RANGKAIAN LISTRIK

oleh

Drs. Jamin Sembiring

Fakultas Pendidikan Teknologi dan Kejuruan
Institut Keguruan dan Ilmu Pendidikan
PADANG

1991

KATA PENGANTAR

Buku pegangan mata kuliah Rangkaian Listrik terutama yang ditulis dalam Bahasa Indonesia, sampai saat ini dirasakan masih sangat kurang. Walaupun ada buku-buku semacam itu dalam Bahasa Indonesia, isi atau materinya sering tidak sesuai dengan kebutuhan. Oleh sebab itu penulis memberanikan diri menyususn buku ini, di mana isi atau materinya disesuaikan dengan kebutuhan serta pembahasannya diusahakan sedemikian rupa agar mudah dimengerti oleh para mahasiswa teknik elektro dan teknologi lainnya. Penekanannya terletak pada hukum dasar, teorema dan analisis rangkaian.

Bahan pokok dibagi dalam beberapa bab. Bab-bab dimulai dari definisi-definisi, teorema beserta contoh-contoh soal yaitu untuk membantu menjelaskan materi diskriptif lainnya. Contoh-contoh soal tersebut ringkas dan praktis yang memungkinkan mahasiswa untuk menerapkan prinsip-prinsip dasar secara tepat dan meyakinkan.

Pokok bahasan meliputi prinsip arus dan tegangan bolak-balik, besaran dan unsur elemen, respon rangkaian seri dan paralel, daya dan faktor daya, gejala resonansi baik dalam hubungan paralel maupun hubungan seri. Pokok-pokok bahasan ini semuanya dianalisis secara gamblang dengan mempergunakan matematika terpakai, seperti difrensial, integral daan trigoniometri serta bilangan komplek. Satuan besaran-besaran listrik dalam buku ini mempergunakan sistem internasional (SI).

Dapat kami tambahkan bahwa materi dan soal-soal yang terdapat dalam buku ini disusun berdasarkan pengalaman kami dalam mengajar mata kuliah Rangkaian Listrik selama bertahun-tahun. Namun kami sadari masih terdapat kekurangan-kekurangan baik dari segi materi maupun sistimatika penulisannya. Ini semua disebabkan karena keterbatasan waktu serta pengalaman menulis yang relatif sedikit.

Pada kesempatan ini kami mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu kami dalam penulisan buku ini, terutama kepada Dr. Helmi Suyuthie, M.Ed selaku pembimbing sistimatika penulisan, dan kepada Drs. Nurkausar D. selaku pemeriksa dan pembaca naskah sebelum dicetak. Juga tak ketinggalan kepada istri, dan putra-putri kami tercinta, bagi mereka semua upaya kami lakukan dengan senang hati.

Padang, Januari 1991.
Penulis,

D A F T A R I S I

B A B I

ARUS DAN TEGANGAN BOLAK BALIK

A. TERBANGKITNYA ARUS LISTRIK.

Dalam pelajaran Fisika maupun Ilmu Kimia telah kita pelajari bahwa semua benda dalam alam ini terdiri dari susunan molekul-molekul. Molekul adalah bagian terkecil dari suatu zat atau persenyawaan, dan tersusun dari atom-atom yang bersenyawa berasal dari beberapa unsur (elemen-elemen).

Dalam alam kita terdapat lebih dari seratus macam unsur seperti Helium (H), Hydrogen (H), Lithium (Li), Ferrum (Fe), Cupprum (Cu) dam Natrium (Na). Semua zat-zat terbentuk dari hasil persenyawaan antara unsur-unsur tersebut. Bagian yang terkecil dari suatu unsur yang masih mempunyai sifat-sifat unsur itu disebut atom dari unsur bersangkutan.

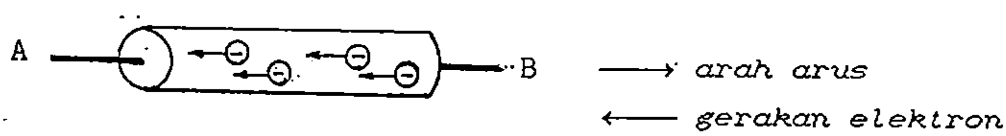
Jadi kalau dalam alam kita ada lebih seratus macam unsur maka tentu ada pula lebih dari seratus macam atom. Ternyata kemudian bahwa atom itu terdiri dari partikel-partikel yang bermuatan positif dan negatif. Partikel-partikel yang bermuatan positif disebut proton. Partikel-partikel yang tak bermuatan disebut neutron, sedangkan partikel yang bermuatan negatif disebut elektron.

Proton dan neutron berada dalam inti atom (nucleus) sedangkan elektron yang berada dalam kulit berputar mengelilingi inti dengan sangat cepatnya. Atom yang paling sederhana ialah atom hydrogen (H), yakni hanya terdiri dari satu proton pada inti, (tidak mempunyai neutron) dan satu elektron pada kulit yang berputar dengan sangat cepatnya mengelilingi inti. Atom Helium (He) terdiri dari dua proton dan dua neutron pada inti dan pada kulitnya terdapat dua elektron.

Keberadaan elektron telah dibuktikan oleh J.J Thomson pada tahun 1897, sedangkan muatan elektron diukur oleh R.A Millikan pada tahun 1909. Satuan muatan ini adalah *coulomb* dengan lambang C yang sama dengan amper-detik. Muatan sebuah elektron adalah $0{,}1602 \times 10^{-18}$ C, sedangkan massa sebuah elektron adalah $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg. Elektron-elektron ini dapat berpindah meninggalkan atom. Elektron-elektron yang demikian itu disebut elektron bebas (free electrons).

Pada sebuah kawat penghantar listrik terdapat elektron-elektron bebas dalam jumlah yang besar, sedangkan pada benda yang tidak dapat menghantarkan arus listrik (isolator), tidak terdapat elektron-elektron bebas. Elektron-elektron pada isolator terikat pada atomnya sedemikian rupa sehingga sukar melepaskan diri menjadi elektron-elektron bebas.

Apabila pada kedua ujung sebuah penghantar listrik terdapat perbedaan tegangan atau potensial, maka elektron-elektron bebas segera bergerak menuju potensial yang lebih tinggi. Perhatikan gambar 1.1 di bawah ini.



Gambar 1.1. Sebuah penghantar berarus.

Misalkan potensial di titik A lebih besar dari pada potensial di titik B atau $V_A > V_B$. Hal ini menimbulkan kesan bahwa seolah-olah ada pendukung muatan-muatan positif yang bergerak dari potensial yang lebih tinggi menuju potensial yang lebih rendah. Pada gambar 1.1 di atas, pendukung muatan-muatan positif bergerak dari titik A menuju titik B. Pendukung muatan-muatan positif inilah yang kita namakan *arus listrik* (electrical current). Besarnya arus ini dinyatakan oleh rumus :

$$i \text{ (amper)} = \frac{dq \text{ (coulomb)}}{dt \text{ (detik)}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (1.1)$$

di mana : q = muatan elektron (coulomb).

t = waktu (detik).

Integral arus terhadap waktu adalah *muatan listrik*, suatu konsep yang sangat berguna dalam menyatakan gejala fisis. Muatan ini dinamakan *konservatif*, karena muatan itu tidak diciptakan maupun dimusnahkan. Suatu muatan dikatakan *terkuantisasikan* karena muatan pada sebuah elektron merupakan besar muatan yang terkecil yang dapat timbul.

Konsep arus listrrik lebih sederhana dari pada konsep gaya atau tenaga. Arus listrik didefinisikan sebagai banyaknya muatan yang melewati suatu luas penampang tertentu per satuan waktu. Muatan tersebut dapat merupakan muatan positif maupun negatif, melewati luas penampang itu dalam dua arah.

Arus adalah kecepatan perubahan aliran muatan positif, suatu muatan skalar. Dalam suatu hal khusus muatan-muatan positif bergerak ke kanan dan muatan-muatan negatif ke kiri. Muatan positif yang bergerak ke kanan, menyebabkan arus mengalir ke kanan, persamaannya adalah :

$$i = \frac{dq+}{dt} + \frac{dq-}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.2)$$

Jika ada arus listrik yang mengalir maka harus ada kerja. Elektron-elektron mempunyai massa dan harus diberi tenaga agar dapat bergerak. Pada saat arus listrik mengalir dalam kawat, elektron-elektron itu terus menerus mengalami tumbukan oleh molekul-molekul logam, sehingga terpental ke arah yang tidak semestinya. Harus dilakukan usaha untuk memperbaiki arah itu. Jadi untuk mendapatkan sejumlah arus yang mengalir, perlu diketahui berapa tenaga yang diberikan agar muatan itu dapat bergerak dari suatu kedudukan ke kedudukan yang lain.

Untuk mengetahui berapa besarnya usaha ini, digunakan konsep *tegangan atau potensial* yang didefinisikan sebagai usaha yang diperlukan satu satuan muatan untuk berpindah dari satu ke titik yang lainnya karena pengaruh gaya listrik. Dengan kata lain, tegangan adalah usaha per satuan muatan, ditulis dengan rumus :

$$v = \frac{dw}{dq} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.3).$$

di mana w menyatakan usaha yang diperoleh muatan q apabila muatan itu bergerak di antara dua titik dengan beda potensial sebesar v. Satuan potensial menurut Satuan Internasional (SI) adalah Joule per Coulomb yang disebut dengan volt.

B. PEMBANGKITAN TEGANGAN BOLAK BALIK

Arus bolak balik yang kita pergunakan di rumah kita baik untuk melayani tenaga maupun untuk penerangan berubah dua kali setiap seperlimapuluh detik. Besar arus maupun tegangannya merupakan fungsi sinusoida. Fungsi sinusoida ini merupakan bentuk yang paling mudah untuk dibangkitkan dan juga paling mudah dianalisis apabila dibandingkan dengan bentuk gelombang yang lain, misalnya gelombang empat segi, gigi gergaji dan eksponensial.

Pembangkitan tegangan bolak-bolak terjadi akibat berputarnya kumparan dalam medan magnit atau berputarnya medan magnit dalam kumparan yang diam. Percobaan Faraday membuktikan bahwa pada sebuah kumparan akan dibangkitkan gaya gerak listrik (GGL) apabila jumlah garis gaya yang diliputi oleh kumparan berubah-ubah. Hal ini dapat dilakukan dengan dua cara yaitu :

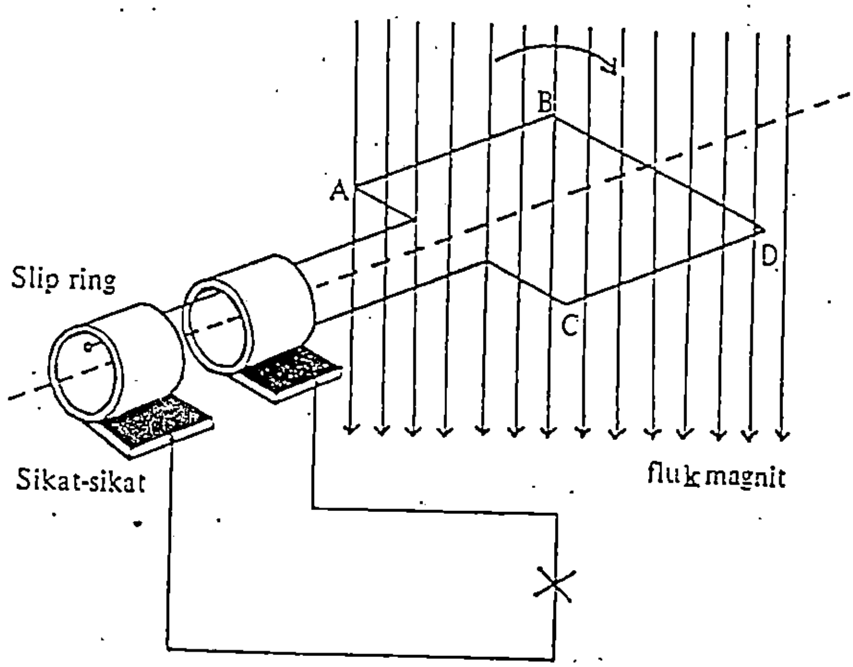
1. Kawat penghantar bergerak, jumlah garis gaya yang diliputi tetap.
2. Kawat penghantar diam, jumlah garis gaya yang diliputi berubah.

Oleh karena itu pada perinsip kerja generator terdapat tiga hal pokok yaitu :

1. Adanya fluk magnit, yang dihasilkan oleh kutub-kutub magnit.

2. Adanya kawat penghantar listrik yang merupakan tempat terbentuknya GGL.
3. Adanya gerakan relatif antara fluk magnit dengan kawat penghantar listrik.

Generator yang kita bicarakan di sini adalah yang kumparan atau kawat penghantarnya bergerak, jumlah garis gaya yang diliputi tetap. Untuk lebih jelasnya perhatikan gambar 1.2 di bawah ini.



Sumber: Sumanto, Drs. (1984. 9),

Gambar 1.2
Kumparan berputar dalam medan magnit

Kumparan ABCD terletak dalam medan magnit serba sama sedemikian rupa sehingga sisi AB dan CD berada tegak lurus pada arah fluk magnit. Kumparan ABCD diputar dengan kecepatan sudut yang tetap terhadap sumbu putarnya yang sejajar dengan sisi AB dan CD. Sesuai dengan hukum Faraday gaya gerak listrik induksi yang terbentuk pada AB dan CD besarnya sesuai dengan perubahan fluk yang dipotong kumparan ABCD, yakni :

$$e(t) = -\frac{d\emptyset}{dt} \text{ Volt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.4)$$

di mana : $e(t)$ = GGL induksi sesaat yang terbentuk (Volt).

$d\emptyset$ = perubahan fluk yang dipotong (Weber).

dt = perubahan waktu (detik).

Apabila kumparan berputar dengan kecepatan sudut yang tetap dalam medan magnit serba sama, maka besarnya fluk yang dipotong setiap saat adalah :

$$\emptyset(t) = \emptyset_m . \cos \omega t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.5)$$

Apabila persamaan (1.5) dimasukkan ke persamaan (1.4), maka diperoleh besarnya tegangan sesaat atau gaya gerak listrik induksi (GGL) adalah :

$$e(t) = e_m . \sin \omega t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1.6)$$

di mana : $e(t)$ = GGl induksi sesaat yang terbentuk dalam satuan Volt.

e_m = GGL induksi maksimum dalam Volt.

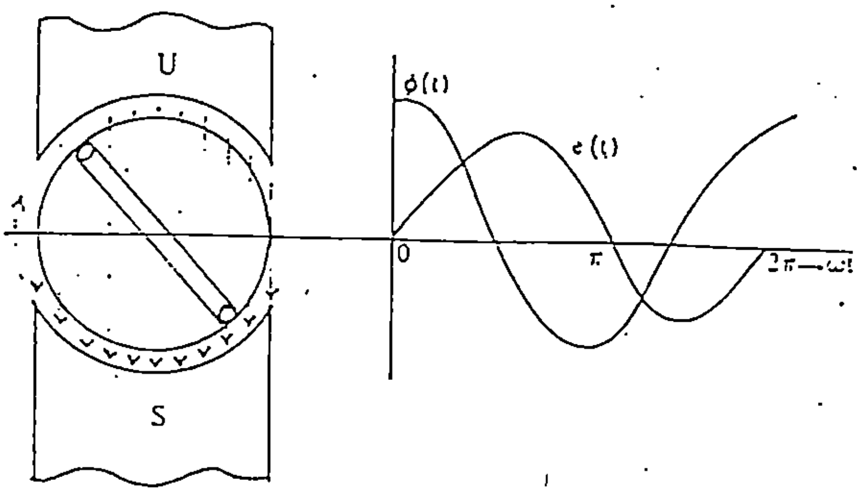
$\emptyset(t)$ = fluk magnit yang dipotong saat tertentu dalam satuan Weber.

$\emptyset_m$ = fluk magnit maksimum yang terpotong dalam satuan Weber.

ω = kecepatan sudut putaran kumparan dalam satuan satuan rad/detik.

t = waktu tertentu dalam satuan detik.

Sesuai dengan hukum tangan kanan, maka GGL induksi yang terbentuk pada sisi kumparan di daerah Selatan arahnya berlawanan. Sedangkan tepat pada kedudukan kumparan tegak lurus fluk magnit, GGL induksi yang terbentuk pada masing-masing sisi kumparan adalah nol. Dari persamaan (1.5) dan (1.6) maka penggambaran GGL induksi yang terbentuk setiap sisi kumparan akan terlihat seperti gambar (1.3) di bawah ini.



Sumber: Sumanto, Drs. (1984. 11),

Gambar (1.3).
Bentuk fluk magnit dan GGL pada sisi kumparan.

C. SINUSOIDA ARUS DAN TEGANGAN

Pada paragraf B telah kita bicarakan tentang tegangan bolak-balik yang dibangkitkan oleh sebuah generator arus bolak-balik. Adapun besarnya fluk pada sebuah kumparan dapat kita tuliskan dengan persamaan (1.7) di bawah ini.

$$\emptyset = B\ A\ \cos\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.7)$$

di mana : $\emptyset$ = fluk (banyaknya garis-garis gaya maknit)
B = induktansi maknit atau flux density
A = luas bidang kumparan
θ = sudut yang ditempuh kumparan selama putarannya.

Menurut Hukum Faraday bahwa : $e(t) = \frac{d\emptyset}{dt}$
Jadi dengan mendiferensir persamaan (1.7) terhadap waktu maka kita peroleh : $\frac{d\emptyset}{dt} = -\ B\ A\ \sin\theta\ \frac{d\theta}{dt}$

atau $$-\frac{d\emptyset}{dt} = B\ A\ \sin\ \frac{d\theta}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1.8)$$

Jadi rotor berputar beraturan dengan kecepatan angular sebesar ω maka : $\theta = \omega t$

Jadi persamaan (1.8) dapat kita tulis :

$$e(t) = B\,A \sin \omega t \cdot \frac{d\omega t}{dt}$$
$$= \omega BA \sin \omega t$$

Kalau banyaknya lilitan kumparan adalah N buah maka :

$$e(t) = N\,\omega\,BA \sin \omega t \quad .... \quad (1.9)$$

Persamaan (1.9) adalah sebuah sinusoida di mana :

$$N\,\omega\,BA = e_m$$

atau $e(t) = e_m \sin \omega t$ .... (1.10)

Persamaan untuk tegangan terpakai atau yang diserap oleh rangkaian dapat ditulis : $v = v_m \sin \omega t$

Apabila tegangan berbentuk gelombang sinusoida, maka arus juga adalah sinusoida. $i = i_m \sin \omega t$ ..... (1.11)

Apabila terdapat perbedaan fase antara arus dan tegangan sebesar φ, maka : $i_m \sin (\omega t \pm \varphi)$........... (1.12)

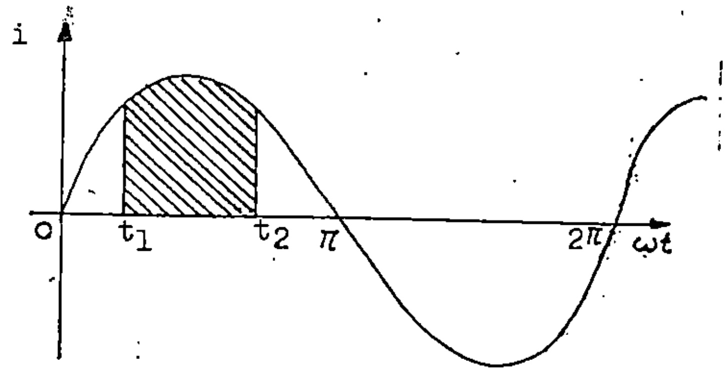
Nilai arus dan tegangan bolak-balik pada setiap saat disebut nilai sesaat (instantaneuos value).

