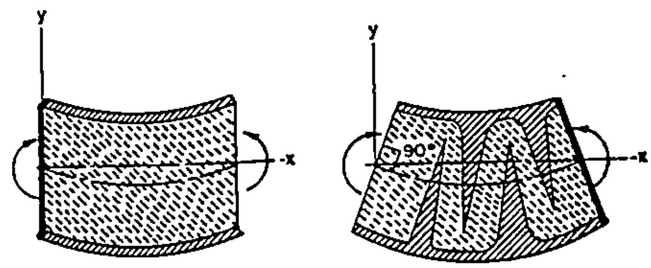
# TEGANGAN PADA BAHAN



O l e h

DRS. WASKITO
( Dosen Jurusan Pend. Teknik Mesin )

FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
PADANG
1993

# KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, berkat rahmatNYA jualah buku yang sederhana ini dapat diselesaikan.

Buku ini berisikan materi khusus tentang tegangan yang terjadi pada bahan. Macam-macam tegangan yang mungkin terjadi pada bahan akibat pengaruh gaya luar dibahas dalam buku ini. Pembahasan dilakukan mulai dari tegangan tegangan yang terjadi secara tunggal sampai kepada tegangan yang lebih kompleks akibat kombinasi pembebanan.

Uraian yang dilakukan diupayakan menggunakan pendekatan teori praktis, maksudnya teori hanya dijelaskan tidak terlalu rumit, hanya sebatas yang mudah dipahami dan selanjutnya dari teori-teori itu dikembangkan dengan cara membahas problem-problem yang sesuai.

Pembahasan menggunakan matematika tidak terhindarkan, tetapi diusahakan matematika yang dipakai bukan matematika tingkat tinggi. Sehingga dengan demikian buku ini sangat sesuai dan berguna bagi teknisi, perancang mula, dan perancang terapan.

Disadari bahwa buku ini merupakan bagian dari Mekanika Kekuatan Bahan yang diberi penekanan khusus pada materi tegangan saja. Oleh karena materi dan cara penyajian dalam bentuk khusus, kesalahan dan kekhilapan yang prinsipil ataupun yang tidak prinsipil dapat saja terjadi. Dengan maksud agar buku ini dapat berguna secara maksimal, kritikan berupa saran tentang materi yang disajikan pada buku ini akan penulis terima dengan senang hati.

Tak lupa penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak-tak perlu disebutkan namanya-yang telah membantu sehingga buku ini dapat diselesaikan.

wasalam,

penulis

## DAFTAR ISI

# BAB I

# PENDAHULUAN

## A. Pengertian Tegangan

Benda merupakan sekumpulan molekul dari unsur tertentu yang saling mengikat. Dengan adanya gaya saling ikat antar sesama molekul, benda mampu menahan beban atau gaya aksi yang bekerja padanya. Kemampuan itu sering disebut gaya reaksi. Pada batas kondisi keseimbangan besarnya gaya reaksi sama dengan gaya aksi tapi arahnya berlawanan.

Benda yang dikenai gaya aksi dapat dipastikan "menderita", karena molekul-molekul benda itu akan saling menegang untuk memberikan perlawanan. Dalam bahasan yang umum gaya akan bekerja pada titik berat bidang penampang dan gaya itu didistribusikan secara merata ke seluruh penampang.

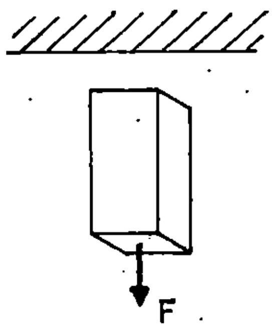
Apabila gaya yang merupakan vektor bekerja berdasarkan konsep garis dan mengacu pada satu titik, maka perlawanan benda terjadi pada satu satuan luas penampang yang dikenai gaya tadi. Selanjutnya penderitaan benda akibat gaya aksi disebut tegangan dengan satuan gaya tiap satuan luas. Dalam bentuk persamaan diberikan :

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad N/m^2 \qquad 1.1$$

Dengan penjelasan, $\sigma$ adalah tegangan yang dialami penampang benda, sering juga disebut tegangan normal. Menurut SI, $\sigma$ mempunyai satuan $N/m^2$. Tetapi di kalang-teknik masih banyak tegangan yang menggunakan satuan $kg/mm^2$ dan $N/mm^2$. F merupakan gaya yang bekerja pada benda, dapat berupa aksi atau gaya berat. Menurut SI F bersatuan Newton (N), tetapi masih sering dipakai satuan kg. A adalah luas penampang normal benda yang dikenai gaya, satuannya adalah $m^2$ atau $mm^2$.

Persamaan 1.1 merupakan persamaan umum yang dapat dipakai pada kasus gaya didistribusi secara merata pada penampang. Apabila gaya atau beban yang dialami penampang benda berbeda-beda, maka persamaan menjadi :

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad N/m^2 \qquad 1.2$$



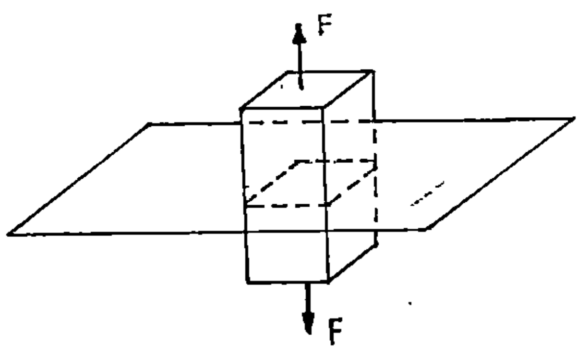

Gambar 1.1 Tegangan pada penampang

B. Jenis Tegangan

Berdasarkan cara gaya bekerja pada benda, tegangan yang terjadi pada benda dapat dibagi atas 8 macam, yaitu :

1. Tegangan Tarik

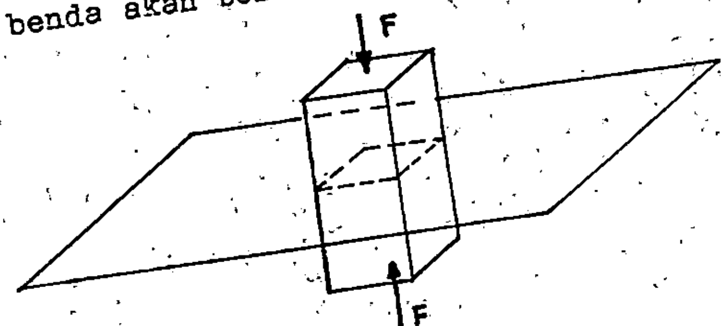
Benda akan mengalami tegangan tarik apabila gaya yang bekerja padanya adalah gaya tarik. Gaya tarik ini bekerja pada penampang memanjang ke arah luar atau jika terjadi perubahan bentuk pada benda, benda akan memanjang.




Gambar 1.2 Tegangan Tarik

2. Tegangan Tekan

Benda akan mengalami tegangan tekan apabila gaya yang bekerja padanya adalah gaya tekan. Gaya tekan ini bekerja pada penampang memanjang ke arah dalam atau jika terjadi perubahan bentuk, benda akan bertambah pendek.

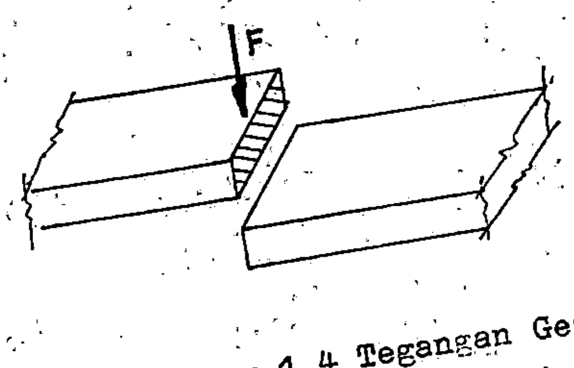



Gambar 1.3 Tegangan Tekan

Pada rangka batang gaya tekan diberi tanda - (negatip) sedangkan gaya tarik diberi tanda + (positip). Baik tegangan tarik maupun tegangan tekan sering juga disebut tegangan normal.

3. Tegangan Geser

Gaya yang mengakibatkan benda akan putus dalam arah melintang penampang disebut gaya geser. Dengan demikian tegangan yang terjadi pada benda disebut tegangan geser.



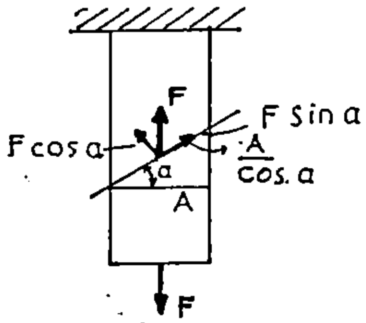

Gambar 1.4 Tegangan Geser

Secara umum tegangan geser di tulis :

$$\tau = \frac{F}{\quad} \quad N/m^2$$

$\tau$ = Tegangan Geser $N/m^2$
F = Gaya geser N
A = Luas penampang geser $m^2$ atau $mm^2$

Pada batang yang mengalami gaya tarik atau tekan sebenarnya timbul juga tegangan geser. Namun besarnya tegangan geser ini jauh lebih kecil di - bandingkan dengan tegangan tarik/tekan. Sehingga dalam analisis perhitungan dapat diabaikan.




Gambar 1.5 Tegangan Geser akibat tarikan

Perhatikan gambar 1.5, F adalah gaya tarik, A adalah luas penampang tarik. Pada penampang yang membentuk sudut a terhadap penampang tarik, gaya tegang F dapat diuraikan atas 2 komponen, yaitu : F cos a yang merupakan gaya tarik terhadap penampang normal A/cos a dan F sin a yang merupakan gaya geser terhadap penampang A/cos a.

Sesuai dengan persamaan umum :
Tegangan tarik pada penampang miring

$$\sigma = \frac{F \cos a}{A/\cos a}$$

$$\sigma = \frac{F \cos^2 a}{A}$$

Tegangan geser pada penampang miring

$$\tau = \frac{F \sin a}{A/\cos a}$$

$$= \frac{F \sin a \cos a}{A}$$

$$\tau = \frac{F \sin 2a}{2\,A}$$

Dari kedua persamaan tersebut terlihat bahwa harga tegangan tarik atau tegangan geser maksimum tergantung dari fungsi sudut a.

$$\sigma_{maks} = \frac{F}{A}$$

$$\tau_{maks} = \frac{F}{2A}$$

Sehingga $\tau_{maks} = 1/2\ \sigma_{maks}$

Atau dengan kata lain sebesar-besar tegangan geser yang terjadi akibat gaya tarik hanya 1/2 kali tegangan tarik.

4. Tegangan Puntir

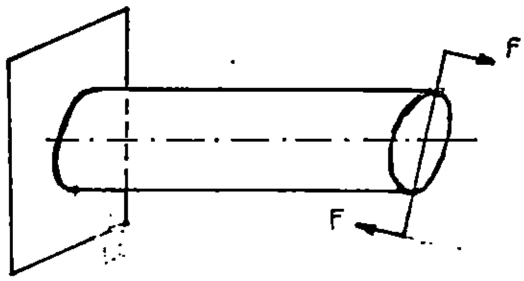
Manakala sepasang kopel bekerja pada batang, maka pada batang itu akan mengalami puntiran. Akibat puntiran yang nyata secara umum adalah benda bergerak secara rotasi. Pada batang yang mengalami puntiran itu terjadi tegangan puntir. Kasus ini sering terjadi pada poros-poros transmisi, pegas, dan lain-lain.

Tegangan puntir yang terjadi sebenarnya adalah tegangan geser, namun karena ditinjau dari akibatnya batang akan memuntir, maka tegangan itu disebut tegangan puntir.

Untuk menurunkan persamaan pada puntiran, diambil asumsi dasar :

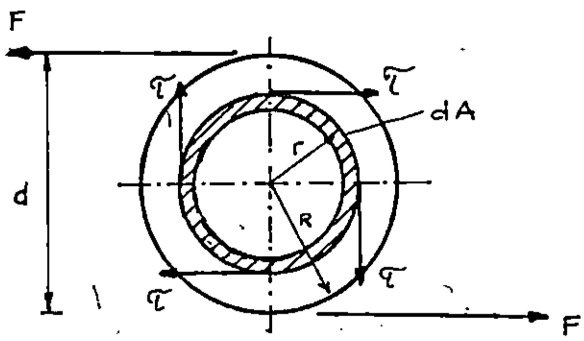
1. Penampang-penampang normal tetap datar, ukuran diameter tidak berubah.
2. penampang-penampang normal berputar pada garis sumbu.

3. Perputaran penampang normal sembarang dibanding suatu penampang tetap adalah berbanding seharga dengan jarak-jarak mereka.




Gambar 1.6 Batang mengalami puntiran

Dengan berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, pada penampang batang dapat digambarkan diagram ketimbangan sebagai berikut :




Gambar 1.7 Kesetimbangan Puntiran

$$F \cdot d = \int \frac{r^2 \, dA}{R}$$

$$M_p = \frac{\tau}{R} \, I_p$$

$$M_p = \tau \, \frac{I_p}{R}$$

Bentuk $I_{p/R}$ sering disebut tahanan momen.
Sehingga persamaan dapat ditulis menjadi :

$$M_p = \tau \cdot W_w \quad \text{atau} \quad \tau = \frac{M_p}{W_w}$$

Pada poros, $I_p = \pi/32\ d^4$ dan $r = d/2$

maka $W_w = \pi/16\ d^3$

Dengan demikian $M_p = \pi/16\ d^3 \approx 0{,}2\ \pi\ d^3$

Apabila batang atau poros berongga

$$I_p = \pi/32\ (D^4 - d^4)$$

sehingga

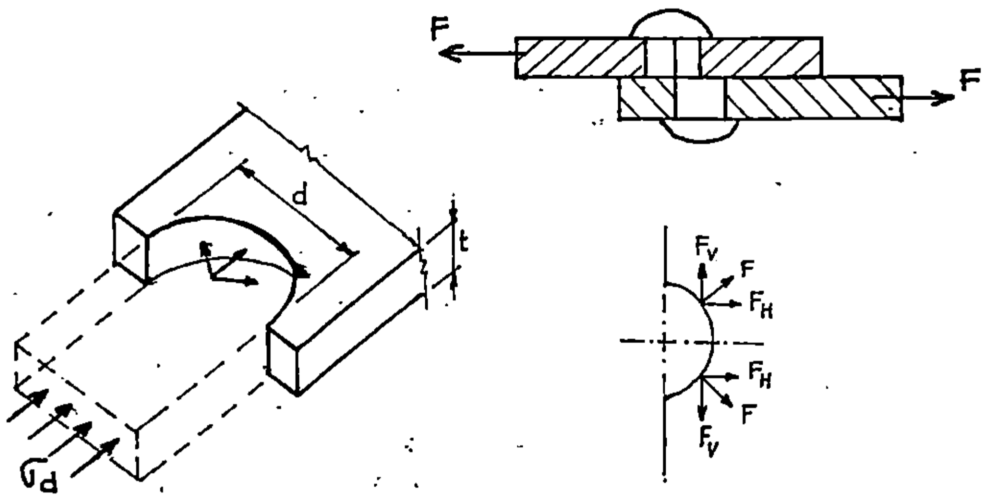
$$M_p = \tau\ \frac{(D^4 - d^4)}{\pi/16\ d}$$

atau

$$\tau = \frac{16\ M_p\ D}{\pi\ (D^4 - d^4)}$$

5. Tegangan Tumpu

Jika gaya geser bekerja pada benda yang saling berpasangan; misalnya paku keling yang terpasang untuk mengikat plat, maka kemungkinan yang terjadi adalah paku keling putus akibat satu sisi paku keling rusak karena ketebalan plat, atau plat rusak karena paku keling. Tegangan yang terjadi pada kasus pertama di atas adlah tegangan geser, yang lainnya disebut tegangan tumpu.




Gambar 1.8 Tegangan Tumpu

Gaya yang bekerja pada paku keling di distribusi secara merata ke keliling lingkaran. Gaya itu diuraikan atas gaya horizontal ($F_h$) dan gaya vertikal ($F_v$). Gaya-gaya vertikal saling meniadakan, tetapi gaya horizontal ($F_h$) mempunyai persamaan :

$$F_h = \sigma_w \cdot t \cdot 2r$$

atau

$$\sigma_w = \frac{F_h}{t\ d}$$

$\sigma_w$ = Tegangan tumpu $N/mm^2$
$F_h$ = Gaya yang bekerja N
$t$ = Tebal plat mm
$d$ = Diameter lubang plat mm

Harga tegangan tumpu merupakan harga tegangan terbesar dari suatu bahan. Hubungan antara tegangan tumpu, tegangan geser dan tegangan tarik dinyatakan sebagai berikut :

$$\sigma_w = 2\,\sigma_d = 1{,}6\,\sigma_t$$

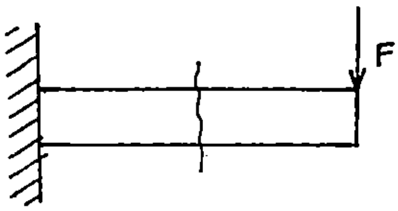
Sehingga untuk sambungan paku keling analisanya tidak dapat hanya menggunakan tegangan geser atau tegangan tarik saja, tetapi perlu juga memperhitungkan tegangan tumpu.

6. Tegangan Bengkok

Jika sebuah benda menerima gaya dan menimbulkan momen terhadap suatu titik, benda akan mengalami bengkokan atau lengkungan.

