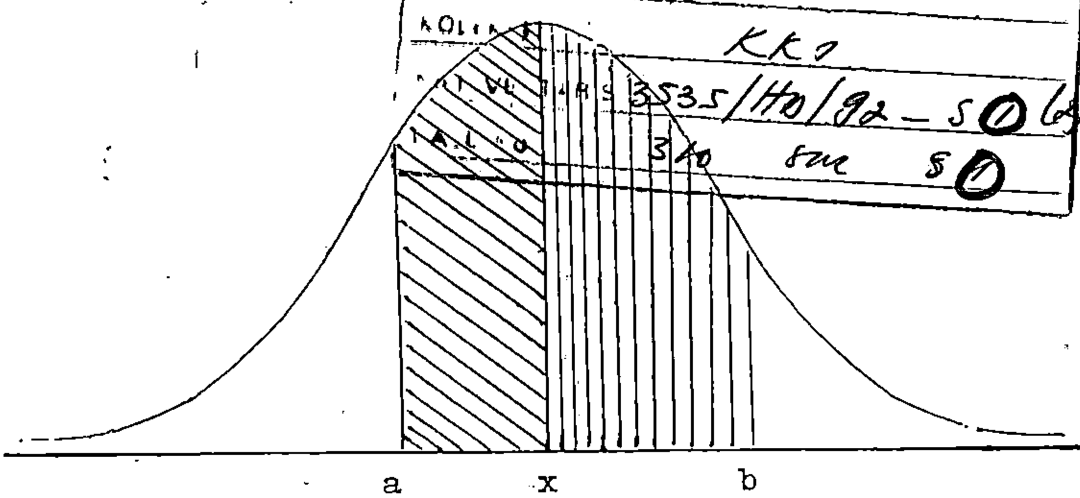
STATISTIKA.



Oleh:

DRS. MAWARDI SARA
Dosen FPMIPA IKIP Padang

BADAN PENERBIT FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA
DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
P A D A N G

1991

KATA PENGANTAR

Penulis mengucapkan syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Pemurah, karena dengan rahmat Nya penulis dapat menyiapkan buku "Statistika" ini. Tidak lupa pula penulis mengucapkan terima kasih yang tulus kepada teman-teman sejawat, terutama staf pengajar jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA-IKIP Padang, yang telah memberikan bantuan baik moril maupun materil kepada penulis.

Buku ini merupakan perombakan dari buku "Statistika Umum" yang penulis susun atas bantuan dana dari "Proyek Peningkatan/Pengembangan Perguruan Tinggi" (P4T) IKIP Padang tahun 1985. Perombakan tersebut dilakukan atas dasar kritik-kritik serta koreksi-koreksi (terutama angka-angka) dari mahasiswa dan dosen yang menggunakannya.

Buku ini dapat di gunakan oleh mahasiswa serta dosen sebagai bahan kuliah. Disamping itu juga dapat di gunakan oleh mahasiswa jalur tesis dan staf peneliti untuk merancang dan melakukan analisis penelitian.

Harapan penulis semoga buku ini bermamfaat bagi para pembaca. Tak ada gading yang tak retak. Buku ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik-kritik dan saran untuk penyempurnaannya.

Padang, Medio Maret 1991

Penulis

D A F T A R I S I

			Hal.
I.	KATA PENGANTAR		i
II.	DAFTAR ISI		ii
III.	DAFTAR TABEL		iv
BAB	I. PENDAHULUAN		1
		A. Pengertian Statistika	1
		B. Pemilihan Metoda Statistika	7
BAB	II. ANALISIS DISKRIPTIF		14
		A. Jumlah Data (n) Relatif Kecil	15
		Kecenderungan Menengah(15), Dispersi (18), Grafi dan pembacaannya (22)	
		B. Jumlah Data (n) Relatif Besar	25
		Harga Rata-Rata & Simpangan Baku (27), Modus Median dan Kuartil (28), Grafik (31).	
BAB	III. DISTRIBUSI TEORITIS		40
		A. Distribusi Variabel Diskrit	40
		Distribusi Binomial (40), dan Poisson (46).	
		B. Distribusi Variabel Kontiniu	48
		Dist. Normal (49), Pendekatan Normal terhadap Binomial (54)	
BAB	IV. PENGUJIAN HIPOTESIS		59
		A. Pengertian Pengujian Hipotesis	59
		Jenis Hipotesis (60), Pengujian satu/dua ujung kurva (62), Dua Tipe Kesalahan (63)	
		B. Uji Hipotesis Tentang Populasi	67
		Mean dan Proporsi (67), Selisih dua Mean dan dua proporsi (74), Sampel Berpasangan (81) serta Variansi dari dua Populasi (83)	
BAB	V. ANALISA VARIAN (ANAVA)		85
		A. ANAVA Satu Arah	86
		Dasar dan perumusan (86), Pemakaian (89) dan Analisa perbandingan ganda (91)	
		B. ANAVA Dua Arah	95
		n_i besar dari satu (95), $n_i = 1$ (104), dan analisis faktor (109)	

C. ANAVA Banyak Arah 117
Bujur sangkar Latin (117), ANAVA 3 Arah (122)

BAB VI. ANALISIS KOVARIAN (ANAKOVA) 131
A. ANAKOVA Satu Arah 131
Dasar dan Perumusan (132), Pemakaian (135)
B. ANAKOVA Dua Arah 142
Dasar dan Perumusan (143), Pemakaian (147)

BAB VII. REGRESI DAN KORELASI 164
A. Regresi dan Korelasi Sederhana 165
Regresi linear sederhana (165), Korelasi sederhan (178), dan Regresi Curvelinear sederhana(179).
B. Regresi Ganda dan Korelasi Parsial 184
Regresi linear ganda (184), Korelasi Parsial (189), dan Uji regresi dan korelasi (195)
C. Korelasi Biserial 201

BAB VIII. BILANGAN INDEK DAN ANALISIS RUNTUN WAKTU 205
A. Bilangan Indek 205
Bil.Indek Harga (208), Bil.Indek Kuantitas (214), dan Bil.Indek lain-lain (216)
B. Analisis Runtun Waktu 221
ARW.Trend (224), ARW.Gerak bermusim (238), dan ARW.Gerak berulang (254)

BAB IX. PENUTUP 257

DAFTAR PUSTAKA 260

D A F T A R T A B E L

		Hl.
TABEL I.	Probabilitas Binomial Kumulatif	261
TABEL II.	Probabilitas Poisson Kumulatif	267
TABEL III.	Luas Distribusi Normal Standar	269
TABEL IIIA.	Ordinat Y Untuk Kurva Normal Standar	270
TABEL IV.	Distribusi Nilai t Tes	271
TABEL V.	Distribusi Nilai X^2	272
TABEL VI.	Luas Daeraf Distribusi F	274
TABEL VII.	Nilai Kritis Korelasi Produk Momen	280

B A B . I

P E N D A H U L U A N

A. Pengertian Statistika

Statistika adalah sekumpulan konsep dan metoda yang digunakan untuk mengumpulkan dan menginterpretasikan data kuantitatif tentang bidang kegiatan tertentu, dan pengambilan kesimpulan dalam situasi dimana terdapat ketidak pastian dan bervariasi.

