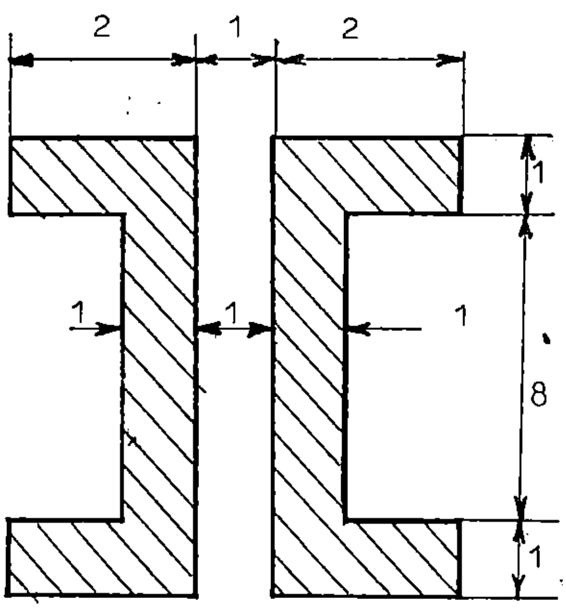
3.



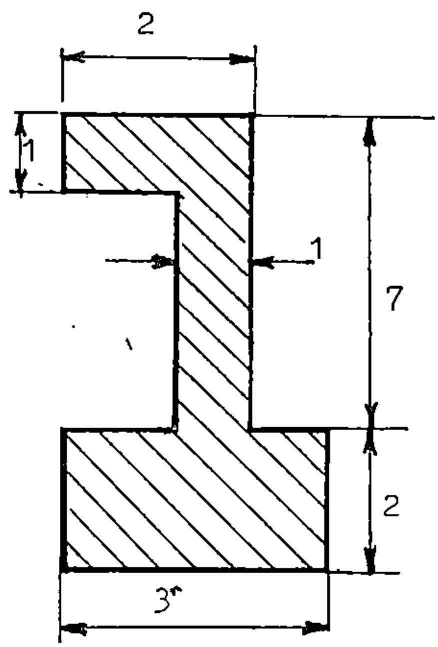
4.



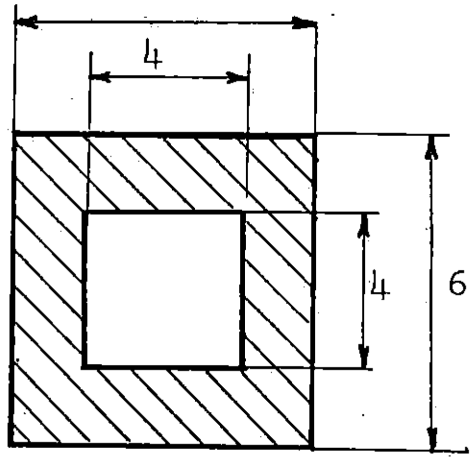
5.



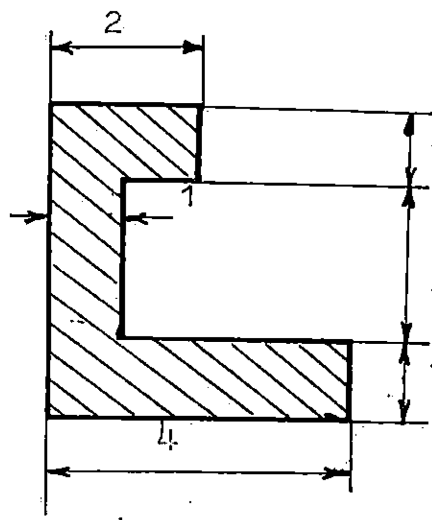
6.



7.

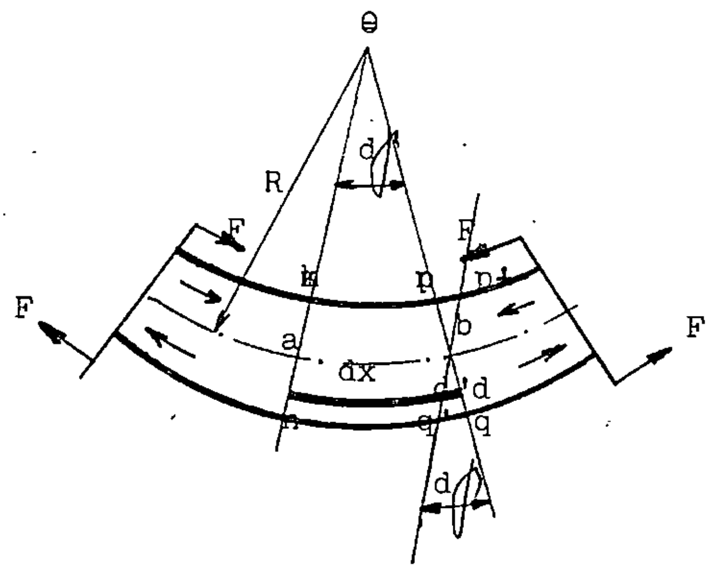


8.