D. NILAI RATA-RATA DAN NILAI EFEKTIF

1. Nilai Rata-Rata

Harga rata-rata sebuah besaran bolak-balik, baik besaran tegangan maupun besaran arus yang persamaannya masing-masing dinyatakan oleh persamaan (1.10) dan (1.11) dapat ditentukan untuk setiap interval waktu dari gelombangnya. Kita dapat menentukan harga rata-rata untuk panjang gelombang satu perioda penuh, sebagian saja dari panjang gelombangnya, atau hanya antara dua batas waktu tertentu saja.

Misalkan kita hendak menghitung harga rata-rata arus bolak-balik priodik dengan persamaan :
$i = i_m.\sin \omega t$ dengan bentuk gelombang seperti gambar 1.4 di bawah ini.



Gambar 1.4 Gelombang arus sinusoidal.

Jika kita hendak menghitung nilai rata-rata antara dua batas waktu $t = t_1$ dan $t = t_2$, maka dapat diselesaikan dengan :

$$i_{\text{rata-rata}} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} i \, dt \quad \ldots\ldots\ (1.13)$$

Hasil integrasi ini adalah sama dengan tinggi rata-rata daerah yang dibatasi oleh garis lengkung $i = i_m \sin \omega t$ dan sumbu-sumbu waktu $t = t_1$ dan $t = t_2$ atau luas bidang yang diarsir.

Bila $t_2 - t_1 = T$ (T = perioda) maka persamaan (1.13) dapat ditulis menjadi:

$$i_{\text{rata-rata}} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{T+t_1} i \, dt \quad \text{Ampere.}$$

Batas integrasi $t_2 = T + t_1$ dapat diubah menjadi 0 -T,

$$i_{\text{rata-rata}} = \frac{1}{T} \int_0^T i \, dt \quad \ldots\ldots\ (1.14)$$

Apabila $i = i_m \sin \omega t$, maka :

$$i_{\text{rata-rata}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_m \sin \omega t$$

$$= \frac{1}{\omega t} \left(- i_m \cos \omega t\right) \Big|_0^T = 0$$

Jadi kita mendapatkan hasilnya sama dengan nol. Oleh karena itu untuk besaran bolak-balik yang sinusoidal, kita tidak boleh menghitung nilai rata-ratanya untuk seluruh panjang gelombangnya (untuk seluruh perioda), karena hasilnya akan nol.

Berdasarkan hal itu maka untuk besaran bolak-balik yang sinusoidal cukup dihitung setengah panjang gelombangnya saja, sehingga harga rata-ratanya dihitung dengan rumus :

$$i_{rata\text{-}rata} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_m \sin \omega t \; d(\omega t)$$

$$= \frac{i_m}{\pi} \left(- \cos \omega t \right)_0^{\pi}$$

$$i_{\;rata\text{-}rata} = \frac{2}{\pi}\, i_m = 0{,}637 \; i_m .$$

2. Nilai Efektif

Dalam prakteknya ternyata nilai yang kita baca pada alat ukur bukanlah nilai rata-rata dari besaran bolak-balik tersebut, akan tetapi adalah nilai efektifnya. Nilai efektif arus maupun tegangan bolak-balik adalah arus yang tetap besarnya yang akan menghasilkan panas sebuah tahanan dengan nilai rata-rata yang diberikan besaran bolak-balik itu.

$$(I_{ef})^2 R.\; T = R \int_0^T i\,(t)\; dt$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2\,(t)} \quad \ldots\ldots \; (1.14)$$

Demikian pula untuk tegangan :

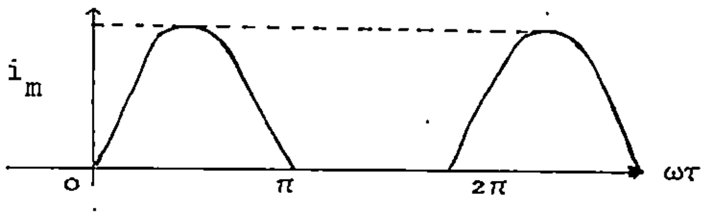
$$E_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2\,(t)} \quad \ldots\ldots\ldots (1.15)$$

Misalkan ada arus sesaat besarnya : $i = i_m \sin \omega t$, Yang akan kita hitung nilai efektifnya. Dengan menggunakan rumus atau persamaan (1.14), maka didapat hasilnya : $I = i_m / \sqrt{2} = 0{,}707 \; i_m$.

Seandainya ada tegangan sesaat besarnya $e = e_m \sin \omega t$, dengan menggunakan persamaan (1.15) hasilnya adalah: $E = e_m / \sqrt{2} = 0{,}707 \; e_m$.

Contoh soal.

1. Hitunglah nilai arus rata-rata dan efektif penyearah setengah gelombang seperti gambar di bawah ini.



Jawab : Untuk $0 < \omega t < \pi$, $i = i_m \sin \omega t$
Untuk $\pi < \omega t < 2\pi$, $i = 0$

$$i_{rata-rata} = 1/2\pi \int_o^{\pi} i \sin \omega t \, d(\omega t) + \int_o^{2\pi} o \; d(\omega t)$$

$$= 0,318 \; i_m$$

$$e^2_{ef} = 1/2\pi \int_o^{\pi} (e_m \sin vt)^2 \, d\,(vt)$$

$$= 1/4 \; e^2_m$$

$$e_{ef} = 1/2 \; e_m$$

2. Hitunglah nilai efektif suatu fungsi tegangan yang besarnya : $e = 50 + 30 \sin \omega t$ Volt

Jawab : $e^2_{ef} = 1/2\,\pi \int_o^{2\pi} (e_m \sin \omega t)^2 \, d\,(\omega t).$

$$= 1/2\pi \int_o^{2\pi} (50 + 30 \sin \omega t)^2 \, d\,(\omega t)$$

$$e_{ef} = 54,3 \text{ Volt}.$$

E. BILANGAN KOMPLEK

Kalau nilai-nilai yang terdapat pada suatu rangkaian listrik arus searah merupakan nilai-nilai yang nyata, maka pada suatu rangkaian listrik arus bolak-balik banyak terdapat bilangan-bilangan khayal (imaginer). Karena itu dalam rangkaian listrik arus bolak-balik banyak digunakan bilangan-bilangan khayal yang dinyatakan dalam bilangan komplek, yakni berupa kumpulan (susunan) bilangan-bilangan yang terdiri dari bilangan nyata dan bilangan khayal. Secara umum hal ini dapat dinyatakan dalam bentuk : $Z = x + j\,y$ .... (1.16)
di mana notasi j menyatakan nilai khayal dengan besar :

$$j = \sqrt{-1} \qquad \text{..................} \qquad (1.17)$$

Bentuk bilangan komplek pada persamaan (1.16) biasa juga disebut bentuk sistem sumbu tegak lurus (rectangular form). Di samping bentuk di atas juga dikenal bentuk-bentuk lainnya yang mempunyai hubungan antara satu dengan lain yakni :

a. bentuk polar (polar form) :

$$Z = r \underline{/\ \varphi} \qquad \text{..................} \qquad (1.18)$$

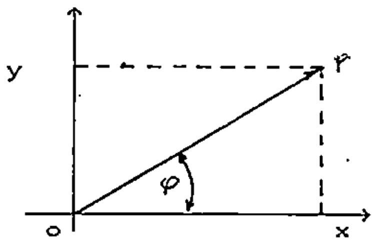
b. bentuk eksponensial (exponential form) :

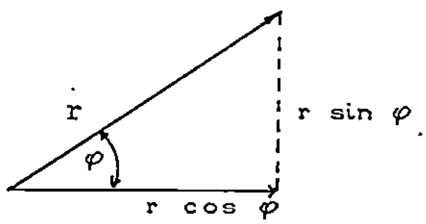
$$Z = r\, e^{j\varphi} \qquad \text{..................} \qquad (1.19)$$

c. bentuk trigoniometri (trigoniometric form) :

$$Z = r\,(\cos\varphi + j\sin\varphi) \qquad \text{.......} \qquad (1.20)$$

Hubungan antara besaran-besaran dari ketiga bentuk tersebut di atas dapat dilihat dari gambar 1.5 di bawah ini.





Gambar 1.5 a. sistem sumbu saling tegak lurus
b. sistem polar dan trigoniometri

Untuk menyelesaikan soal-soal dalam bentuk bilangan komplek ini, pada umumnya dapat dipergunakan prinsip :

1. Menjumlahkan dan Mengurang.

   Untuk menjumlahkan atau mengurangi, cara yang baik adalah dengan menggunakan bentuk sumbu tegak lurus, dengan prinsip :

   - Menjumlahkan , yaitu menambahkan bilangan nyata dengan bilangan nyata serta menambahkan bilangan khayal dengan bilangan khayal.
   - Mengurangi, yaitu dengan cara mengurangkan bilangan nyata dengan bilangan nyata dan mengurangkan bilangan khayal dengan bilangan khayal.

$$Z_1 + Z_2 = (X_1 + j Y_1) + (X_2 + j Y_2)$$

$$Z = (X_1 + X_2) + j (Y_1 + Y_2)$$

$$Z_1 - Z_2 = (X_1 + j Y_1) - (X_2 - j Y_2)$$

$$Z = (X_1 - X_2) - j (Y_1 - Y_2)$$

Jadi kalau diperhatikan lebih jauh ternyata bentuk penjumlahan atau pengurangan ini seperti pengurangan atau penjumlahan dari suatu bentuk gaya-gaya atau vektor.

2. Mengalikan dan Membagi

Sistem yang paling mudah untuk mengalikan dan membagi ialah dengan menggunakan bentuk polar.

- Mengalikan : yaitu dengan saling mengalikan besarannya sedangkan besarnya sudut dijumlahkan. Misalnya :

$$Z_1 . Z_2 = r_1 \angle \varphi_1 \; r_2 \angle \varphi_2$$

$$= r_1 . r_2 \angle \varphi_1 + \varphi_2$$

- Membagi : yaitu dengan cara membagi besarannya, sedangkan sudutnya dikurangkan, misalnya :

$$Z_1 / Z_2 = \frac{r_1 \angle \varphi_1}{r_2 \angle \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \varphi_1 - \varphi_2$$

F. BEDA FASE

Apabila kita melakukan penjumlahan besaran listrik dalam rangkaian arus searah, maka besaran-besaran listrik tersebut dapat langsung dijumlahkan, yang biasa disebut penjumlahan secara aljabar, sebab besaran-besaran tersebut tidak mengandung frekuensi. Pada rangkaian arus bolak-balik penjumlahan besaran listrik tidak dapat dilakukan secara aljabar sebagaimana pada arus searah, karena besaran listrik tersebut mempunyai kecepatan sudut, frekuensi dan pergeseran fase atau perbedaan sudut fase. Oleh karena itu umtuk menjumlahkan besaran arus bolak-balik, misalnya tegangan, selain nilai besarannya juga perlu dilihat arah atau besar sudutnya (bandingkan dengan penjumlahhan suatu gaya-gaya). Ini berarti antara bilangan-bilangan yang dijumlahkan perlu diperhatikan adanya perbedaan fase nilai-nilai besaran yang dijumlahkan yang sering disebut dengan istilah beda fase.

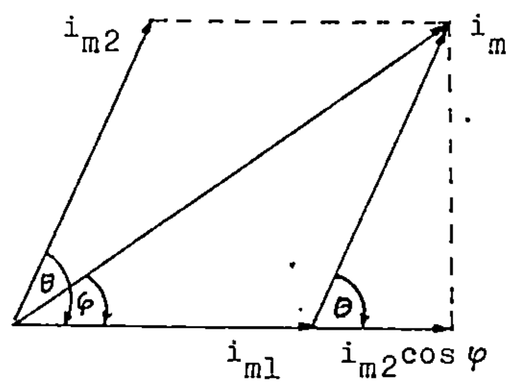
Sering terjadi bahwa suatu alat atau benda yang menggunakan listrik arus bolak-balik mempunyi dua besaran yang berbeda fase. Jika akan menjumlahkan tegangan atau arus bolak-balik ini, perlu diingat bahwa frekuensinya harus sama, sebab apabila frekuensinya tidak sama, maka hasil penjumlahan tidak akan sama sebagaimana yang diinginkan, dengan kata lain terjadi perubahan bentuk. Jika diketahui besar arus sesaat dari dua arus yang berbeda fase seperti di bawah ini :

$i_1(t) = i_{m1} \sin \omega t$; $i_2(t) = i_{m2} \sin \omega t$ dijumlahkan, maka diperoleh besar arus sesaat yaitu :

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \varphi)$$

akan diperoleh : $i_m = \sqrt{i_{m1}^2 + i_{m2}^2 + 2\, i_{m2} \cdot \cos \varphi}$

Beda fase antara dua arus yang dijumlahkan di atas dapat dihitung dengan berpedoman pada gambar 1.6 di bawah ini, merupakan gambar (diagram) nilai - nilai maksimum arus pada saat mula-mula. Perhatikan gambar di bawah ini.



Gambar 1.6. Penjumlahan dua arus.

Dari gambar di atas dapat dilihat, bahwa untuk menghitung beda fase antara arus jumlah i_m dengan i_{m1} dapat dipakai rumus di bawah ini.

$$\cos\varphi = \frac{i_{m1} + i_{m2}\cos\varphi}{i_m} \qquad \text{atau}$$

$$\tan\varphi = \frac{i_{m2} \cdot \sin\varphi}{i_{m1} + i_{m2}\cos\varphi}$$

B A B II

BESARAN DAN UNSUR ELEMEN

A. SUMBER DAN UNSUR RANGKAIAN

Suatu rangkaian listrik pada umumnya ditandai oleh adanya satu atau lebih sumber yang dihubungkan kepada satu atau lebih beban sebagai penerima tenaga listrik. Sumber tersebut dapat berupa sumber tegangan ataupun sumber arus, tergantung dari pada jenis atau sifat rangkaian penerima tenaga listrik tersebut. Sumber tegangan ataupun sumber arus tersebut pada dasarnya bersifat sumber sempurna.

Suatu sumber tegangan sempurna adalah sumber yang tegangannya tidak tergantung kepada beban yang dipasangkan pada kutub-kutubnya. Gambar 2.1 (a) menunjukkan lambang suatu sumber tegangan sempurna yang tegangannya e, pada umumnya merupakan fungsi waktu. Tegangan naik adalah dari kutub yang bertanda (-) ke-kutub yang bertanda (+), jika fungsi e(t) atau E positf.

(a) (b)

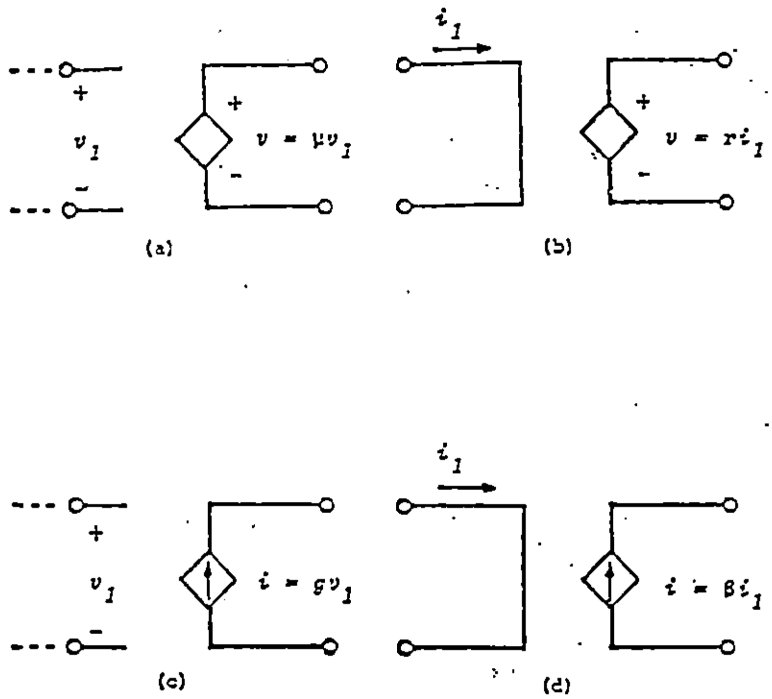
Gambar 2.1. Lambang sumber sempurna.

Sumber arus sempurna ditunjukkan olehgambar 2.1 b. Pada gambar tersebut arah anak panah menunjukkan arah arus positif. Sumber arus sempurna dicirikan oleh suatu sumber yang arusnya tidak tergantung kepada sambungan yang dipasangkan di antara kutub-kutubnya. Dalam praktek tidak terdapat sumber tegangan sempurna maupun sumber arus sempurna, tetapi dalam beberapa hal, pengandaian sumber tegangan sempurna itu masih dapat dipakai untuk memenuhi kebutuhan teknik.

Sumber-sumber di atas disebut juga sumber-sumber bebas, karena sumber sumber tegangan itu tidak tergantung kepada arus yang mengalir dalam unsur itu, dan disebut sumber arus bebas karena arus yang mengalir tidak tergantung kepada tegangan di antara unsur tersebut.

Sumber-sumber kelas dua adalah sumber tegangan atau sumber arus yang tegangan dan arusnya merupakan fungsi tegangan atau arus yang berada di bagian lain dalam rangkaian itu. Contoh dari sumber tergantung ini adalah generator listrik dan transistor. Dalam generator, tegangan imbas dalam salah satu lilitannya merupakan fungsi arus dalam lilitannya yang lain. Dalam transistor, arus yang keluar sebanding dengan arus yang masuk.