Benda yang mengalami bengkokan ini terbagi atas 2 bagian penampang yang menderita. Satu bagian meregang karena tertarik dan yang lainnya mengerut akibat tertekan. Kedua bagian tersebut dibatasi oleh lapisan netral yang tidak mengalami tegangan.

Untuk mendapatkan persamaan tegangan bengkok, dapat diturunkan melalui gambar 1.9.




Gambar 1.9 Tegangan Bengkok

Menurut azas kesetimbangan, akibat gaya F yang bekerja timbul gaya dalam (reaksi) yang sama besarnya. Sehingga pada titik (bagian) yang berjarak akan timbul momen kopel. Dengan azas kesetimbangan pula, pada penampang batang timbul momen kopel yang melawan.

Sesuai dengan konsep itu, pada penampang bekerja gaya sebesar

$$F = \sigma y_1 \cdot Y_1 \, dA_1$$

Besarnya momen terhadap lapisan netral

$$M = \sigma y_2 \cdot Y_2 \, dA_2$$

Besarnya $\sigma y_1$ dibandingkan dengan $\sigma_1$ adalah

$$y_1 = \frac{Y_1}{e_1} \sigma_1 \quad \text{dan} \quad y_2 = \frac{Y_2}{e_2} \sigma_2$$

Sehingga besarnya momen setelah harga disubstitusikan menjadi :

$$M = \frac{\sigma_1}{e_1} \int Y^2 \, dA$$

atau

$$M = \frac{\sigma_2}{e_2} \int Y^2 \, dA$$

Bentuk $\int Y^2 \, dA$ adalah inertia atau momen kelembaman dari batang.

Sehingga $M_b = \dfrac{\sigma}{e} I$

$M_b$ = Momen bengkok Nmm
$\sigma_b$ = Tegangan bengkok $N/mm^2$
e = Jarak bagian luar batang ke garis netral mm
I = Momen inertia batang $mm^4$

Selanjutnya bentuk persamaan 1.8 dapat ditulis menjadi

$$M_b = \sigma \frac{I}{e}$$

sedangkan I/e = W, yaitu tahanan momen, sehingga :

$$M_b = \sigma_b \cdot W_b$$

atau $$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}$$

Tegangan bengkok yang terjadi sebenarnya adalah tegangan tarik dan tegangan tekan. Lapisan netral yang tidak mengalami tegangan adalah garis yang melewati titik berat penampang. Sehingga apabila penampang batang tidak simetris, besarnya tegangan yang terjadi pada lapisan atas maupun lapisan bawah dari garis netral akan tidak sama besarnya. Untuk keperluan analisis konstruksi diambil harga tegangan yang terbesar.

Sebenarnya tegangan yang terjadi pada pembebanan bengkokan tidak hanya tegangan bengkok, tegangan geser juga terjadi. Sehingga tegangan yang timbul akibat pembebanan bengkok adalah tegangan kompleks. Bagian ini akan dibicarakan pada bab berikutnya.

7. Tegangan Temperatur

Sesuai dengan umumnya sifat benda yang memuai bila dipanaskan dan menyusut bila didinginkan, maka energi panas dapat merubah bentuk benda. Apabila perubahan bentuk benda tersebut masih degormasi elastis, maka ia tunduk pada hukum Hooke.

$$E = \frac{F.\ l}{A.\ \Delta l}$$

$$\Delta l = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} \qquad 1.10$$

Padahal menurut rumus pemuaian linier akibat perubahan temperatur :

$$\Delta l = \alpha \cdot t \cdot l \qquad 1.11$$

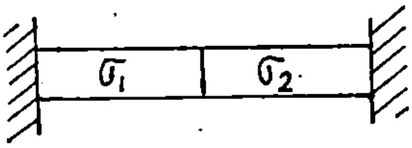
Dari persamaan 1.10 dan 1.11 tersebut diperoleh :

$$\sigma = E \cdot \alpha \cdot t \qquad 1.12$$

$\sigma$ = Tegangan temperatur $N/mm^2$
E = Modulus Elastisitas batang $N/mm^2$
$\alpha$ = Koefisien muai linier $^{o}C^{-1}$
t = Perubahan temperatur $^{o}C$

Tegangan temperatur ini sebenarnya adalah tegangan tarik atau tegangan tekan. Tegangan tarik terjadi apabila $\Delta$ t berharga negatip dan tegangan tekan terjadi apabila $\Delta$ t berharga positip. Tegangan-tegangan itu timbul jika akibat temperatur tersebut benda akan memuai/menyusut menjadi tidak memuai/menyusut. Contohnya pada batang yang salah satu ujungnya dijepit tetap. Jika temperaturnya dinaikkan pemuaian akan terjadi tetapi tegangan tidak ada. Pada batang yang kedua ujungnya dijepit tetap, jika temperaturnya dinaikkan pemuaian akan tertahan sehingga tegangan akan timbul.

Persamaan 1.12 digunakan dengan syarat penampang sama dan seluruh bahan sama serta homogen. Manakala bahan tidak sama, contohnya dua bahan disambung menjadi satu bagian tegangan yang terjadi juga tidak sama (lihat gambar 1.10).




$\sigma_1 \neq \sigma_2$



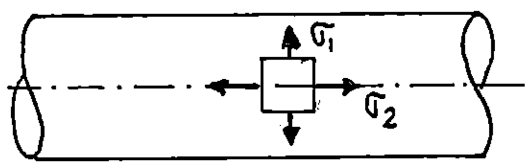
Gambar 1.10 Tegangan temperatur pada batang yang bahannya berlainan

Untuk analisis kasus seperti ini akan didiskusikan pada bab berikutnya.

8. Tegangan pada Silinder Berdinding Tipis

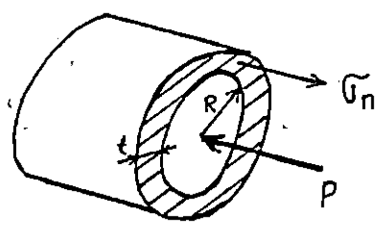
Sebuah silinder dikatakan berdinding tipis apabila perbandingan antara tebal dengan diameternya adalah $\leqslant$ 0,1. Bagian ini mendiskusikan tegangan yang terjadi pada silinder yang memenuhi syarat itu.

Jika fluida berada pada silinder tertutup, maka pada silinder bekerja tekanan yang harus dilawan oleh dinding silinder. Dengan demikian akan terjadi tegangan pada dinding silinder. Karena sifat fluida menekan ke segala arah, maka tegangan tegangan yang terjadi dibagi atas 2 kategori, yaitu tegangan memanjang dan tegangan melintang ( gambar 1.11 ).




Gambar 1.11 Tegangan pada silinder

Pada arah memanjang yang paling menderita akibat tekanan adalah tutup silinder. Menurut azas kesetimbangan, gaya fluida = gaya pada bagian tutup yang menahan.




Gambar 1.12 Tegangan Memanjang

$$p \cdot \pi/4\ d^2 = \sigma_n \left\{\pi\,(d/2 + t)^2 - \pi/4\ d^2\right\}$$

$$p \cdot \pi/4\ d^2 = \sigma_n \left\{\pi\,(d^2/4 + dt + t^2) - \pi/4\ d^2\right\}$$

Karena t sangat tipis dibanding d, maka $t^2$ dapat diabaikan.

Sehingga $p \cdot \pi/4\ d^2 = \sigma_n \cdot \pi d \cdot t$

$$\sigma_n = \frac{p\ \pi/4\ d^2}{d\ t}$$

$$\sigma_n = \frac{p\ d}{4\ t} \qquad 1.13$$

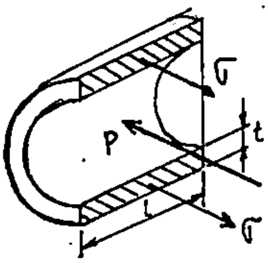
$\sigma_n$ = Tegangan melintang pada bagian tebal penampang $N/mm^2$

p = Tekanan pada bagian dalam silinder $N/mm^2$

d = Diameter dalam silinder mm

t = Tebal silinder mm

Pada arah melintang tekanan fluida mendesak dinding silinder. Untuk melihat tegangan yang terjadi pada dinding, perhatikan gaya yang bekerja pada penampang (gambar 1.13)




Gambar 1.13 Tegangan melintang

Gaya tekanan = Gaya reaksi dinding

$$p \cdot d \cdot l = 2\ \sigma_1 \cdot l \cdot t$$

$$\sigma_1 = \frac{p \cdot d}{2\ t} \qquad 1.14$$

$\sigma_1$ = Tegangan memanjang $N/mm^2$

p = Tekanan pada bagian dalam silinder $N/mm^2$

d = Diameter dalam silinder mm

t = Tebal silinder mm

Dengan demikian besarnya tegangan memanjang 2 kali lebih besar dari tegangan melintang.

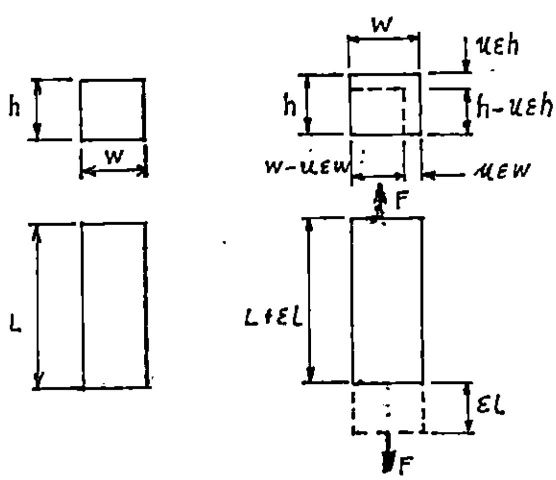
C. Modulus Elastisitas, Modulus Gelincir, dan Perbandingan Poisson

Modulus elastisitas E adalah perbandingan antara tegangan normal dengan regangan yang terjadi akibat gaya yang bekerja pada batang. $E = \sigma/e$. Besaran ini sangat penting di dunia teknik karena selalu muncul dalam analisis yang merupakan satu besaran yang menggambarkan kekakuan batang.

Modulus elastisitas diturunkan dari hukum Hooke yaitu tegangan dan regangan yang diambil sebagai besaran peubah ditentukan sampai batas deformasi elastis pada perubahan bentuk batang. Disebabkan besaran ini diturunkan dari perubahan bentuk memanjang, maka modulus elastisitas hanya berlaku untuk analisis yang berhubungan dengan tegangan normal.

Dengan konsep dasar yang sama modulus gelincir G adalah perbandingan antara tegangan geser dengan regangan sudut $G = \tau/\gamma$. Besaran ini berlaku pada batang yang mengalami puntiran. Sehingga besaran G digunakan pada analisis yang mengalami tegangan geser atau tegangan puntir.

Pada perubahan panjang akibat gaya, maka penampang akan mengecil atau membesar.




Gambar 1.14 Perbandingan Poisson

Perbandingan antara tegangan melintang penampang dengan tegangan memanjang disebut perbandingan Poisson.

$$u = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_y} = \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_l}$$

Berikut ini diberikan tabel perbandingan Poisson, modulus elastisitas, dan modulus gelincir dari beberapa jenis bahan.

Tabel 1.1 Perbandingan Poisson

| Bahan | $u$ |
|---|---|
| Aluminium | 0,34 |
| Aluminium paduan | 0,32 |
| Tembaga | 0,35 |
| Besi | 0,28 |
| Baja karbon | 0,28 |
| Magnesium | 0,33 |
| Titanium | 0,34 |

(Granet, 1980, hal. 24)

Tabel 1.2 Modulus Elastisitas dan Gelincir

| Bahan | E (GPa) | E (Psi) | G (GPa) | G (Psi) |
|---|---|---|---|---|
| Baja karbon | 210 | $30.10^6$ | 85 | $12.10^6$ |
| Baja paduan | 210 | $30.10^6$ | 85 | $12.10^6$ |
| Besi tuang kelabu | 105 | $15.10^6$ | 40 | $6.10^6$ |
| Aluminium | 70 | $10.10^6$ | 28 | $4.10^6$ |
| Kuningan | 105 | $14.10^6$ | 40 | $6.10^6$ |
| Tembaga | 115 | $17.10^6$ | 40 | $6.10^6$ |

(Granet, 1980, hal. 21)

Hubungan antara modulus elastisitas, modulus gelincir, dan perbandingan poisson diberikan sebagai berikut :

$$G = \frac{E}{2\,(1 + u)}$$

$G$ = modulus gelincir $N/mm^2$

$E$ = modulus elastisitas $N/mm^2$

$u$ = perbandingan poisson -

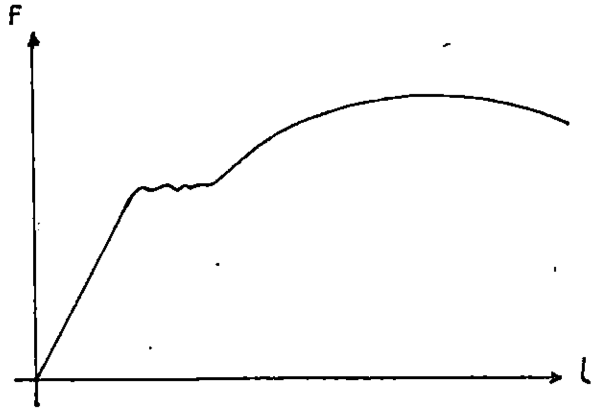
D. Pengukuran Karakteristik Mekanis Bahan

Karakteristik mekanis bahan dapat dinyatakan sebagai sifat-sifat bahan yang diperoleh dari pengujian bahan tersebut melalui beberapa jenis uji, yaitu : uji tarik atau tekan, uji pada temperatur tinggi, uji kejut, uji kelelahan, uji kekerasan, dan lain-lain.

Pada uji tarik selain diperoleh harga tegangan tarik juga akan diperoleh harga perpanjangan, pengecilan penampang, dan modulus elastisitas.

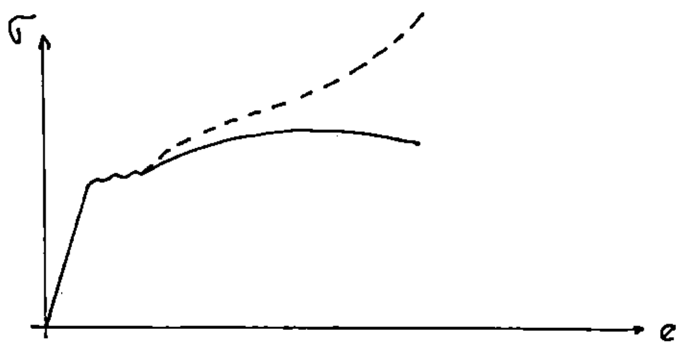
Uji tarik dapat dilakukan dengan mesin uji yang memerlukan specimen bahan uji dan dapat juga dilakukan pada mesin uji universal, yaitu tanpa memerlukan specimen, melainkan bahan yang ingin diketahui karakteristiknya langsung ditarik.

Jika proses tarikan digambarkan pada sebuah grafik akan diperoleh grafik sebagai berikut :




Gambar 1.15 Diagram F - l

Apabila grafik percobaan dituangkan menjadi grafik tegangan-regangan akan diperoleh :




Gambar 1.16 Diagram σ – e

Pada grafik tersebut dapat ditandai beberapa titik, yaitu :

A. Titik batas elastisitas, masih berlaku hukum Hooke.
B. Titik luruh, yaitu titik mulai terjadinya deformasi plastis.
C. Titik tegangan tertinggi, yang kemudian menjadi harga tegangan tarik.
D. Titik putus bahan.

Apabila koordinat titik-titik itu diproyeksikan ke sumbu ordinat, akan diperoleh harga tegangan masing-masingnya. Namun demikian sebenarnya harga-harga itu merupakan harga fiktif. Harga tegangan yang sebenarnya diberikan oleh garis putus-putus. Mengapa demikian ? Hal ini disebabkan pada proses tarikan tersebut ukuran penampang semakin mengecil sampai akhirnya putus. Padahal tegangan didefinisikan sebagai gaya tiap satu satuan luas penampang. Sebagai contoh harga tegangan tarik adalah harga gaya maksimum dibagi dengan luas penampang semula, sedangkan luas penampang pada posisi itu sudah mengecil.

Untuk menentukan harga tegangan sebenarnya dapat digunakan persamaan :

$$\sigma_s = \sigma_t \, (1 + e) \qquad 1.17$$

$\sigma_s$ = Tegangan sebenarnya N/mm$^2$
$t$ = Tegangan tarik N/mm$^2$
$e$ = regangan -

Untuk lebih mudah memahami, berikut ini disajikan data yang diperoleh dari uji tarik.