BAB III

HUBUNGAN MOMEN YANG BEKERJA DENGAN MOMEN YANG MENAHAN



Gambar 3.1. Batang bengkok.

Bila sebuah batang ditarik akan terjadi perpan - jangan, dan bila ditekan akan terjadi perpendekan. Sesuai dengan rumus Robert Hooke, perpanjangan itu dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.1)$$

Bila sebuah batang seperti gambar 3.1. dibengkokkan dengan gaya kopel, sehingga dia berubah menjadi sebuah curva. Sebelum batang tersebut dibengkokan(posisinya masih lurus), maka garis :

$$mn \parallel pq$$

$$mn \parallel ab(dx) \parallel cd \parallel nq$$

Setelah diberi momen bengkok , keadaan berubah menja - di :

$$nq > dx > mp$$

Sedangkan batang bahagian luar dari garis sumbu mengalami tegangan tarik, dan bahagian dalam mengalami tegangan tekan, dimana :

$$\sigma t = \sigma tk = \sigma b.$$

Tetapi pada garis sumbu sendiri tidak mengalami tegangan apa-apa ($\sigma b = 0$), sering juga disebut dengan garis netral. Garis tersebut juga tidak mengalami perubahan sedikitpun, baik perpanjangan atau perpendekan.

Dengan demikian (dx) sebelum dibengkokan sama dengan dx setelah dibengkokan. Kemudian pada titik b dibuat garis bantu p' q' yang sejajar dengan garis mn, maka titik d berubah menjadi titik d'. Sehingga sudut d'bd = d ϕ (dua buah garis yang sejajar dipotong oleh garis lain).

Maka,

$$\frac{dd'}{cd'} = \varepsilon \text{ (regangan) , Hukum Robert Hooke.}$$

$$\varepsilon = \frac{dd'}{cd'} = \frac{y.d\phi}{dx} \text{ . . . .(3.2)}$$

$$\frac{dx}{d\phi} = R \text{ . . . . (3.3)}$$

$$dx = R \cdot d\phi .$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{R} \text{ . . . .(3.4)}$$

Substitusikan persamaan (3.4) kepersamaan(3.2), akan didapat :

$$\varepsilon = \frac{y}{R} \text{ . . . .(3.5)}$$

Persamaan (3.5) sama-sama dikali dengan E. y dA sehingga didapat

$$E.\ y.\ dA.\ \varepsilon = \frac{E.y^2.\ dA}{R}$$

Kemudian di integral dan didapat,

$$\int \sigma.\ y.\ dA = \frac{E}{R}.\int y^2.\ dA$$

$$M = \frac{E}{R}.\ I \ldots\ldots (3.6).$$

$\varepsilon = \frac{y}{R}$, dikalikan dengan E, didapat,

$$\varepsilon E = \frac{y.E}{R} \ldots\ldots\ldots (3.7)$$

Substitusikan persamaan (3.7) kepersamaan (3.6) didapat,

$$M = \frac{\sigma}{y}.\ I \ldots\ldots\ldots\ldots (3.8)$$

M = Momen.

$\frac{I}{y}$ = Z (tahanan momen).

σ = Tegangan.

Jadi

$$M = Z.\sigma. \ldots\ldots\ldots\ldots (3.9).$$

Momen = Tahanan Momen.x Tegangan.

Untuk momen bengkok persamaan (3.9) menjadi.

$$Mb = Zb.\ \sigma_b \ldots\ldots\ldots\ldots (3.10).$$

dimana :

Mb = Momen bengkok yang menahan.

Zb = Tahanan momen linear (Zx atau Zy).

σb = Tegangan ben gkok bahan yang diizinkan.

$$\sigma b = \sigma t.$$

Untuk momen puntir persamaan (3.9) menjadi,

$$Mp = Zp \cdot \sigma p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.11).$$

dimana :

Mp = Momen puntir yang menahan.

Zp = Tahanan momen polar.

σp = Tegangan puntir bahan yang diizinkan.

Contoh soal 1.

Sebuah batang C - B dibebani dengan beban terbagi rata dan beban titik seperti tergambar, tegangan bengkok yang diizinkan $\sigma b = 206\ MN/m^2$. Hitunglah ukuran penampang beam tersebut, bila penampangnya berbentuk frofil T.