Menurut sejarahnya, kata "Statistika" diambil dari bahasa Latin "Status" yang berarti "negara".Untuk beberapa dekade, Statistika semata-mata hanya dikaitkan dengan pengkajian dari fakta-fakta dan angka-angka tentang situasi perekonomian, kependudukan, dan politik yang terjadi disuatu negara. Sampai sekarang banyak kita jumpai laporan-laporan pemerintah yang membuat dokumentasi numerik yang memakai judul Statistika, seperti: "Statistika produksi pertanian", "Statistika tenaga-tenaga kerja", "Statistika pendidikan"dan sebagainya. Hal ini merupakan sisa-sisa dari arti "Statistika" yang asli. Sebahagian masyarakat masih mempunyai pengertian yang salah, bahwa Statistika itu semata-mata berkaitan dengan susunan angka-angka yang membosankan dan kadang - kadang diselingi dengan sederetan grafik-grafik. Namun demikian sangat penting untuk diingat bahwa metodologi dan teori Statistika modern telah membuat lompatan yang jauh lebih maju daripada hanya sekedar penggambaran grafik-grafik dan tabel- tabel angka. Sebagai suatu disiplin ilmu, saat ini Statistika meliputi berbagai metoda dan konsep yang sangat penting dalam semua penyelidikan yang melibatkan pengumpulan data dengan cara eksperimentasi dan observasi,serta pengambilan kesimpulan dengan menganalisis data semacam itu. Penyajian data dalam tabel-tabel dan grafik-grafik telah menjadi aspek Statistika yang kurang penting pada saat ini.

Hasil-hasil penelitian ilmiah dinegara kita makin terasa pentingnya pada saat ini, yang dimasa penjajahan kurang diperhatikan orang. Dengan bertambahnya kebutuhan akan hasil penelitian ilmiah dinegara kita ini, makin terasa pulalah keperluan Statistika modern yang jauh lebih banyak dari hanya sekedar grafik-grafik dan tabel-tabel saja. Hal ini tidaklah mengherankan, karena untuk memperlancar jalannya pembangunan negara, data dari masa lampau haruslah dianalisis dan dipelajari, serta keadaan dimasa yang akan datang harus diramalkan. Didalam kedua hal itu, Statistika memegang peranan yang amat penting. Dengan perkataan lain, baik didalam melakukan penilaian dan menginterpretasikan data dari masa lampau maupun didalam mencoba meramalkan keadaan di tahun-tahun mendatang, Statistika merupakan alat yang sangat menolong, bahkan sering merupakan alat yang harus ada.

1.Pengumpulan dan analisis data.

Usaha untuk memperoleh imformasi (pengumpulan data) merupakan suatu langkah yang penting dalam setiap penelitian Proses ini dapat meliputi berbagai aktivitas,seperti melakukan eksperimen yang cermat, studi lapangan, melakukan survei, mempelajari catatan-catatan sejarah dan sebagainya.

Biasanya data yang dikumpulkan secara numerik adalah untuk mengukur suatu karakteristik, atau catatan tentang sesuatu sifat yang dimiliki oleh individu atau objek yang dipelajari. Data yang dikumpulkan melalui proses eksperimen atau observasi yang baik, akan menjadi sumber pokok untuk memperoleh pengetahuan yang baru tentang sesuatu yang sedang dipelajari. Oleh sebab itu sangatlah diperlukan untuk mempelajari himpunan data yang berkenaan dengan berbagai pertanyaan yang timbul dalam merumuskan tujuan-tujuan penelitian. Analisis data yang cermat juga merupakan langkah yng sangat penting, terutama untuk menentukan pengetahuan baru yang diperolehnya, dan menilai kekuatan serta kelemahannya dengan cara eksperimen dan observasi serta pengambilan kesimpulan dengan menganalisis data semacam itu. Dengan demikian nyatalah bahwa penyajian data dalam tabel-tabel serta grafik-grafik semata, telah menjadi aspek yang kurang penting saat ini.

Arti Statistika yang mendasar akan sangat terasakan , apabila kita melihat perananya dalam proses yang umum,yang sering disebut metoda ilmiah. Meskipun penyelidikan ilmiah tidak mempunyai bentuk yang baku, namun dapat di gambarkan sebagai suatu proses pengembangan usaha belajar tentang ke teraturan yang tersembunyi dari suatu aspek tertentu yang kelihatannya tidak teratur. Model dan teori dipostulasikan untuk menjelaskan fenomena. Deduksi-deduksi yang logis diturunkan dari model yang dipostulatkan itu dan selanjutnya di uji terhadap kesimpulan-kesimpulan yang berdasarkan data. Model tersebut diubah dan penelitian berlanjut untuk mencari penjelasan yang lebih baik. Pokok-pokok proses belajar ini berbeda-beda, tergantung kepada bidang studinya.

2.Pernyataan hasil penelitian

Pentingnya imformasi yang diberikan oleh data harus dinilai dalam hubungan-hubungannya dengan apa yang diketahui pada awal penelitian, yaitu pada saat tujuan penelitian di rumuskan. Analisis data dipergunakan untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan seperti: "Kesimpulan umum (generalisasi) apa yang dapat diperoleh dari fakta-fakta yang diberikan oleh data untuk fenomena yang dipelajari?""Apakah data yang diperoleh kontradiksi dengan dugaan (hipotesis) yang dirumuskan ?" "Apakah data menyarankan suatu teori baru untuk fenomena tersebut ?"

Hasil-hasil analisis data digunakan untuk menilai ketidak pastian yang terdapat dalam jawaban-jawaban yang diperoleh. Sebagai proses belajar, penelitian kerap kali ber tujuan untuk memperbaiki teori yang sudah ada,dan untuk itu diperlukan penelitian lebih lanjut melalui pengumpulan dan analisis data.