Tabel 1.3 Uji Tarik Baja Lunak

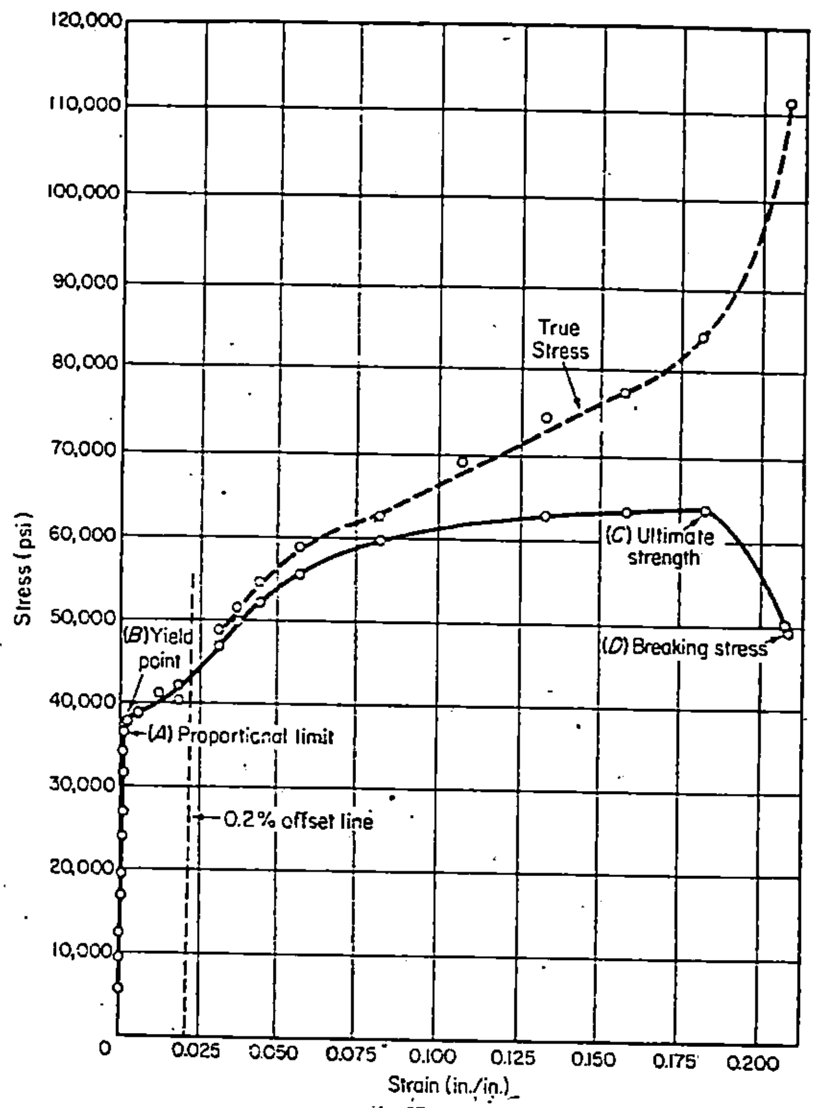
$D_o$ = 0,5020 inch
$A_o$ = 0,1980 inch$^2$
$l_o$ = 8 inch

| F<br>lb | $F/A_o$<br>psi | l<br>in. | $\Delta l/l$<br>in./in. | D'<br>in. | A'<br>in.$^2$ | $\sigma_s$<br>psi |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1100 | 5500 | 0,001 | 0,000125 | 0,5020 | 0,1979 | 5550 |
| 1950 | 9850 | 0,002 | 0,000250 | 0,5015 | 0,1975 | 9870 |
| 2570 | 12480 | 0,003 | 0,000375 | 0,5012 | 0,1973 | 13020 |
| 3230 | 16310 | 0,004 | 0,000500 | 0,5012 | 0,1973 | 16370 |
| 3800 | 19200 | 0,005 | 0,000625 | 0,5012 | 0,1973 | 19240 |
| 4600 | 23200 | 0,006 | 0,000750 | 0,5012 | 0,1973 | 23300 |
| 5300 | 26800 | 0,007 | 0,000875 | 0,5012 | 0,1973 | 26820 |
| 6150 | 31050 | 0,008 | 0,001000 | 0,5012 | 0,1973 | 31170 |
| 6600 | 33300 | 0,009 | 0,001125 | 0,5012 | 0,1973 | 33420 |
| 7300 | 36850 | 0,010 | 0,001250 | 0,5012 | 0,1973 | 37000 |
| 7600 | 38400 | 0,011 | 0,001375 | 0,5012 | 0,1973 | 38500 |
| 7500 | 37850 | 0,012 | 0,001500 | 0,5012 | 0,1973 | 38000 |
| 7450 | 37600 | 0,0135 | 0,001688 | 0,5012 | 0,1973 | 37700 |
| 7560 | 38200 | 0,014 | 0,001750 | 0,5012 | 0,1973 | 38300 |
| 7600 | 38400 | 0,015 | 0,001875 | 0,5011 | 0,1972 | 38500 |
| 7780 | 39300 | 0,016 | 0,002000 | 0,5010 | 0,1971 | 37420 |
| 7700 | 38900 | 0,0505 | 0,006310 | 0,4990 | 0,1956 | 39350 |
| 8100 | 40900 | 0,100 | 0,023500 | 0,4965 | 0,1936 | 41800 |
| 8000 | 40400 | 0,150 | 0,018750 | 0,4960 | 0,1932 | 41400 |
| 8700 | 43900 | 0,200 | 0,025000 | 0,4960 | 0,1932 | 45000 |
| 9300 | 46900 | 0,250 | 0,031250 | 0,4940 | 0,1917 | 49500 |
| 9680 | 49800 | 0,300 | 0,037500 | 0,4925 | 0,1909 | 51700 |
| 10330 | 52200 | 0,360 | 0,045000 | 0,4900 | 0,1886 | 54800 |
| 10980 | 55400 | 0,460 | 0,057500 | 0,4870 | 0,1863 | 58800 |
| 11850 | 59800 | 0,600 | 0,082500 | 0,4810 | 0,1817 | 65200 |
| 12340 | 62300 | 0,860 | 0,107500 | 0,4740 | 0,1765 | 69800 |
| 12450 | 62900 | 1,060 | 0,132500 | 0,4660 | 0,1706 | 73000 |
| 12620 | 63700£ | 1,260 | 0,157500 | 0,4570 | 0,1640 | 76900 |
| 12760 | 63900£ | 1,460 | 0,182500 | 0,4390 | 0,1514 | 83600 |
| 9980 | 50400$ | 1,660 | 0,207500 | | | |
| 9840 | 49700$ | 1,670 | 0,208750 | 0,3350 | 0,0881 | 111500 |

£ Tegangan tarik maks; $ batang putus

(Granet, 1980, hal. 61)

Dari tabel itu dapat digambar grafik /diagram tegangan-regangan sebagai berikut :




(Granet, 1980, hal. 62)

Gambar 1.17 Diagram $\sigma$- e Baja Lunak

Dengan membaca tabel dan diagram diketahui bahwa tegangan tarik adalah 63900 psi, tetapi tegangan sebenarnya adalah 83600 psi dan batang putus pada harga tegangan 49700 psi. Regangan pada saat putus sebesar 0,208750 atau 20,875 %.

Besarnya modulus elastisitas diambil dari grafik yang tunduk pada hukum Hooke, yaitu :

$$E = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{e_1 - e_2}$$

$$= \frac{30000 - 13750}{0{,}001 - 0{,}0004}$$

$$= 27{,}1 \cdot 10^6 \text{ psi}$$

$$\text{Pengecilan penampang} = \frac{A_o - A_1}{A_o} \; 100\ \%$$

$$= \frac{0{,}1979 - 0.0889}{0{,}1979} \; 100\%$$

$$= 55{,}5\ \%$$

# BAB II

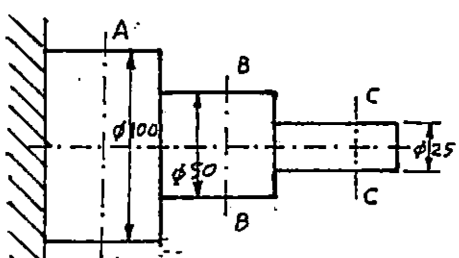
## ANALISIS TEGANGAN TUNGGAL PADA BATANG

Bagian ini akan membahas permasalahan pada batang yang mengalami tegangan. Tegangan-tegangan yang dianalisis diambil seakan-akan hanya terjadi satu jenis tegangan saja. Walaupun keadaan sebenarnya mungkin saja terjadi tegangan kompleks.

Konsep-konsep dasar tegangan yang akan dianalisis telah dibicarakan pada bab I. Dengan menampilkan berbagai variasi permasalahan pada masing-masing tegangan diharapkan pemahaman tentang tegangan akan lebih mudah dimengerti.

A. Tegangan Tarik/Tekan

1. Sebuah batang yang berbeda diameter seperti yang ditunjukkan gambar 2.1 dikenai gaya sebesar 40 kN diujungnya. Tentukanlah besarnya tegangan pada penampang A-A, B-B, dan C-C serta pertambahan panjang total batang jika modulus elastisitas batang $2,1 \cdot 10^5$ N/mm$^2$.




Gambar 2.1 Ilustrasi problem 1

Penyelesaian :

Gaya sebesar 40 kN secara merata berlaku untuk seluruh penampang batang. Oleh karena luas penampang batang berbeda-beda, maka besarnya tegangan mereka pun berbeda-beda.

Penampang A-A

$$\sigma_{A-A} = \frac{F}{A_{A-A}} \qquad \Delta l_{A-A} = \frac{F \cdot l}{A \cdot E}$$

$$\sigma_{A-A} = \frac{40.10^3}{\pi/4\ 100^2} \qquad \Delta l_{A-A} = \frac{40.10^3.150}{\pi/4\ 100^2.2,1.10^5}$$

$$= 5,1 \quad N/mm^2 \qquad = 0,003 \quad mm$$

Penampang B-B

$$\sigma_{B-B} = \frac{F}{A_{B-B}} \qquad \Delta l_{B-B} = \frac{F\ .\ l}{A\ .\ E}$$

$$= \frac{40.\ 10^3}{\pi/4.\ 50^2} \qquad = \frac{40.10^3.200}{\pi/4.50^2.2,1.10^5}$$

$$= 20,4 \quad N/mm^2 \qquad = 0,019 \quad mm$$

Penampang C-C

$$\sigma_{C-C} = \frac{F}{A_{C-C}} \qquad \Delta l_{C-C} = \frac{F\ .\ l}{A\ .\ E}$$

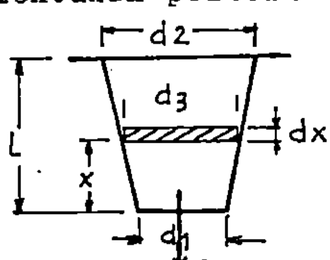
$$= \frac{40.10^3}{\pi/4\ 25^2} \qquad = \frac{40.10^3.100}{\pi/4.25^2.2,1.10^5}$$

$$= 81,5 \quad N/mm^2 \qquad = 0,04 \ mm$$

$$\Delta l_{total} = \Delta l_{A-A} + \Delta l_{B-B} + \Delta l_{C-C}$$

$$= 0,062 \ mm$$

2. Sebuah batang berbentuk kerucut seperti gambar dibebani dengan gaya sebesar 10 kN. Jika E = $2,1.10^5$ $N/mm^2$. Tentukan pertambahan panjang batang.




Gambar 2.2 Ilustrasi problem 2

Penyelesaian

Soal ini tidak menanyakan tegangan batang, sebab pada sembarang titik pada arah memanjang, besarnya tegangan akan berbeda.

Untuk menghitung pertambahan panjang dapat diturunkan persamaan sebagai berikut :

Tentukan dx pada jarak x terhitung dari ujung bawah.

$$d_3 = \frac{d_2.x + d_1(1-x)}{1}$$

$$= d_2 . x/1 - d_1 - x/1 + d_1$$

$$= d_1 + (d_2 - d_1) \quad x/1$$

$$\Delta 1 = \frac{F}{\pi/4 \; d_3^2 . E} \; dx$$

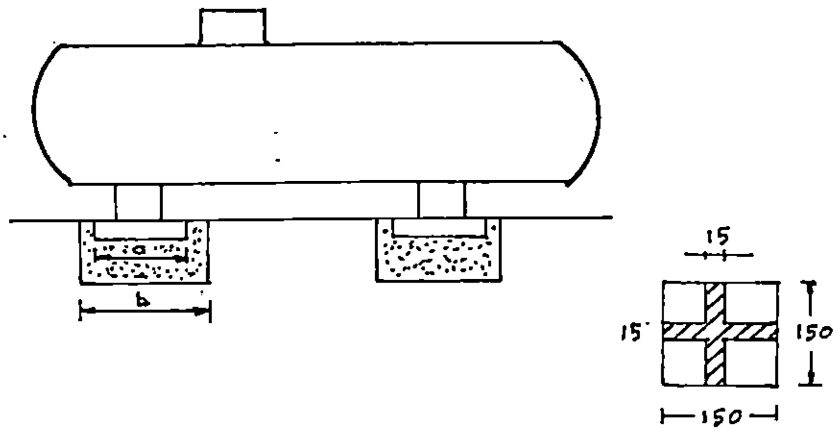
$$= \frac{F}{\pi/4 \quad d_1 + (d_2 - d_1)x/1 \quad ^2 \; E} \; dx$$

$$= \frac{4 \; F \; 1}{d_1 \; d_2 \; E}$$

$$= \frac{4.10.10^3.200}{25.50.2{,}1.10^5}$$

$$= 0{,}009 \text{ mm}$$

3. Sebuah ketel uap mempunyai berat sendiri sebesar 120 kN dan berisi air 9000 liter terletak pada 2 alat pendukung seperti gambar. Hitunglah tegangan bahan pada penampang pendukung, ukuran plat kaki a dan b jika $\sigma_d$ batu = 1,2 N/mm$^2$ dan $\sigma_d$ pasir = 0,25 N/mm$^2$




Gambar 2.3 Ilustrasi problem 3

Penyelesaian

Beban yang dipikul oleh penahan adalah berat ketel ditambah dengan berat air = 120 + 90 = 210 kN. Karena beban menekan penahan, maka pada penahan bekerja gaya tekan.

Luas penahan = 150. 15 + 135. 15 = 4275 $mm^2$
Dengan demikian besarnya tegangan tekan pada penahan :

$$\sigma_d = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{2,1.10^5}{2.\ 4275} = 24,56 \quad N/mm^2$$

Untuk menghitung ukuran a :

$$\sigma_d \text{ batu} = \frac{F}{2a^2}$$

$$1,2 = \frac{2,1\ .\ 10^5}{2\ a^2}$$

$$a = 2,1/2,4\ .\ 10^5$$

$$= 270 \text{ mm}$$

Untuk menghitung ukuran b:

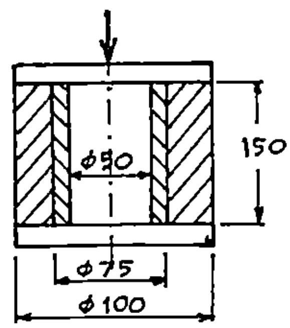
$$\sigma_d \text{ pasir} = \frac{F}{2\ b^2}$$

$$0{,}25 = \frac{2{,}1\ .\ 10^5}{2\ b^2}$$

$$b = 2{,}1/0{,}5\ .\ 10^5$$

$$= 650 \text{ mm}$$

4. Sebuah tabung terbuat dari baja yang dibungkus dengan tembaga. Sebuah gaya sebesar $10^2$ kN bekerja sentris pada tabung. Jika $E_{baja} = 2{,}1.10^5$ N/mm$^2$ dan $E_{tembaga} = 1{,}15.10^5$ N/mm$^2$. Hitung tegangan pada baja dan tembaga serta perpendekannya.




Gambar 2.4 Ilustrasi problem 4

Penyelesaian

$$\sigma_{baja} = \varepsilon\ .\ E_{baja}$$

$$\sigma_{tembaga} = \varepsilon\ .\ E_{tembaga}$$

$$F_{baja} = \sigma_{baja}\ .\ A_{baja}$$

$$F_{tembaga} = \sigma_{tembaga}\ .\ A_{tembaga}$$

sedangkan

$$\varepsilon\ \text{baja} = \varepsilon\ \text{tembaga}$$

$$\frac{\sigma_{baja}}{\sigma_{tembaga}} = \frac{E_{baja}}{E_{tembaga}}$$

$$\sigma_{baja} = \frac{2,1 \cdot 10^5}{1,15 \cdot 10^5} \; \sigma_{temabag}$$

$$= 1,73 \; \sigma_{tembaga}$$

padahal $F = F_{baja} + F_{tembaga}$

$$\sigma_{baja} \cdot A_{baja} + \sigma_{tembaga} \cdot A_{tembaga} = F$$

$1,73 \; \sigma_{tembaga} \cdot \pi/4 \; (100^2 - 75^2) + \sigma_{tembaga} \cdot \pi/4$

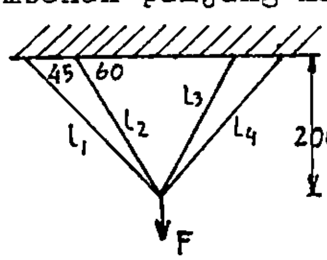
$(75^2 - 50^2) = 100.000$ N

$$\sigma_{tembaga} = 12 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{baja} = 20,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta l = 0,015 \text{ mm}$$

5. Empat batang dengan ukuran diameter 10 mm dirangkai sehingga bertemu pada satu titik. Pada titik itu bekerja gaya tarik sebesar 10 kN. Jika modulus elastisitas batang $2,1 \cdot 10^5$ N/mm$^2$. Hitung besarnya tegangan yang terjadi pada masing-masing batang dan pertambahan panjang masing-masing batang.