Jawab :

$$W_1 = 4.3 = 12\ kN.$$

$$W_2 = 4.2 = 8\ kN.$$

Reaksi tumpuan ,

$$MA = 0.$$

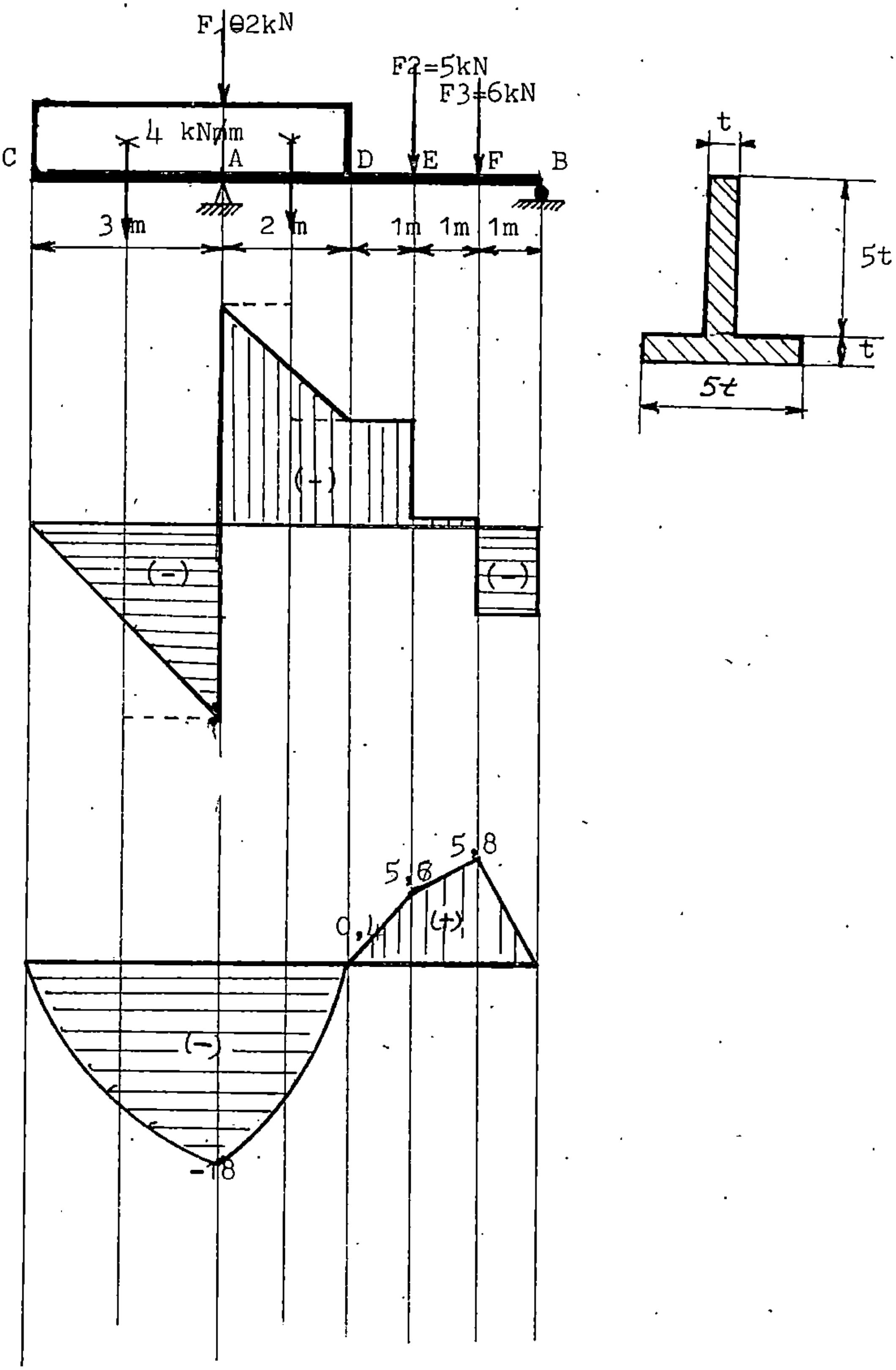
$$- W_1 \cdot 1,5 + F_1 \cdot 0 + W_2 \cdot 1 + F_2 \cdot 3 + F_3 \cdot 4 - 5\ RB = 0.$$

$$RB = 5,8\ kN.$$

$$M_B = 0$$

$$- F_3 \cdot 1 - F_2 \cdot 3 + W_2 \cdot 4 - F_1 \cdot 5 + RA \cdot 5 - W_1 \cdot 6,5 = 0$$

$$RA = 27,2\ kN.$$



Gambar3.2. Beban bengkok.

Kemudian dilukiskan bidang gaya lintangnya(gambar 3.2b) .

Momen bengkok yang bekerja.

$MC = 0.$

$MA = - W_1.1,5 = - 18$ kN.m.

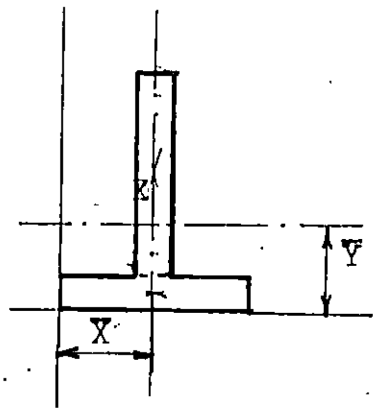
$MD = -12.3,5 \mp 2 \mp 2 - 8.1 + 27,2.2 = 0,4$ kNm.

$ME = 5,8 \; . \; 2 - 6.1 = 5,6$ kNm.