Statistik terdiri dari seni dan ilmu tentang pengumpulan, analisis dan interpretasi data serta mampu mengambil kesimpulan (generalisasi) yang masuk akal se hubungan dengan fenomena yang diteliti. Dalam langkah-langkah pokok metoda ilmiah yang di jelaskan di atas, jelaslah bahwa Statistika mempunyai peranan yang sangat penting dalam semua penelitian ilmiah.

Pada tingkat pengumpulan data misalnya, Statistika dapat memberikan petunjuk kepada peneliti, bagaimana caranya yang wajar dan baik untuk mengumpulkan data yang informatif, termasuk penentuan macam, skala, dan banyaknya data, sedemikian hingga kesimpulan-kesimpulan yang di tarik dari analisis dapat di nyatakan dengan tingkat ketepatan tertentu yang di inginkan. Dalam bidang studi dimana eksperiment sangat mahal, macam dan skala serta banyaknya data yang di perlukan untuk memberikan tingkat kepercayaan yang diingin kan untuk mengambil kesimpulan-kesimpulan, haruslah ditentukan sebelumnya dengan cermat dan teliti.

Dalam bidang studi yang lain, hal seperti tersebut di atas juga merupakan bahagian yang sangat penting keefektifan dan kevalidan kesimpulan-kesimpulan yang di tarik dari suatu analisis data. Cabang Statistika yang akan mempelajari perencanaan, percobaan dan pengumpulan data yang informatif di namakan rancangan percobaan dan rancangan survei sampel.

Setelah data terkumpul akan lebih banyak lagi metoda untuk meringkaskan informasi yang terkandung di dalam data Diantaranya memusatkan perhatian kepada segi-segi yang pokok saja, serta mengabaikan hal-hal yang kecil dan kurang penting. Metoda-metoda yang tepat untuk menganalisis data sangat di perlukan untuk mengambil kesimpulan - kesimpulan tentang fenomena yang di pelajari. Statistika yang mempelajari metoda meringkaskan dan menggambarkan segi-segi yng penting dari data, di kenal sebagai "Statistika Deskriptif"

Meskipun dalam sejarahnya menggambarkan dan meringkaskan data merupakan aktivitas pokok, namun saat ini hal tersebut hanya merupakan aktivitas yang sangat kecil saja dalam bidang ilmu Statistika.Tujuan utama Statistika saat ini adalah mengevaluasi informasi yang terkandung di dalam data dan penafsiran tentang pengetahuan baru yang diperoleh dari informasi itu. Yang terakhir ini disebut Statistika inferensial. Dan metoda-metoda yang berkaitan dengan itu dikenal sebagai inferensi Statistika. Dengan menggunakan metoda itu, kita akan memperoleh penalaran untuk menginterpretasikan data yang dipunyai, untuk mengetahui seberapa jarak data itu mendukung atau kontrodiksi dengan model yang dispotulasikan dan untuk menyarankan perbaikan - perbaikan teori yang ada, atau mungkin merencanakan penelitian-penelitian lebih lanjut.

Sekarang marilah kita tinjau kaitan Statistika dangan kehidupan sehari-hari. Kesimpulan yang berdasarkan data melalui pengumpulan dan interpretasi data tidak terbatas pada tugas penelitian profesional saja, tetapi meliputi kehidupan sehari-hari semua orang yang berusaha, baik secara sadar ataupun tidak, untuk memahami hal-hal yang menarik pada masyarakat, seperti kondisi kehidupan,lingkungan serta masyarakat pada umumnya. Dalam studi tentang tingkat pengangguran, pencemaran lingkungan hidup oleh sisa-sisa bahan kimia, keefektifitas obat dan hal-hal lain yang manarik pada masa kini. Untuk itu dikumpulkan fakta dan angka kemudian di analisis untuk diinterpretasikan,atau berusaha memahami interpretasi-interpretasi yang telah dibuat oleh orang lain.

Sumber-sumber informasi berkisar dari pengalaman-pengalaman pribadi, laporan-laporan media massa, dokumen- dokumen pemerintah dan sebagainya. Metoda Statistika digunakan secara luas dalam menyiapkan laporan-laporan tersebut.Laporan-laporan yang berdasarkan atas penalaran Statistika yang baik dan interpretasi yang cermat atas kesimpulannya adalah benar-benar informatik. Tetapi kerapkali kesalahan pemilihan metoda Statistika yang disengaja atau kurang hati-hati akan menyebabkan kesimpulan yang salah dan menyimpang dari kebenaran. Bagi khalayak ramai yang merupakan konsumen dari laporan-laporan itu, sedikit mengetahui tentang penalaran Statistika sangat bermafaat untuk menginterpretasikan data secara wajar dan menilai kesimpulan yang diambil.Penalaran Statistika memberikan kriteria untuk menentukan kesimpulan mana yang benar-benar didukung oleh data dan mana yang tidak.

Jadi data Statistika yang dikumpulkan dan dianalisis tidak hanya untuk maksud-maksud menambah pengetahuan ilmiah pada umumnya, tetapi juga untuk keperluan membantu seseorang yang akan membuat keputusan-keputusan. Fungsi Statistika adalah membantu menentukan data apa yang diperlukan dan bagai mana data itu dikumpulkan, disajikan, dianalisis, diinterpretasikan sedemikian hingga dapat membantu dalam menemukan keputusan yang baik.

B. Pemilihan metoda Statistika

Seperti yang telah diuraikan diatas bahwa metoda Statistika untuk mengumpulkan data, menganalisis,menginterpretasikan mempunyai variasi sesuai dengan keadaan yang dipostulasikan. Dengan perkataam lain banyak rumus-rumus Statistika , yang dikembangkan orang untuk keperluan-keperluan tersebut. Tidak semua rumus-rumus tersebut dapat digunakan untuk semua penelitian. Masing-masing rumus tersebut dalam penggunaannya mempunyai syarat-syarat tersendiri. Syarat-syarat itu antara lain meliputi jumlah kelompok sampel/variabel,jenis dan skala variabel, serta kaitan antara variabel / kelompok sampel dan ukuran sampel.

Berdasarkan hal-hal yang diutarakan diatas, maka dalam suatu rancangan penelitian perlu dicantumkan dengan jelas dan terperinci jumlah dan skala variable, kaitan antara variable/antara kelompok sampel serta jenis hipotesis. Selanjutnya diutarakam pula cara mentabulasi, mengorganisasikan, dan mengelompokan data. Kemudian barulah dapat dipilih alat atau rumus-rumus Statistika yang tepat untuk mengolah dan menganalisis data. Alat atau rumus-rumus Statistika itu perlu dicantumkan dalam rancangan penelitian dengan terperinci,demikian pula cara pemakaiannya.