Satu hal yang perlu diperhatikan bahwa pada masing-masing sumber kelas dua itu, sumber dan variabel pengaturnya ditunjukkan pada lambangnya. Empat jenis sumber tergantung diperlihatkan dalam gambar 2.2 di bawah ini. Gambar 2.2 (a) memperlihatkan sumber tegangan yang diatur oleh tegangan. Sumber tegangan yang diatur oleh arus diperlihatkan oleh gambar 2.2 (b), dan sumber arus yang diatur oleh tegangan diperlihatkan oleh gambar 2.2.(c), dan sumber arus yang diatur oleh arus diperlihatkan oleh gambar 2.2 (d).



Sumber: Budiono Mismail, (1981. 21),

Gambar 2.2. Lambang sumber tergantung.

Komponen-komponen yang menjadi beban, yaitu bagian suatu jala-jala listrik yang menerima tenaga dari sumber, disebut unsur atau parameter rangkaian. Unsur atau parameter ini dihubungkan sedemikian rupa, sehingga terbentuklah suatu rangkaian yang sempurna. Misalnya unsur tersebut dihubungkan secara seri dengan unsur yang lain, mungkin juga dihubungkan secara paralel ataupun merupakan gabungan dari keduanya yaitu hubungan seri-paralel. Ke-tiga unsur rangkaian tersebut terlibat di dalamnya. Hubungan dan jenis unsur-unsur rangkaian tersebut adalah :

1. Unsur rangkaian yang memerlukan tegangan sebanding dengan arus yang mengalir didalamnya. Konstanta pembandingnya disebut *resistansi*. Konstanta atau

parameter rangkaian ini erat hubungannya dengan penggunaan tenaga sebagai panas dalam rangkaiannya.

2. Unsur rangkaian yang membutuhkan tegangan, sebanding dengan turunan waktu atau kecepatan perubahan arus yang mengalir di dalamnya. Konstanta pembandingnya disebut *induktansi*. Parameter rangkaian ini erat hubungannya dengan medan magnit yang timbul dalam rangkaian tersebut.

3. Unsur rangkaian yang memerlukan arus sebanding dengan turunan waktu tegangan di antara kutub-kutubnya. Konstanta pembandingnya disebut *kapasitor*. Parameter rangkaian ini erat hubungannya dengan medan listrik rangkaian.

Ketiga jenis unsur rangkaian tersebut akan dibahas lebih lanjut dalam bagian-bagian berikut ini.

B. RESISTANSI- HUKUM OHM

Jenis pertama unsur rangkaian seperti telah disebutkan di atas, memerlukan tegangan di antara kutub-kutubnya berbanding lurus dengan arus yang melaluinya. Jika dinyatakan secara kuantitatif, tegangannya diberikan oleh :

$$v = R\,i \quad \text{volt} \qquad (2.1)$$

di mana : i = arus dalam amper.

Konstanta pembandingnya adalah R, yakni resistansi unsur itu; dalam SI dinyatakan dengan satuan Ohm. Hubungan antara tegangan dan arus seperti yang dinyataakan oleh persamaan (2.1) itu dikenal sebagai *Hukum Ohm*. Benda fisis yang sifat utamanya merupakan resistansi disebut *resistor*. Hasil-hasil percobaan menunjukkan bahwa resistansi hampir semua penghantar logam berubah menurut suhu.

Jika resistansi suatu logam pada suhu t_1 adalah R_1, maka untuk kawasan suhu yang wajar, resistansinya pada t_2 diberikan oleh :

$$R_2 = R_1 \{ 1 + \alpha (t_2 - t_1)\} \quad .... \quad (2.2)$$

di mana α adalah *koefisien suhu resistansi* yang diukur dalam derajat celcius. Nilai-nilai α untuk beberapa bahan diberikan dalam daftar 2.1 di bawah ini. Penyelidikan menunjukkan bahwa suatu variasi linier pada resistansi mempunyai suhu berkisar antara kira-kira 50° C sampai 200° C. Akibatnya suatu bentuk rumus yang lebih memudahkan dari pada yang diberikan oleh persamaan (2.2) adalah :

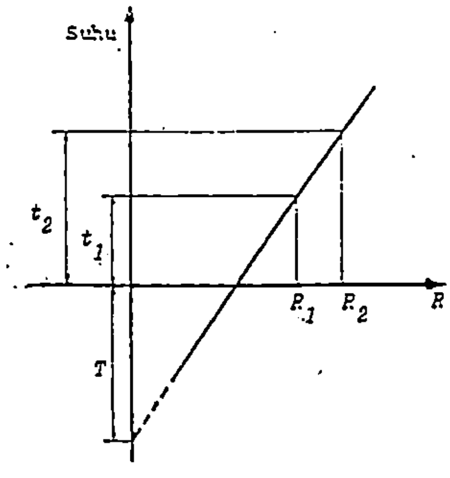
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad .... \quad (2.3)$$

T adalah konstanta yang ditentukan menurut grafik yang diberikan oleh gambar 2.3. Nilai T untuk tembaga adalah 234,5 sedangkan untuk alumunium adalah 228.

DAFTAR 2.1 KOEFISIEN SUHU RESISTANSI BEBERAPA LOGAM.

L o g a m	Koefisien suhu resistansi
Alumunium	0,004
B a j a	0,006
Besi tuang	0,001
Konstantan	0,000005
Manganin	0,00005
Nikelin	0,0003
Nikhrom	0,00016
Perak	0,0035
Tembaga	0,004
Wolfram	0,0045

Gambar 2.3 di bawah ini memperlihatkan grafik resistansi sebagai fungsi suhu.



Sumber: Budiono Mismail, (1981. 25).

Gambar 2.3

Resistansi suatu penghantar logam sebagai fungsi suhu.

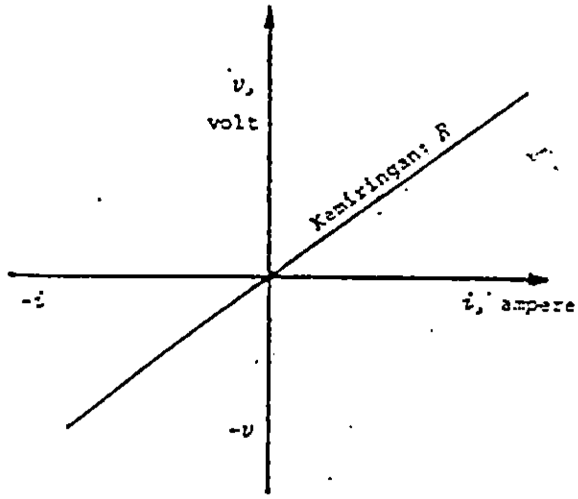
Contoh soal 1.

Tentukan resistansi sepotong kawat baja yang dipanasi sampai 200° C, jika resistansinya pada o° C adalah 100 Ω.

Jawab. Menurut persamaan (2.2) dan Daftar 2.1 kita dapatkan :

$$R = 100\ (1 + 0{,}006 \times 200) = 220\ \Omega$$

Karena R merupakan konstanta, persamaan (2.1) adalah persamaan untuk suatu garis lurus. Berdasarkan alasan ini resistor disebut *resistor linier*. Grafik v terhadap i ditunjukkan pada gambar 2.4 di bawah ini, yang berupa sepotong garis lurus yang melalui titik asal dengan kemiringan R.



Sumber: Budiono Mismail, (1981. 27),

Gambar 2.4. Grafik untuk hukum Ohm.

Resistor yang resistansinya tidak tetap konstan untuk berbagai arus yang berbeda dikenal sebagai resistor tak linier. Resistor semacam ini merupakan fungsi arus yang mengalir di dalamnya. Salah satu contoh sederhana untuk resistor semacam itu adalah lampu pijar. Sebuah karaktristik antara tegangan dan arus khusus untuk resistor semacam ini, diperlihatkan pada gambar 2.5 di bawah ini. Grafik ini menunjukkan kepada kita bahwa grafik resistansinya bukan lagi merupakan garis lurus. Karena R itu tidak konstan, analisa rangkaian yang mengandung resistor itu menjadi lebih sulit.

Daya yang dipergunakan dalam rangkaian listrik dapat diperoleh dari tegangan dan arusnya. Menurut definisi :

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = v\ i \quad \text{watt} \quad ..... \quad (2.4)$$

Daya dalam resistansi, menurut persamaan (2.1) menjadi :

$$p = v \cdot i = (R\ i)\ i = i^2\ R$$

$$= v \cdot \frac{v}{R} = \frac{v^2}{R} \quad .... \quad (2.5)$$

Bila arus listrik mengalir dalam suatu resistansi, usaha akan dilakukan dalam resistansi tersebut. Elektron-elektron pembawa arus mendapatkan tenaga dari sumber tegangan dan menyerahkan tenaga itu pada saat bertumbukan dengan molekul-molekul penghantar. Jadi tenaga itu diubah menjadi gerakan dengan arah sembarang yang dikenal sebagai panas. Dalam suatu resistansi, semua tenaga yang digunakan untuk memaksa aliran arus muncul sebagai kenaikan suhu penghantar atau sebagai aliran yang meninggalkannya.

Persamaan (2.1) memperlihatkan tegangan di antara kutub-kutub resistansi sebagai fungsi arusnya. Hubungan kebalikannya memberikan arus yang dinyatakan dalam tegangan yang sering mempunyai arti penting dalam hal-hal tertentu. Hukum Ohm sering juga dinyatakan sebagai :

$$i = G\,v \quad \text{Ampere.} \; .... \qquad (2.6)$$

di mana : $$G = \frac{1}{R} \; .... \qquad (2.7)$$

Kebalikan resistansi atau G ini disebut *konduktansi*, diukur dalam satuan *mho atau siemens*. Daya dalam konduktansi menjadi :

$$p = v.i = v\,(Gv) = v^2\,G = \frac{i^2}{G} \; .... \qquad (2.8)$$

Contoh soal 2.

Misalkan di antara sebuah resistansi sebesar 3 Ω terdapat tegangan 6 Volt. Tentukan daya dan periksa daya tersebut jika dipergunakan konduktansi.

Jawab.

Menurut Hukum Ohm, maka $i = v/R$, sehingga :

$$i = 6/3 = 2 \text{ A}$$
$$p = v.i = 6 \times 2 = 12 \text{ W}$$
atau $$p = i^2 . R = (2)^2 . 3 = 12 \text{ W}$$

Menurut persamaan (2.7), $G = 1/R = 1/3$ S, dan

$$p = v^2.G = (6)^2.1/3 = 12 \text{ W}.$$

Parameter resistansi pada dasarnya merupakan suatu konstanta geometri. Resistansi suatu penghantar dengan dimensi yang seragam berbanding lurus dengan panjangnya, berbanding terbalik dengan luas penampangnya dan tergantung kepada sifat penghantar fisis bahannya. Untuk lebih memudahkan penjelasan di atas dapat dituliskan dalam bentuk rumus :

$$R = \rho . \frac{L}{A} \text{ Ohm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.9)$$

di mana : ρ = resistivitas bahan dalam Ohm-meter.
L = panjang penghantar dalam meter.
A = luas penampang penghantar dalam meter kuadrat.

C. INDUKTANSI

Jenis unsur rangkaian yang ke dua memerlukan tegangan di antara kutub-kutubnya yang sebanding dengan kecepatan perubahan arus yamg melaluinya. Jika dinyatakan secara kuantitatif tegangan tersebut adalah :

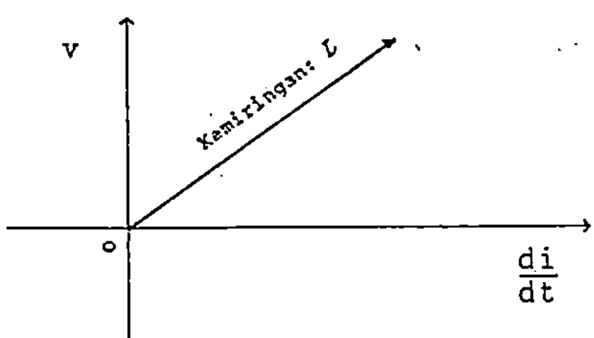
$$v = L \frac{di}{dt} \text{ Volt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.10)$$

Konstanta pembanding L adalah induktansi sendiri atau sering disebut dengan *induktansi* saja. Jika v, i dan t berturut-turut dinyatakan dalam volt, ampere dan detik, induktansi L dinyatakan dalam *Henry* (H). Jika tegangan di antara induktansi diketahui dan arusnya merupakan besaran yang dicari, persamaan (2.10) dapat ditulis :

$$i = \frac{1}{L} \int v.dt \text{ Ampere} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.11)$$

Persamaan di atas menjelaskan kepada kita bahwa arus dalam induktansi tidak tergantung terhadap nilai sesaat tegangan, melainkan terhadap nilai sejak awal sampai pada saat tegangan diamati, yaitu integral atau jumlah hasil kali volt-detik untuk seluruh waktu sampai kepada waktu pada saat kita amati.

Suatu induktor linier nilai induktansinya tidak tergantung dari arus. Induktansi tersebut berhubungan erat dengan magnit, merupakan suatu unsur rangkaian yang mampu menyimpan tenaga dalam bentuk medan fluk magnit. Pada saat arus mengalir melalui induktor, arus itu menimbulkan suatu fluk ruang. Bila fluk ini menembus udara, menimbulkan suatu kesebandingan antara arus dengan fluk sehingga parameter induktansi itu tetap konstan untuk semua nilai arus. Suatu grafik perbedaan potensial di antara kumparan sebagai fungsi turunan arus diperlihatkan pada gambar di bawah ini. Apabila kesebandingan antara arus dan fluk terganggu, maka induktor demikian itu disebut induktor tak linier. Hal ini ditandai dengan garis lukisannya bukan merupakan garis lurus sebagaimana terlihat pada gambar 2.7.di bawah ini.



Sumber: Budiono Mismail, (1981. 35).

Gambar 2.5. Grafik parameter induktansi L

Karena pengaruh induktansi ini menentang perubahan arus, induktansi ini analog dengan massa atau kelembaman dalam sistem mekanika atau massa fluida dalam hidrolika.

Induktansi ini memerlukan tegangan tak terhingga untuk menimbulkan perubahan sesaat pada arus.

Daya yang berhubungan dengan induktansi dalam rangkaian adalah :

$$p = L.i \frac{di}{dt} \text{ Watt. .... } (2.13)$$

$$W = \int p. \frac{di}{dt} dt$$

$$= \int L\ i\ di = 1/2\ L\ i^2 \text{ Joule} \quad (2.14)$$

Tenaga induktif ini disimpan sebagai medan magnit, tidak berubah menjadi panas seperti dalam resistansi. Dari persamaan (2.14) dapat dijelaskan bahwa nilai tenaga yang disimpan itu hanya tergantung dari besar arusnya saja, tidak tergantung dari bagaimana arus itu mencapai besaran tersebut. Tenaga induktif yang tersimpan itu akan muncul kembali dalam rangkaian pada saat arus menjadi nol, misalnya pada saat saklar dibuka dalam suatu rangkaian induktif pembawa arus, arus itu akan berkurang dengan cepat tetapi tidak mendadak dalam satu saat.

Sesuai dengan persamaan (2.10), suatu tegangan yang relatif tinggi akan muncul di antara kontak-kontak saklar itu dan mungkin akan timbul loncatan bunga api. Loncatan bunga api ini memungkinkan tenaga yang tersimpan untuk dipergunakan sebagai panas dalam bunga api dan dalam resistansi rangkaiannya.

Contoh 2.3.

Suatu induktansi seperti gambar 2.6 di bawah ini dibangkitkan oleh sumber arus sempurna. Suatu lengkungan yang dinamakan bentuk gelombang arus sebagai fungsi waktu diberikan oleh gambar 2.7 (a). Lukiskanlah bentuk gelombang v, daya sesaat p dan tenaga sebagai fungsi waktu.

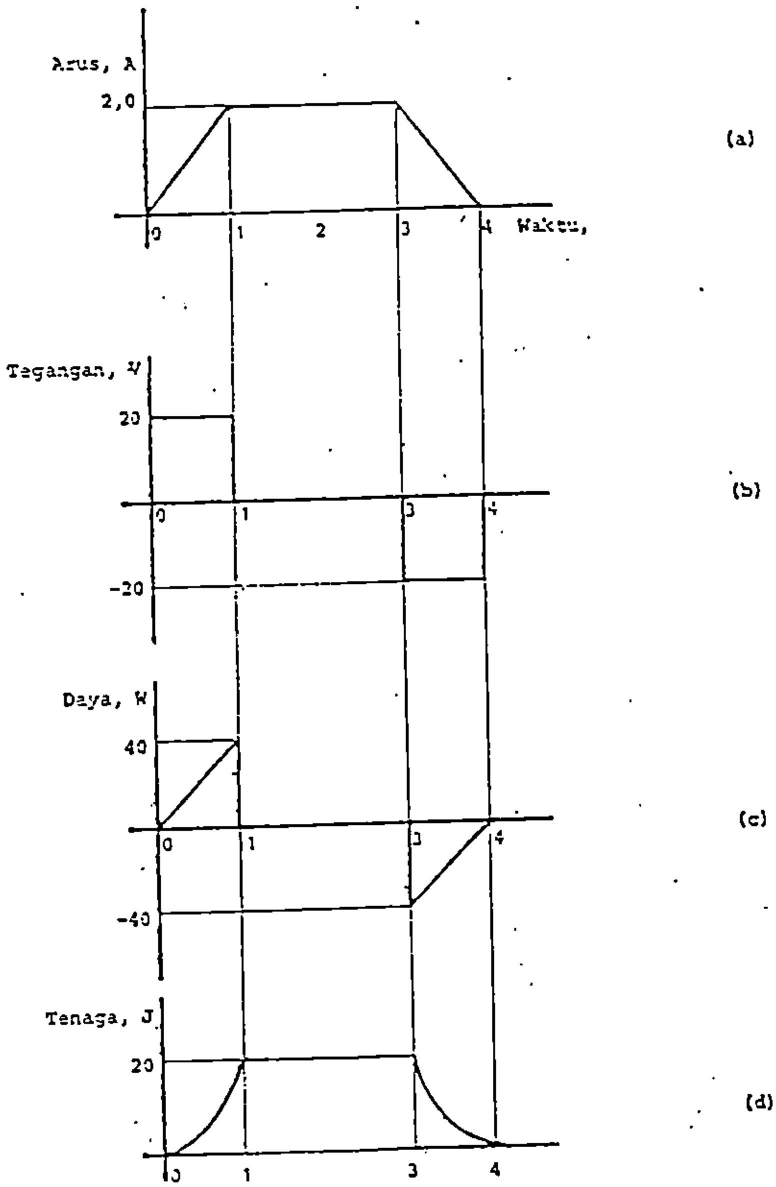
Gambar 2.6 Rangkaian induktansi.