$MF = 5,8.1 = 5,8$ kNm.

Lukisan bidang momen bengkok, dilukiskan pada gambar(3.2c)
Momen bengkok maksimum terdapat pada titik A.

Momen bengkok yang menahan dapat dihitung sebagai berikut :



Gambar 3.3. Profil T.

$$\bar{Y} \equiv \frac{5t.t.0,5t \; + 5t.t.3,5t}{5t.t + 5t.t} = 2t.$$

$\bar{X} = 2,5$ t.(karena symetris).

Jarak masing-masing titik sumbu elemen luas terhadap garis x - x adalah :

$a_1 = 3,5t - 2t = 1,5$ t.

$a_2 = 2t - 0,5t = 1,5$ t.

Momen lembam linear terhadap sumbu x - x adalah sebagai berikut :

$$I_{x-x} = Ix_1 + Ix_2$$

$$Ix_1 = \frac{t.(5t)^3}{12} + (1,5\ t)^2.5t.t = 21,67t^4.$$

$$Ix_2 = \frac{5t.t^3}{12} + (1,5t)^2.5t.t = 11,67t^4.$$

$$Ix_1\text{-}x = 21,67t^4 + 11,67t^4 = 33,34\ t^4.$$

Tahanan momen (Westan).

$$Zx\text{-}x = \frac{Ix\text{-}x}{e_{x-x}} = \frac{33,34t^4}{4t} = 8,335t^3.$$

Ukuran penampang frofil:

Momen yang bekerja harus sama dengan momen yang menahan.

$$Mb = Zx\text{-}x\ .\ \sigma b.$$

$$18.10^6 = 8,335t^3\ .\ 206.10^6.10^{-6}$$

$$t = 22\ mm.$$

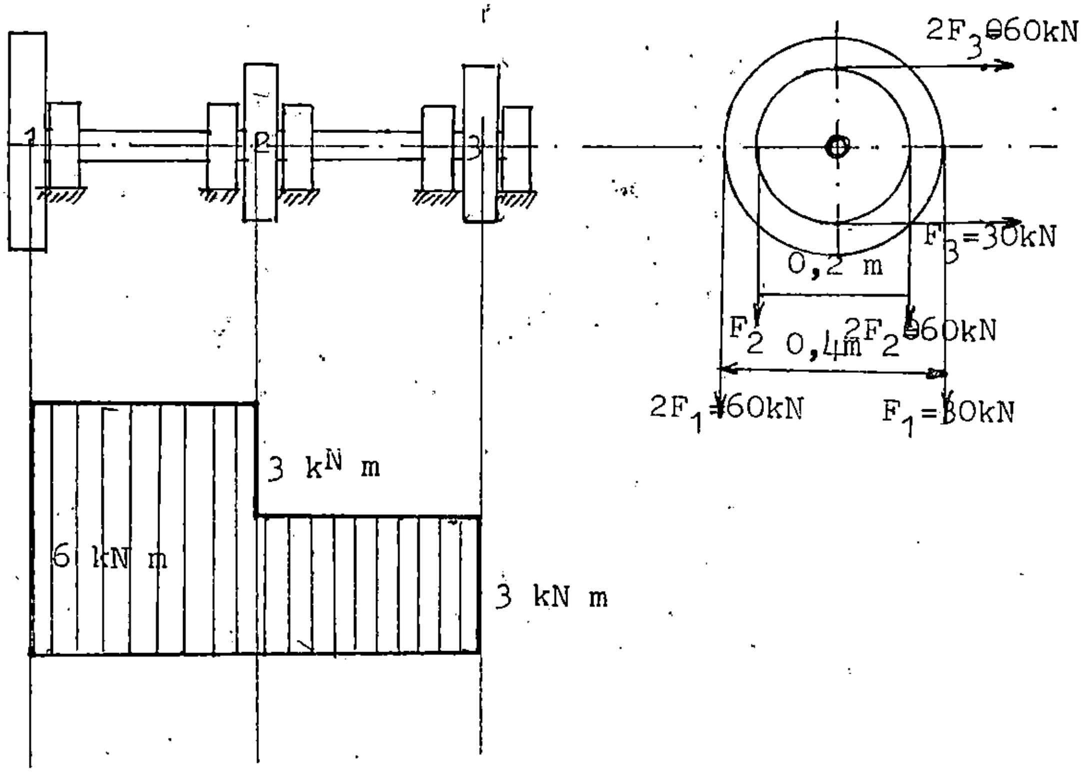
Contoh soal 2.

Sebuah poros transmissi dengan 3 buah pully se - perti gambar 3.4. Bantalah dipasang dekat sekali dengan pully, sehingga momen bengkok dapat diabaikan. Gesekan - bantalan dan poros juga diabaikan. Perbandingan tali ban yang tegang dengan tali ban yang kendur 2:1. Hitunglah diameter poros jika tegangan puntir yang diizinkan 103 MN/m^2.