1.Jumlah variable/kelompok sampel serta jenis dan skala variabel.

Dalam menentukan rumus Statistika mana yang mesti dipakai dalam mengolah dan menganalisis data perlu diperhatikan antara lain jumlah variabel/kelompok sampel serta jenis dan skala variable.

a. Jumlah variabel/kelompok sampel

Semua rumus-rumus Statistika untuk mengolah dan menganalisa suatu penelitian berbeda-beda menurut jumlah variabel dan kelompok sampelnya. Perbedaan rumus-rumus Statistika berdasarkan jumlah variabel dan kelompok sampel yang diolah tersebut dapat dikelompokkan atas:

- satu variabel/kelompok sampel
- dua variabel/kelompok sampel
- tiga variabel/kelompok sampel

b. Jenis danSkala variabel

Disamping perbedaan jumlah variabel/kelompok sampel terdapat juga perbedaan lain, yaitu perbedaan dalam jenis dan skala variabel. Variabel dapat di bedakan atas dua jenis, yaitu <u>variabel diskrit</u> dan <u>variabel kontiniu</u>.

(1).Variabel diskrit.

Variabel diskrit ini akan dibicarakan secara khusus pada <u>Statistika Non Parametrik</u>.

(2).Variabel kontiniu.

Variabel kontiniu adalah variabel yang memiliki rangkaian nilai-nilai dan mempunyi rentangan (range) tertentu. Misalnya: variabel IQ. nilai hasil belajar, penghasilan, umur, dan sebagainya. Variabel kontiniu ini bersekala interval. Pengukuran yang dilakukan dengan sekala interval ini dipandang lebih kuat dari pengukuran dengan variabel bersekala ordinal dan nominal. Sebab pengukurannya dicapai, selain dari persamaan dan jenjang urutannya, juga dengan mengetahui jarak antara dua kelas yang berbeda.

Sekala interval ini ditandai dengan unit pengukuran yang sama dan konstan, serta memberikan suatu bilangan (nyata) untuk setiap objek yang di ukur. Dalam pengukuran dengan sekala interval ini, perbandingan dua interval sembarangan adalah independen dengan unit pengukuran. Dalam variabel-variabel yang bersekala interval ini orang sudah dapat memperbedakan nilai-nilai dari masing-masing objek yang di teliti, baik secara kualitatif maupun secara kuantitatif.

Contoh :

- Variabel Umur

  Umur si A adalah 5 tahun

  Umur si B adalah 10 tahun

  Umur si C adalah 15 tahun

- Variabel berat badan

  Berat badan si A adalah 25kg

  Berat badan si B adalah 40 kg

  Berat badan si C adalah 50 kg

  dan sebagainya.

Pada variabel yang bersekala interval ini, disamping mera ranking, kita juga dapat melakukan operasi hitung terhadap objek-objeknya.

Umur A yang 5 tahun ditambah umur B yang 10 tahun sama dengan umur C yang 15 tahun.

Dua kali umur A yang 5 tahun sama dengan umur B yang 10 tahun.

Jadi pada variabel yang bersekala interval in, kita sudah dapat melihat tiga hal, yaitu : membedakan, membandingkan, dan melakukan operasi hitung.

- Umur si A berbeda dengan umur si B
- Umur si B lebih tinggi dari umur si A
- Umur si C tiga kali umur si A

Demikian juga dengan variabel berat badan, kita dapat melakukan ketiga hal tersebut. 25 kg dapat ditambah dengan 40 kg, 40kg dapat dibagi dan dapat pula diperkalikan

2.Kaitan antara variable/kelompok sampel

Diatas telah dibicarakan tentang jumlah, jenis dan skala variable. Disamping itu pemakaian rumus-rumus Statistika juga tergantung kepada kaitanya antara variable-variable/kelompok sampelnya. Apakah variable-variable atau kelompok-kelompok bergantungan (dependent) ataukah tidak ber gantungan atau bebas (independent) ?

Misalnya variable IQ dengan variable berat badan. Kedua variable tersebut adalah independent (bebas). IQ orang yang berat badannya tidak berkaitan dengan IQ orang yang ringan badanya. Dapat juga dikatakan disini, IQ dari dua kelompok populasi. Jadi hipotesisnya adalah melihat perbedaan/ persamaan IQ dari kedua kelompok tersebut.

Contoh lain: variable IQ dengan variable hasi belajar. Disini jelas bahwa IQ dengan hasil belajar diduga akan mem punyai kaitan. Keduanya adalah berkaitan (dependen). Jadi hipotesisnya adalah melihat kaitan dari kedua variable ter sebut.

Pemakaian rumus-rumus Statistika, disini akan dibedakan berdasarkan kedua macam kaitan tersebut.

a. Variable/kelompok sampel yang bebas (independent)

Variable/kelompok sampel yang independent ini biasanya dihipotesiskan dengan membedakan dua atau lebih kelompok data (bebas)/kelompok variable.

Contoh:

Tidak terdapat perbedaan yang signifikan pada tingkat kepercayaan 95% antara pendidikan penduduk Sumatera Barat dengan penduduk Sumatera Utara.

Jadi pada hipotesis perbedaan ini, kita membedakan suatu kelompok sampel dengan kelompok sampel lainnya.

b. Variabel/kelompok sampel yang berhubungan (dependent)

Variable/kelompok sampel yang dependent ini, biasanya dihipotesiskan dengan melihat hubungan antara dua atau lebih variable(dua atau lebih kelompok sampel) yang dependent.

Contoh:

Tidak terdapat hubungan yang signifikan pada tingkat kepercayaan 95% antara metoda mengajar dengan hasil belajar matematika.

Disamping kedua jenis hipotesis tersebut diatas, juga pengolahan dan analisis yang lebih kompleks, ada juga hipotesis yang menggabungkan kedua jenis hipotesis tersebut. Misalnya disamping melihat perbedaan pendidikan antara dua atau lebih daerah, juga dilihat hubungan antara pendidikan dengan penghasilan.

Diatas telah dikemukakan bahwa pemakaian metoda(rumus-rumus) Statistika untuk menganalisis data ataupun dalam pengujian Statistika sangat berbeda-beda, sesuai dengan skala variabelnya, macam hipotesisnya, jumlah variabel/kelompok sampelnya. Disamping itu juga tergantung kepada ukuran sampel (n) nya. Pada bab-bab berikutnya hal ini akan kita operasionalkan.