Gambar 2.5 Ilustrasi Problem 5

Penyelesaian

Konstruksi dalam keadaan simetri, sehingga :

$$l_1 = l_4 = \frac{200}{\cos 45}$$

$$l_2 = l_3 = \frac{200}{\sin 60}$$

karena titik temu dipertahankan tetap, maka

$$\Delta l_1 \neq \Delta l_2$$

hubungan $\Delta l_1 = \Delta l_2$

$$\Delta l_1 = \Delta l \quad \sin 45$$

$$\Delta l_2 = \Delta l \quad \sin 60$$

sehingga :

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{\sin 45}{\sin 60} = 1/3 \sqrt{6}$$

sedangkan

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\sin 60}{\sin 45} = 1/2 \sqrt{6}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{F_1 \cdot l_1}{A_1 \cdot E_1} \\ \Delta l_2 &= \frac{F_2 \cdot l_2}{A_2 \cdot E_2} \end{aligned}\right\} \text{dari keduanya diperoleh}$$

$$F_1 = \frac{2\, A_1 \cdot E_1 \cdot \Delta l_2}{3\, l_2}$$

Keseimbangan di titik pertemuan :

$$2\ F_1 \sin 45 \ + \ 2\ F_2 \sin 60 \ = \ F$$

$$1{,}41\ F_1 \ + \ 1{,}73\ F_2 \ = \ 5000\ N$$

$$1{,}41\ \frac{2A_1 . E_1 . \Delta l_2}{l_2} \ + \ 1{,}73\ \frac{A_2 . E_2 . \Delta l_2}{l_2} = 5000$$

karena luas penampang dan modulus elastisitas sama, maka :

$$\frac{A.E.\ l_2\ (8)}{3\ l_2} \ = \ 5000$$

Jika harga A, E dan $l_2$ dimasukkan (karena sudah diketahui), akan diperoleh :

$$\Delta\ l_2 \ = 0{,}09\ mm$$

$$\Delta l_1 \ = 0{,}0073\ mm$$

$$\sigma_1 \ = \ E\ .\ \frac{\Delta l_1}{l_1}$$

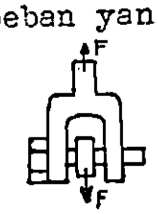
$$\sigma_1 \ = \ 61\ \ N/mm^2$$

$$\sigma_2 \ = \ E\ .\ \frac{\Delta l_2}{l_2}$$

$$= \ 66\ \ N/mm^2$$

B. Tegangan Geser

1. Sebuah penggantung dirancang seperti gambar 2.6. Apabila tegangan geser yang diijinkan baut 140 $MP_a$, Hitung besarnya beban yang dapat ditahannya.




Gambar 2.6 Ilustrasi Problem B1

Penyelesaian

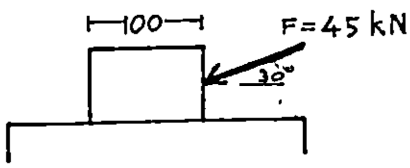
Penampang geser dari benda tersebut ada 2, sehingga :

$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{F}{2\ \pi/4 \cdot d^2}$$

$$F = 21.122,78\ N$$

2. Sebuah komponen disambung dengan meja yang lebar dengan cara dilubangi seperti gambar 2.7. Jika ukuran benda 100 x 300 mm, tentukan besarnya tegangan geser yang timbul.




Gambar 2.7 Ilustrasi Problem B2

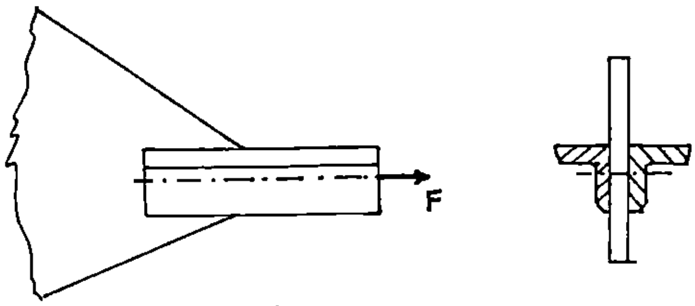
Penyelesaian

$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$= \frac{45.\ 10^3\ \cos 30}{100\ .\ 300}$$

$$= 1,3\ MPa$$

3. Sebuah batang konstruksi terdiri atas 2 baja siku-siku ukuran 45 x 45 x 5. Baja-baja ini dilas pada sebuah plat pertemuan. Pada baja-baja itu bekerja gaya sebesar 4,3 kN di sumbu utama. Jika $\tau$ = 7.8 $N/mm^2$. Hitung panjang tiap-tiap las.




Gambar 2.8 Ilustrasi Problem B3

Penyelesaian

$$F = F_1 + F_2$$

$$F_1 = \tau . A$$

$$= 78 . 2 . a_1 . l_1$$

$$F_2 = 78 . 2 . a_2 . l_2$$

Menurut kesetimbangan momen :

$$F_1 . 1{,}28 = F_2 . 3{,}22$$

Karena tebal baja adalah 5 mm, maka tebal pengelasan 5 cos 45 = $2{,}5\sqrt{2}$ mm.

$a_1$ ditentukan = $a_2$

Sehingga :

$$F_1 = 2 . 78 . 2{,}5\sqrt{2} . l_1$$

$$F_2 = 2 . 78 . 2{,}5\sqrt{2} . l_2$$

karena

$$1{,}28\ F_1 = 3{,}22\ F_2 \text{ , maka}$$

$$1{,}28\ l_1 = 3{,}22\ l_2$$

$$l_1 = 3{,}22/1{,}18\ \ l_2$$

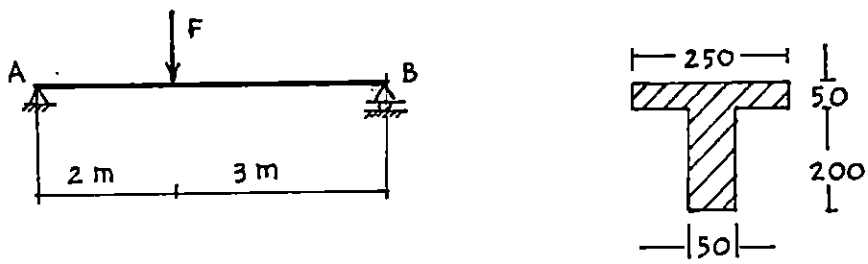
Akibatnya :

$$F_1 + F_2 = F$$

$$2 \cdot 78 \cdot 2{,}5\sqrt{2}\,(3{,}22/1{,}18\ l_2 + l_2) = 4{,}3\ \text{kN}$$

$$l_2 = 22{,}2\ \text{mm}$$
$$l_1 = 55{,}8\ \text{mm}$$

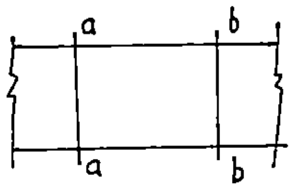
4. Sebuah balok profil I seperti gambar 2.9 berada di atas 2 tumpuan dengan beban terpusat F = 20 kN. Tentukan besarnya tegangan geser pada balok. (sebenarnya akibat pembebanan seperti ini akan terjadi tegangan bengkok dan tegangan geser. Tetapi pada soal ini kita hanya membicarakan tegangan geser).




Gambar 2.9 Ilustrasi Problem B4

Penyelesaian

Untuk menyelesaikan permasalahan itu perlu dicari lebih dahulu rumus tegangan geser akibat pembebanan lengkung.




Tinjau elemen balok yang terletak antara potongan aa dan bb.

Pada potongan aa bekerja momen dan gaya geser (D).
Pada potongan bb bekerja (M + dM) dan (D + dD).
Perhatikan elemen dA pada penampang yang berjarak y dari sumbu utama (garis netral).
Gaya normal yang bekerja pada dA di potongan aa adalah $\sigma_x$ dA,

$$\sigma_x \, dA = \frac{M \cdot y}{I_z} \, dA$$

Gaya normal yang bekerja pada dA di potongan bb adalah ( $\sigma_x + d\,\sigma_x$) dA,

$$(\sigma_x + d\,\sigma_x)\, dA = \frac{(M + dM)\, y}{I_z}\, dA$$

Gaya horizontal akibat geser = $\tau_{yx} \cdot b \cdot dx$

gaya horizontal = 0

$$\sigma_x \cdot dA + (\sigma_x + d\,\sigma_x)\, dA = \tau_{yx} \cdot b \cdot dx$$

$$\tau_{yx} = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{1}{b \cdot I_z} \int y \, dA$$

$$\tau = \frac{D \cdot s}{b \cdot I_z}$$

$\tau$ = Tegangan geser $N/mm^2$

D = Gaya geser (lintang ) N
s = statis momen terhadap garis normal dari luas elemen yang ditinjau. $mm^3$
b = lebar balok mm
$I_z$ = momen inertia $mm^4$

Kembali ke permasalahan semula,

posisi titik berat :

$$\bar{y} = \frac{25 \cdot 5 \cdot 2,5 + 20 \cdot 5 \cdot 15}{25 \cdot 5 + 20 \cdot 5}$$

$$= 80,56 \text{ mm}$$

$$I_x = 1/12 \;.\; 25.5^3 + 1/12 \;.5.20^3 + 25.5 \;.\; (8,056-2,5)^2 + 5.20\;(10 + 5-8,056)^2$$

$$= 12274,3 \;\; cm^4 \;=\; 1,22743\;.10^8 \;\; mm^4$$

$$R_A = \frac{F \;.\; 3}{5} = 12\ kN \;\Longrightarrow\; D_{AC}$$

$$R_B = \frac{F \;.\; 2}{5} = 8\ kN \;\Longrightarrow\; D_{CB}$$

Statis momen luas terhadap garis netral :

$$s = 25 \;.\; 5\;(8,056 - 2,5) = 694,5 \;\; cm^3$$

Untuk medan A – C

- Potongan b-b sebelah atas

$$\tau = \frac{D_{AC} \;.\; s}{b \;.\; I_x}$$

$$= \frac{12.10^3.694,5}{25 \;.\; 12274,3}$$

$$= 271\ N/cm^2 \;=\; 2,71 \;\; N/mm^2$$

- Potongan b-b sebelah bawah

$$\tau = \frac{D_{AC} \;.\; s}{b \;.\; I_x}$$

$$= \frac{12 \;.\; 10^3 \;.\; 694,5}{5 \;.\; 12274,3}$$

$$= 1355\ N/cm^2 \;=\; 13,55 \;\; N/mm^2$$

Untuk medan C-B

- Potongan b-b sebelah atas

$$\tau = \frac{D_{CB} \;.\; s}{b \;.\; I_x}$$

$$= \frac{8.10^3.\; 694,5}{25 \;.\; 12274,3}$$

$$= 180,7\ N/cm^2 \;=\; 1,8 \;\; N/mm^2$$

- Potongan b-b sebelah bawah

$$\tau = \frac{D_{CB} \cdot s}{b \cdot I_x}$$

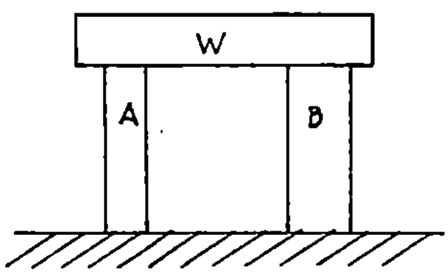
$$= \frac{8.10^3 \cdot 694,5}{5 \cdot 12274,3}$$

$$= 903,5 \text{ N/cm}^2 = 9 \text{ N/mm}^2$$

Tegangan geser yang dipakai untuk kepentingan analisis kekuatan adalah $\tau_{maksimum}$. Sehingga dalam kasus di atas $\tau$ adalah 13,55 N/mm$^2$.

C. Tegangan Temperatur

1. Sebuah batang A terbuat dari stainless steel dengan diameter 25 mm dan batang B diameter 50 mm terbuat dari mild steel. Keduanya mendukung beban seberat 45.000 N. Sebelum beban ditempatkan kedua batang mempunyai panjang yang sama. Jika modulus kedua batang sama (E · 210 GPa). Hitung tegangan yang terjadi pada masing-masing batang apabila temperatur kedua batang dinaikkan sebesar 25 °C.




Gambar 2.10 Ilustrasi Problem C1

Penyelesaian

Akibat beban kedua batang akan tertekan dengan mengalami perpendekan yang sama.

$$\Delta l_A = \Delta l_B$$

$$\frac{F_A \cdot l_A}{E_A \cdot A_A} = \frac{F_B \cdot l_B}{E_B \cdot A_B}$$

karena $E_A = E_B$ dan $l_A = l_B$

$$F_A = \frac{A_A}{A_B} F_B$$

$$F_A = 1/4 \ F_B$$

padahal :

$$F_A + F_B = 45.000 \text{ N}$$

dengan demikian :

$$F_B = 36.000 \text{ N}$$
$$F_A = 9.000 \text{ N}$$

Apabila temperatur dinaikkan 25 $^oC$, maka masing-masing batang akan memuai.

Pemuaian batang A akibat temperatur :

$$\Delta l_A = \alpha_A \cdot l \cdot \Delta t$$

$$= 17{,}8 . 10^{-6} \cdot l \cdot 25$$
$$= 445 \cdot 10^{-6} \, l$$

Pemuaian batang B akibat temperatur

$$\Delta l_B = \alpha_B \cdot l \cdot \Delta t$$

$$= 11{,}7 . 10^{-6} \cdot l \cdot 25$$
$$= 292{,}5 . \ 10^{-6} \, l$$

Dengan demikian gaya yang bekerja setelah adanya pengaruh temperatur :

$$F_A' + F_B' = 45.000$$

$$F_A' = 45.000 - F_B'$$

Sehingga perpendekan kedua batang setelah pengaruh temperatur menjadi :

$$\alpha_A . l . \Delta t - \frac{(F_A{}' - F_A)\, l}{E_A . A_A} = \alpha_B . l . \Delta t - \frac{(F_B{}' - F_B)\, l}{E_B . A_B}$$

Dengan memasukkan harga-harga yang diketahui dan melakukan substitusi diperoleh :

$$F_B{}' = 23424 \text{ N}$$

$$F_A{}' = 21576 \text{ N}$$

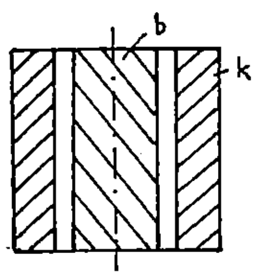
Dengan demikian setelah adanya pengaruh temperatur, batang B berkurang gayanya, sedangkan batang A bertambah gayanya. Hal ini disebabkan karena koefisien muai panjang yang berbeda.
Sehingga tegangan pada masing-masing batang menjadi :

$$\sigma_A = \frac{F_A{}'}{A_A}$$

$$= \frac{21576}{/4.\ 25^2} = 43,95 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{23429}{/4.\ 50^2} = 11,93 \text{ N/mm}^2$$

2. Batang terbuat dari baja dibrazing pada sebuah tabung yang terbuat dari kuningan seperti gambar 2.11 .




Gambar 2.11 Ilustrasi Problem C2

Apabila E kuningan = 70 GPa, E baja = 210 GPa, $\alpha$ kuningan = $18 \cdot 10^{-6}$, $\alpha$ baja = $11,7 \cdot 10^{-6}$. Hitunglah tegangan yang terjadi pada kedua jenis bahan jika temperatur dinaikkan sebesar 50 $^{o}$C.

Penyelesaian

Dalam kasus ini pertambahan panjang akibat temperatur kedua batang harus sama begitu pula besarnya gaya pada masing-masing batang.

Akibatnya kuningan akan terhambat pemuaiannya, sedangkan baja akan tertarik lebih panjang dari pada hanya pengaruh temperatur.

Sebelumnya dihitung pertambahan kedua batang jika tidak tertahan.

$$\Delta l_b = \alpha_b \cdot l \cdot \Delta t$$

$$\Delta l_k = {}_k \cdot l \cdot \Delta t$$

Gaya yang timbul

$$F_b = \frac{E_b \cdot A_b}{l_b} \quad \Delta l_b$$

$$F_k = \frac{E_k \cdot A_k}{l_k} \quad \Delta l_k$$

Karena keduanya terikat

$\Delta l_k' = \Delta l_k$ karena temperatur $- \Delta l_k$ karena tarikan baja

$$\Delta l_k' = \alpha_k \cdot l \cdot \Delta t - \frac{F_k \cdot l_k}{E_k \cdot A_k}$$

$\Delta l_b' = \Delta l_b$ karena temperatur $+ \Delta l_b$ karena tarikan kuningan

$$= \alpha_b \cdot l \cdot \Delta t + \frac{F_b \cdot l_b}{E_b \cdot A_b}$$

padahal

$$\Delta l_k' = \Delta l_b'$$

akibatnya :

$$\alpha_k \cdot l \cdot \Delta t - \frac{F_k\, l_k}{E_k\, A_k} = \alpha_b \cdot l \cdot \Delta t + \frac{F_b\, l_b}{E_b\, A_b}$$

Karena $F_b = F_k$

$$F = \frac{(\alpha_k - \alpha_b)\ t}{1/E_b . A_b + 1/E_k . A_k}$$

Dengan memasukkan harga-harga yang diketahui:

$F = 11,7$ kN

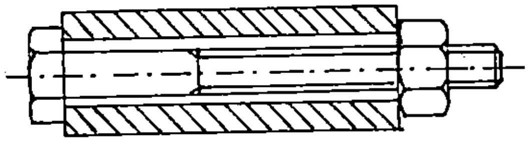
Sehingga besarnya tegangan pada masing-masing bahan :

$$\sigma_b = \frac{11,7.10^3}{\pi/4 \ . \ 0,025^2} = 23,83 \text{ MPa (tarik)}$$

$$\sigma_k = \frac{11,7.10^3}{\pi/4 \ .(0.050^2 - 0,028^2)}$$

$= 14,11$ MPa (tekan)

3. Sebatang baut panjangnya 30 cm dan kisar 3 mm dibungkus oleh tabung tembaga yang panjangnya 30 cm pula. Temperatur dinaikkan sebesar 40 °C dan mur diputar 1/4 putaran arah ke dalam. Luas penampang baut 3 $cm^2$ dan luas penampang tabung 4 $cm^2$. $E_b = 200$ $N/mm^2$ dan $E_t = 120$ $N/mm^2$ $\alpha_b = 12.10^{-6}$ /°C dan $\alpha_t = 18.10^{-6}$ /°C. Tentukan tegangan yang terjadi pada baut dan tabung.