Jawab :

$$Mpt_{AB} = (\ 2F_1 - F_1\ )\ r_1 = (\ 60 - 30\ )\ 0,2 =$$

$$= 6\ kNm\ (\ mak).$$



Gambar 3.4 . Poros transmissi.

Mpt_B = (60 - 30) .0,1 = 3 kNm.

Mpt $_{BC}$ = (60 - 30) 0,1 = 3 kN m.

Tahanan momen puntir:

$$Zp = \frac{Ip}{ep} = \frac{0,1\ D^4}{0,5\ D} = 0,2\ D^3.$$

MPt = Zp . τpt.

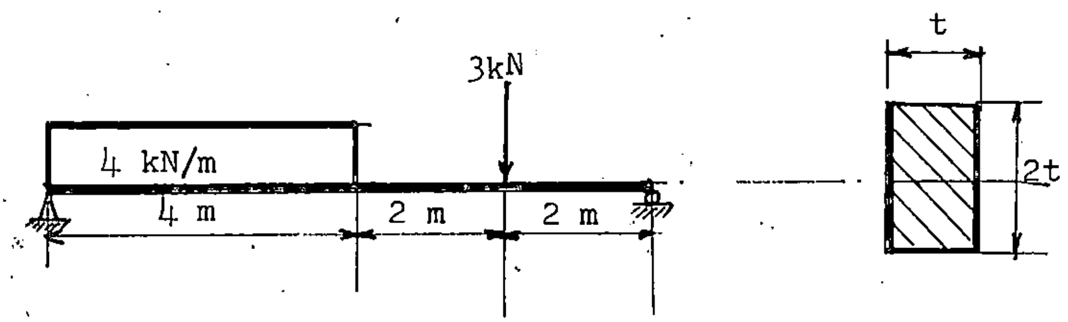
$$6.10^3 = 0,2\ D^3 \ .\ 103\ .\ 10^6$$

D = 66 mm.

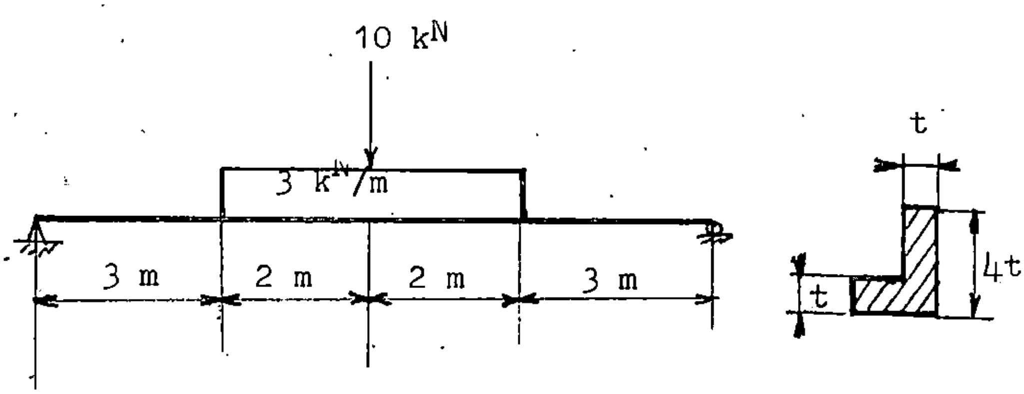
Soal-soal.

Tentukan lah ukuran penampang dari gambar berikut ini :

1.



2.