B A B . II

ANALISIS DESKRIPTIF

Seperti yang telah diutarakan terdahulu, bahwa alat analisis apa yang akan dipakai untuk mengolah dan menganalisis data penelitian, ditentukan oleh banyaknya variable, macam skala variabel dan kaitan antara variable/kelompok sampel, maka dalam memilih alat analisis yang akan dipakai ini kita juga berdasarkan atas hal-hal tersebut.

Disamping hal-hal yang disebutkan diatas, yang tak kalah pentingnya ialah bagaimana menyimpulkan hasil analisis tersebut Apakah data dari sampel yang dianalisis akan diprediksikan pada suatu populasi (parameter) ataukah tidak (non parameter). Kusus dalam buku ini yang akand dibicarakan yang pertama saja. Untuk keperluan itu , pertama-tama akan dibicarakan cara penyajian data dari sampel (statistika), serta cara menentukan besaran-besaran statistika. Jadi pada bab ini belum lagi dibicarakan masalah-masalah pengujian hipotesis.

Penyajian data difokuskan kepada cara penyajian data dengn distribusi-distribusi frekuensi dan grafik-grafik, serta cara pembacaannya. Pembicaraan tentang besaran-besaran statistika meliputi kecenderungan menengah (harga rata-rata, median, kuartil dan modus), serta disversi (rentangan, simpangan baku, varian, dan sebagainya).

Analisis seperti yang disebutkan diatas disebut analisis deskriptif. Dalam bukuini analisis deskriptif dibagi atas 2 bagian, yaitu analisis deskriptif untuk anggota sampel yang kecil dan analisis untuk anggota sampel yang besar.

A. Jumlah Data (n) yang Relatif Kecil

Analisis satu variabel yang berskala interval dengan ukuran sampel yang relatif kecil ini, diolah secara "non group data". Untuk itu dicari kecendrungan menengahnya, dispersi dan dengan bermacam-macam gambar.

1. Kecendrungan Menengah

Yang dimaksud dengan kecendrungan menengah meliputi harga rata-rata, modus, median dan kuartil.

Contoh:

2 3 4 2 3 5 6 3 4 7 5 3 5

pertama-tama data diatas diurutkan sebagai berikut:

2 2 3 3 3 3 4 4 5 5 5 6 7

Selanjutnya dapat dihitung hal-hal sebaiberikut:

a. Modus ($\hat{X}$)

Modus adalah data yang tersering muncul. Dari data diatas $\hat{X} = 3$,karena 3 munculnya empat kali.Modus ini adakalanya bisa lebih dari satu buah.

b. Median ($\tilde{X}$)

Median adalah data yang terletak di tengah-tengah setelah di urutkan. Dari data diatas ternyata mediannya($\tilde{X}$) = 4 atau data yang ke $\frac{n+1}{2}$, jadi data yang ke 7 (n = 13). Jika n genap, maka median tetap data yang ke $\frac{n+1}{2}$.

Contoh: 2 3 4 5

Data yang ke $\frac{n+1}{2}$ adalah data yang kedua setengah.Jadi antara 3 dan 4 , $\tilde{X} = 3,5$

c. Kuartil

Kuartil adalah perempatan. Ada tiga buah kuar - til yaitu :

K_1 = Kuartil pertama dari bawah

K_2 = Kuartil kedua = Median

K_3 = Kuartil ketiga dari atas

K_1 adalah data yang ke $\frac{n+1}{4}$.

K_2 adalah data yang ke $\frac{2(n+1)}{4} = \frac{n+1}{2}$

= median.

K_3 adalah data yang ke $\frac{3(n+1)}{4}$.

Dari data pada contoh pertama (n = 13), maka K_1 adalah data yang ke $\frac{14}{4}$ = 3,5 . Jadi antara data yang ke 3 dengan data yang ke 4. K_1 = 3. $K_2 = \bar{X} = 4$

K_3 adalah data yang ke $\frac{3(n+1)}{4}$ = 10,5 ,Jadi antara data yang ke 10 dengan data yang ke 11. K_3 = 5

d. Simpangan kuartil (SK)

Simpangan kuartil adalah $\frac{K_2 - K_1}{K_3 - K_2}$

Jadi simpangan kuartil (SK) dari contoh diatas adalah $\frac{4-3}{5-4} = 1$

e. Harga rata-rata hitung ($\bar{X}$)

Harga rata-rata hitung adalah $\frac{\sum X_i}{n}$

Dari data diatas, maka

$$\bar{X} = \frac{2+2+3+3+3+3+4+4+5+5+5+6+7}{13}$$

$$= \frac{52}{13}$$

$$= 4$$

Untuk menghitung rata-rata hitung tersebut, datanya dapat juga disusun kedalam bentuk distribusi frekwensi terlebih dahulu, misalnya data diatas disusun seperti pada tabel 2.1

TABEL 2.1 : Distribusi Frekuensi Dari 13 Buah Data

No.	X	f	fX
1.	2	2	4
2.	3	4	12
3.	4	2	8
4.	5	3	15
5.	6	1	6
6.	7	1	7
J u m l a h		13	52

Dari tabel diatas $\Sigma f = n$

$$\overline{X} = \frac{\Sigma fx}{n} = \frac{52}{13} = 4$$

f. Harga rata-rata ukur (Geometric Mean)

Harga rata-rata ini tidak banyak terpakai dalam praktek Namun demikian akan di kemukakan juga di sini dengan apa yang di maksud "harga rata-rata ukur" (U)

$$U = \sqrt[n]{X_1 . X_2 . X_3 \ldots X_n}$$

Misalnya, Data adalah 2, 4, 8. Maka

$$U = \sqrt[3]{2.4.8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

Cara untuk mencari harga U untuk n yang relatif besar tidaklah begitu mudah. Cara yang terlebih mudah menentukan harga U adalah dengan jalan logaritma.

$$\log U = \frac{1}{n} \Sigma \log X_i$$

$$\log U = \frac{1}{3} (\log 2 + \log 4 + \log 8)$$

Untuk menentukan harga dari tiap-tiap logaritma tersebut, di lihat dalam daftar logaritma, atau dengan kalkulator.

$$\log U = \frac{1}{3}\,(0{,}3010 + 0{,}6021 + 0{,}9032)$$

$$= \frac{1}{3}\,(1{,}8063)$$

$$\log U = 0{,}6021$$

Untuk menentukan U di lihat anti log dari 0,6021

$$U = 4$$

g. Harga rata-rata Harmonis (H)

Sama halnya dengan harga rata-rata ukur, harga rata-rata harmonis juga tidak banyak dipakai orang didalam penelitian. Oleh sebab itu,disini hanya akan di singgung secara sepintas saja.