Gambar 2.12. Ilustrasi Problem C3

Penyelesaian

Mur dikencangkan, akibatnya baut tertarik dan tabung tertekan.

1 putaran = 3 mm, berarti 1/4 putaran = 0,75 mm.

Dengan demikian perpendekan tabung + pertambahan baut = 0,75 mm.

$$\Delta l_t + \Delta l_b = 0,75 \text{ mm}$$

$$\Delta l_t = \frac{F\,l}{A_t\,E_t} - \alpha_t \cdot l \cdot \Delta t$$

$$\Delta l_b = \frac{F\,l}{A_b\,E_b} + \alpha_b \cdot l \cdot \Delta t$$

Sehingga :

$$F.l\,(1/A_t\,E_t + 1/A_b\,E_b) + (\alpha_b - \alpha_t)\,l.\,\Delta t = 0,75$$

Dengan memasukkan harga-harga yang diketahui, diperoleh :

$$F = 73210 \text{ N}$$

Sehingga :

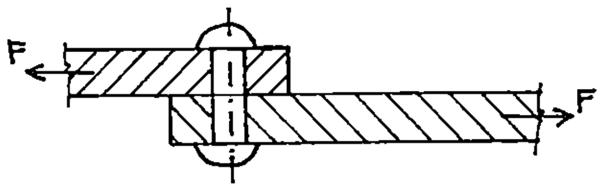
Tegangan pada tabung = 73210/400 = 183 N/mm$^2$

Tegangan pada baut = 73210/300 = 244 N/mm$^2$

Tegangan pada tabung adalah tarik dan pada baut adalah tekan.

D. Analisis Tegangan Tumpu

1. Dua buah plat disambung dengan tipe sambungan lap joint seperti gambar 2. 13. Padanya bekerja gaya sebesar 135 kN. Tebal plat 9,5 mm, lebar plat 225 mm, dan diameter paku keling 12,5 mm. Rencanakan jumlah paku keling, jika $\sigma_t$ = 137,9 MPa, $\tau$ = 103,4 MPa, dan $\sigma_d$ = 220,6 MPa.




Gambar 2.13 Ilustrasi Problem D1

Penyelesaian

Pada kasus ini terjadi kemungkinan tegangan yang timbul, yaitu : teganga geser, tegangan tumpu, dan tegangan tarik.
Ketiga tegangan tersebut harus diperhitungkan dan yang digunakan adalah yang paling aman.

a) Tegangan Geser

$$\tau = \frac{F}{A.\ n}$$

$$n = \frac{135.10^3}{103,4.10^6.\ \pi/4\ (0,0125^2)}$$

$$= 10,6 \text{ buah}$$

b) Tegangan Tumpu

$$\sigma_d = \frac{F}{A_d.n}$$

$$n = \frac{F}{\sigma_d \cdot A_d}$$

$$= \frac{135.000}{220,6.10^6(0,00195 \cdot 0,0125}$$

$$= 5,2 \text{ buah}$$

c) Tegangan Tarik

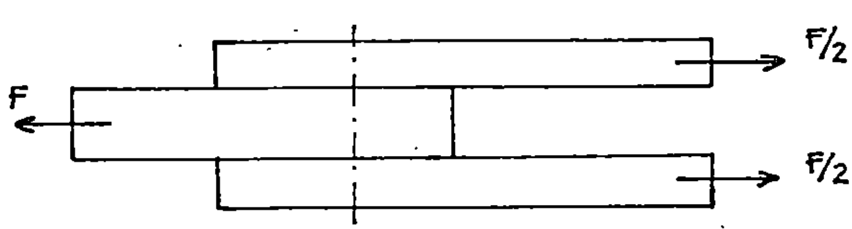
$$\sigma_t = \frac{F}{(b-nd)t}$$

$$n = b/d - E/d.t.\sigma_t$$

$$= 7,8 \text{ buah}$$

Dari analisis di atas, ternyata perhitungan geseran menghasilkan jumlah paku keling terbanyak. Berarti itu yang dipakai. Namun seandainya diameter paku keling relatif besar, kemungkinan tegangan tumpu yang patut diperhitungkan.

2. Dua buah plat setebal 12,5 mm disambung dengan memakai paku keling dengan cara "butt joint". Lebar plat 75 mm, plat strap yang dipakai mempunyai tebal 9,5 mm. Paku keling yang digunakan Ø 12,5 mm dan Ø lubang 15,7 mm. Hitung gaya yang dapat ditahan oleh 1 buah paku keling. Tegangan lumer plat adalah 275,8 MPa.




Gambar 2.14 Ilustrasi Problem D2

Penyelesaian

a) Tegangan Geser

Penampang putus geser ada 2, sehingga :

$$F_g = A_g \cdot \tau$$
$$= 2 \, (\pi/4 \; 0{,}0125^2) \cdot 103{,}4$$
$$= 25486 \text{ N}$$

b) Tegangan Tumpu

$$F_d = A_d \cdot \sigma_d$$
$$= 1{,}35 \cdot 275{,}8.10^6 \; (0{,}0125 \cdot 0{,}0125)$$
$$= 58177 \text{ N}$$

c) Tegangan Tarik

$$F_t = A_t \cdot \sigma_t$$
$$= 0{,}6 \cdot 275{,}8.10^6 \; (0{,}075-0{,}0153)(0{,}0125)$$
$$= 123.504 \text{ N}$$

Dari ketiga tinjauan analitis di atas ternyata dengan perhitungan atas geseran diperoleh gaya yang paling aman karena paling kecil, yaitu 25486 N.

E. Analisis Tegangan Puntir

1. Poros pejal mentransmisikan tenaga sebesar 30 HP pada putaran 1000 rpm. Jika tegangan geser yang diijinkan adalah 70 MPa dan G = 84 GPa. Hitunglah ukuran diameter poros dengan cara :

   a) Hanya memperhitungkan tegangan.

   b) Memperhitungkan perubahan sudut, jika setiap 1 meter panjang poros boleh berubah sebesar $1{,}5^o$.

Penyelesaian

1 HP = 746 watt

padahal tenaga adalah usaha tiap satuan waktu

$$P = \frac{F.S}{t} = \frac{F.2\,\pi\,R.n}{60} \quad \text{watt}$$

Jika tenaga diberikan dalam HP

$$P = \frac{M_p \cdot 2\pi . n}{60 \cdot 746} \quad HP$$

$$M_p = P/n \quad 7124$$

Sehingga besarnya momen puntir pada soal di atas adalah :

$$M_p = 30/1000 \quad . \; 7124$$

$$= 213,72 \quad Nm$$

Untuk poros pejal

$$M_p = 0,2 \quad \tau \; d^3$$

$$d^3 = 1,526 . 10^{-5} \; m$$

$$d = 25 \; mm$$

Jadi menurut cara hanya memperhitungkan tegangan puntir diperoleh diameter poros sebesar 25 mm.
Jika memperhitungkan perubahan sudut :

$$\theta = \frac{M_p \cdot l}{I_p \cdot G}$$

$$1,5/\; 57,3 = \frac{213,72 \; . \; 1}{/32 . \; d^4 \; .84.10^9}$$

$$d^4 = 9,9 \; . \; 10^{-7} \quad m^4$$

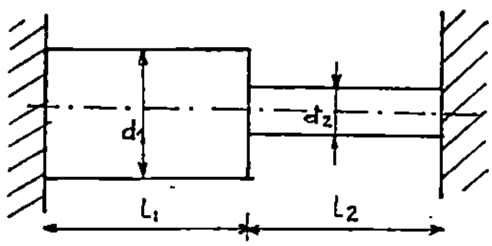
$$d = 31,54 \; mm$$

Dengan memperhitungkan perubahan sudut yang diijinkan diperoleh diameter poros 31,54 mm. Dibandingkan dengan cara pertama, cara kedua ini menghasilkan ukuran diameter lebih besar. Berarti untuk pengambilan keputusan harga diameter yang aman adalah 31,54 mm.

2. Poros dengan ukuran diameter berbeda terbuat dari baja dan tembaga seperti gambar 2.15. Sebuah momen puntir sebesar 1000 Nm bekerja pada sambungan poros. Tentukan besarnya tegangan puntir yang terjadi pada masing-masing poros.

$d_1 = 100$ mm ; $d_2 = 50$ mm ; $l_1 = 2$ m ; $l_2 = 3$ m

$G_1 = 85$ GPa ; $G_2 = 40$ GPa




Gambar 2.15 Ilustrasi Problem D2

Penyelesaian

Dalam kasus ini momen puntir yang dialami oleh masing-masing poros berbeda. Yang sama adalah perubahan sudutnya.

Sehingga :

$$M_p = M_{p1} + M_{p2}$$

$$\theta_1 = \theta_2$$

$$\frac{M_{p1} \cdot l_1}{I_{p1} \cdot G_1} = \frac{M_{p2} \cdot l_2}{I_{p2} \cdot G_2}$$

$$\frac{M_{p1} \cdot l_1}{I_{p1} \cdot G_1} = \frac{(M_p - M_{p1}) \cdot l_2}{I_{p2} \cdot G_2}$$

$$M_{p1} = \frac{M_p}{1 + (l_1/l_2)(I_{p2}/I_{p1})\ (G_2/G_1)}$$

Dengan memasukkan harga-harga yang diketahui, diperoleh :

$$M_{p1} = 761,6 \text{ Nm}$$

$$M_{p2} = 1000 - 761{,}6$$
$$= 238{,}4 \text{ Nm}$$

Dengan demikian :

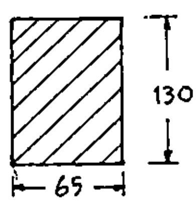
$$M_{p1} = 0{,}2 \;\tau_1\, d_1^{\,3}$$

$$\tau_1 = 3{,}8 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = 9{,}5 \text{ MPa}$$

F. Tegangan Bengkok

1. Batang baja mempunyai bentuk penampang persegi panjang dengan ukuran b = 65 mm dan h = 130 mm seperti gambar 2.16. Jika pada batang bekerja momen bengkok sebesar 25.000 Nm. Tentukan besarnya tegangan yang terjadi pada batang.




Gambar 2.16 Ilustrasi Problem E1

Penyelesaian

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$

$y = 1/2.30 = 65$ mm =====> karena segi empat.

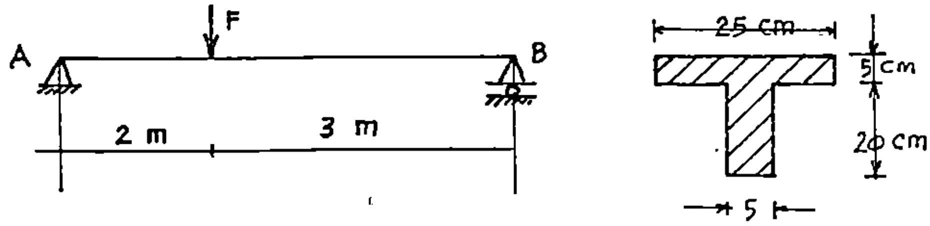
$$I = 1/12\ bh^3$$
$$= 1/12 .\ 65 \cdot 130^3$$
$$= 11900416 \ \text{mm}^4 = 1{,}2.10^{-5} \ \text{m}^4$$

Sehingga :

$$= \frac{25.000 \cdot 65.10^{-3}}{1{,}2 \cdot 10^{-5}}$$

$$= 135{,}4 \text{ MPa}$$

2. Sebuah batang dibebani dengan gaya sebesar 40 kN. Penampang balok berbentuk T seperti gambar 2.17. Tentukan besarnya tegangan lentur yang terjadi.




Gambar 2.17 Ilustrasi Problem E2

Penyelesaian

Terlebih dahulu dicari besarnya momen maksimum.

$$\sum M_B = 0$$

$$R_A = \frac{40 \cdot 3}{5} = 24 \text{ kN}$$

maka

$$R_B = 16 \text{ kN}$$

Dengan demikian besarnya momen maksimum = 48 kNm

Menentukan momen inertia batang

Titik berat penampang terhitung dari bagian atas adalah :

$$\bar{y} = \frac{25.5.2,5 + 20.5.15}{25.5 + 20.5}$$

$$= 8,056 \text{ cm}$$

$$I_x = 1/12.\ 25.5^3 + 1/12.\ 5\ .20^3 + 25.5\ (8,056-2,5)^2 + 5\ .\ 20\ (10 + 5 - 8,056)^2$$

$$= 12274,3 \text{ cm}^4$$

$$= 1,23\ .\ 10^{-4} \text{ m}^4$$

Tegangan Lentur

$$\sigma_{atas} = \frac{M \cdot y_a}{I_x}$$

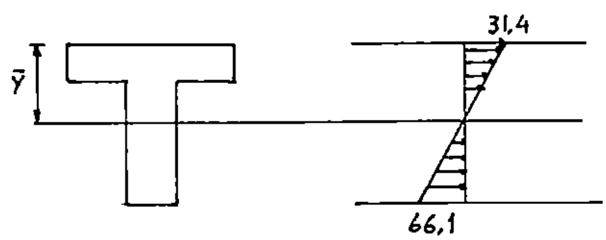
$$= \frac{48000 \cdot 8{,}056.10^{-2}}{1{,}23.10^{-4}}$$

$$= 31{,}4 \text{ MPa} \quad \text{(tarik)}$$

$$\sigma_{bawah} = \frac{M \cdot y_b}{I_x}$$

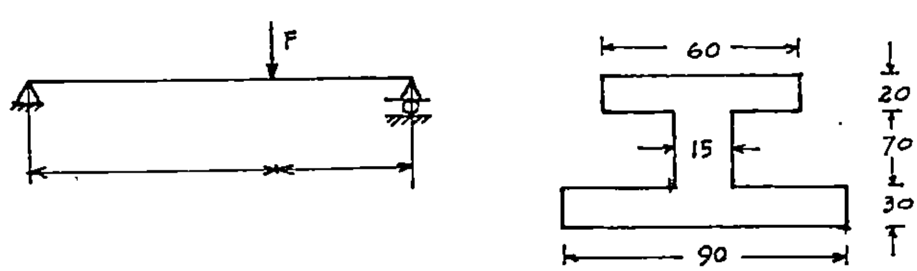
$$= \frac{48000\ (25 - 8{,}056)\ 10^{-2}}{1{,}23 \cdot 10^{-4}}$$

$$= 66{,}1 \text{ MPa} \quad \text{(tekan)}$$




Jadi tegangan lentur yang terjadi adalah 66,1 MPa berupa tegangan tekan.

3. Batang panjangnya 6 m terletak pada titik tumpuan seperti gambar 2.18. Jika tegangan tekan lentur yang diijinkan adalah 30 MPa dan tegangan tariknya 20 MPa. Tentukan besarnya gaya yang dapat dipikul. (serat atas tertekan dan serat bawah tertarik).




Gambar 2.18 Ilustrasi Problem E3

Penyelesaian

Lebih dahulu dicari titik berat penampang.

$$\bar{y} = \frac{60.20.10 + 70.1,5.5,5 + 90.30.10,5}{60.20 + 70.15 + 90.30}$$

$$= 71,4 \text{ mm}$$

Momen inertia penampang

$$I_x = 1/12 \;.\; 60.20^3 + 1/12 \;.\; 15.7^3 + 1/12 \;.90.30^3$$

$$+ 60.20.61,4^2 + 70 \;.15.19,9^2 + 90.30.33,6^2$$

$$= 8,5 \;.\; 10^{-6} \quad m^4$$

$$\sigma_{atas} = \frac{M \;.\; y_a}{I_x}$$

$$M = \frac{30.10^6.8,5.10^{-6}}{0,0714}$$

$$= 3571 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{bawah} = \frac{M \;.\; y_b}{I_x}$$

$$M = \frac{20.10^6 \;.\; 8,5.10^{-6}}{0,0486}$$

$$= 3498 \text{ Nm}$$

Dari kedua momen hasil perhitungan pada serat atas dan di bawah diambil momen terkecil yaitu pada serat bawah, sebesar 3498 Nm.

Untuk menghitung besarnya gaya yang dapat ditahan batang dapat dilihat pada gambar, bahwa:

$$M = 4\; R_A \qquad \text{atau} \qquad M = 2\; R_B$$

$$R_A = 2/6\; F \quad \text{atau} \quad R_B = 4/6\; F$$

Maka :

$$3948 = 4\ R_A$$
$$= 2/6\ F\ .4$$
$$F = 5264\ N$$

G. Analisis Tegangan pada Silinder Berdinding Tipis

1. Sebuah pipa baja berdiameter 1,5 m dan ketebalan 6 mm. Di dalamnya berisi air dengan tekanan 700 kPa. Hitung tegangan melintang pada baja. Apabila tekanan air dinaikkan menjadi 1,75 MPa dan tegangan yang diijinkan adalah 105 MPa, berapa ketebalan pipa yang aman ?