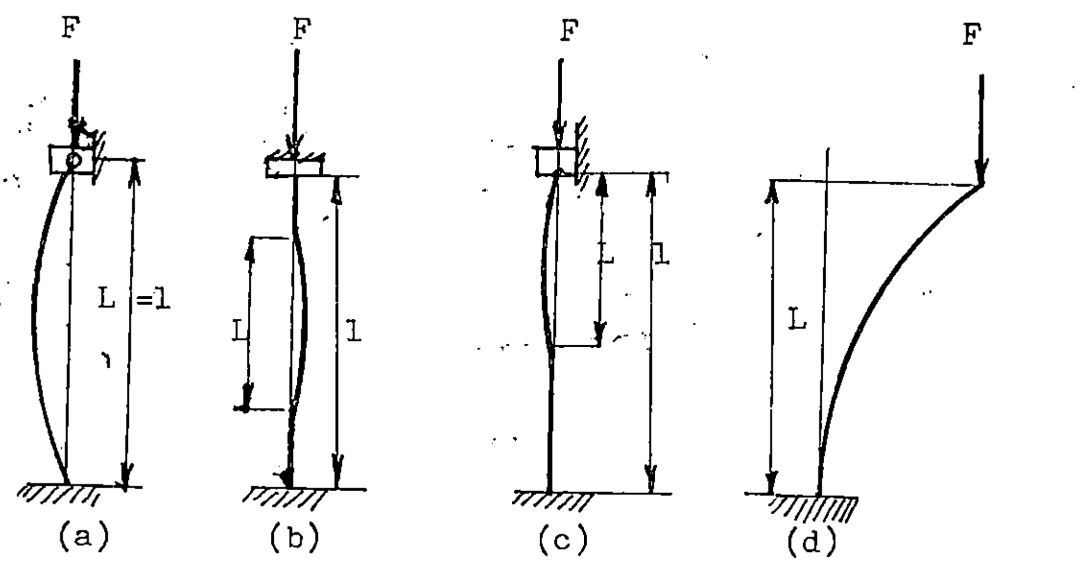
BAB IV
. BEBAN TEKUK

Apabila pada suatu batang diberikan beban tekan , tepat pada sumbunya, maka akan timbul pembengkokan yang - disebut tekuk, Tekuk merupakan kombinasi antara tekan dan bengkok. Tekuk ini banyak sekali dialami oleh elemen - elemen mesin, baik yang vertikal maupun yang horizontal seperti batang penggerak, screw jakk, ling dan keran. Perhitungan tekuk dipengaruhi oleh beberapa faktor diantaranya :

1. Bahan batang.
2. Cara mendukung (system dukungan).

   Menurut Euler ada 4 system dukungan terpenting yaitu (perhatikan gambar 4.1) :

   a. Keduan ujung diberi engsel.
   b. Kedua ujung dijepit tetap.
   c. Satu ujung tetap dan satu lagi diengsel.
   d. Satu ujung tetap dan satu lagi lepas.



Gambar 4.1. System dukungan .

3. Ukuran batang (faktor kelangsingan).

Faktor kelangsingan ditentukan oleh panjang batang dan radius gyrasi, dengan rumus sebagai berikut :

$$\lambda = \frac{l}{k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.1)$$

$$k = \sqrt{\frac{I\ min}{A}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.2)$$

λ = Faktor kelangsingan.
l = Panjang kolom.
k = Radius Gyrasi.
Imin = Momen lembam linear minimum.
A = Luas penampang batang.

Jika $l/k \leq 10$ dinamakan batang pendek dipakai perhitungan biasa yaitu :

$$Fk = \sigma_{tk} . A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.3)$$

Fk = Gaya yang mengakibatkan terjadinya tekuk.

σ_{tk} = Tegangan putus bahan.

Bila F gaya yang bekerja dan Fk gaya tekuk kritis maka F harus lebih kecil dari Fk supaya batang aman . Maka

$$\frac{Fk}{F} = V \text{ (faktor keamanan tekuk).}$$

Sehingga dengan demikian tegangan tekuk yang bekerja , adalah :

$$\sigma_{tk_v} = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_{tk} = \frac{Fk}{A} = \frac{F.V}{A} = \sigma_{tk_v} . V$$

$$\sigma_{tk} = \sigma_{tk_v} . V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4.4).$$

Jika harga kelangsingan $\lambda \geq$ 80 dipakai rumus Euler , berikut ini :

$$Fk = \frac{c \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.5)$$

$$Fk = \frac{c \cdot \pi^2 \cdot E \cdot A}{(\frac{l}{k})^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.6)$$

dimana :

Fk = Beban kritis tekuk.
c.= Konstanta tergantung kepadasystem dukungan.
E = Modulus kenyal.
A = Luas penampang batang.
l = Panjang batang tekuk.
k = Radius gyrasi.

Haraga c dapat dilihat pada tabel IV.1.

TABEL IV . 1. KONSTANTA DUKUNGAN

No	Kondisi dukungan	Konstanta (c).
1.	Kedua ujung diengsel	1.
2.	Kedua ujung dijepit tetap	4.
3.	Satu tetap dan satu diengsel.	2.
4.	Satu tetap dan satu lepas	0,25.

Faktor pemasangan (dukungan) ini sangat mempengaruhi perhitungan sebagai contoh diambil pemasangan nomor 1 , harga c = 1, akan didapat sebagai berikut:

$$Fk = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.7)$$

Pemasangan nomor 2 dengan harga c = 4, didapat :

$$Fk = \frac{\pi^2 . E . I}{(\frac{1}{2})^2} \; ; \; . . . . (4.8)$$

Dari persamaan (4.7) dan (4.8) dapat disimpulkan bah - wa rumus Euler dapat ditulis sebagai berikut :

$$Fk = \frac{\pi^2 . E . I}{L^2} \; . . . . (4.9)$$

L = panjang effektif batang.

Hubungan antara panjang batang effektif (L) de- ngan panjang batang tekuk dapat dilihat pada tabel IV.2 dibawah ini :

TABEL IV.2. HUBUNGAN PANJANG BATANG TEKUK DENGAN PANJANG BATANG EFFEKTIF.

No	: Kondisi tumpuan	: Hubungan L dan l.
1.	: Kedua ujung diengsel :	L = l.
2.	: Keduan ujung dijepit tetap. :	L = l/2.
3.	: Satu tetap satu engsel sel. :	L = l/√2
4.	: Satu tetap dan satu lepas . :	L = 0,5 l.