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum\frac{1}{x}} = \frac{n}{\sum\frac{1}{x}}$$

Contoh: 3 3 4 4 5

$$H = \frac{5}{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}} = \frac{5}{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}}$$

$$= \frac{5}{\frac{20}{30}+\frac{15}{30}+\frac{6}{30}} = \frac{5}{\frac{41}{30}} = \frac{150}{41}$$

$$H = 3{,}66$$

2. Dispersi

Semua yang telah dibicarakan dari a sampai dengan g disebut juga dengan kecendrungan menengah (tendency central). Berikut ini akan kita bicarakan ukuran penyimpangan atau dispersi untuk data yang tidak dikelompokan.

a. Simpangan

Yang dimaksud dengan simpangan adalah perbedaan tiap-tiap data dengan harga rata-rata atau ($X - \bar{X}$)

Contoh: 2 2 3 3 3 3 4 4 5 5 5 6 7

Seperti yang sudah kita cari $\bar{X} = 4$,selanjutnya kita gambar seperti tabel 2.2

TABEL 2.2 : Distribusi Frekuensi dan Simpangan

No.	X	$X - \bar{X}$
1.	2	-2
2.	2	-2
3.	3	-1
4.	3	-1
5.	3	-1
6.	3	-1
7.	4	0
8.	4	0
9.	5	1
10.	5	1
11.	5	1
12.	6	2
13.	7	3

b. Simpangan mutlak

Semua simpangan yang telah diperlihatkan pada tabel 2.2, jika dijumlahkan; maka hasilnya = nol (0) Supaya hasilnya (jumlahnya) tidak nol maka diambil harga mutlaknya. Itulah sebabnya simpangan yang demikian disebut simpangan mutlak (SM) dengan rumus :

$$SM = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} \quad \text{atau} \quad SM = \frac{\sum f\, |X - \bar{X}|}{n}$$

Tabel 2.2 dapat di kembangkan menjadi tabel 2.3

TABEL 2.3: Distribusi Untuk Menentukan Simpangan Mutlak

No.	X	f	$X - \bar{X}$	$\lvert X - \bar{X} \rvert$	$f\lvert X - \bar{X} \rvert$
1.	2	2	-2	2	4
2.	3	4	-1	1	4
3.	4	2	0	0	0
4.	5	3	1	1	3
5.	6	1	2	2	2
6.	7	1	3	3	3
Jumlah		13			16

$SM = \frac{16}{13} = 1,23$

c. Simpangan baku (Stadar Deviasi = SD)

Simpangan baku (SD) didefinisikan sebagai berikut

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma f(X - \bar{X})^2}{n}}$$

Untuk itu tabel 2.3 dikembangkan menjadi tabel 2.4

TABEL 2.4 : Distribusi Untuk Menentukan Simpangan Baku

No.	X	f	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	$f(X - \bar{X})^2$
1.	2	2	-2	4	8
2.	3	4	-1	1	4
3.	4	2	0	0	0
4.	5	3	1	1	3
5.	6	1	2	4	4
6.	7	1	3	9	9
Jumlah		13			28

$$SD = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Definisi diatas hanya berlaku untuk n kecil (sering dipakai untuk sampel), sedangkan untuk n kecil (untuk Populasi) di pakai perumusan :

$$SD = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{X})^2}{n}}$$

Untuk data pada tabel 2.6, di pakai n kecil, jadi

$$SD = \sqrt{\frac{28}{12}} = 1,53$$

Simpangan baku merupakan ukuran variasi absolut, yaitu ukuran yang hanya dapat di pakai untuk melihat penyimpangan nilai yang terdapat pada suatu kelompok data. Tetapi tidak da pat di pakai untuk membandingakan penyimpangan dai beberapa kelompok data. Untuk membandingakan penyimpangan dari bebera- kelompok data digunakan variasi relatif, yaitu dengan jalan menghitung koefisien variasinya (= V) dengan definisi sebagai berikut :

$$V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$$

dimana V = koevisien variasi

S = Simpangan Baku

$\bar{X}$ = Harga rata-rata

Perhatikanlah contoh berikut.

Diketahui dua kumpulan data sebagai berikut:

$\bar{X}_A = 50$ dan $S_A = 14$

$\bar{X}_B = 90$ dan $S_B = 23$

Kedua kelaompok data tersebut memperlihatkan bahwa simpangan baku dari kelompok B lebih besar dari kelompok A. Tetapi besarnya penyimpangan dari kedua kelompok terseb ut belum tentu demikian. Untuk itu di hitung koefisien variasinya :

$$V_A = \frac{14}{50}\ 100\ \% = 28\ \% \quad \text{dan} \quad V_B = \frac{23}{90}\ 100\ \% = 25{,}6\ \%$$

Dari perhitungan di atas ternyata variasi A lebih dari B.

3 .Gambar / Grafik

Untuk menggambarkan data yang bersekala interval ini, dengan ukuran sampel (n) yang relatif kecil, dapat di lakukan dengan gambar poligon, diagram batang (histogram) , Ogive kurang/lebih dari, dan diagram cakra. Akan tetapi khusus untuk diagram cakra kurang biasa dibuat orang untuk variabel kontiniu. Gambar diagram batang dari data ini (bersekala interval) sedikit berbeda dengan diagram batang data yang bersekala nominal dan ordinal (diskrit).Di mana diagram batang dari data yang bersekala diskrit, antara satu batang dengan batang yang lain adalah terpisah. Sedangkan pada variabel kontiniu, antara satu batang dengan batang yang lain itu adalah terhubung.

Untuk menggambarkan poligon serta diagram batang itu, terlebih dahulu tentu kita harus membuat distribusi frekuensinya. Sebab justru data dari distribusi frekuensi tersebutlah yang hendak di gambarkan. Demikian juga jika orang hendak menggambarkan suatu diagram cakra, maka terlebih dahulu haruslah di buat distribusi frekuensi relatifnya.

Berikut ini di berikan contoh data sebagai berikut : 2,2,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,6,6, dan 7.

Distribusi frekuensi dan frekuensi Relatifnya adalah seperti tabel 2.5

TABEL 2.5 : Distribusi Frekuensi dan Frekuensi Relatif.