Jawab :

Dengan menggunakan persamaan (2.10) diperoleh bentuk gelombang tegangan. Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (2.13) dan (2.14), masing-masing diperoleh bentuk gelombang daya dan tenaga. Gelombang tersebut masing-masing diperlihatkan pada gambar 2.7 (c) dan 2.7 (d). Perhatikan, jika arus dalam induktansi itu konstan dalam selang 1 sampai 3 detik, tegangan dan dayanya sama dengan nol. Selama selang itu tenaganya tersimpan dalam sistem. Tegangan jatuh di antara kutub-kutub suatu induktor dapat dinyatakan menurut persamaan (2.10), tetapi tegangan jatuh yang sama dapat diturunkan menurut hukum Faraday dalam suku-suku fluk yang dihasilkan oleh arus itu dan banyaknya lilitan N pada kumparan induktor. Sesuai dengan itu dapat kita tuliskan :

$$v = L \frac{di}{dt} = N \frac{d\emptyset}{dt} \text{ Volt} \qquad (2.15)$$

sehingga :
$$L = N \cdot \frac{d\emptyset}{di} \qquad (2.21)$$



Sumber: Budiono Mismail, (1981. 98),

Gambar 2.7. Bentuk-bentuk gelombang.

Jika $\emptyset$ berbanding lurus dengan arus untuk semua nilai (untuk induktor linier), persamaan terakhir menjadi :

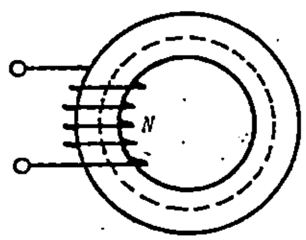
$$L = \frac{N\,\emptyset}{i} \quad \frac{\text{weber liltan}}{\text{amper}} \quad .... \quad (2.17)$$

Dalam hal ini dapat disebutkan bahwa parameter induktansi merupakan pernyataan gabungan, karena sebagian adalah variabel rangkaian i dan sebagian lagi variabel medan $\emptyset$. Untuk menghindari hal itu kita gantikan fluk dengan nilai yang setara, yaitu :

$$\emptyset = \frac{\text{gaya gerak maknit (ggm)}}{\text{reluktansi maknit}} = \frac{N\ i}{R} \quad ....(2.18)$$

Gaya gerak maknut ini menghasilkan fluk $\emptyset$ dalam rangkaian maknit yang mempunyai reluktansi R.

Suatu induktor dengan N buah lilitan yang digulung disekitar inti besi berbentuk lingkaran diperlihatkan pada gambar 2.8 di bawah ini.



Gambar 2.8. Induktor linier dengan inti besi.

Jika inti diandaikan mempunyai panjang menengah l meter dan luas penampangnya A meter kuadrat, maka besarnya reluktansi maknit itu dapat dibuktikan dengan rumus :

$$R = 1/\mu A \quad .... \quad (2.19)$$

di mana μ adalah sifat fisis bahan maknit, disebut permeabilitas.

Dengan memasukkan persamaan (2.18) dan (2.19) ke dalam persamaan (2.17), menghasilkan parameter induktansi untuk rangkaian gambar 2.8 itu. Jadi :

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} \text{ N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.20)$$

Sebagaimana resistansi, induktansi juga tergantung kepada geometri dimensi fisis dan sifat maknit mediumnya. Hal ini penting diketahui agar kita dapat mengubah nilai L itu. Jadi untuk induktansi yang dilukiskan dalam gambar 2.8, nilai parameter induktansinya dapat dinaikkan dengan empat cara :

1. memperbanyak lilitannya.
2. mengunakan inti dengan permeabilitas yang tinggi.
3. mengurangi panjang intinya.
4. memperbesar luas penampang inti.

D. KAPASITANSI

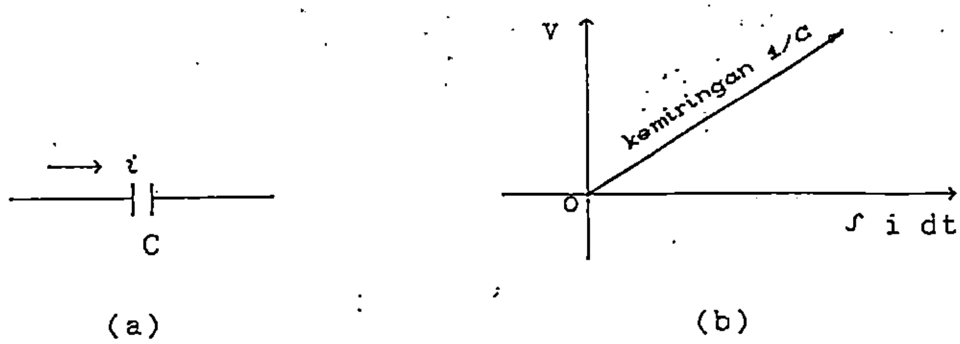
Unsur rangkaian yang ketiga ini memerlukan arus yang melaluinya sebanding dengan turunan waktu tegangan di antara kutub-kutubnya. Bila dinyatakan secara kuantitatif, arus tersebut adalah :

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad \text{Amper.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.21)$$

Tegangan unsur itu dapat ditulis:

$$v = 1/C \int i \, dt \quad \text{Volt.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2.22)$$

Konstanta pembanding C menyatakan sifat penyimpanan muatan dalam unsur itu, disebut Kapasitansi, satuannya Farad (F). Benda fisis yang ciri utamnya berupa kapasitansi disebut kapasitor. Lambang suatu kapsitansi dan grafiknya diperlihatkan pada gambar 2.9 di bawah ini.



Gambar 2.9. (a). Lambang Kapasitansi.

(b). Grafik Kapasitansi.

Sebagaimana pengaruh induktansi yang melawan perubahan arus, pengaruh kapasitansi ini menentang perubahan tegangan. Kapasitansi dalam hal ini analog dengan konstanta pegas dalam mekanika. Daya yang berhubungan dengan pengaruh kapasitansi adalah :

$$p = v\, i = C\, v\, \frac{dv}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.22)$$

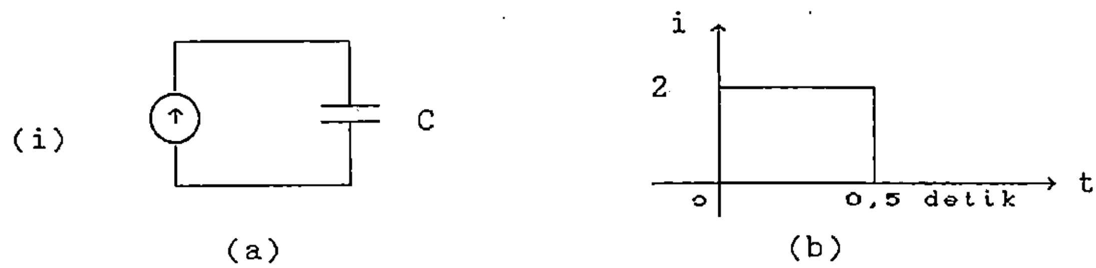
dan tenaganya :

$$w = \int p.\, dt = \int C\, v\, \frac{dv}{dt}$$

$$= \int C\, v\, .\, dv = 1/2\; C\, v^2 \text{ Joule} \;\ldots. \quad (2.23)$$

Usaha tersebut di atas disimpan dalam kapasitansi. Nilainya hanya tergantung pada besarnya tegangan saja, tidak tergantung pada bagaimana besar tegangan itu dicapai.

Usaha yamg tersimpan itu muncul kembali dalam rangkaian pada saat tegangan menjadi nol. Misalnya jika suatu kapasitor dikosongkan dengan menghubungsingkatkan kutub-kutubnya , suatu arus mengalir dalam unsur yang dihubungsingkatkan itu sampai seluruh tenaga yang tersimpan itu habis digunakan sebagai panas dalam resistansi rangkaian itu dan mungkin timbul bunga api listrik.



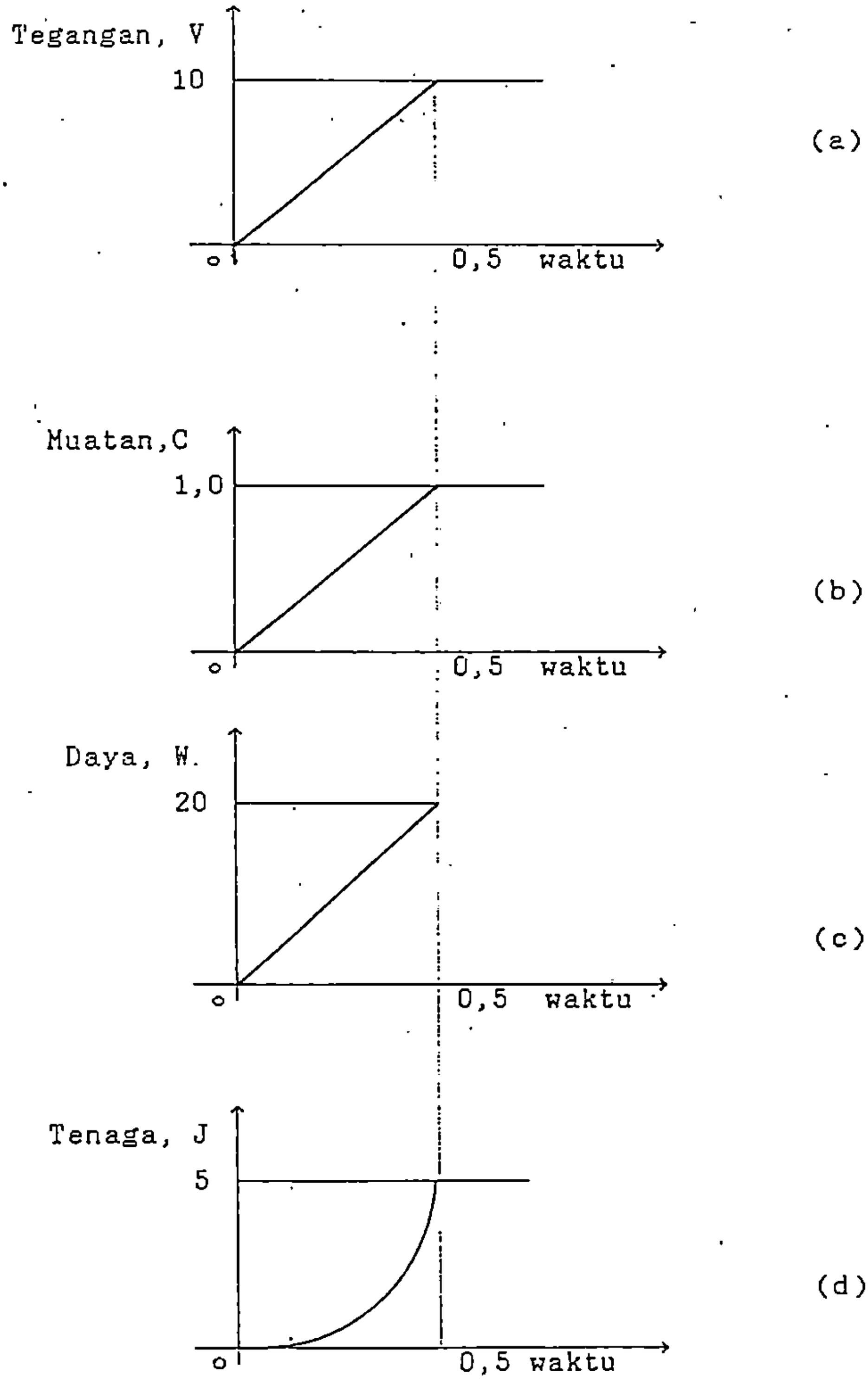
Gambar 2.10. Rangkaian dengan bentuk gelombang arus.

Contoh 2.4.

Kapasitansi sebesar 0,1 Farad dihubungkan terhadap pembangkit arus sempurna. Bentuk gelombang sumber itu berupa pulsa (denyut) sebesar 2 Amper untuk selang waktu 0 sampai 0,5 detik, dan 0 amper untuk waktu yang lama, (lihat gambar 2.10).
Lukislah bentuk gelombang tegangan kapasitansi v, muatan q, daya p dan tenaga w yang tersimpan sebagai fungsi waktu.

Jawab :

Dengan menggunakan persamaan (2.21) didapat besarnya tegangan 10 Volt.Bentuk gelombangnya diperlihatkan pada gambar 2.11 (a). Muatannya diperoleh dari : $q = \int i\, dt$, nilainya adalah 1 Coulomb. Gelombangnya diperlihatkan pada gambar 2.11(b). Sedangkan daya dan tenaga masing-masing diperoleh menurut persamaan (2.22) dan persamaan (2.23) yang mana nilainya berturut-turut 20 Watt dan 5 joule. Bentuk gelombang ke dua besaran ini dapat diamati masing-masing melalui gambar 2.11 (c) dan gambar 2.11 (d).



Sumber: Budiono Mismail, (1981. 46),

Gambar 2.11. Bentuk-bentuk gelombang.

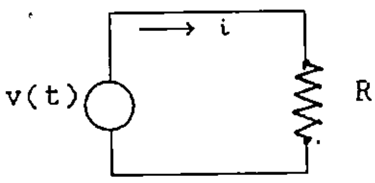
Setelah pulsa arus itu hilang, kapasitansi tetap terisi muatan dengan tegangan di antara kutub-kutubnya, dan tenaganya tersimpan dalam medan listriknya. Tenaga ini tentu dapat dipergunakan dengan menghubungkan suatu beban di antara kutub-kutub kapasitansi tersebut.

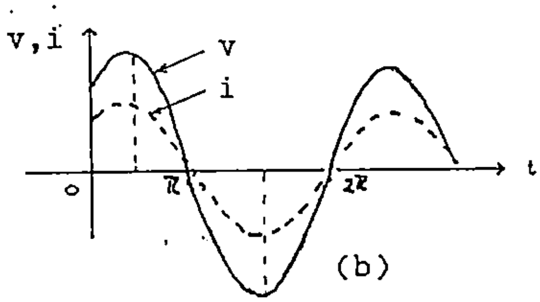
E. RANGSANGAN SINUSOIDA DALAM UNSUR-UNSUR RANGKAIAN

Suatu unsur rangkaian apabila diberi masukan, berupa tegangan sinusoida, maka pada rangkaian itu akan mengalir arus sinusoida. Kebalikannya, apabila unsur itu diberi masukan arus sinusoida, pada rangkaian akan timbul tegangan sinusoida. Hal ini merupakan suatu hubungan timbal balik, karena antara arus dan tegangan tidak dapat dipisahkan. Namun demikian arus yang mengalir pada suatu rangkaian tidak pernah sama besarnya dengan tegangan. Selanjutnya kita akan membahas rangsangan sinusoida terhadap ke tiga unsur itu.

1. Rangsangan Sinusoida Terhadap Resistansi (R)

   Suatu resistansi apabila diberi rangsangan sinusoidal, besarnya tegangan $v = i\,R$. Karena R ini konstan, maka tidak ada pergeseran fase antara arus dan tegangan. Jika $i = i_m \sin \omega t$, maka $v = i_m R.\sin \omega t$, hubungan antara arus dan tegangan dilukiskan dalam gambar 2.12 (b) di bawah ini.



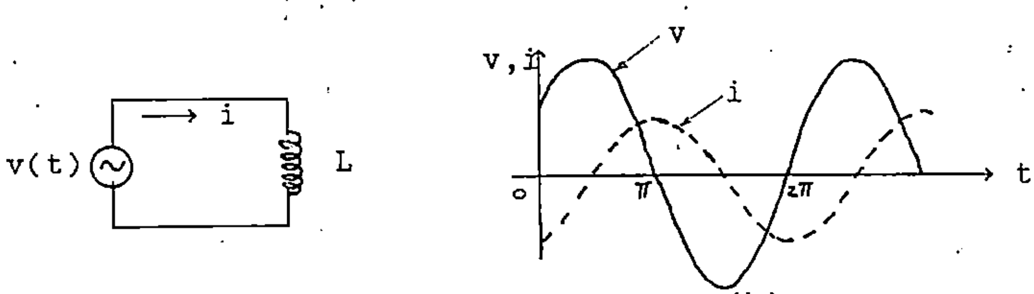


Gambar 2.12

a. Rangkaian dengan unsur resistansi (R)

b. Gelombang tegangan dan arus pada induktor

2. Rangsangan Sinusoida Terhadap Induktansi (L)



Gambar 2.13. a. Rangkaian dengan unsur induktansi (L)
b. Gelombang tegangan dan arus pada induktor

Suatu induktansi yang mendapat rangsangan sinusoidal, akan terinduksi tegangan sebesar $v = L\,\frac{di}{dt}$. Jika arus yang mengalir di dalamnya adalah $i_m \sin \omega t$ maka :

$$v = L\,\frac{d}{dt}\,(\,i_m \sin \omega t\,)$$

$$= \omega L\, i_m \cos \omega t$$

$$= \omega L\, i_m \sin (\,\omega t + \pi/2\,)$$

Dari hasil analisa nampak bahwa fungsi arus tertinggal oleh tegangan sebesar $\pi/2$ radian atau 90^o. Jadi arus mencapai harga puncaknya seperempat putaran setelah tegangan mencapai harga puncaknya. Hal ini dijelaskan pada gambar 2.13 (b).

Selanjutnya dari persamaan : $v = \omega L\, i_m \sin (\omega t + \pi/2)$ dapat diartikan bahwa : $v_m = i_m .\, \omega L$

Harga efektifnya :

$$\frac{v_m}{\sqrt{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}\,\omega L \qquad \text{atau}$$

$$V = I \,.\, \omega L \quad ; \quad \omega L = X_L$$

Jadi $$V = I \,.\, X_L$$

X_L = reaktansi induktif (Ω)

3. Rangsangan Sinusoida Terhadap Kapasitansi (C).

Apabila rangkain yang terdiri hanya dari kapasitansi saja mendapat rangsangan $i = i_m . \sin \omega t$, kita dapatkan:

$$v = \frac{1}{C} \int i_m \cdot \sin \omega t$$

$$= - \frac{1}{\omega C} \, i_m (\cos \omega t)$$

$$= - \frac{1}{\omega C} \, i_m \sin (\omega t - \pi/2)$$

$$= v_m \, \sin (\omega t - \pi/2)$$

Dalam hal ini fungsi arus mendahului tegangan sebesar $\pi/2$ radian atau 90^o.