   Penyelesaian

$$\sigma = \frac{P\ .\ R}{t}$$
$$= \frac{700.10^3.0,75}{6.10^{-3}}$$
$$= 85,7\ MPa$$

   Dan ketebalan yang aman apabila tekanan air dinaikkan :

$$t = \frac{P\ .\ R}{\sigma}$$
$$= \frac{1,75.10^6.\ 0,75}{105.\ 10^6}$$
$$= 12,5\ mm$$

2. Hitunglah tebal dinding sebuah silinder besi tuang yang letaknya mendatar. Tekanan lebih di dalam silinder adalah 1 MPa sedangkan $\bar{\sigma}_t$ = 25 MPa. Jika garis tengah silinder 50 cm, tentukan juga jumlah baut berdiameter 30 mm yang diperlukan ($\bar{\sigma}_t$ baut = 25 MPa)

Penyelesaian

$$t = \frac{P \cdot R}{\bar{\sigma}_t}$$

$$= \frac{10^6 \cdot 0,5}{25 \cdot 10^6}$$

$$= 0,02 \text{ m} = 20 \text{ mm}$$

Karena akan dipasang baut Ø 30 mm, sesuai dengan peraturan tebal dapat ditambah 15 mm sehingga menjadi 35 mm.

$$\sigma_n = \frac{P \cdot R}{2\ t}$$

$$= \frac{10^6 \cdot 0,5}{2.35.10^{-3}}$$

$$= 7,14 \text{ MPa}$$

padahal

$$\sigma_n = F/A$$

sehingga

$$F = 7,14.10^6 \cdot \pi/4 - 362,25.10^{-4}$$

$$= 2,03.10^5 \text{ N}$$

pada baut berlaku :

$$F = \bar{\sigma}_t \cdot \pi/4\ d^2.n$$

Dengan memasukkan harga-harga di dapat n = 11,5 dibulatkan menjadi 12 buah.

## BAB III

## TEGANGAN KOMBINASI

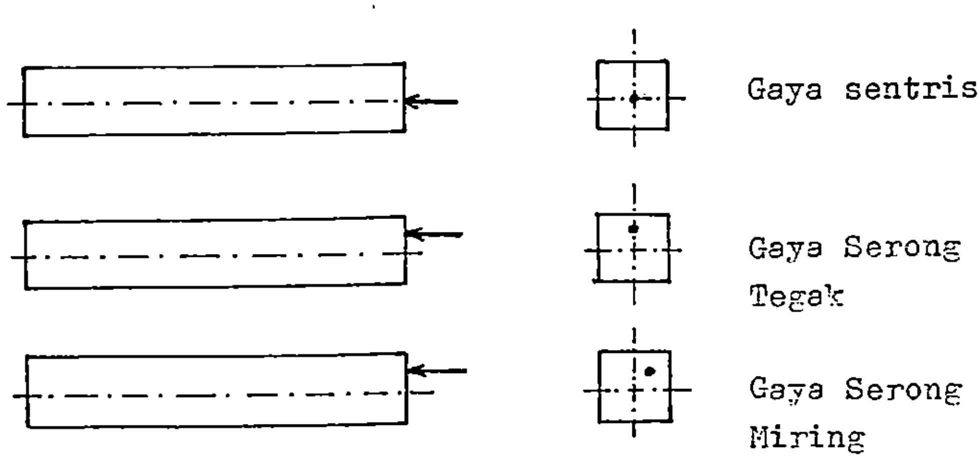
Pada bab sebelumnya telah kita lihat bahwa akibat macam-macam beban terjadi berbagai tegangan, seperti tegangan geser, tarik, dan lain-lain. Semuanya dianalisis secara sendiri-sendiri.

Namun dalam pemakaiannya di dunia teknik, sering dijumpai tegangan yang terjadi pada bahan tidak tunggal, tetapi kombinasi dari tegangan-tegangan yang ada. Apakah itu akibat oleh satu beban saja atau akibat beberapa beban.

Dalam hal tegangan yang terjadi adalah kombinasi, persamaan yang digunakan meruoakan persamaan baru hasil gabungan tegangan-tegangan tunggal itu. Untuk memperoleh persamaan-persamaan itu dilakukan melalui operasi matematik. Bahkan ada juga persamaan yang didekati dari hasil pengalaman empiris para ahli.

A. Tegangan Eksentris

Tegangan eksentris adalah tegangan yang terjadi pada bahan akibat beban eksentris. Akibat beban seperti ini pada batang dapat terjadi 2 jenis tegangan. Untuk dapat lebih memahami apa yang dimaksud beban eksentris dapat dilihat pada gambar 3.1.




Gambar 3.1 Gaya Sentris dan Eksentris

Jika gaya yang bekerja pada penampang batang adalah gaya sentris, maka besarnya tegangan yang terjadi adalah :

$$\sigma_n = F/A$$

Namun apabila gaya yang bekerja adalah eksentris, selain mengalami tarikan/tekan normal, batang juga akan mengalami tarikan/tekan akibat pelengkungan. Sehingga besarnya tegangan yang terjadi akibat gaya eksentris itu adalah resultante kedua jenis tegangan itu, yaitu :

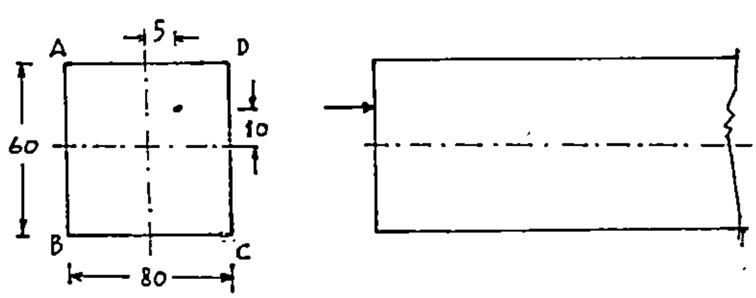
$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \pm \frac{M \cdot y}{I_x}$$ untuk ensentris tegak

$$\sigma = \pm \frac{F}{A} \pm \frac{M_y \cdot y_x}{I_y} \pm \frac{M_x \cdot y_y}{I_x}$$

untuk eksentris serong

Berikut ini akan kita lihat aplikasi rumus ini pada kasus-kasus yang bervariasi.

1. Batang mempunyai penampang persegi panjang dengan ukuran 80 x 60 cm. Sebuah gaya 450 kN bekerja eksentris serong dengan koordinat (5 , 10). Tentukan besarnya tegangan tekan dan tegangan tarik maksimum.




Gambar 3.1 Ilustrasi Problem A1.

Penyelesaian

Karena kasus ini adalah eksentris serong, maka persamaan yang digunakan adalah persamaan eksentris serong.

Lebih dahulu dihitung inersia pada sb. x dan sb. y, momen pada sb. x dan sb. y.

$$I_x = 1/12 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6^3$$
$$= 0{,}144 \text{ m}^4$$

$$I_y = 1/12 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8^3$$
$$= 0{,}256 \text{ m}^4$$

$$M_x = 400.10^3 \cdot 0{,}1$$
$$= 40.10^3 \text{ Nm}$$

$$M_y = 400.10^3 \cdot 0{,}05$$
$$= 20.10^3 \text{ Nm}$$

Sisi Ab dan BC akan mengalami tarikan sedangkan CD dan DA akan mengalami tekanan.

Jadi :

$$\sigma_t = -\frac{F}{A} + \frac{M_y \cdot y_x}{I_y} + \frac{M_x \cdot y_y}{I_x}$$

$$= -\frac{400.10^3}{0{,}8.0{,}6} + \frac{20.10^3.0{,}4}{0{,}0256} + \frac{40.10^3.0{,}3}{0{,}0144}$$

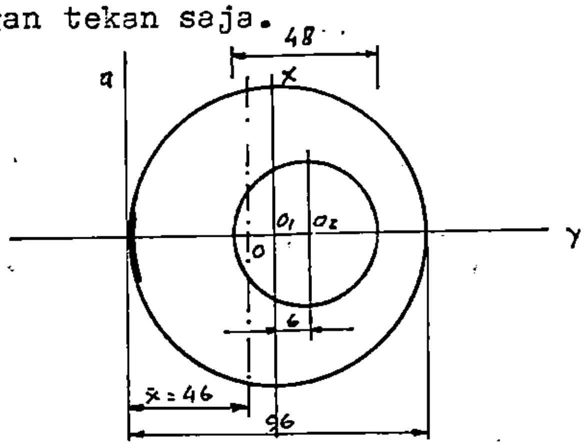
$$= 312{,}5 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_d = -\frac{F}{A} - \frac{M_y \cdot y_x}{I_y} - \frac{M_y \cdot y_y}{I_x}$$

$$= -1979{,}1 \text{ N/m}^2$$

Jadi besarnya tegangan tarik maksimum terjadi pada titik B besarnya 312,5 N/m² dan besarnya tegangan tekan maksimum terjadi pada titik D -1979,1 N/m².

2. Sebuah batang berpenampang bundar dan berlubang. Titik pusat lingkaran dalam menyimpang 6 mm dari titik pusat lingkaran luar. Diameter lingkaran luar 96 mm dan lingkaran dalam 48 mm. Gaya F bekerja pada suatu titik yang terletak pada garis penghubung kedua pusat lingkaran. Tentukan batas lokasi titik kerja gaya F agar pada penampang timbul tegangan tekan saja.




Gambar 3.2 Ilustrasi Problem A2

Penyelesaian

Lebih dahulu tentukan titik pusat.

$$\bar{x} = \frac{\pi/4\ .96^2.48 - \pi/4\ .48^2.(48+6)}{\pi/4\ .(96^2) - \pi/4.(48^2)}$$

$$= 46 \text{ mm}$$

Momen inertia terhadap sumbu x

$$I_y = \pi/64.\ 96^4 - \pi/64.\ 48^4 + \pi/4.\ 96^2(48-46)^2$$
$$- \pi/4.\ 48^2\ (6+48-46)^2$$
$$= 3821785{,}1 \ \text{mm}^4$$

Tahanan momen :

$$W_a = \frac{3821785{,}1}{46} = 83082{,}3 \ \text{mm}^3$$

$$W_b = \frac{3821785,1}{50} = 76435,1 \quad mm^3$$

Ada dua kemungkinan lokasi F, yaitu disebelah kanan sumbu y atau di sebelah kiri sumbu y.

Kemungkinan I, lokasi F disebelah kan sb. y.

$$\sigma_t = \frac{F \cdot e_{kanan}}{W_a}$$

$$\sigma_n = - \frac{F}{A}$$

Agar hanya terjadi tegangan tekan saja,

$$\sigma_t = \sigma_n$$

$$\frac{F \cdot e_{kanan}}{W_a} = \frac{F}{A}$$

$$e_{kanan} = \frac{W_a}{A}$$

$$= \frac{83082,3}{5428,67}$$

$$= 15,3 \quad mm$$

Kemungkinan II lokasi F di sebelah kiri sb. y.

Dengan cara yang sama dengan penyelesaian di sebelah sumbu kanan, diperoleh :

$$e_{kiri} = \frac{W_b}{A}$$

$$= \frac{76435,1}{5428,67}$$

$$= 14,08 \quad mm$$

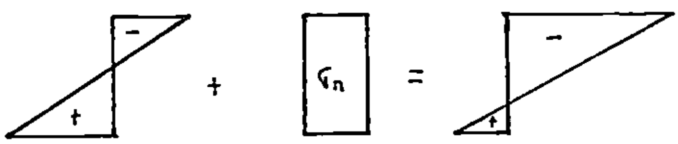
Jadi jika F bekerja diantara titik A (15,3 mm) dan titik B (14,08 mm), tegangan pada serat atas maupun serat bawah hanya tegangan tekan.

## B. Bidang Kern

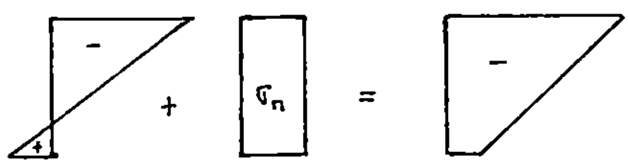
Bidang Kern adalah tempat kedudukan titik-titik lokasi gaya normal yang akan mengakibatkan gaya tekan saja pada penampang.

Ada 3 kemungkinan tegangan yang terjadi pada penampang, yaitu :

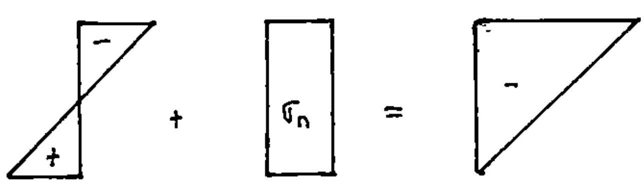
- Jika $\sigma_{tarik} > \sigma_{normal}$



- Jika $\sigma_{tarik} < \sigma_{normal}$



- Jika $\sigma_{tarik} = \sigma_{normal}$



Jadi agar terjadi tegangan tekan saja pada penampang (maksimum pada salah satu serat dan nol pada serat lainnya), berlaku persamaan :

$$\sigma_{tarik} = \sigma_{normal}$$

Pada penampang segi empat, bidang Kern dapat ditentukan sebagai berikut :

$$\sigma_{tarik} = \sigma_{normal}$$

$$M/W = F/A$$

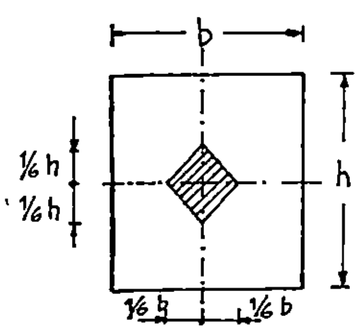
$$\frac{F \cdot e_y}{1/6\ bh^2} = \frac{F}{bh}$$

$$e_y \leq 1/6\ h \implies \text{eksentrisitas pada sumbu } y.$$

Eksentrisitas pada sumbu x

$$\frac{F \cdot e_x}{1/6\ hb^2} = \frac{F}{bh}$$

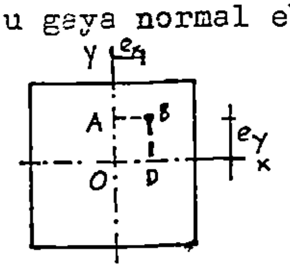
$$e_x \leq 1/6\ b$$




Gambar 3.3  Bidang Kern Segi Empat

Cara lain untuk menentukan bidang Kern terutama untuk bidang yang lebih kompleks adalah dengan cara menentukan garis bungkus.

Tinjau gaya normal eksentris serong.



Gaya F bekerja di titik B. Terhadap sumbu y akan menimbulkan momen sebesar $F \cdot e_x$, dan terhadap sumbu x menimbulkan momen sebesar $F \cdot e_y$.
Tegangan yang timbul menjadi :

$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{F \cdot e_x}{W_y} \pm \frac{F \cdot e_y}{W_x}$$

$$= \frac{F}{A} \left( 1 \pm \frac{A \cdot e_x \cdot x}{I_y} \pm \frac{A \cdot e_y \cdot y}{I_x} \right)$$

$$= \frac{F}{A} \left( 1 \pm \frac{e_x \cdot x}{i_y^2} \pm \frac{e_y \cdot y}{i_x^2} \right)$$

Jika tegangan tarik harus nol, maka :

$$1 + \frac{e_x \cdot x}{i_y^2} + \frac{e_y \cdot y}{i_x^2} = 0$$

Atau

$$x \left( \frac{e_x}{i_y^2} \right) + y \left( \frac{e_y}{i_x^2} \right) + 1 = 0$$

Persamaan ini merupakan persamaan garis lurus. Terhadap sumbu x ordinatnya adalah :

$$x \left( \frac{e_x}{i_y^2} \right) + 1 = 0$$

$$x = - \frac{i_y^2}{e_x}$$

Terhadap sumbu y ordinatnya adalah :

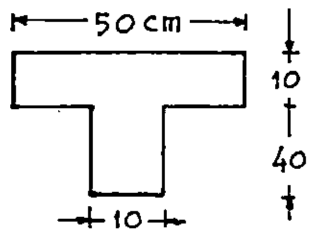
$$y \left( \frac{e_y}{i_x^2} \right) + 1 = 0$$

$$y = - \frac{i_x^2}{e_y}$$

$i_x$ dan $i_y$ adalah jari-jari inersia.

Contoh

Lukis atau tentukan bidang Kern untuk penampang profil T dengan ukuran seperti gambar 3.4.