Jika harga kelangsingan sama dengan $10 > \lambda > 80$ dinamakan batang sedang, dan untuk menghitungnya di - pakai rumus Rankine Gordon (juga ada rumus lain), se- perti berikut ini :

$$Fk = \frac{\sigma c. A}{1 + a\, (\frac{L}{k})^2} \; . . . . (4.10)$$

atau

$$Fk = \frac{\text{Beban Putus}}{1 + a\left(\frac{L}{k}\right)^2}$$

dimana :

Fk = Beban kritis.
σc = Tegangan putus bahan.
A = Luas penampang batang.
a = Konstanta Rankine.
L = Panjang effektif batang.
k = Jari-jari gyrasi.

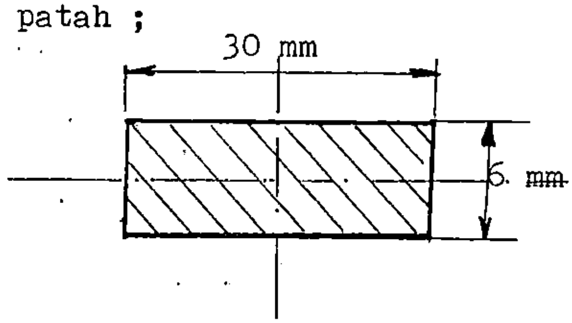
Harga konstanta Rankine(a) dapat dilihat pada tabelIV.3 .dibawah ini :

TABEL IV.3. KONSTANTA RANKINE.

No	Nama Bahan	Konstanta Rankine (a).
1.	Wrought Iron	1/9000
2.	Besi tuang	1/1600.
3.	Mild steel	1/7500
4.	Timbel	1/750.

Contoh soal 1.

Sebuah batang mempunyai ukuran $(30 \times 6 \times 250)mm^3$ Modulus kenyal bahan $E = 206\ GN/m^2$, Menerima beban tekuk dengan kedua ujungnya diengsel. Pada beban tekan berapakah batang akan patah ;



Gambar 4.2. Penampang batang.

Momen lembam linear :

$$Ix\text{-}x = \frac{bh^3}{12} = \quad .. = \frac{30.6^3}{12} = 5,4 \;.\; 10^{-10} m^4 \text{ (min).}$$

$$Iy\text{-}y = \frac{6.30^3}{12} = 135.10^{-10} m^4.$$

$$k = \sqrt{\frac{Ix\text{-}x}{A}} = \sqrt{\frac{5,4.10^{-10}}{1,8.10^{-10}}} = 1,732 \;.\; 10^{-3} \text{ m.}$$

$$\lambda = \frac{l}{k} = \frac{250.10^{-3}}{1,732.10^{-3}} = 144 \text{ (besar dari 80).}$$

Maka dipakai rumus Euler,

$$F\,k = \frac{1,(3,14)^2.206.10^9.5,4.10^{-10}}{(250.10^{-3})^2}$$

$$Fk = 17570 \text{ N.}$$

Contoh soal 2.

Sebuah batang torak terbuat dari baja sepeeti tergambar pada gambar 4.3. Batang torak tersebut menerima beban tekuk. Anggaplah bahan termasuk elastis untuk semua harga tegangan yang diterimanya, gesekan pada bantalan diabaikan .

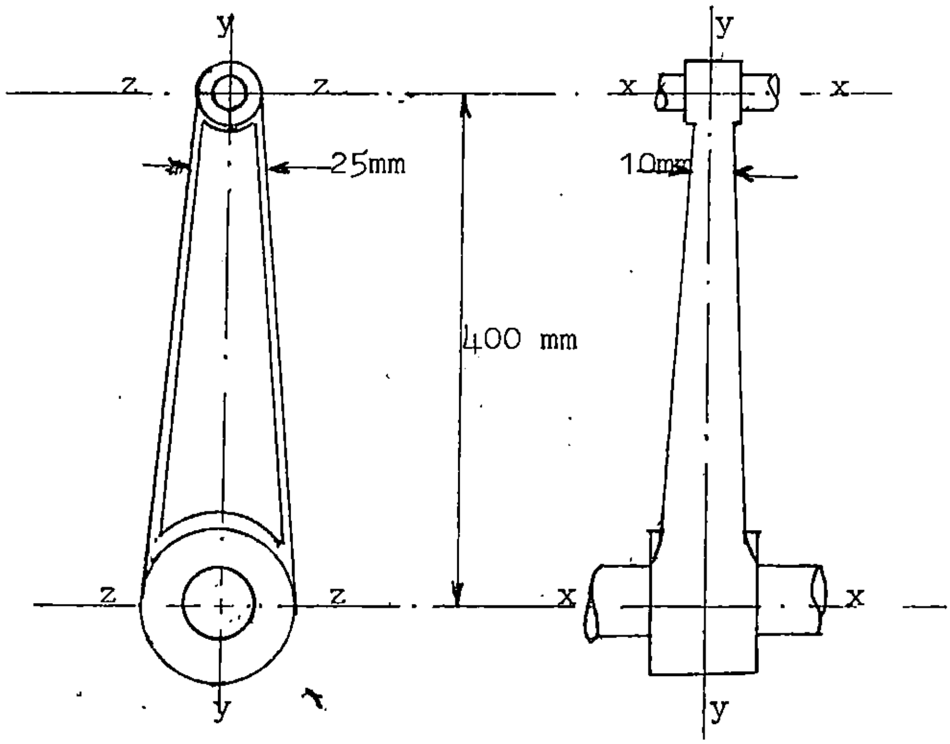
Jawab :