Dari persamaan : $1/\omega C \; i_m \sin (\omega t - \pi/2)$

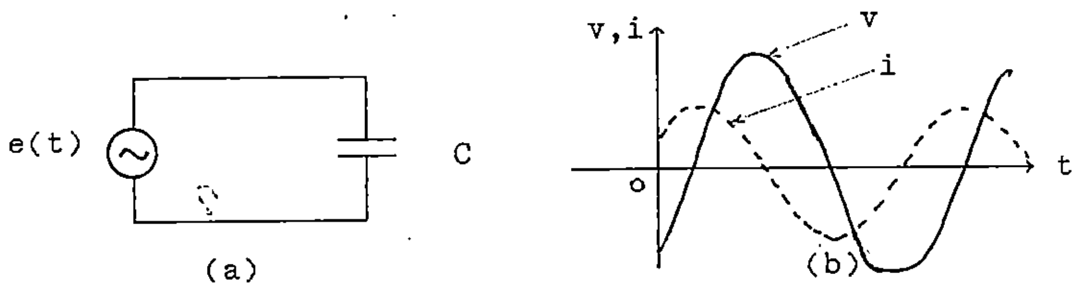
didapat bahwa : $v_m = i_m \,.\, 1/\omega C$

$$\frac{v_m}{\sqrt{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\omega C}$$

$$V = I \cdot \frac{1}{\omega C}$$

$$V = I \,.\, X_C$$

X_C = reaktansi kapasitif (Ω)



Gambar 2.14 a Rangkaian dengan unsur Kapasitansi (C).
b. Gelombang tegangan dan arus pada Kapasitor.

B A B III

HUBUNGAN SERI DAN PARALEL

A. HUBUNGAN SERI RESISTANSI DAN INDUKTANSI

Apabila suatu tegangan bolak-balik dihubungkan terhadap sebuah kumparan, besar arus dan sudut fasenya tergantung dari pada nilai induktansi dan resistansi dari pada kumparan tersebut. Apabila resistansi sangat kecil dibandingkan dengan reaktansi induktif, arus akan tertinggal dari tegangan kumparan mendekati 90°. Sebaliknya apabila resistansi sangat besar dibandingkan dengan reaktansi induktif, arus hampir sefase dengan tegangan, sudutnya mendekati 0°.

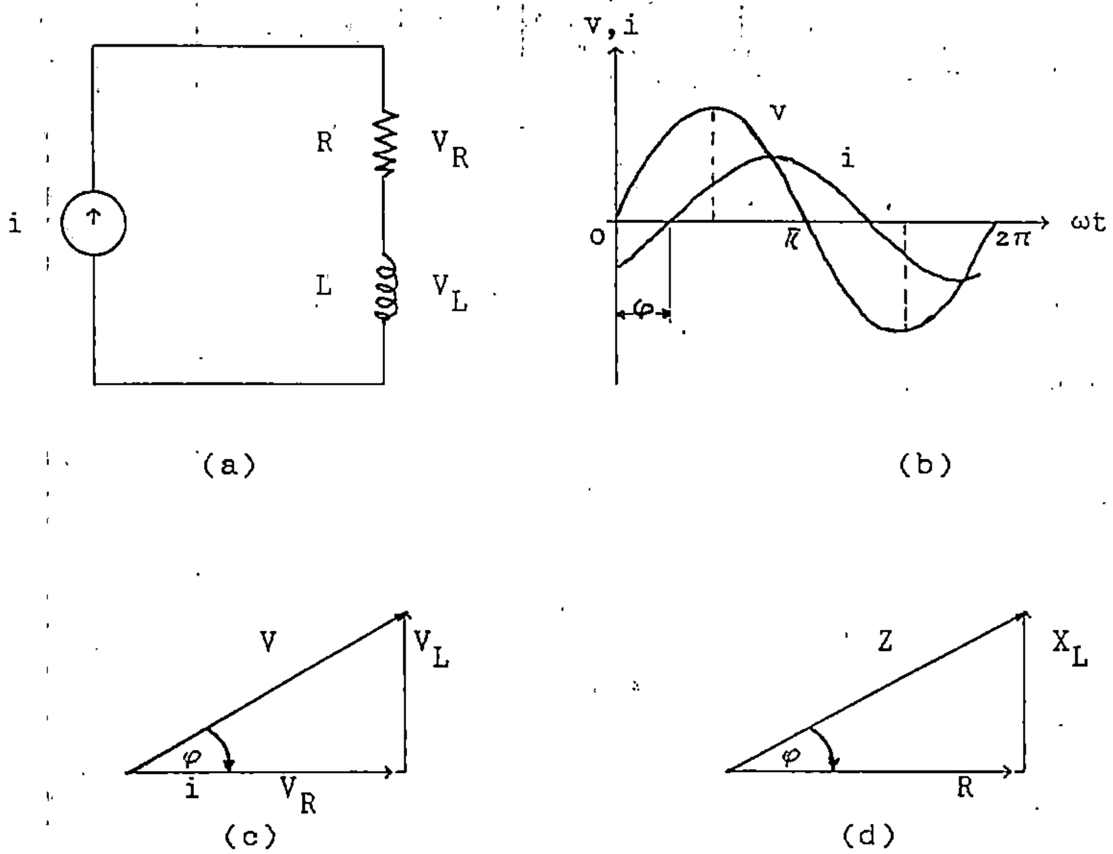
Karena effek resistansi dan reaktansi berbeda dalam hal pembentukan sudut fase, maka kita tidak boleh menjumlahkan nilai ohm kedua unsur itu sebagaimana menjumlahkan nilai ohm dari pada resistansi yang dipasang seri, akan tetapi harus dijumlahkan secara vektor. Jumlah vektor reaktansi dan resistansi tersebut dinamakan *impedansi*. Jadi impedansi adalah merupakan efek kombinasi dari pada resistansi dan induktansi. Secara matematis dapat ditulis :

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

$$\text{atau} \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (\Omega) \; \ldots\ldots\ldots \; (3.1)$$

Impedansi suatu rangkaian bukan hanya dinyatakan kwantitasnya (magnitude) saja, tetapi turut dengan sudut fasenya (arahnya). Oleh sebab itu besaran impedansi, reaktansi dan resistansi jika ditulis dalam bentuk polar adalah :

$$Z = \underline{/\varphi} \; ; \quad X_L = \underline{/90^\circ} \; ; \quad R \; \underline{/0^\circ} \; \ldots . (3.2)$$



Gambar 3.1

Rangkaian yang diperlihatkan pada gambar 3.1 di atas misalkan mempunyai arus terpasang : $i = i_m \sin \omega t$, maka

$$v_R = R\, i = R\, i_m \sin \omega t$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} = \omega L\, i_m \sin (\omega t + 90^\circ)$$

$$v = v_R + v_L = R\, i_m \sin \omega t + \omega L\, i_m \sin (\omega t + 90^\circ)$$

Setiap bilangan dari suku-suku sinus dan cosinus yang semuanya dari frekuensi yang sama, dapat dinyatakan sebagai fungsi sinus atau cosinus tunggal (dari frekuensi yang sama tersebut). Karena arus adalah fungsi sinus, anggap bahwa :

$$v = v_m \sin(\omega t + \varphi) = v_m \sin \omega t.\cos \varphi + v_m \cos \omega t.\sin \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.3)$$

tetapi dari yang di atas :

$$v = R.i_m \sin \omega t + \omega L\ i_m \sin \omega t \cos 90^\circ + \omega L\ i_m \cos \omega t \sin 90^\circ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.4)$$

Dengan menyamakan koefisien-koefisien dari suku-suku yang sama di dalam (3.3) dan (3.4),

$$v_m \sin \varphi = \omega L\ i_m \quad \text{dan} \quad v_m \cos \varphi = R\ i_m.$$

yang menentukan v_m dan φ sebagai,

$$v_m = i_m \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

Fungsi v dan i dilukiskan pada gambar 3.1 (d). Sudut fase φ di mana i ketinggalan dari v terletak dalam rangkuman $0 < \varphi < 90^\circ$, dengan nilai batas dicapai bertu-rut-turut pada $\omega L \ll R$ dan $\omega L \gg R$. Sebaliknya jika rangkaian tegangan terpasang $v = v_m \sin \omega t$, maka respon arus dihitung dengan,

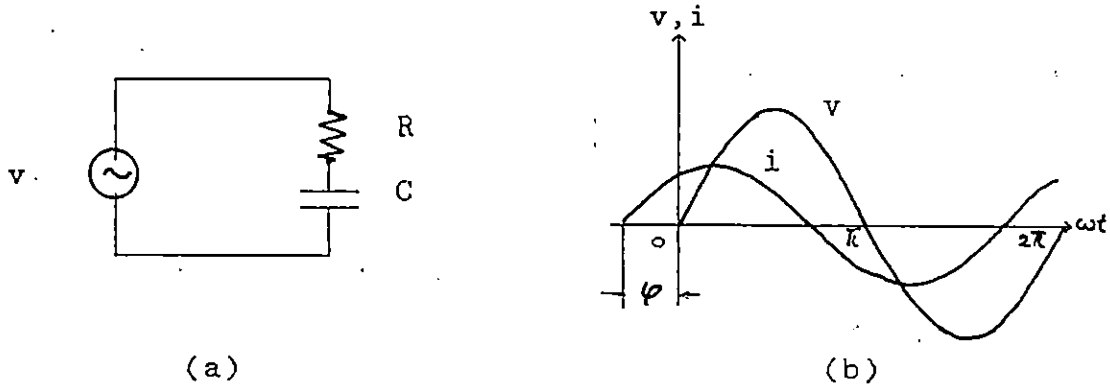
$$i_m = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$

seperti sebelumnya, arus i tertinggal dari v sejauh :

$$\varphi = \arctan(\omega L/R)$$

B. HUBUNGAN SERI RESISTANSI DAN KAPASITANSI

Sebuah rangkaian sederhana R-C seri diperlihatkan pada gambar 3.2 di bawah ini.



Gambar 3.2. a. Rangkaian R-C seri
b. Gelombang arus dan tegangan

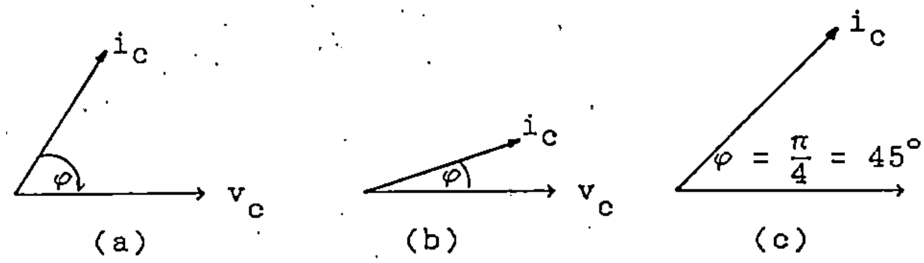
Analisis seperti paragraf A memperlihatkan bahwa untuk sebuah arus terpasang $i = i_m \sin \omega t$, respon tegangan adalah:

$$v = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}\ \sin(\omega t - \varphi) \quad \ldots.(3.5)$$

atau untuk sebuah tegangan terpasang $v = v_m \sin. \omega t$, respon arus adalah :

$$i = \frac{v_m}{\sqrt{R^2 + (\omega C)^2}} \sin(\omega t + \varphi) \quad \ldots\ldots..(3.6)$$

Apabila tegangan bolak-balik sinusoidal dihubungkan ke sebuah rangkaian seri R C seri, besar sudut fase arus tergantung dari pada nilai resistansi dan kapasitansi. Apabila C relatif besar, reaktansi kapasitif X_c relatif kecil, arusnya hanya dibatasi oleh resistansi. Sudut fase nya kecil, mendahului. Apabila C relatif kecil, X_c relatif besar, arusnya hanya dibatasi oleh reaktansi kapasitif. Apabila C mempunyai besaran tertentu di mana $X_c = R$, sudut fasenya mendahului sebesar 45°. Diagram pasor arus dan tegangan untuk ke tiga kondisi di atas diperlihatkan pada gambar 3.3 di bawah ini.



Gambar 3.3. Diagram pasor arus dan tegangan

a. $X_c >> R$
b. $X_c << R$
c. $X_c = R$

Contoh. Sebuah resistansi R = 30 Ω dan kapasitor C = 0,025 μF dihubungkan seri dan diberi tegangan bolak-balik $v = 141,4 \sin 10^6 t$. Hitunglah impedansi, arus, sudut fase serta tegangan melalui R dan C.

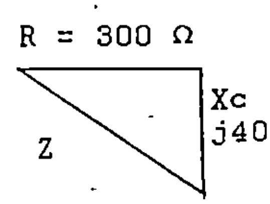
Jawab. Dengan menggunakan nilai efektip, kita dapatkan :

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R^2 + X_c^2} \underline{/\arctan X_C/R}$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^6 \times 0,025 \times 10^{-6}} = 40\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\ \Omega$$

$$\varphi = \arctan -40/30 = -53,1^\circ$$



$$E = 141,4/\sqrt{2} = 100 \text{ Volt}$$

$$I = \frac{100}{50\underline{/-53,1}^\circ} = 2\ \underline{/\ 53,1^\circ}$$

$$V_R = 2\underline{/-53,1^\circ} \times 30\ \underline{/\ 0^\circ} = 60\underline{/\ 53,1^\circ} \text{ Volt.}$$

X_c = 1/ωC, sudut fase adalah positif.

$$V_c = 2\ \underline{/-53,1^\circ} \times 40\ \underline{/-90^\circ} = 80\ \underline{/36,9^\circ}$$

Cara lain : $Z = 30 - j\,40 = 50\underline{/-\text{arctan } 1,333}$

$\varphi = -\text{arctan } 1,333 = -53,1^\circ$

$E = 100 + j\,0$

$I = \dfrac{100}{30-j40}$

$= 1,2 + j\,1,6\ \underline{/\text{arctan } 1,6/1,2}$

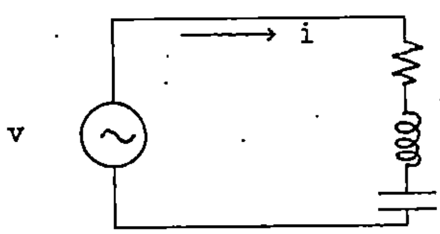
$= 2\underline{/53,1^\circ}$ Amper.

$V_R = (1,2 + j1,6)(30 + j0) = 60\underline{/53,1^\circ}$

$V_C = (1,2 + j\,1,6)(-j\,48) = 80\underline{/-36,1^\circ}$

C. HUBUNGAN SERI RESISTANSI, INDUKTANSI DAN KAPASITANSI

Rangkaian seri terdiri dari elemen R, L dan C diperlihatkan pada gambar 3.4 di bawah ini.



Gbr.3.4. RLC seri

Dengan mengetahui arus $i = i_m \sin \omega t$, maka :

$$v = v_R + v_L + v_C = R.i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

$$= R\,i \sin \omega t + i\ (\omega L - 1/\omega C) \quad \ldots\ldots\ldots.(3.7)$$

Dengan menggunakan metode yang dipergunakan pada paragraf A di atas, tegangan tersebut dapat dinyatakan sebagai sebuah fungsi sinus tunggal.

$$v = i_m \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}\,.\,\sin(\omega t + \varphi) \quad \ldots(3.8)$$

$$\varphi = \text{arctan}\ \frac{\omega L - (1/\omega C)}{R}$$

Apabila reaktansi dinyatakan sebagai bagian imaginer bilangan komplek, maka impedansi :

$$Z = R + J\ \omega L - (j/\omega C)$$

dapat ditulis $Z = \sqrt{R + (X_L - X_C)^2}\ \underline{\angle\ \text{arctan}}\ (X_L - X_C)/R$

....(3.9)

Terlihat bahwa respon tegangan secara kritis tergantung pada hubungan frekuensi penggerak ω dengan frekuensi resonansi dari rangkaian, $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$. Jadi jika:

1. $\omega > \omega_o$, sudut fase positif, arus ketinggalan dari tegangan dan rangkaian mempunyai efek keseluruhan induktif.
2. $\omega < \omega_o$, sudut fase negatif, arus mendahului tegangan, rangkaian memiliki suatu efek induktif.
3. $\omega = \omega_o$, sudut fase nol, arus dan tegangan sefase, impedansi sama besar dengan resistansi, rangkaian disebut keadaan resonansi seri.

Contoh . Suatu rangkaian seri RLC di mana L = 0,01 H. Rangkaian tersebut diberi tegangan bolak-balik $v = 353{,}5 \cos (3000t - 10^\circ)$ Volt. Arus yang diserap rangkaian $i = 12{,}5 \cos (3000t - 55^\circ)$A tentukanlah nilai R dan C.

Jawab. Arus tertinggal dari tegangan sebesar $(55^\circ - 10^\circ)$ sehingga $\omega L > 1/\omega C$

$$\tan 45^\circ = 1 = \frac{\omega_L - 1/\omega_C}{R}$$

$$(\omega_L - \omega_C) = R \qquad \frac{v_m}{im} = \sqrt{R^2 + (\omega_L - 1/\omega_C)^2}$$

$$\frac{353{,}5}{12{,}5} = \sqrt{2R^2} \qquad R = 20\ \Omega$$

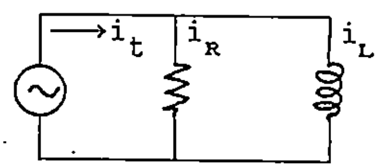
Dari persamaan $(\omega_L - 1/\omega_C) = R$, kita dapat kan : $3000 \times 0{,}01 - 1/3000\ C = 20$

$30 - 20 = 1/3000\ C$

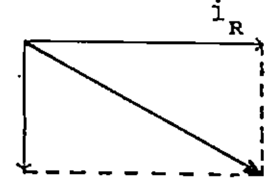
$C = 33{,}33\ \mu F$.

D. HUBUNGAN PARALEL RESISTANSI DAN INDUKTANSI

Suatu rangkaian sederhana yang terdiri dari R dan L paralel diperlihatkan pada gambar di bawah ini.



(a)



(b)

Gambar 3.5. a. Rangkaian paralel R-L
b. Vektor diagram R-L paralel

Misalkan tegangan masukan $v = v_m \cos \omega t$. Tegangan terpakai masing-masing cabang adalah sama besar. Pasor diagram pada (b) nampak arus tertinggal oleh tegangan sebesar 90°. Arus total merupakan penjumlahan pasor dari arus-arus cabang.

$i_t = i_R + i_L$ sebagai fungsi satu cosinus.

$$= 1/R.\ v + 1/L \int i.\ dt$$

$$= \frac{v_m}{R} \cos \omega t + \frac{v_m}{\omega L} \sin \omega t \qquad \ldots\ldots (3.10)$$

sehingga $i_t = \sqrt{(1/R)^2 + (1/\omega L)^2}\ v_m \cos(\omega t - \tan^{-1}(R/\omega L)$

Arus ketinggalan dari tegangan sebesar $\varphi = \arctan(R/\omega L)$

Jika: $R >> \omega L$, sudut fase φ mendekati 90°. dan

$i_t = \frac{v_m}{R} \cos(\omega t-90^{\circ})$. Dengan harga R yang relatif besar arus yang mengalir melalui cabang R sangatlah kecil, sehingga essensial oleh i_L yang merupakan arus induktif.