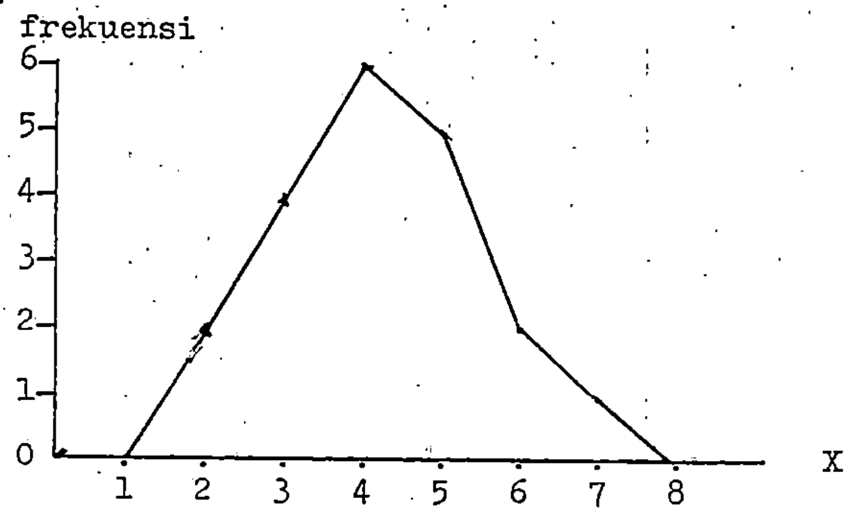
No.	data	Frekuensi (f)	Frekuensi relatif
1.	2	2	10
2.	3	4	20
3.	4	6	30
4.	5	5	25
5.	6	2	10
6.	7	1	5
Jumlah		20	100

Untuk menggambarkan diagram ogive kurang/lebih dari, di perlukan distribusi kumulatif kurang/lebih dari, ini dapat di lihat pada tabel 2.6.

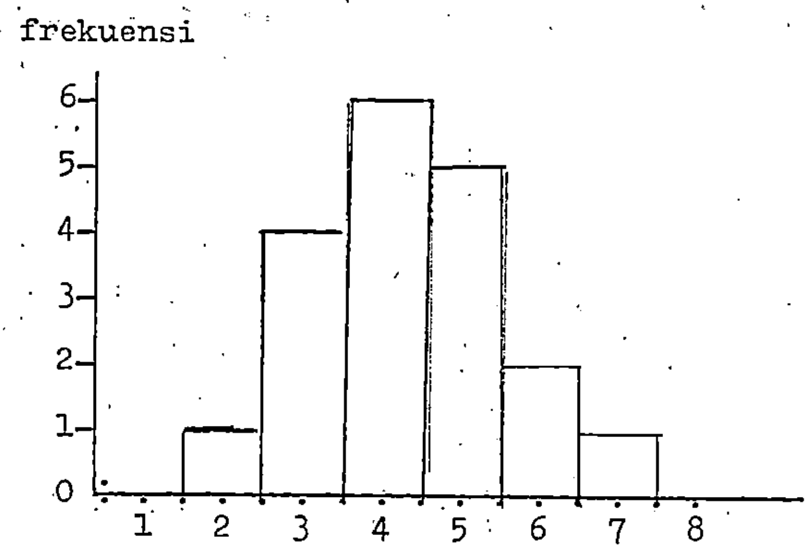
TABEL 2.6 : Frekuensi Kumulatif Kurang/Lebih Dari

No.	Data	f.Kum.Kurang Dari	f.Kum.Lebih Dari
1.	1	--	20
2.	2	0	18
3.	3	2	14
4.	4	6	8
5.	5	12	3
6.	6	17	1
7.	7	19	0
8.	8	20	--

Di samping itu dapat di buat gambar seperti poligon, diagram batang dan ogive pada gambar-gambar 2.1;2.2;2.3 dan 2.4.



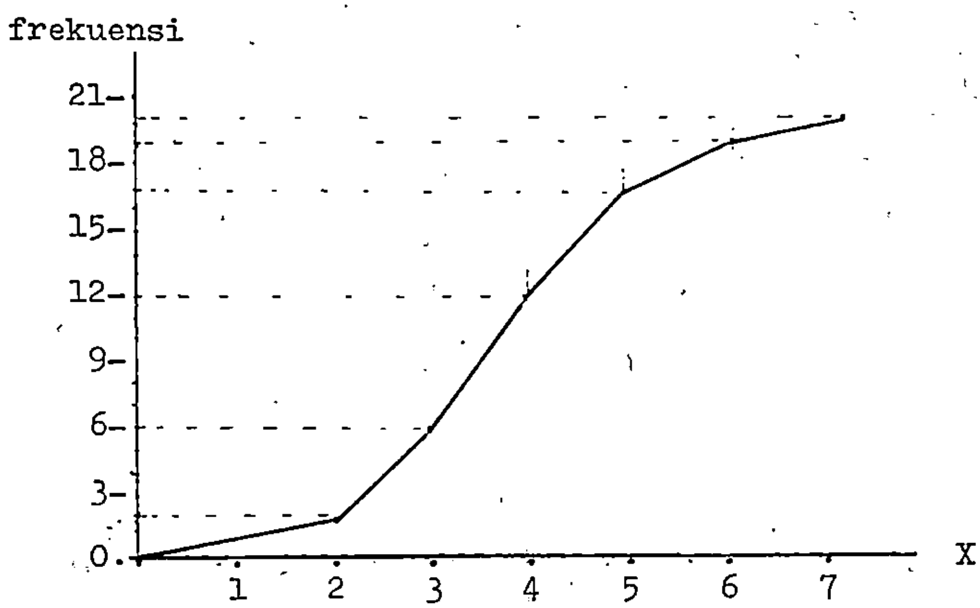
GAMBAR 2.1 : Poligon Dari Nilai 20 Orang Siswa.