Batang torak ini dapat membengkok kearah sumbu x-x dan dapat pula membengkok kearah sumbu z-z. Jika dia membengkok kearah sumbu x-x. Berarti tumpuannya tumpuan engsel keduanya. Maka L = l = 400 mm.

Jika dia membengkok kearah sumbu z-z, berarti kedua tumpuannya merupakan jepit tetap. Maka $L = l = \frac{400}{2}$

L = l = 200 mm.

Momen lembamnya adalah Iz-z, karena kedua tumpuan - nya merupakan jepit tetap.



Gambar 4.3. Batang torak.

Menentukan kelangsingan.

$$Ix\text{-}x = \frac{10.25^3}{12} = 13020{,}83 \text{ mm}^4.$$

$$Iz\text{-}z = \frac{25.10^3}{12} = 2083{,}3 \text{ mm}^4 \text{(mOmen lembam minimum)}.$$

$$\text{Radius gyrasi} = k = \sqrt{\frac{Iz\text{-}z}{A}} = \sqrt{\frac{2083{,}3}{250}} = 2{,}887 \text{ mm}.$$

$$\text{Kelangsingan } \pi = \frac{l}{k} = \frac{400}{2{,}887} = 138{,}55 \text{ (besar dari 80)}.$$

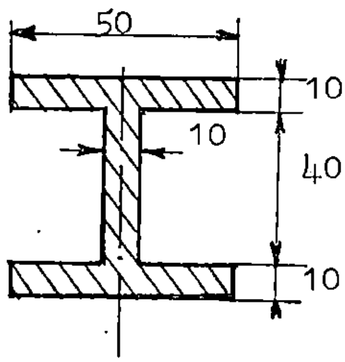
$$Fk = \frac{\pi^2.E.\ Iz\text{-}z}{L^2} = \frac{3{,}14^2.206.10^{-9}.\frac{10}{12}}{}$$

$$Fk = \frac{3,14^2.206.10^9.2083,3.10^{-12}}{200^2.10^{-6}}$$

$$Fk = 105,9 \text{ kN.}$$

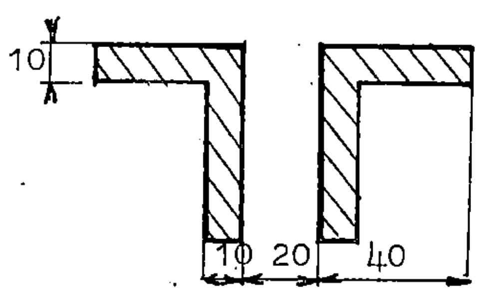
Soal-soal.

1. Sebuah batang persegi empat dengan ukuran(30x30) mm^2 , panjang 1 m. Bahan mempunyai modulus kenyal 200 kN/mm^2 Kedua ujung batang dijepit tetap . Hitunglah beban tekuk maksumum yang dapat didukung oleh batang tersebut.
2. Sebuah baja frofil I dengan ukuran seperti tergambar , harus mendukung beban tekuk, panjang 6 m . Kedua ujung dijepit tetap. Gunakan rumus euler untuk menentukan beban tekuk kritis, Jika E = 200 kN/mm^2.



(satuan gambar falam mm).

3 Dua buah frofil L dikontruksi seperti tergambar, panjang 4 m , harus mendukung beban tekuk. Frofil terbuat dari bes i tuang dengn E = 250 kN/mm^2, tegangan lumer 320 MN/m^2. Berapakah beban tekuk maksimum yang dapat didukung oleh kedua frofil tersebut.



(satuan gambar dalam mm)

DAFTAR PUSTAKA.

D. H. Bacon and R. C. Stephens; Mechanical Tecnology; London: Boston Newns - Butterworths ; 1977.

J. W. Walker; Applied Mechanics; London, Sydney, Auchland, Toronto : Hadder and Staughlan ; 1978.

J. Hannah and M. J. Hiller; Mechanical Engineering Science : Pitman Publishing ; 1970.

J. L. Meriam; Statics and Dynamics : New York, Santa Barbara, Chcherter, Brisbane Toronto: John Wiley and Sons ; 1980.

J. M. Shah and H. M. Jadvani : Theory of Mechanics: Delhi and Jullundur: Publishing by J. C. Kapur BA; 1978.

J. G. C. Hofsteede, P, J, Kramer dan Soemargono: Ilmu Mekanika Teknik A: Jakarta : Pradnya Paramita; 1976.