Jika $\omega_L >> R$, sudut fase φ mendekati nol, dan nilai $i_t = v_m/R \cos \omega t$. Dalam hal ini cabang induktif mempunyai reaktansi yang besar dan menyerap arus yang kecil dibanding dengan arus yang diserap oleh cabang resistif. Di sini arus resistif mengontrol setting arus total.

Contoh soal.

Rangkaian R-L paralel di mana $R = 5\ \Omega$, $L = 0{,}02$ H. Tegangansumber $v = 1000$ sinn $(1000\ t + 50^{\circ})$ Volt. Tentukanlah arus total sebagai fungsi satu sinus.

Jawab :

$$\begin{aligned}
i_t &= i_R + i_L = v/R + 1/L \int v.dt \\
&= 20 \sin(1000\ t + 50^{\circ}) - \cos(1000\ t + 50^{\circ}) \\
&= A \sin(1000\ t + 50^{\circ})\cos\varphi + A \cos(1000\ t + 50^{\circ})\sin\varphi
\end{aligned}$$

di mana : $20 = A \cos\varphi$ $\qquad -5 = A \sin\varphi$

$\tan\varphi = -5/20$ $\qquad \varphi = -14{,}05^{\circ}$

$A = 20/\cos\varphi = 20{,}6$

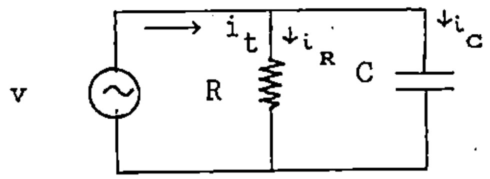
sehingga : $i_t = 20{,}6 \sin(1000\ t + 50^{\circ} - 14{,}05^{\circ})$

$= 20{,}6 \sin(1000\ t + 35{,}95^{\circ})$ Ampere.

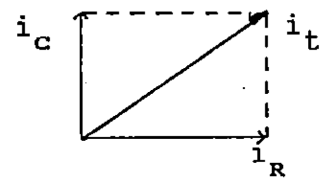
Jadi arus ketinggalan dari tegangan sebesar $\varphi = 14{,}05^{\circ}$

E. HUBUNGAN PARALEL RESISTANSI DAN KAPASITANSI

Rangkaian sederhana R dan C paralel diperlihatkan pada gambar 3.6 di bawah ini. Arus total mendahului tegangan dengan sudut tertentu tergantung dari pada nilai relatif R dan C.



(a)



(b)

Gambar 3.6. a. Rangkaian R - L paralel.
b. Pasor diagram.

Rangkaian di atas diberi tegangan masukan $v = v_m \sin \omega t$ Arus totalnya merupakan penjumlahan pasor masing-masing arus cabang, merupakan satu fungsi sinus.

$$i = i_R + i_C = \frac{v}{R} + C\frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{v_m}{R} \sin \omega t + \omega C.v_m.\cos \omega t \quad ......\ .(3.11)$$

Seterusnya $i_t = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2}\ v_m \sin(\omega t + \arctan \omega CR)$
Jika $R >> 1/\omega C$, sudut fase φ mendekati 90° dan arus total

$$i_t = i_C = \omega C.\ v_m.\ \sin(\omega t + 90^\circ)$$

yakni cabang kapasitif mengontrol setting arus total.

Jika $1/\omega C >> R$ sudut fase φ mendekati 0°

$$i_t = i_R = v_m/R\ .\ \sin \omega t$$

Arus cabang resistif mengontrol setting arus total.

Contoh. Rangkaian R C paralel dengan harga $R = 10\ \Omega$, $C = 100\ \mu F$.
Tegangan masukan $v = 150 \cos(5000\ t - 30^\circ)$ V.
Tentukan arus total sebagai fungsi satu cosinus.

Jawab.

$i_t = i_R + i_C$

$= 15 \cos (5000\ t - 30^\circ) - 75 \sin (5000\ t - 30^\circ)$

$= A \cos(5000\ t - 30^\circ).\sin \varphi + 75 \sin(5000\ t - 30^\circ)\cos \varphi$

di mana : $15 = A \cos \varphi$ $\qquad 75 = A \sin \varphi$

$\tan \varphi = -75/15 \qquad \varphi = 78,3^\circ \qquad \cos \varphi = 0,196$

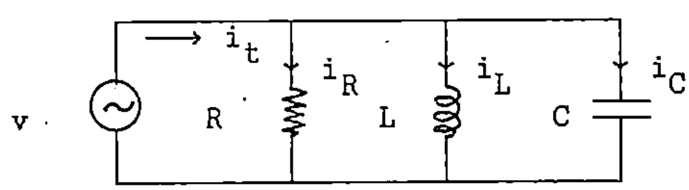
Jadi $A = 15/\cos \varphi = 76,55^\circ$

sehingga $i_t = 76,55 \cos(5000\ t - 30^\circ + 78,3^\circ)$

$= 76,55 \cos(5000\ t + 48,3^\circ)$ A.

F. HUBUNGAN PARALEL RERSISTANSI, INDUKTANSI DAN KAPASIITANSI

Hubungan paralel elemen R, L dan C ditunjukkan dalam gambar di bawah ini. Nilai tegangan masing-masing cabang paralel sama besarnya, disebabkan masing-masing cabang itu mendapat catu tegangan dari sumber yang sama serta polaritas yang sama pula. Hal ini merupakan suatu karaktristik rangkaian paralel.



Gambar 3.7. Rangkaian R-L-C paralel.

Misalkan rangkaian paralel di atas diberi tegangan masukan $v = v_m \sin \omega t$. Bersamaan dengan masuknya tegangan itu akan timbul aus total i_t. Arus tersebut merupakan efek reaktansi dan resistansi pada masing-masing cabang. Besar arus cabang tergantung dari pada nilai reaktansi dan resistansinya.

Arus total $i_t = i_R + i_L + i_C$

$$= \frac{v}{R} + \frac{1}{L} \int v.dt + C \frac{dv}{dt}$$

$$= \frac{v_m}{R} \sin \omega t - \frac{v_m}{L} \cos \omega t + \omega C.v_m.\cos \omega t \quad \text{...............} \quad (3.12)$$

Jika i_t dinyatakan sebagai fungsi sinus dengan amplitudo A dan sudut fase φ, maka :

$$i_t = A \sin (\omega t + \varphi)$$

$$= A \sin \omega t.\cos \varphi + A \cos \omega t.\sin \varphi. \quad \text{.......} (3.13)$$

Melalui persamaan (3.12) dan (3.13) kita persamakan koefisien sin ωt dan cos ωt, sehingga :

$v_m/R = A \cos \varphi.$ $\qquad (\omega C - 1/\omega L) = A \sin \varphi$

kemudian : $\tan \varphi = \dfrac{(\omega C - 1/\omega L)}{1/R}$

$$\cos \varphi = \frac{1/R}{\sqrt{(1/R)^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}}$$

$$A = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}.v_m$$

dan $i_t = \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}.v_m \sin\left[\omega t + \tan^{-1} (\omega C - 1/\omega L)R\right]$ .... (3.14)

Cabang induktif menyerap arus yang tertinggal dari tegangan sebesar 90°. Cabang kapasitif menyerap arus yang mendahului tegangan sebesar 90°. Kombinasi kedua arus ini akan saling menghilangkan.

Jika : 1. $i_C >> i_L$, arus i_t mendahului tegangan.

2. $i_L >> i_C$, arus i_t ketinggalan dari tegangan.

Contoh :

Misalkan rangkaian gambar 3.7 di atas mempunyai nilai masing-masing R = 20 Ω, L = 1,6 mH dan C = 20 μF. Tegangan sumber v = 50 sin (5000 t + 45°) Volt.

Hitunglah nilai arus-arus cabang serta arus totalnya.

Jawab :

Dengan mengaplikasikan persamaan (3.12) didapat :

$$
\begin{aligned}
i_t &= 25 \sin (5000\, t + 45^\circ) - 6{,}25 \cos (5000\, t + 45^\circ) + \\
&\quad 5 \cos (5000\, t + 45^\circ) \\
&= 2{,}5 \sin (5000\, t + 45^\circ) - 1{,}25 \cos (5000\, t + 45^\circ) \\
&= 2{,}8 \sin (5000\, t + 18{,}4^\circ) \text{ Ampere.}
\end{aligned}
$$

Arus total tertinggal dari tegangan sebesar $45^\circ - 18{,}4^\circ = 26{,}6^\circ$. Arus total mempunyaii harga maksimum sebesar 2,8 Ampere. Nilai arus total ini lebih kecil dari pada nilai arus maksimumm cabang induktif maupun kapasitif. Arus maksimum cabang induktif dan kapasitif masing-masing 6,25 dan 5 Ampere.

G. ADMITANSI, KONDUKTANSI DAN SUSEPTANSI.

Pada pembahasan selanjutnya kita akan menganalisis rangkaian listrik baik dalam hubungan seri maupun paralel dengan metoda admitansi. Analisis rangkaian dengan metoda tersebut di atas memberi kemudahan serta lebih praktis. Kita ketahui bahwa apabila pada suatu jaringan hanya terdiri dari resistansi saja, tidak ada induktansi dan kapasitansi, maka $G = 1/R$. Oleh sebab kita terlebih dahulu harus memahami admitansi dan suseptansi tersebut serta besaran yang merupakan kebalikan dari resistansi yakni konduktansi.

1. Admitansi (Y)

Admitansi adalah kebalikan dari pada impedansi, ditandai dengan huruf Y, satuannya mho (siemen). Jadi $Y = 1/Z$ mho. Admitansi terdiri bagian nyata dan khayal (real dan imagineer).

Misalkan suatu impedansi seri $Z_s = R_s + j\, X_s$, admitansinya adalah :

$$Y = 1/Z_s = \frac{1}{R_s + j\,X_s}$$

$$Y = \frac{1}{R_s + j\,X_s} \times \frac{R_s - j\,X_s}{R_s - j\,X_s} = \frac{R_s - j\,X_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

....(3.15)

2. Konduktansi (G)

Dari rumus admitansi (3.15) dapat ditulis bahwa :

$$Y = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} - j\,\frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} \quad \text{........(3.16)}$$

Bagian real dari persamaan di atas disebut *konduktansi* simbolnya G, satuannya mho.

$$G = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} \text{ mho.} \quad \text{.......(3.17)}$$

Jika tidak ada komponen reaktansi pada suatu rangkaian, maka : $X_s = 0$ dan $G = \frac{Rs}{R_s^2} = 1/R.$

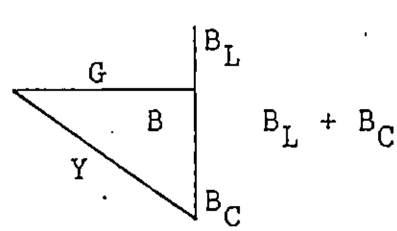
..........(3.18)

3. Suseptansi (B)

Bagian khayal dari persamaan (3.15) disebut *suseptansi*, simbolnya adalah B, satuannya mho.

Jadi : $B = \frac{X_s}{R_s^2 + jX_s^2}$ atau $B = \frac{X_s}{Z^2}$ mho. ..(3.19)

Diagram admitansi diperlihatkan pada gambar di bawah ini.



$$Y = \sqrt{(G^2 + B^2)} \angle \arctan B/G$$

di mana : $B = B_L + B_C$ suseptansi bersih

B_L = negatif

B_C = positif

Apabila cabang dari rangkaian terdiri dari kapasitansi saja, maka suseptansinya :

$$B_C = \frac{1}{-j X_C} = \frac{j}{X_C} = \frac{1}{X_C} \angle 90^\circ \quad .....(3.21)$$

Selanjutnya kita akan melihat bahwa admitansi dalam hubungan paralel: $Y = G + j B$

Apabila dalam hubungan paralel hanya terdapat komponen resistansi (R), sesuai dengan persamaan (3.17), konduktansi $G = 1/R$.

Jika pada cabang paralel hanya ada X_L, maka $G = 0$ dan $B = -1/X_L$. Harga B ini digambarkan ke arah bawah pada diagram admitansi. Selanjutnya apabila hanya terdapat R pada suatu cabang, sedangkan pada cabang lainnya X_L. maka :

$$Y = \frac{1}{R} + j \frac{-1}{X_L} = \frac{1}{R} - j \frac{1}{X_L} \quad .... (3.22)$$

Sebuah cabang paralel yang hanya terdiri dari R, dan pada cabang lain hanya terdapat X_C, maka :

$$Y = (1/R + (1/X_C) \quad ; \quad Z = R_s - j \cdot X_s$$

B A B IV

R E S O N A N S I

A. RESONANSI PARALEL

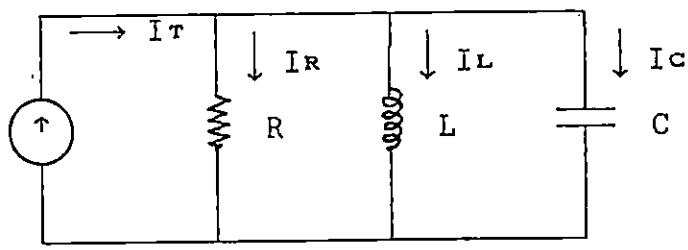
Pada bagian ini kita akan memperkenalkan suatu fenomena yang sangat penting yang boleh terjadi di dalam rangkaian yang mengandung induktor dan kapasitor. Fenomena ini disebut resonansi, dan ini boleh diterangkan secara bebas sebagai syarat yang terdapat di dalam setiap sistem fisis bila fungsi pemaksa sinusoida yang mempunyai amplitudo tetap menghasilkan sebuah respon dengan amplitudo maksimum.

Resonansi tidak hanya terbatas pada sistem listrik yang fungsi pemaksanya sinusoida, tetapi mungkin saja mekanis, akustik atau jenis lain. Naik turunnya bumper sebuah mobil, menyebabkan kenderaan berosilasi jika loncatan dilakukan pada frekuensi yang wajar (satu loncatan per detik), dan jika penyerap getaran kurang baik. Akan tetapi, jika frekuensi loncatan dinaikkan atau diturunkan, maka respon getaran mobil akan berkurang dari semula. Dalam contoh ini, frekunsi merupakan sesuatu yang diatur sampai terjadi resonansi, mungkin juga ukuran, bentuk bahan dan benda mekanis yang bergetar.

Kondisi resonansi dapat diatur, bergantung pada maksud yang akan dilayani oleh sistem fisis tersebut. Pada contoh di atas, amplitudo besar dari getaran dapat menolong memisahkan bumper yang terkunci, tetapi tidak sesuai pada kecepatan, misalnya 80 km per jam.

Sekarang kita mendefinisikan resonansi lebih berhati-hati. Di dalam jaringan listrik berterminal dua yang mengandung paling sedikit satu induktor dan satu kapasitor akan beresonansi apabila tegangan dan arus pada terminal input jaringan adalah sefase. Dalam hal ini seolah-olah impedansi input jaringan merupakan penahan murni. Kita akan mendapatkan bahwa respon amplitudo maksimum dihasilkan di dalam jaringan bila berada dalam keadaan resonan atau hampir dalam keadaan resonan.

Kita akan menggunakan definisi resonansi di atas untuk jaringan RLC paralel yang diperlihatkan pada gambar 4.1 di bawah ini.



Gambar 4.1. RLC paralel.

Di dalam banyak situasi praktis rangkaian ini adalah aproksimasi yang sangat baik kepada rangkaian yang dapat kita buat di dalam laboratorim dengan menghubungkan induktor dengan sebuah kapasitor di mana kombinasi paralel ini digerakkan oleh sumber energi yang mempunyai impedansi output yang sangat tinggi. Admitansi yang ditawarkan kepada sumber arus adalah :

$$Y = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.1)$$

sehingga resonan terjadi bila : $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$

Keadaan resonansi dapat diperoleh dengan cara mengatur L, C atau ω. Kita akan mengarahkan perhatian kita kepada pengaturan ω (ω = variabel). Frekuensi resonansi

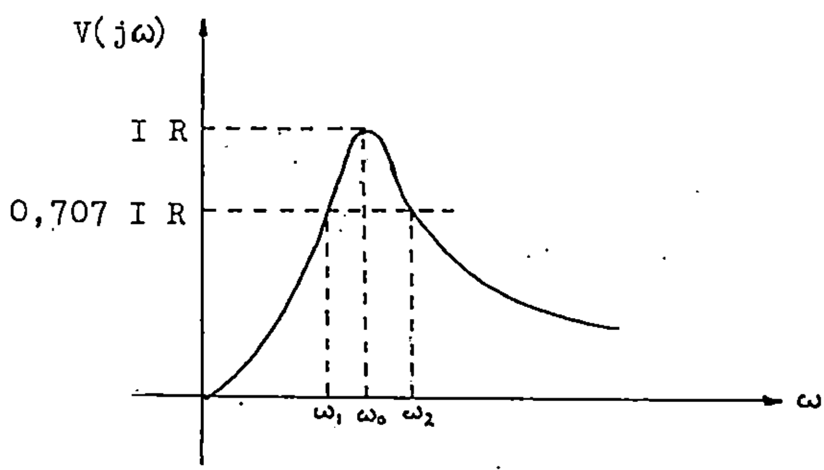
$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.2)$$

atau frekuensi resonansi $f_o = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$ ...... (4.3)

Selanjutnya kita selidiki magnitudo respons, tegangan

V dari jaringan gambar 4.1, yaitu jika frekuensi pemaksa diubah. Jika kita anggap sumber arus sinusoida beramplitudo konstant, maka respon tegangan sebanding dengan impedansi input. Respons frekuensi digambarkan dalam gambar 4.2 di bawah ini. Nilai maksimum respons dinyatakan sebagai R kali amplitudo arus sumber, yang berarti bahwa magnitudo maksimum dari impedansi rangkaian adalah R. Selain itu maksimum respons diperlihatkan tepat pada frekuensi resonan ω_o. Kedua frekuensi ω_1 dan ω_2 menunjukkan lebarnya kurva respons.

Admitansi seperti diperlihatkan pada gambar 4.1 memiliki konduktansi konstant dan suseptansi yamg mempunyai magnitudo nol pada resoanansi. Maka magnitudo admitansi pada saat resonansi adalah minimum, besarnya adalah 1/R. Sedangkan magnitudo impedansi adalah maksimum, besarnya R.



Gambar 4.2 Lebar kurva respons.