Gambar 3.4 Ilustrasi Problem B1

Penyelesaian

Tentukan posisi titik berat

$$\bar{y} = \frac{50.10.5 + 40.10.(10 + 20)}{50.10 + 40.10}$$

$$= 16{,}1 \text{ cm}$$

Tentukan momen inertia

$$I_x = \frac{1}{12}.50.10^3 + \frac{1}{12}.10.40^3 + 10(50)(16{,}1-5)^2$$

$$+ 10.40\ (33{,}9 - 20)^2$$

$$= 196389 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}.10.50^3 + \frac{1}{12}.40.10^3$$

$$= 107500 \text{ cm}^4$$

Tentukan jari-jari inertia

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A}$$

$$= 196389/900 = 218{,}21 \text{ cm}^2$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A}$$

$$= 107500/900 = 119{,}44 \text{ cm}^2$$

Garis bungkus a-a

$y = 16{,}1$

$e_y = - i_x^2/y = - 218{,}21/16{,}1 = -13{,}55$ cm maka ordinat titik A pada sb. y adalah (0 , -13,55)

Garis bungkus b-b

$y = -33,9$

$e_y = - i_x^2/y = - 218,21/-33,9 = 6,44$ cm

maka ordinat titik B pada sb. y adalah (0 , 6,44)

Garis bungkus c-c

$x = -25$

$e_x = - i_y^2/x = - 119,24/-25 = 4,78$ cm

maka ordinat titik C pada sb. x adalah (4,78 , 0)

Garis bungkus d-d

$x = 25$

$e_x = - i_y^2/x = - 119,24/25 = -4,78$ cm

maka ordinat titik D pada sb. x adalah (-4,78 ,0)

Garis bungkus e-e

Persmaan garisnya melalui titik (-25,6,1) dan (-5,-33,9)

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 6,1}{-33,9-6,1} = \frac{X - (-25)}{-5-(-25)}$$

Titik potong garis e-e dengan sumbu x

$y = 0 \Longrightarrow x = -21,95$

$e_x = - i_y^2/x$

$= 5,44$ cm

Titik potong garis e-e dengan sumbu y

$x = 0 \Longrightarrow y = -43,9$

$e_y = -i_x^2/y$

$= 4,97$ cm

maka ordinat titik E adalah (5,44 , 4,97)

Garis bungkus f-f

Persamaan garisnya melalui titik (25,6,1) dan (5,-33,9)

$$\frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

$$\frac{Y - 6,1}{-33,9-6,1} = \frac{X - 25}{5 - 25}$$

Titik potong garis f-f dengan sb.y

$$x = 0 \Longrightarrow y = -43,9$$

$$e_y = -i_x^2/y$$

$$= 4,97 \text{ cm}$$

Titik potong garis f-f dengan sb.X

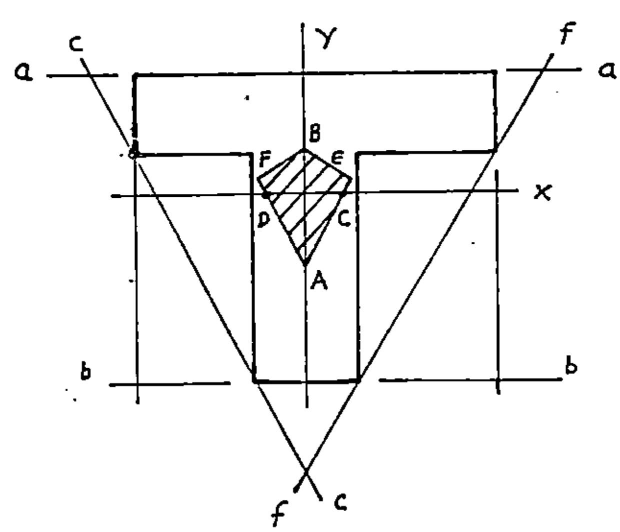
$$y = 0 \Longrightarrow x = 21,95$$

$$e_x = - i_y^2/x$$

$$= - 5,44 \text{ cm}$$

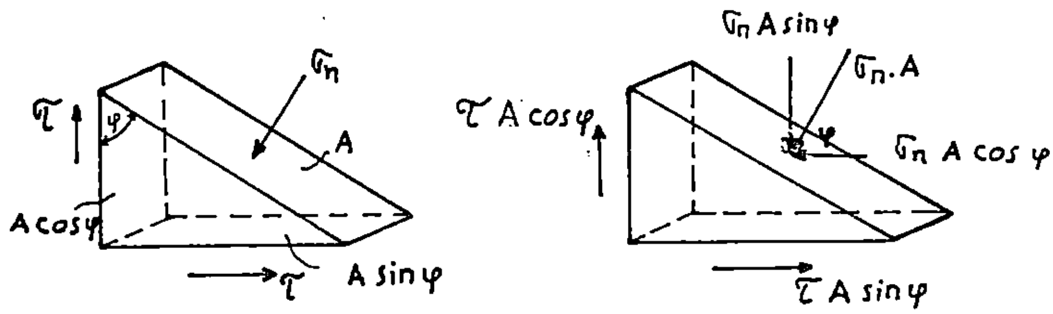
maka ordinat titik F adalah (-5,44, 4,97).

Bidang Kern yang diperoleh adalah sebagai berikut :



C. Kombinasi Tegangan Normal

Sebelum kita langsung memasuki kombinasi tegangan normal, ada baiknya kita bahas dulu tegangan yang terjadi pada bidang miring. Gambar 3.5 menjelaskan tegangan normal yang bekerja pada bidang miring. Akibat tegangan normal itu maka pada bidang-bidang lainnya bekerja tegangan geser yang merupakan reaksi dari komponen tegangan normal tersebut.




Gambar 3.5 Tegangan pada Bidang Miring

Dari gambar diagram di atas dapat dilihat :

$$\tau \cdot A \sin \varphi = \sigma_n \cdot A\cos \varphi$$

dan $$\tau \cdot A \cos \varphi = \sigma_n \cdot A \sin \varphi$$

Dari kedua persamaan di atas akan diperoleh :

$$\sigma_n = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$$

dan

$$\sigma_n = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}$$

Akibatnya :

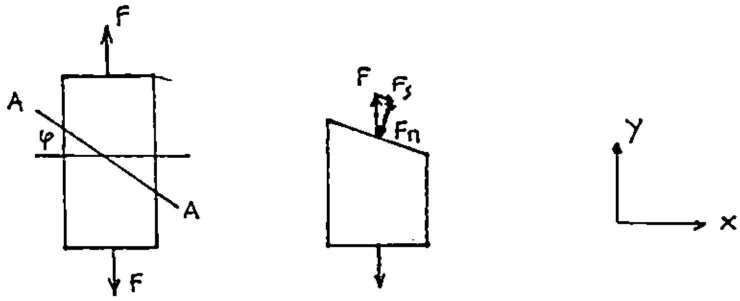
$$\sin \varphi = \cos \varphi$$

Ini artinya, tegangan normal dapat menjadi tegangan geser, dan maksimum hal itu terjadi pada sudut $45^o$.

Kasus tegangan pada bidang miring tidak berarti bidang benda harus miring. Bidang dapat saja tegak lurus tetapi yang dianalisis adalah tegangan yang terjadi pada bidang yang bersudut dari bidang itu sendiri.

Perhatikan kasus berikut :

Sebuah batang mengalami gaya tarik pada penampang normalnya yang tegak lurus, gambar 3.6. Apa yang terjadi pada bidang miring $\varphi$ benda itu ? Dapat dianalisis sebagai berikut :




Gambar 3.6 Ilustrasi Kasus

Apabila gaya-gaya yang timbul pada bidang miring diuraikan pada sumbu x dan y dengan menggunakan prinsip kesetimbangan akan diperoleh persamaan :

$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_s \cos \varphi = F_n \sin \varphi$$

dan $$\Sigma F_y = 0$$

$$F_s \sin \varphi + F_n \cos \varphi = F$$

Dengan melakukan substitusi harga $F_n$, diperoleh :

$$F = F_s \sin \varphi + (F_s \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}) \cos \varphi$$

$$= \frac{F_s}{\sin \varphi}$$

sehingga $$F_s = F \sin \varphi$$

dan $$F_n = F \cos \varphi$$

$$\tau = \frac{F_s}{A_s} = \frac{F \sin \varphi}{A/\cos \varphi} = F/A \sin \varphi \cdot \cos \varphi$$

karena $\sin \varphi \cos \varphi = 1/2 \sin 2 \varphi$

maka $= \dfrac{F \sin 2\varphi}{2A}$

Dengan pemikiran yang sama :

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_n}$$

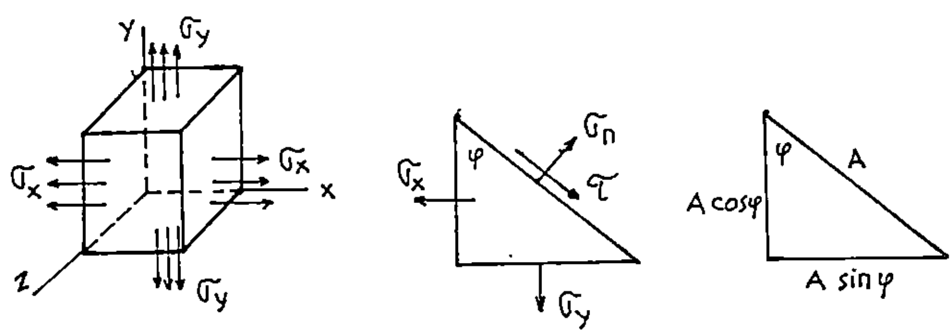
$$= \frac{F \cos\varphi}{A/\cos\varphi} = \frac{F}{A} \cos^2\varphi$$

padahal $\cos^2\varphi = \dfrac{1 + \cos 2\varphi}{2}$

sehingga $\sigma_n = \dfrac{F}{A} \left(\dfrac{1 + \cos^2\varphi}{2}\right)$

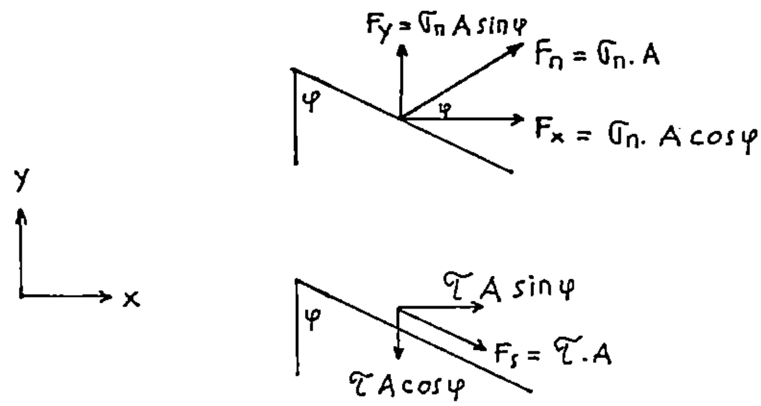
Dari analisis itu dapat terlihat bahwa $\sigma_n$ adalah maksimum bila $\varphi = 0$ atau sama dengan F/A. Juga tegangan geser akan maksimum bila $\varphi = 45^o$ dan harganya = 1/2 $\sigma_n$.

Sekarang mari kita perhatikan bagaimana jadinya jika pada batang bekerja 2 jenis tegangan normal sekaligus pada sumbu x dan sumbu y.




Gambar 3.7 Benda Mengalami 2 Tegangan

Pada bagian miring $\varphi$ akan terjadi tegangan normal $\sigma_n$ dan tegangan geser $\tau$ . Tegangan-tegangan itu jika diuraikan pada sumbu x dan sumbu y akan diperoleh diagram sebagai berikut :




Menurut konsep keseimbangan :

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\sigma_n \cdot A \cos\varphi + \tau A \sin\varphi = \sigma_x A \cos\varphi$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\sigma_n \cdot A \sin\varphi - \tau A \cos\varphi = \sigma_y A \sin\varphi$$

Dengan melakukan substitusi antara kedua persamaan tersebut akan diperoleh :

$$\tau = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} (\sigma_n - \sigma_y)$$

dan
$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2\varphi + \sigma_y \sin^2\varphi$$

sedangkan
$$\cos^2\varphi = \frac{\cos 2\varphi + 1}{2}$$

$$\sin^2\varphi = \frac{1 - \cos 2\varphi}{2}$$

maka persamaan menjadi :

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi$$

dan
$$\tau = \sigma_x \sin\varphi . \cos\varphi - \sigma_y \sin\varphi \cdot \cos\varphi$$

sedangkan
$$\sin 2\varphi = 2 \sin\varphi \cos\varphi$$

maka

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi$$

Besarnya tegangan resultan pada bidang miring adalah :

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma_n^{\,2} + \tau^2}$$

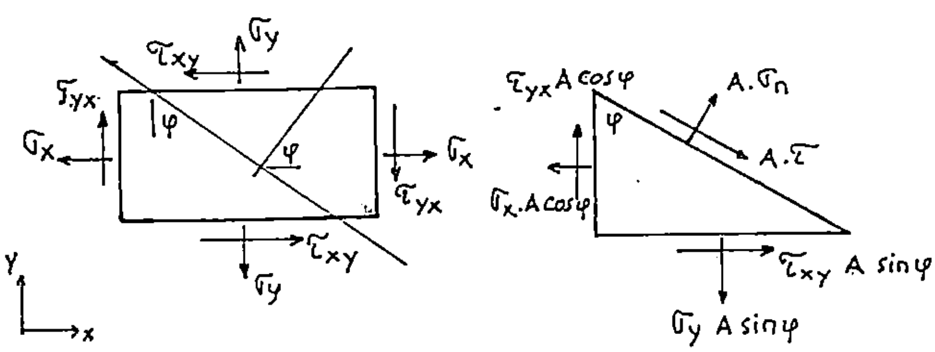
membentuk sudut $\theta$, dengan :

$$\tan \theta = \frac{\tau}{\sigma_n}$$

Dari persamaan-persamaan di atas dapat dilihat bahwa tegangan normal $\sigma_n$ akan maksimum pada $\varphi = 0^\circ$ atau $90^\circ$. Dan tegangan geser maksimum akan terjadi pada $\varphi = 45^\circ$ atau $135^\circ$. Tetapi tegangan geser maksimum hanya setengah dari selisih tegangan-tegangan yang bekerja pada sumbu x dan sumbu y.

D. Kombinasi Tegangan Normal dengan Tegangan Geser

Kemungkinan pada batang bekerja tegangan normal dan tegangan geser dapat saja terjadi. Gambar berikut menjelaskan kasus tersebut.




Gambar 3.8 Kombinasi Tegangan Normal dan Geser

Pada arah sumbu x dan sumbu y bekerja masing-masing tegangan normal tarik dan pada bidang itu juga bekerja tegangan geser $\tau_{xy} = \tau_{yx}$.

Jika bidang miring merupakan luas normal, maka bidang pada sb.x $A_x = A \sin \varphi$ dan $A_y = A \cos \varphi$.

Menurut diagram benda bebas :

Pada arah sumbu x : $\Sigma F_x = 0$.

$$\sigma_x . A \cos\varphi - \tau_{xy} A \sin\varphi - \sigma_n A \cos\varphi - A \sin\varphi = 0$$

Pada arah sumbu y : $\Sigma F_y = 0$

$$\tau_{xy} A \cos\varphi - \sigma_y A \sin\varphi + \sigma_n A \sin\varphi - \tau A \cos\varphi = 0$$

Dengan mensubstitusikan kedua persamaan dan menghubungkan dengan konsep trigonometri, diperoleh :

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}(\cos 2\varphi) - \tau_{xy} \sin 2\varphi$$

dan

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}(\sin 2\varphi) + \tau_{xy} \cos 2\varphi$$

Sudut yang menghasilkan tegangan normal maksimum dapat dihitung dengan :

$$\tan 2\varphi_n = - \frac{2 . \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Dan untuk menghitung sudut yang menghasilkan tegangan geser maksimum :

$$\tan 2\varphi_s = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2 \tau_{xy}}$$

Tegangan normal maksimum dan minimum dapat juga dihitung berdasarkan persamaan :

$$\sigma_{n\ (maks.\ \&\ min)} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}}$$

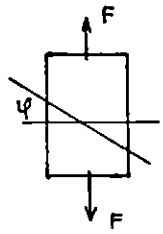
dan $$\tau_{maks} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

## E. Metode Lingkaran Mohr

Untuk menghitung tegangan-tegangan yang terjadi pada batang, baik yang tegangan normal maupun tegangan geser dapat juga dengan menggunakan cara praktis sederhana yang disebut metode lingkaran Mohr.

Mari kita lihat bagaimana metode lingkaran Mohr itu :

1. Benda hanya Mengalami Gaya Aksial

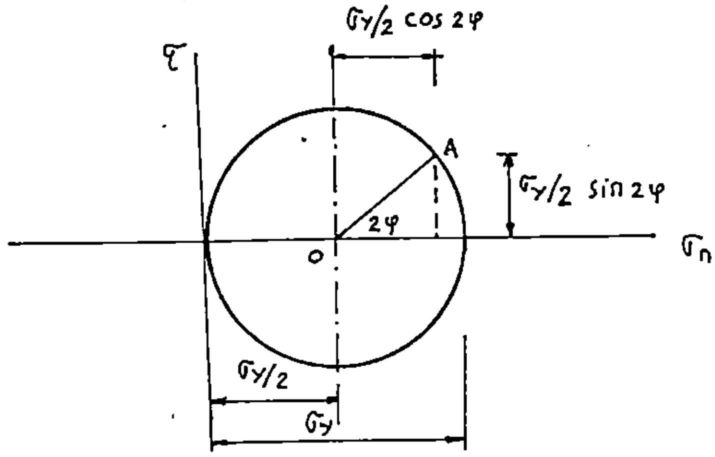



Gambar 3.9 Gaya Aksial

Lingkaran Mohr bersandar pada dua sumbu yaitu sumbu x dan sumbu y. Sumbu x adalah garis untuk meletakkan tegangan normal, baik itu tegangan normal pada sumbu x maupun tegangan normal pada sumbu y. Sedangkan sumbu y adalah garis untuk tegangan geser.