Pada frekuensi resonansi, tegangan melalui rangkaian resonan paralel gambar 4.1 adalah I.R. Kita lihat bahwa arus sumber I mengalir melalui tahanan, akan tetapi ada juga arus dalam L dan C. Untuk yang mendahului I_L =

$IR/\omega_o L$, sedangkan arus kapasitor adalah $I_C = j\ \omega_o.CRI$. Karena $1/\omega_o C = \omega_o.L$ pada resonansi, maka kita dapatkan : $I_C = -I_L = j\ \omega_o CRI$ ....(4.5)

dan $I_C + I_L = 0$

Perlu ditekankan bahwa, walaupun tinggi kurva resonan dari gambar 4.2 hanya bergantung pada R untuk eksitasi amplitudo konstant, lebar kurva atau ketajaman sisi-sisinya tergantung dari kedua elemen lain.

Ketajaman kurva respons setiap rangkaian resonansi ditentukan oleh jumlah energi maksimum yang dapat disimpan dalam rangkaian, sebanding dengan energi yang hilang selama satu periode lengkap dari pada respons. Hubungan antara energi maksimum yang dapat disimpan dalam rangkaian terhadap yang hilang selama satu periode lengkap disebut *faktor kualitas*, kita definisikan sebagai berikut :

$$Q = 2\pi \frac{\text{energi maksimum yang disimpam}}{\text{energi total yang hilang per periode}} \quad ..(4.6)$$

Definisi di atas kita pakaikan untuk rangkaian RLC paralel dari gambar 4.1 di atas, dan menentukan harga Q pada frekuensi resonan. Harga Q ini dinyatakan dengan Q_o. Kita pilih fungsi pemaksa arus ,

$$i(t) = I_m .\cos \omega t$$

dan mendapatkan respons tegangan yang bersangkutan pada resonansi

$$v(t) = R\ i(t) = R.I_m.\cos \omega_o t$$

Maka energi yang disimpan di dalam kapasitor adalah

$$W_C\ (t) = 1/2\ C.v^2 = \frac{I_m{}^2.R^2C}{2} \cos^2\omega_o t$$

Energi sesaat yang disimpan di dalam induktor adalah,

$$W_L(t) = 1/2\ L\ i_L^2 = 1/2\ L\ \left((1/L) \int_o^t v.dt\right)^2$$

$$= \frac{Im\ .R\ C}{2} \sin^2 \omega_o t$$

Energi total sesaat yang disimpan adalah konstan

$$W_L\ (t) + W_C\ (t) = \frac{Im^2.R^2.C}{2}$$

Harga konstant ini haruslah merupakan harga maksimum. Energi yang hilang di dalam tahanan untuk satu perioda dapat dihitung dengan :

$$P_R.T = \frac{1}{2\ f_o} .\ Im^2.R$$

Maka kita dapatkan faktor kualitas pada frekuensi resonansi :

$$Q_o = 2\pi \frac{Im^2.R^2.C/2}{Im^2.R/2\ fo}$$

atau $$Q_o = 2\pi\ f_o R\ C = \omega_o R\ C \qquad \text{........(4.7)}$$

Persamaan ini hanya berlaku bagi rangkaian paralel sederhana sebagaimana rangkaian gambar 4.1.
Persamaan ekivalen untuk Q_o sering ditulis,

$$Q_o = R \sqrt{C/L} = \frac{R}{X_{Co}} = \frac{R}{X_{Lo}} \qquad \text{........(4.8)}$$

Kurva respon gambar 4.2 memperlihatkan tegangan yang dihasilkan melalui rangkaian paralel dengan sumber arus sinusoida sebagai fungsi frekuensi, maka frekuensi tenaga setengah ω_1 dan ω_2 dengan tegangan respon 0,707 kali nilai maksimumnya. Hubungan yang serupa berlaku untuk magnitudo admitansinya. Frekuensi ω_1 dan ω_2 masing - masing sebgai frekuensi tenaga setengah bawah dan frekuensi tenaga setengah atas. Nama ini adalah berdasarkan kenyataan bahwa tegangan yang 0,707 kali tegangan resonan adalah ekivalent dengan kuadrat yang sama dengan tegangan setengah tegangan kuadrat pada resonansi.

Lebar pita (bandwith) dari pada rangkaian respon didefinisikan sebagai perbedaan kedua frekuensi tenaga setengah ini.

$$\beta = \omega_2 - \omega_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4.9)$$

Sekarang kita nyatakan lebar pita β di dalam Q_o dan frekuensi resonan. Untuk mendapatkan hal tersebut, mula-mula kita nyatakan admitansi rangkaian RLC paralel :

$$Y = 1/R + j\,(\omega C - 1/\omega L)$$

di dalam Q_o ,

$$Y = 1/R + 1/R \left(\frac{\omega\, \omega_o\, R\, C}{\omega_o} \right)$$

atau

$$Y = 1/R \left[1 + j\, Q_o \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right) \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4.10)$$

Kita perhatikan lagi bahwa magnitudo admitansi adalah 1/R, dan dengan mengetahui bahwa magnitudo admitansi sebesar $\sqrt{2}\,/\,R$ dapat terjadi hanya bila frekuensi dipilih sehingga bagian yang imaginer dari pada kuantitas yang dikurung mempunyai magnitudo satu.

Jadi :

$$Q_o = \left(\frac{\omega_2}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega_2} \right) = 1$$

dan

$$Q_o = \left(\frac{\omega_1}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega_1} \right) = -1$$

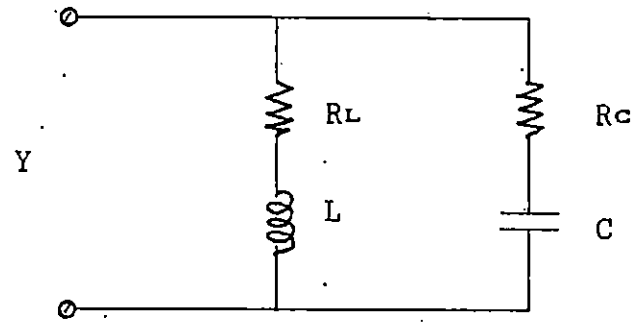
Dengan memecahkannya kita peroleh :

$$\omega_1 = \omega_o \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\,Q_o} \right)^2} + \frac{1}{2\,Q_o} \right] \quad \ldots (4.11)$$

$$\omega_2 = \omega_o \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\,Q} \right)} + \frac{1}{2\,Q} \right] \quad \ldots (4.12)$$

Rangkaian Resonansi Paralel 2 Cabang.

Perhatikan rangkaian di bawah ini, di mana masing-masing cabang terdiri dari dua elemen.



Gambar 4.3. Rangkaian Paralel Dua Cabang

Rangkaian paralel dua cabang seperti gambar 4.3 di atas Y adalah penjumlahan admitansi masing-masing cabang.

$$Y = Y_L + Y_C = \frac{1}{R_L + j\,X_L} + \frac{1}{R_C - j\,X_C}$$

$$= \left(\frac{R_L}{R^2_L + j\,X_L} + \frac{R_C}{R^2_C + X^2_C} \right) + j \left(\frac{X_C}{R^2_C + X^2_C} - \frac{X_L}{R^2_L + X^2_L} \right)$$

Rangkaian akan beresonansi apabila admitansi komplek adalah bilangan real.

$$X_C/(R^2_C + X^2_C) = X_L / (R^2_L + X^2_L)$$

dan

$$\frac{1}{\omega_o C} (R^2_C + \omega^2_o L^2) = \omega_o L (R^2_C + 1/ \omega^2_o C^2) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(4.13)$$

Apabila persamaan (4.13) diselesaikan :

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2_L - L/C}{R^2_C - L/C}} \qquad \ldots\ldots\ldots(4.14)$$

Nampak bahwa frekuensi resonansi ω_o dari dua cabang paralel berbeda dari pada R, L , C murni paralel dengan faktor :

$$\sqrt{\frac{R^2_L - L/C}{R^2_c - L/C}}$$

Frekuensi haruslah merupakan suatu bilangan positif real, sehingga rangkaian akan mempunyai frekuensi resonansi ω_o apabila :

$$R^2_L > L/C \quad \text{dan} \quad R^2_c \quad \text{atau} \quad R^2_L < L/C \quad \text{dan} \quad R^2_c < L/C$$

Apabila $R^2_L = R^2_c = L/C$, rangkaian akan beresonansi pada semua frekuensi.

Berdasarkan persamaan (4.13) kita dapatkan nilai L

$$L = \frac{1}{2} C \left[(R^2_c + X^2_c) \pm \sqrt{(R^2_c + X^2_c) - 4 R^2_L X^2_c} \right]$$

Karena $Z_c = \sqrt{R^2_c + X^2_c}$, maka :

$$L = \frac{1}{2} C \left[Z^2_c \pm \sqrt{Z^4_c - 4 R^2_L . X^2_L} \right] \quad \ldots (4.15)$$

Sekarang jika dalam (4.15), $Z^4_c > 4 R^2_L . X^2_L$, kita dapatkan dua nilai L untuk peristiwa resonan.
Jika $Z^4_c = 4 R^2_L . X^2_c$, rangkaian beresonansi pada harga $L = 1/2\ C\ Z^2C$. Apabila $Z^4_c < 4 R^2_L . X^2_c$, tidak ada nilai L yang membuat rangkaian beresonansi.

Berdasarkan persamaan (4.13) kita dapat menentukan nilai C, yakni :

$$C = 2 L \left[\frac{1}{Z^2_L \pm \sqrt{Z^4_L - 4 R^2_c . X^2_L}} \right] \quad \ldots (4.16)$$

Jika $Z^4_L > 4 R^2_c . X^2_L$, kita peroleh dua nilai C rangkaian resonansi.

Berdasarkan persamaan (4.13) kita dapat menghitung nilai R_L dan R_C,

$$R_L = \sqrt{\omega^2 LCR^2C - \omega^2 L^2 + L/C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4.17)$$

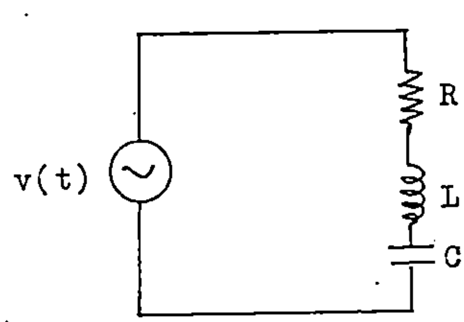
$$R_C = \sqrt{R^2_L / (\omega^2 LC - 1/ \omega^2 C^2 + L/C} \quad ..(4.18)$$

B. RESONANSI SERI

Apabila suatu rangkaian listrik terdiri dari resistansi R, induktansi L dan sebuah kapasitansi C dihubungkan seri dan diberi tegangan E dari sumber yang dipertahankan magnitudonya konstan, tetapi frekuensinya dapat diatur, kita akan mendapatkan arus di mana besar arus tersebut berubah sebagaimana perubahan frekuensi. Akan didapat suatu frekuensi tertentu, di mana pada saat itu arus akan maksimum. Keadaan yang disebut resonansi akan terjadi apabila kondisi di atas terpenuhi. Frekuensi pada saat terjadi resonansi tersebut dinamakan frekuensi resonansi.

Rangkaian seri RLC seperti gambar 4.4 di bawah ini mempunyai impedansi komplek,

$$Z = R + j \omega L - \frac{1}{j \omega C} = R + j (\omega L - \frac{1}{\omega C} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4.19)$$



Gambar 4.4 Rangkaian Seri RLC

Untuk memperoleh resonansi, nilai yang berada dalam tanda kurung haruslah nol, kita menuliskan indeks r sebagai pernyataan resonansi, $2 \pi f_r = \omega_r$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$$

$$\omega_r^2 = \frac{1}{L\,C} \quad \text{atau} \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{L\,C}}$$

Frekuansi resonansi $f_r = \dfrac{1}{2 \pi \sqrt{L\,C}}$ Hertz ..(4.20).

di mana : f_r = frekuensi resonansi dalam Hz
L = induktansi dalam Henry
C = kapasitansi dalam Farad

Misalkan rangkaian gambar 4.4 di atas ditetapkan harga resistansinya R = 50 Ω, induktansinya L = 159 μH, dan kapasitansinya C = 159 μF. Rangkaian tersebut diberi tegangan input V = 1 Volt efektif. Dengan merubah frekuensi input sebanyak 7 kali, didapatkan data-data seperti tabel di bawah ini. Kurva percobaan ini diperlihatkan pada gambar 4.5.

TABEL DATA PERCOBAAN

f_r	R	XL	Xc	Z	o°	I
MHz	Ω	Ω	Ω	Ω	...°	mA
0,80	50	800	1250	453	-83,7	2,20
0,90	50	900	1111	217	-76,7	4,61
0,95	50	950	1053	114	-64,1	8,77
1,00	50	1000	1000	50	0	20,00
1,05	50	1050	953	108	62,7	9,26
1,10	50	1100	909	197	75,3	5,07
1,20	50	1200	833	370	82,2	2,70

Sumber: Percobaan di Labor oleh penulis

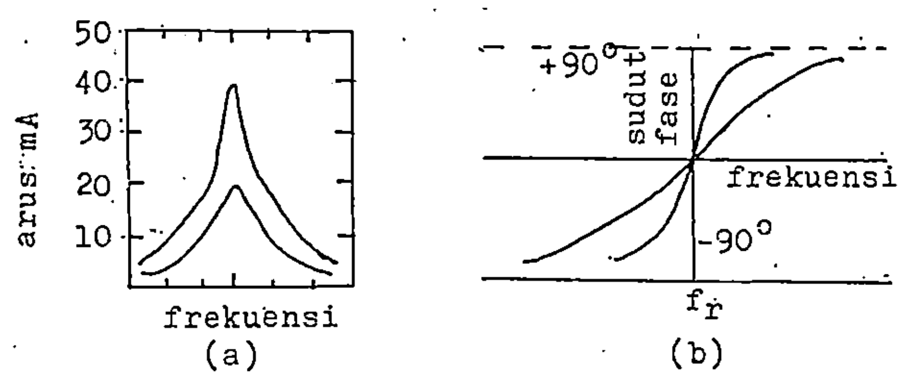
Hasil dari percobaan ini menunjukkan bahwa pada resonansi seri terdapat :

a. Arus adalah maksimum.

b. Impedansi minimum, ekivalen dengan resistansi rangkaian

c. Sudut fase antara arus dan tegangan adalah nol, sehingga faktor kerja adalah satu

d Reaktansi total adalah kapasitif apabila frekuensinya di bawah frekuensi resonansi dan induktif apabila frekuensinya di atas frekuensi resonansi.



Gambar 4.5. a. Arus sebagai fungsi frekuensi
1. R = 50 Ω. 2. R = 25 Ω.
b. Sudut fase antara arus dan tegangan

Gambar 4.5 (a) memperlihatkan arus sebagai fungsi frekuensi rangkaian seri RLC, dan gambar 4.5 (b) memperlihatkan sudut fase antara arus dan tegangan baik pada kedudukan di bawah maupun di atas frekuensi resonansi. Jika R diperkecil menjadi setengah dari semula yaitu 25 Ω, arus pada resonansi menjadi dua kali dari arus semula (40 mA) dan kurvanya menjadi lebih lancip. Sudut fase mendekati nol dan akan benar-benar sefase apabila frekuensi mencapai resonansi.

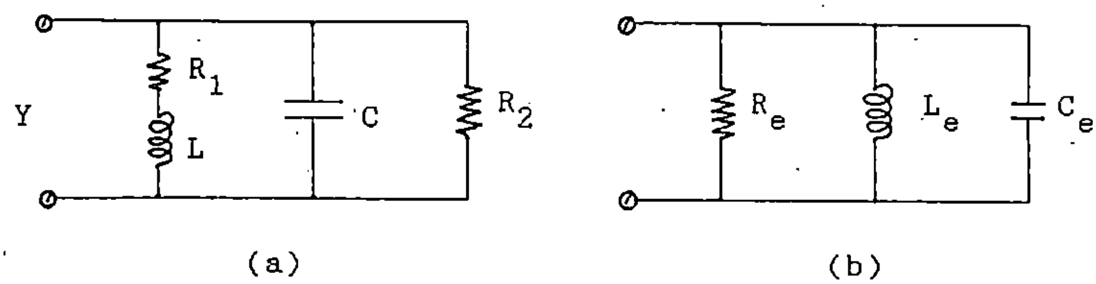
Jika kita menggambarkan impedansi sebagai fungsi frekuensi, bentuknya akan mirip dengan kurva arus sebagai fungsi frekuensi, tetapi berbeda arah (terbalik).

Hal ini tentunya mengherankan karena apabila arus maksimum, impedansi adalah minimum. Apabila arus kecil, impedansinya besar.

C. BENTUK-BENTUK RESONAN YANG LAIN

Rangkaian RLC seri dan paralel dari ke dua bagian sebelumnya menyatakan rangkaian resonan ideal; ke dua rangkaian ini tak lebih dari representasi aproksimasi sebuah rangkaian fisis yang dapat dibuat dengan mengkombinasikan sebuah koil kawat, tahanan karbon dan kapsitor tantalum dalam paralel atu seri. Derajat ketelitian dengan mana model ideal cocok dengan rangkaian sebenarnya tergantung pada daerah frekuensi oprasi Q dari rangkaian, bahannya elemen fisis, ukuran elemen dan banyak faktor lain. Kita tidak mempelajari cara untuk menentukan model terbaik sebuah rangkaian fisis, karena hal ini memerlukan pengetahuan teori medan elektromagnetik dan sifat-sifat dari materi; tetapi kita hanya memikirkan soal untuk mereduksi model yang lebih sukar kepada salah satu diantara dua model yang lebih sederhana dengan mana kita lebih mengenalnya.

Rangkaian yang diperlihatkan dalam gambar 4.6 (a) adalah sebuah model yang agak teliti untuk kombinasi paralel induktor fisis, kapasitor dan tahanan. Tahanan R_1 menyatakan kehilangan ohm, kehilangan inti (core), dan kehilangan radiasi dari koil fisis. Kehilangan dalam dielektrik didalam kapasitor fisis adalah karena adanya R_2 dan juga tahanan dari pada hambatan fisis di dalam rangkaian RLC yang diberikan. Di dalam model ini tak ada cara untuk mengkombinasikan elemen dan menghasilkan model yang lebih sederhana yang ekivalent dengan model semula untuk semua frekuensi. Tetapi kita akan perlihatkan bahwa ekivalent yang lebih sederhana dapat dibuat yang berlaku pada pita frekuensi yang biasanya cukup besar, mencakup semua frekuensi yang diperlukan. Ekivalent itu akan berbentuk rangkaian yang diperlihatkan pada gambar 4.6 b di bawah ini.



Gambar 4.6

a. Rangkaian fisis yang terdiri dari induktor fisis kapasitor dan tahanan paralel.
b. Rangkaian ekivalent dari (a).