Untuk kasus di atas prosedurnya adalah sebagai berikut :

1) Buat sumbu dan sumbu y.
2) Karena $\sigma_x = 0$ (gaya hanya pada sumbu y), maka yang ada $\sigma_y$. Ukur $\sigma_y$ pada sumbu x yaitu $\sigma_y = F/A$.
3) Buat lingkaran di O dengan jarak $\sigma y/2$ pada sb. x.
4) Jika kemiringan bidang adalah $\varphi$ , tarik garis dari O sampai menyentuh lingkaran atas di A dengan membentuk sudut $2\varphi$ terhadap sb. x.
5) Jarak titik A terhadap sb. x adalah besarnya tegangan geser, dan jarak sb. y ke proyeksi titik A adalah tegangan normal.

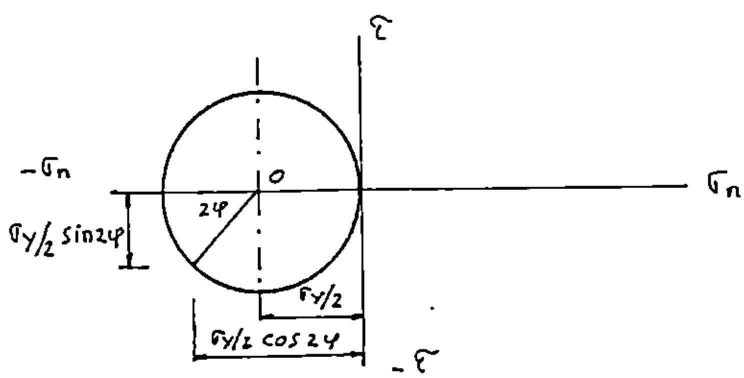



$$\sigma_n = \frac{\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y}{2} \cos 2\varphi$$

$$= \frac{\sigma_y}{2}(1 + \cos 2\varphi)$$

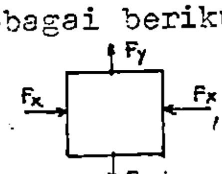
$$\tau = \frac{\sigma_y}{2} \sin 2\varphi$$

Apabila gaya yang bekerja adalah gaya tekan, hasilnya akan sama, tetapi bertanda negatip. Lukisan lingkaran Mohr terletak di sebelah kiri sb. y.




2) Benda Mengalami Gaya biAksial

Benda yang mengalami gaya biaksial dapat digambarkan sebagai berikut :



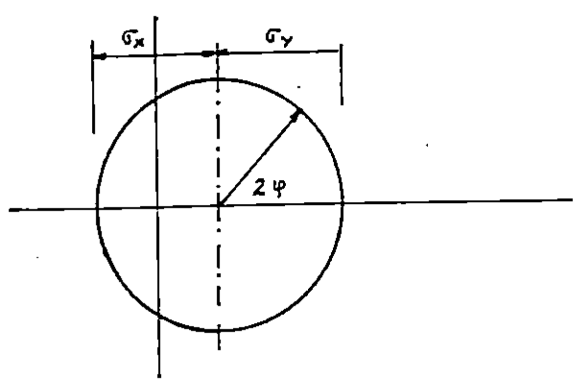

Gambar 3.10 Gaya Biaksial

Gambar tersebut, $F_y$ adalah gaya tarik sedangkan $F_x$ adalah gaya tekan. Tegangan-tegangan yang terjadi pada bidang miring dapat digambarkan pada lingkaran Mohr melalui prosedur sebagai berikut:

1) Tentukan sb. x dan sb. y.
2) Tentukan $\sigma_y$ ke kanan (karena tarik) pada sb. x terhitung dari sumbu y, dan $\sigma_x$ ke kiri (karena tekan).
3) Jarak $\sigma_x + \sigma_y$ adalah diameter lingkaran Mohr dan tentukan titik O sebagai pusat lingkaran.

   $$\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right).$$

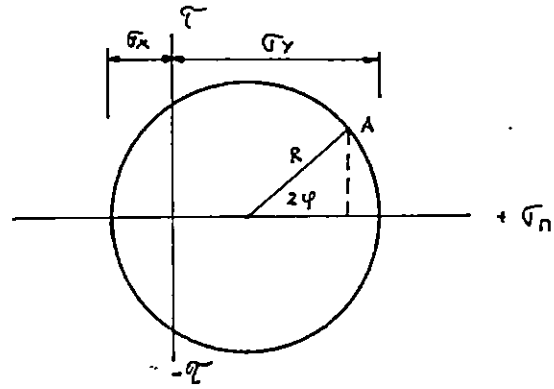
4) Dari titik O tarik garis ke lingkaran atas di A dengan kemiringan sudut 2 .
5) Tegangan normal adalah jarak dari sb. y ke proyeksi titik A di x. Tegangan geser adalah jarak titik A ke sumbu x.




Mari kita lihat operasi lingkaran Mohr pada contoh-contoh berikut.

1. Sebuah batang bekerja padanya dua jenis tegangan. Tegangan tarik pada sumbu y besarnya 70 MPa dan tegangan tekan pada sumbu x besarnya 35 MPa. Tentukan tegangan normal dan tegangan geser pada bidang yang membentuk sudut $45^{o}$ terhadap sumbu x.

Penyelesaian



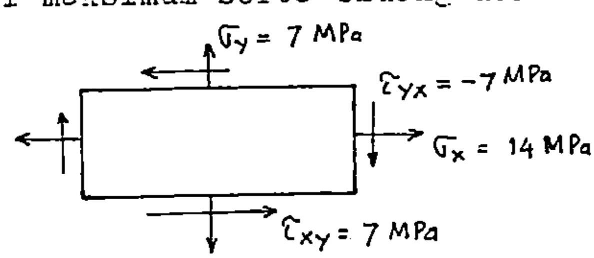

Karena $\sigma_x = 35$ dan $\sigma_y = 70$

maka R = 52,5

sehingga

$$\tau = 52{,}5 \sin 30$$
$$= 26{,}25 \text{ MPa}$$
$$\sigma_n = 52{,}5 \cos 30 + 17{,}5$$
$$= 62{,}97 \text{ MPa}$$

2. Sebuah batang mengalami tegangan normal tarik pada arah sb. x dan sb. y sekaligus juga mengalami tegangan geser. Tentukan harga tegangan normal maksimum dan minimum, tegangan geser maksimum, dan tentukan bidang tegangan geser maksimum serta bidang utama.



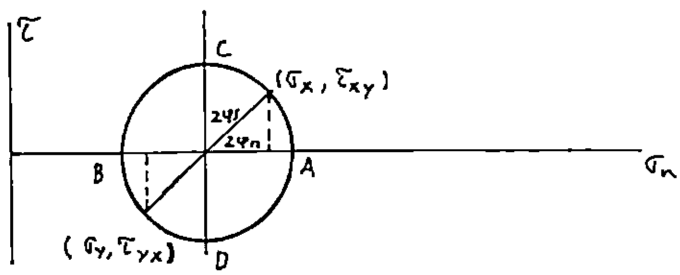

Penyelesaian

Dengan metode lingkaran Mohr, akan diikuti prosedur sebagai berikut :

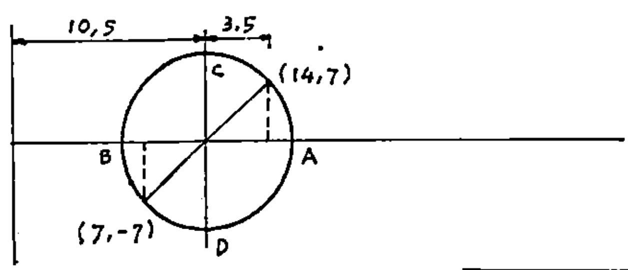
1) Tentukan sb. y sebagai arah tegangan geser dan sb. x sebagai arah tegangan normal.
2) Tentukan $\tau_{xy}$ pada koordinat ( $\sigma_x$ , $\tau_{xy}$)

dan $\tau_{yx}$ pada koordinat ( $\sigma_y$ , $\tau_{yx}$).

3) Diameter lingkaran Mohr adalah garis yang menghubungkan ( $\sigma_x$ , $\tau_{xy}$) dan ( $\sigma_y$ , $\tau_{yx}$)
4) Proyeksikan garis hubung itu pada sb. x akan diperoleh harga maksimum tegangan normal di titik A dan tegangan normal minimum di titik B.
5) Sudut antara sb. x dengan garis hubung koordinat adalah $2\varphi_n$ sedangkan sudut antara sb. y dengan garis hubung koordinat adalah $2\varphi_s$.




Dari gambar lingkaran mohr itu, maka problem di atas dapat diselesaikan :




Jari-jari lingkaran = $\sqrt{7^2 + 3{,}5^2}$ = 7,826 MPa

$\sigma_{n\ maks.}$ = Titik A = 10,5 + 7,826 = 18,326 MPa

$\sigma_{n\ min.}$ = Titik B = 10,5-7,826 = 2,674 MPa

$\tau_{maks.}$ =Titik C = 7,826 MPa

$\tau_{min.}$ = Titik D = - 7,826 MPa

Tan $2\varphi_n$ = 7/3,5 = 2

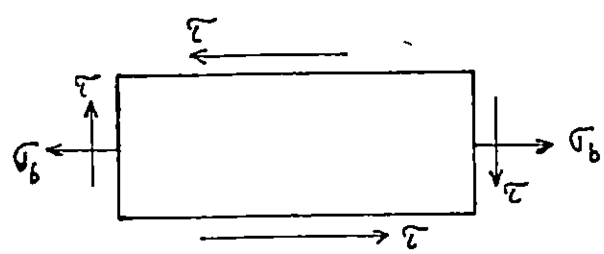
$$2\varphi_n = 63{,}5^\circ \implies \varphi_n = 31{,}75^\circ$$

dan $31{,}75 + 90 = 121{,}75^\circ$.

$$\varphi_n + \varphi_s = 45^\circ \quad \text{sehingga} \quad \varphi_s = 13{,}25^\circ.$$

F. Kombinasi Tegangan pada Poros

Sebuah poros yang berputar tentu mengalami momen puntir ($M_p$). Apabila selain berputar juga menerima beban, maka akan mengalami momen bengkok ($M_b$). Dengan demikian pada poros seperti ini akan terjadi tegangan geser akibat puntiran dan tegangan bengkok sekaligus yang pada akhirnya akan berkombinasi.




Dari gambar di atas dapat dipahami bahwa pada poros yang berputar dan mengalami pembebanan, tegangan normal hanya bekerja pada sumbu x.
Dengan menghubungkan pada pembahasan sebelumnya akan diperoleh :

$$\sigma_n \text{ (maks atau min.)} = \frac{\sigma_b}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau^2}$$

karena :

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot e}{I} \qquad \text{dan} \qquad = \frac{M_p \cdot e}{I_p}$$

Untuk bahan yang simetris $I_p = 2\ I$
sehingga :

$$\frac{\sigma_b}{\tau} = \frac{M_b \cdot e/I}{M_p \cdot e/2I} = \frac{2\ M_b}{M_p}$$

atau

$$\tau = \sigma_b\left(\frac{M_p}{2M_b}\right)$$

sehingga :

$$\sigma_c = \sqrt{M_b^2 + M_p^2}$$

dan $M_c = 1/2\ (M_p + M_{cp})$

Contoh soal

1. Sebuah poros mempunyai diameter 50 mm dikenai momen puntir 900 Nm dan momen bengkok 1200 Nm. Hitung tegangan geser maksimum dan tegangan bengkok maksimum.

   Penyelesaian

   Hitung dulu momen puntir dan momen bengkok akibat kombinasi kedua momen :

$$M_{pc} = \sqrt{M_p^2 + M_b^2}$$

$$= \sqrt{900^2 + 1200^2}$$

$$= 1500 \text{ Nm}$$

$$M_c = 1/2\ (M_b + M_{pc})$$

$$= 1/2\ (1200 + 1500)$$

$$= 1350 \text{ Nm}$$

   Tegangan geser maksimum dihitung dengan persamaan :

$$\tau = \frac{M_{pc} \cdot e}{I_p}$$

$$= \frac{1500 \cdot 0{,}050/2}{\pi/32 \cdot 0{,}050^4} = 61{,}12 \text{ MPa}$$

   Tegangan bengkok maksimum dihitung dengan persamaan :

$$\sigma_b = \frac{M_c \cdot e}{I}$$

$$= \frac{1350 \cdot 0{,}050/2}{\pi/64 \cdot 0{,}050^4} = 110 \text{ MPa}$$

2. Rencanakan sebuah poros yang akan menerima momen puntir 1000 Nm dan momen bengkok 1500 Nm. Jika tegangan bengkok yang terjadi tidak boleh melebihi 140 MPa dan tegangan geser tidak boleh melebihi 84 MPa, hitung ukuran poros yang memenuhi.

Penyelesaian

Dalam menyelesaikan kasus ini kita akan menemukan harga diameter berdasarkan tinjauan bengkokan dan geseran. Dari kedua kondisi harga ukuran yang diambil adalah ukuran diameter terbesar.

$$M_{pc} = \sqrt{M_b^2 + M_p^2}$$

$$= \sqrt{1500^2 + 1000^2} = 1802,8 \text{ Nm}$$

$$M_c = 1/2\ (M_b + M_{pc})$$

$$= 1/2\ (1500 + 1802,8)$$

$$= 1651,4 \text{ Nm}$$

Untuk tinjauan geseran

$$\tau = \frac{M_{pc} \cdot e}{I_p}$$

$$84.10^6 = \frac{1802,8 \cdot d/2}{\pi/32 \cdot d^4}$$

$$= 918,6/d^3$$

$$d = 4,78.10^{-2} \text{ m} = 48 \text{ mm}$$

Untuk tinjauan bengkokan

$$\sigma_b = \frac{M_c \cdot e}{I}$$

$$140.10^6 = \frac{1651,4 \cdot d/2}{\pi/64 \cdot d^4}$$

$$140.10^6 = 16821/d^3$$

$$d = 4,93.10^{-2} \text{ m} = 50 \text{ mm}$$

Dari dua tinjauan di atas, maka ukuran poros yang memenuhi adalah 50 mm.

3. Sebuah poros baling-baling harus memindahkan tenaga 800 HP pada 300 rpm dan pada saat yang sama ia menderita gaya aksial sebesar 45 kN. Jika tegangan geser merupakan tegangan kritis dan tidak boleh melebihi 84 MPa, hitung ukuran poros.

   Penyelesaian

   Tegangan aksial berarti tegangan pada sumbu x.

$$\sigma_x = F/A$$

$$= \frac{45.000}{\pi/4 \; d^2} = 57296/d^2$$

   Besarnya momen puntir yang terjadi :

$$M_p = 7124 \quad HP/N$$

$$= 7124 \, . \, 800/300 = 18997 \quad \text{Nm}$$

   Besarnya tegangan geser yang terjadi akibat puntiran :

$$= \frac{M_p \, . \, e}{I_p}$$

$$= \frac{18997 \, . \, d/2}{\pi/32 . d^4} = 96751/d^3$$

   Besarnya tegangan geser maksimum :

$$\tau_{maks} = 1/2 \sqrt{\sigma_x^{\,2} + 4\tau^2}$$

$$84.10^6 = 1/2 \sqrt{\left(\frac{57296}{d^2}\right)^2 + 4\left(\frac{96751}{d^3}\right)^2}$$

Sampai pada persamaan tersebut, diameter tidak dapat dihitung secara langsung. Pendekatan yang digunakan adalah pendekatan coba.coba atau metode iterasi Newton. Dengan cara-cara itu diperoleh harga d = 105 mm.

4. Pada sebuah poros yang panjang bekerja dua momen bengkok sekaligus pada sb. x dan sb. y. Masing-masing $M_x$ = 1400 Nm dan $M_y$ = 800 Nm. Jika diameter poros 50 mm dan harus memindahkan momen puntir 2500 Nm, hitunglah tegangan utama dan tegangan geser maksimum yang terjadi pada poros.

Penyelesaian

Karena momen bengkok yang bekerja ada dua, maka dicari resultannya :

$$M_b = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

$$= \sqrt{1400^2 + 800^2} = 1612{,}5 \text{ Nm}$$

$$M_{pc} = \sqrt{M_b^2 + M_p^2}$$

$$= \sqrt{1612{,}5^2 + 2500^2} = 2974{,}9 \text{ Nm}$$

$$\tau_{maks} = \frac{M_{pc} \cdot e}{I_p}$$

$$= \frac{2974{,}9 \cdot 0{,}050/2}{\pi/32 \cdot 0{,}050^4} = 121{,}2 \text{ MPa}$$

$$M_c = 1/2\ (M_b + M_{pc})$$

$$= 1/2\ (1612{,}5 + 2974{,}9) = 2293{,}7 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{n\ maks.} = \frac{M_c \cdot e}{I}$$

$$= \frac{2293{,}7 \cdot 0{,}050/2}{\pi/64 \cdot 0{,}050^4} = 186{,}9 \text{ MPa}$$

# DAFTAR PUSTAKA

Granet, Irving, 1980, Strength of Materials for Engineering Technology, A Prentice Hall Company Reston, Virginia.

Gunawan dan Margaret, 1991, Mekanika Teknik I, Delta Teknik Group, Jakarta.

Khurmi, RS, 1976, Strength of Materials, S Chand & Co. Ltd, Ram Nagar, New Delhi.

Timoshenko,S dan Donovan H Young, 1968, Elements of Strength of Materials, D Van Nostrand Co, Newyork.