Sebelum kita mempelajari bagaimana mengembangkan rangkaian ekivalent seperti ini, kita tinjau rangkaian gambar 4.6 a. Frekuensi radian resonan untuk jaringan ini bukan $1/\sqrt{LC}$, walaupun jika R_1 cukup kecil harganya untuk mendekati nilai tersebut. Definisi resonansi tak berubah, dan kita dapat menentukan frekuensi resonan dengan mengambil bagian imaginer dari pada admitansi input sama dengan nol.

$$\operatorname{Im}[Y(j\omega)] = \operatorname{Im}(1/R_2 + j\,\omega C + 1/R_1 + j\,\omega L) = 0$$

Jadi,

$$C = \frac{L}{R_1^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left[\frac{R_1}{L}\right]^2}$$

Kita perhatikan bahwa ω_r lebih kecil dari $1/\sqrt{LC}$, tetapi harga R_1/L yang cukup kecil akan menghasilkan perbedaan yang boleh diabaikan antara ω_r dan $1/\sqrt{LC}$.

Magnitudo maksimum dari impedansi input juga perlu dipertimbangkan. Ini bukan R_2, dan tak terjadi ω_r (pada $\omega = 1/\sqrt{LC}$). Bukti pernyataan ini agak sukar, teorinya agak bertele-tele. Kita cukup puas dengan sebuah contoh numerik. Kita pilih harga-harga sederhana, misalnya $R_1 = 2\ \Omega$. $L = 1$ H, dan $C = 0{,}125$ F, serta $R_2 = 3\ \Omega$. dan mendapatkan frekuensi resonan :

$$\omega_r = 2 \text{ rad/detik}$$

dan impedansi input pada resonansi,

$$Z(j\,2) = 1{,}714\ \Omega.$$

Pada frekuensi yang merupakan frekuensi resonan jika R_1 adalah nol,

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = 2{,}83 \text{ rad/detik.}$$

Impedansi input adalah :

$$Z\,(j\,2{,}83) = 1{,}947 \angle -13{,}26^\circ\ \Omega$$

Akan tetapi frekuensi di nana impedansi maksimum terjadi, yang dinyatakan oleh ω_m, didapatkan :

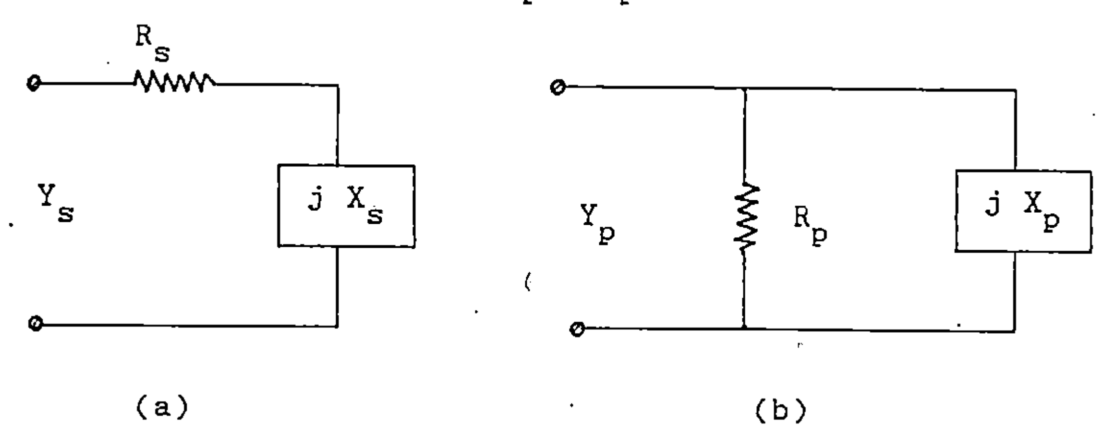
$$\omega_m = 3{,}26 \text{ rad/detik.}$$

dan impedansi yang mempunyai magnitudo maksimum adalah :

$$Z\,(j\,3{,}26) = 1{,}980 \angle -21{,}4^\circ\ \Omega.$$

Magnitudo impedansi pada resonansi dan magnitudo maksimum berbeda kira-kira 13 persen. Walaupun benar bahwa kesalah an seperti itu dapat diabaikan dalam praktek, harga ini terlalu besar untuk diabaikan dalam ujian kelas. Pekerjaan terakhir di dalam bagian ini akan memperlihatkan bahwa Q dari kombinasi tahanan induktor pada 2 radial detik adalah satu, harga rendah ini dikarenakan perbedaan yang 13 persen.

Untuk mengubah rangkaian gambar 4.6 a menjadi sebuah ekivalent yang bentuknya diperlihatkan seperti gambar 4.6 b, kita harus membicarakan Q dari kombinasi paralel atau seri dari pada sebuah tahanan dan sebuah reaktor (induktor atau kapasitor). Mula-mula kita tinjau rangkaian seri yang diperlihatkan di dalam gambar 4.7 a. Faktor kualitas (Q) jaringan ini didefinisikan lagi sebagai 2 π kali perbandingan energi maksimum yang disimpan kepada energi yang hilang setiap periode, tetapi Q dapat dihitung pada setiap frekuensi yang kita pilih. Dengan perkataan lain, Q adalah fungsi ω. Benar bahwa kita akan memilih untuk menghitungnya pada frekuensi resonan suatu jaringan dari mana lengan seri adalah salah satu bagiannya. Tetapi frekuensi ini tidak diketahui sampai rangkaian yang lengkap tersedia. Pembaca yang masih ingin tahu, diminta untuk memperlihatkan bahwa Q dari lengan seri ini adalah X_s / R_s, sedangkan Q jaringan dari gambar 4.7 b adalah R_p / X_p.



Gambar 4.7. a. Rangkaian seri R_s dan X_s.
b. Rangkaian ekivalen dari a.

Kita sekarang melakukan perincian yang perlu untuk mencari harga-harga untuk R_p dan X_p sehingga jaringan paralel gambar 4.7 b adalah ekivalent dengan jaringan seri gambar 4.7 a pada suatu frekeusni khusus tertentu. Kita samakan Y_s dan X_p,

$$Y_s = \frac{1}{R_s + j\,X_s} = \frac{R_s - j\,X_s}{R_s^2 + X_s^2} = Y_p = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p}$$

dan mendapatkan,

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \quad : \quad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

Dengan membagi kedua pernyataan ini, kita dapatkan :

$$\frac{R_p}{X_p} = \frac{X_s}{R_s}$$

Didapat bahwa Q jarinan seri dan paralel harus sama :

$$Q_p = Q_s = Q$$

Persamaan transformasi dapat disederhanakan ,

$$R_p = R_s\,(\,1 + Q^2) \qquad \text{.........(4.21)}$$

$$X_p = X_s\,(\,1 + \frac{1}{Q^2}\,) \qquad \text{........(4.22)}$$

Jelaslah bahwa R_s dan X_s dapat juga dicari jika R_p dan X_p diberikan, transformasi dalam salah satu arah dapat dilakukan. Jika Q > 5, kesalahan kecil diperkenalkan dengan menggunakan relasi aproksimasi, $R_p = Q^2\,R_s$

$X_p = X_s$ $\quad$ ($C_p = C_s$ atau $L_p = L_s$.

Sebagai contoh tinjaulah kombinasi seri dari induktor 100 mH dan tahanan 5 Ω. Kita akan melakukan transformasi dari frekuensi 1000 radial per detik, nilai ini dipilih karena kira-kira sama dengan frekuensi resonansi dari jaringan (tak diperlihatkan) di mana lengan seri adalah sebagian dari padanya. Kita dapatkan bahwa X_s adalah 100 Ω dan Q adalah 20. Karena Q cukup tinggi, maka kita gunakan persamaan (4.21) dan (4.22) untuk mendapatkan,

$$R_p = Q^2 R_s = 2000\ \Omega. \quad L_p = L_s = 100\ \text{mH}.$$

Kesimpulan adalah bahwa induktor 100 mH yang diseri dengan tahanan 5 Ω memberikan impedansi input yang sama seperti yang diberikan oleh induktor 100 mH yang paralel dengan tahanan 2000 Ω pada frekuensi 1000 radial per detik. Untuk memeriksa ketepatan ekivalen ini, maka kita hitung impedansi input untuk setiap jaringan pada 1000 radial per detik. Kita dapatkan :

$$Z_s\ (\ j\ 1000\ ) = 5 + j\ 100 = 100{,}1\ \angle\ 87{,}1^\circ.$$

$$Z_p\ (\ j\ 1000\ ) = \frac{2000\ (\ j\ 100\ )}{2000 + j\ 100.} = 99.9\ \angle\ 87{,}1^\circ.$$

dan menyimpulkan bahwa aproksimasi itu cukup teliti pada frekuensi transformasi. Ketepatan pada 900 radial perdetik juga cukup bagus, karena :

$$Z_s\ (\ j\ 900\ ) = 90{,}1\ \angle\ 86{,}8^\circ$$

$$Z_p\ (\ j\ 900\ ) = 89{,}9\ \angle\ 87{,}4^\circ$$

Jika induktor dan tahanan seri ini telah digunakan sebagai bagian rangkaian RLC seri untuk mana frekuensi resonan adalah 1000 radial per detik, maka lebar pita β adalah :

$$\beta = \frac{\omega_o}{Q} = \frac{1000}{20} = 50.$$

dan frekuensi sebesar 900 radial per detik akan dinyatakan oleh frekuensi yang 4 kali lebar pita setengah di luar resonansi. Jadi jaringan ekivalent yang kita hitung di atas harus sesuai untuk menghasilkan kembali semua bagian berpuncak dari pada kurva respons.

Sebagai contoh berikutnya mengenai penggantian rangkaian resonansi yang lebih komplek dengan rangkaian ekivalent RLC seri atau paralel, kita tinjau sebuah soal instrumentasi elektronik. Jaringan RLC seri sederhana dalam gambar 4.8 a dieksitasi dengan tegangan sinusoida pada frekuensi resonan. Harga efektif tegangan sumber adalah 0,5 Volt, dan kita ingin mengukur harga efektif dari pada tegangan melalui kapasitor dengan voltmeter elektronik (VM) yang mempunyai tahanan dalam (internal) sebesar 100.000 Ω. Representasi ekivalent voltmeter adalah sebuah voltmeter ideal yang paralel dengan tahanan sebesar 100.000 Ω.

Sebelum voltmeter dihubungkan, kita dapatkan bahwa frekuensi resonan adalah 10^5 radial per detik, $Q_o = 50$, arus 25 mA, tegangan kapasitor efektif adalah 25 Volt. Sebagaimana dijelaskan pada bagian sebelumnya, bahwa tegangan ini adalah Q_o kali tegangan yang dipakai. Jadi, voltmeter adalah ideal, voltmeter itu akan membaca 25 V bila dihubungkan melalui kapasitor.

Akan tetapi, bila voltmeter yang sebenarnya dihubungkan, maka rangkaian yang diperlihatkan dalam gambar 4.8 b didapatkan. Untuk mendapatkan rangkaian RLC seri, maka perlu mengganti jaringan RC paralel dengan sebuah jaringan RC seri. Kita anggap Q RC ini cukup tinggi sehingga kapsitor seri ekivalent akan sama seperti yang diberikan kapasitor paralel. Hal ini kita kerjakan untuk mengaproksimasi frekuensi resonan dari rangkaian

RLC seri yang terakhir. Jadi jika rangkaian RLC seri juga mengandung kapasitor 0,01 μF, frekuensi resonan tetap 10^5 radial per detik. Kita perlu mengetahui frekuensi resonan yang dikira-kira imi untuk menghitung Q jaringan RC paralel, yakni :

$$Q = \frac{R_p}{X} = \omega R_p C_p = 10^5 (10^5)(10^8) = 100.$$

Karena harga ini lebih besar dari 5, maka anggapan kita dibenarkan, dan jaringan RC seri terdiri dari kapasitor.

$$C_s = 0{,}01 \; \mu F.$$

dan tahanan,

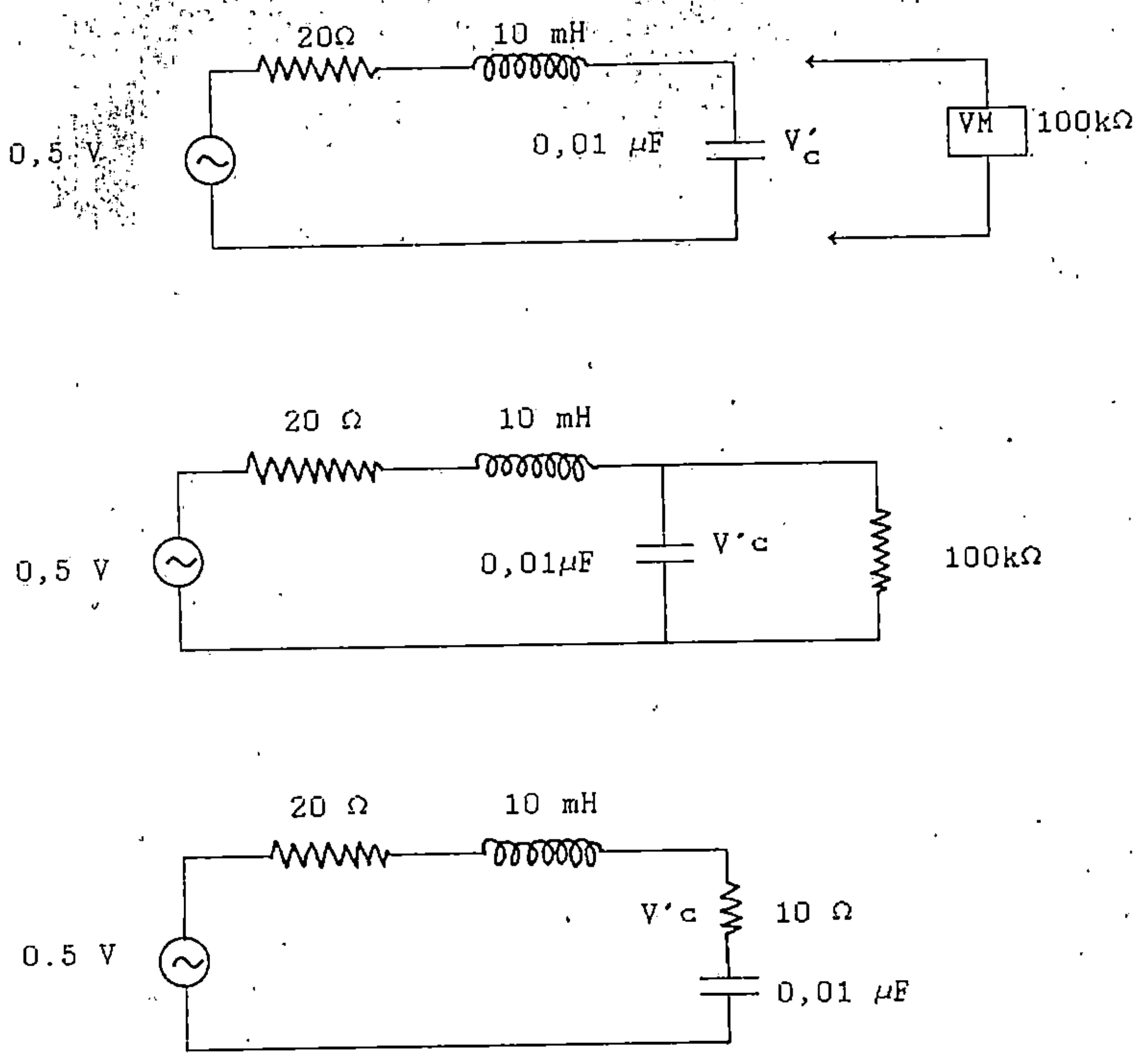
$$R_s = \frac{R_p}{2} = 10 \;\; \Omega,$$

Jadi rangkaian ekivalent gambar 4.8 c didapatkan. Resonan Q dari rangkaian ini sekarang hanya 33,3; sehingga tegangan melalui kapasitor dalam rangkaian gambar 4.8 c adalah 16,666 Volt. Tetapi kita perlu mencari V_c', tegangan melalui kombinasi RC seri, kita dapatkan :

$$| V_c' | = \frac{0{,}5}{30} \; | \; 10 - j \; 1000 \; | = 16{,}7 \; V$$

Tegangan kasitor dan $| V_c' |$ pada dasarnya sama karena tegangan melalui tahanan 10 Ω adalah kecil.

Kesimpulan terakhir bahwa volmeter haruslah yang cukup bagus agar menghasilkan pengaruh yang nyata pada respon sebuah rangkaian resonan dengan Q tinggi. Pengaruh yang serupa boleh terjadi bila ampermeter yang tidak ideal disisipkan di dalam rangkaian. Perhatikan gambar rangkain 4.8 (a), (b) dan (c) pada halaman berikut ini.



Gambar 4.8. a. Rangkaian resonan seri dengan Voltmeter Elektronik (VM).

b. Perubahan rangkaian akibat pengaruh Voltmeter.

c. Rangkaian resonan seri didapat bila jaringan RC paralel dalam (b) diganti dengan jaringan Rc seri yang ekivalent pada 10^5 radial per detik.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

Alex Romanowitz, H.(1971). Introduction to Electric Circuits New York, London, Sidney, Toronto, Tokyo, Topan Company

Cisca Lee Cherff, Marappung Muslimin Ir. (1983). Rangkaian Listrik, Bandung, CV Armico.

Francis Westen Sears and Zemansky Mark W. (1962). College Phisics, Third Edition, Tokyo, Japan, Japan Publication Trading Company Ltd.

Schaum's Outline Series, (1981). Theory and Problem of Electric Circuits in SI Units, First Edition, Singapore, Mc Graw Hill International Book Company, Joseph A. Edminister, MSE.

Kuznotzov, M. Fundamentals of Electrical Engineering, Moskow, Peace Publisher.

Mismail Budiono.(1981). Rangkaian Listrik, Jilid I, Malang, Lembaga Penerbit Universitas Brawijaya.

Mismail Budiono.(1981). Rangkaian Listrik, Jilid II, Malang, Lembaga Penerbit Universitas Brawijaya.

Mc. Kenzie Smith I and Hoise K.T.(1980). Basic Electrical Engineering Science, London, Longman Group Limited, Fouth Impression.

Pakpahan Sahat, Ir. (1985). Teori dan Soal - Soal Rangkaian Listrik, Edisi Kedua, Penerbit Erlangga.

Silaban Pantur, Ph.D.(1982).Rangkaian Listrik, Jilid II, Edisi ke 3, Penerbit Erlangga.

Sumanto, Drs.(1984). Mesin Arus Searah, Edisi Pertama, Cetakan Pertama, Yogyakarta, Penerbit Andi Ofset.

Vincent Del Toro.(1975) .Principles of Electrical Engineering, Second Edition, New Delhi, Printice of India Privare Limited.