GAMBAR 2.2 : Diagram Batang Dari Nilai 20 Orang Siswa

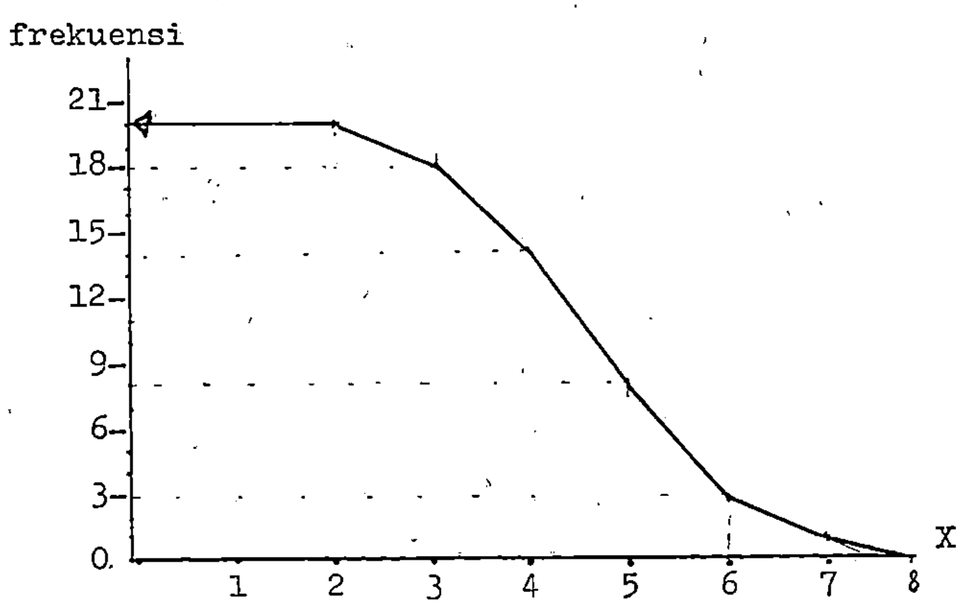
Untuk data interval ini tidak terpisah antara satu batang dengan yang berikutnya. Ini disebabkan karena datanya kontinu.

Selanjutnya kita akan menggambar ogive kurang dari dan ogive lebih dari dengan mempergunakan tabel 2.7 diatas.



GAMBAR 2.3 : Diagram Ogive Kurang Dari.

Disamping diagram ogive kurang dari dapat pula digambar digram ogive lebih dari.



GAMBAR 2.4 : Diagram Ogive Lebih Dari.

B. Jumlah Data (n) yang Relatif Besar

Untuk keperluan tersebut, data terlebih dahulu dikelompokan. Cara pengelompokan data tersebut adalah sebagai berikut. Semua data dikelompokan paling sedikit atas "k" kelompok dengan aturan "sturges" sebagai berikut;

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

Kemudian dihitung Range dari data, range adalah data yang terbesar dikurangi data yang terkecil.

$$\text{Range} = X_{max} - X_{min}$$

Selanjutnya dihitung lebar interval (i)

$$i = \frac{\text{Range} + 1}{k} \qquad (\text{ i= bilangan bulat})$$

Contoh: Berat badan dari 60 orang dewasa adalah sebagai berikut:

41	42	44	45	46	47	48	49	50	50
51	52	52	53	53	54	54	54	55	55
55	55	56	56	56	56	56	56	57	57
57	58	58	59	59	60	60	60	61	61
61	62	62	63	63	64	64	65	66	66
67	67	68	68	69	70	71	73	74	75

Range = 75 - 41 = 34

$$k = 1 + 3,3 \log n = 1 + 3,3 \log 60 = 6,868$$

Dengan demikian k = 7 (banyaknya kelompok minimal)

$$i = \frac{\text{Range} + 1}{k} = \frac{34 + 1}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

TABEL 2.7 : Kelas Interval dan Frekuensi

No.	Kls Interval	Ttk Tengah	Turus	f
1.	41 - 45	43	////	4
2.	46 - 50	48	~~////~~ /	6
3.	51 - 55	53	~~////~~ ~~////~~ //	12
4.	56 - 60	58	~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ /	16
5.	61 - 65	63	~~////~~ ~~////~~	10
6.	66 - 70	68	~~////~~ ///	8
7.	71 - 75	73	////	4

1. Harga rata-rata dan simpangan baku

Untuk menetapkan perhitungan selanjutnya, ditaksir harga rata-rata hitung taksiran (Mo). Taksiran tersebut boleh saja meleset, hal itu tidak akan mempengaruhi hasil perhitungan. Misalnya Mo = 58 (boleh saja yang lain) Selanjutnya dibentuk variable baru (u) dengan rumus:

$$u = \frac{\text{Titik tengah} - \text{Mo}}{i}$$

TABEL 2.8 : Kelas Interval, Frekuensi serta Penyebarannya Dari Berat Badan 60 Orang Dewasa

kelas interval	titik tengah	turus	f	u	fu	fu^2
41-45	43	IIII	4	-3	-12	36
46-50	48	卌 I	6	-2	-12	24
51-55	53	卌 卌 II	12	-1	-12	12
56-60	58	卌 卌 卌 I	16	0	0	0
61-65	63	卌 卌	10	1	10	10
66-70	68	卌 III	8	2	16	32
71-75	73	IIII	4	3	12	36
J u m l a h			60		2	150

$$\bar{X} = \text{Mo} + \frac{i \sum fu}{n}$$

$$= 58 + \frac{5.2}{60}$$

$$\bar{X} = 58{,}17$$

$$SD = \frac{i}{n}\sqrt{n.\sum fu^2 - (\;\;fu)^2}$$

$$= \frac{5}{60}\sqrt{60\ (150) - (2)^2}$$

$$= \frac{5}{60}\sqrt{8996}$$

$$SD = 7{,}9$$

Simpangan baku dapat menafsirkan homogenitas dari data . Demikian juga ukuran penyebaran dispersi lainnya.

2. Modus, median dan kuartil

Untuk menentukan modus dari data yang dikelompokan pertama dilihat kelas dengan frekuensi terbesar disebut kelas modus. Selanjutnya dipakai :

$$\text{Modus} = \hat{X} = B + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right) i$$

Keterangan:

B = batas bawah kelas modus

d_1 = frekuensi kelas modus - frekuensi kelas sebelum kelas modus.

d_2 = frekuensi kelas modus - frekuensi kelas sesudah kelas modus.

i = lebar interval

Sebagai contoh lihat tabel 2.9 , kelas modus adalah kelas 56 - 60 atau yang sesungguhnya kelas 55,5 - 60,5.

$B = 55,5$

$d_1 = 16 - 12 = 4$ dan $d_2 = 16-10 = 6$

$i = 5$

$$\text{Modus } (\hat{X}) = 55,5 + \frac{4}{10} \cdot 5 = 57,5$$

Median dari data yang dikelompokan ditentukan dengan rumus:

$$\text{Median} = \tilde{X} = B + \left(\frac{{}^1/_2\, n - f s}{fm}\right) \cdot i$$

Keterangan:

B = batas bawah kelas median

fs = jumlah frekuensi kelas-kelas sebelum kelas median

fm = frekuensi kelas median

n = jumlah data

i = lebar interval

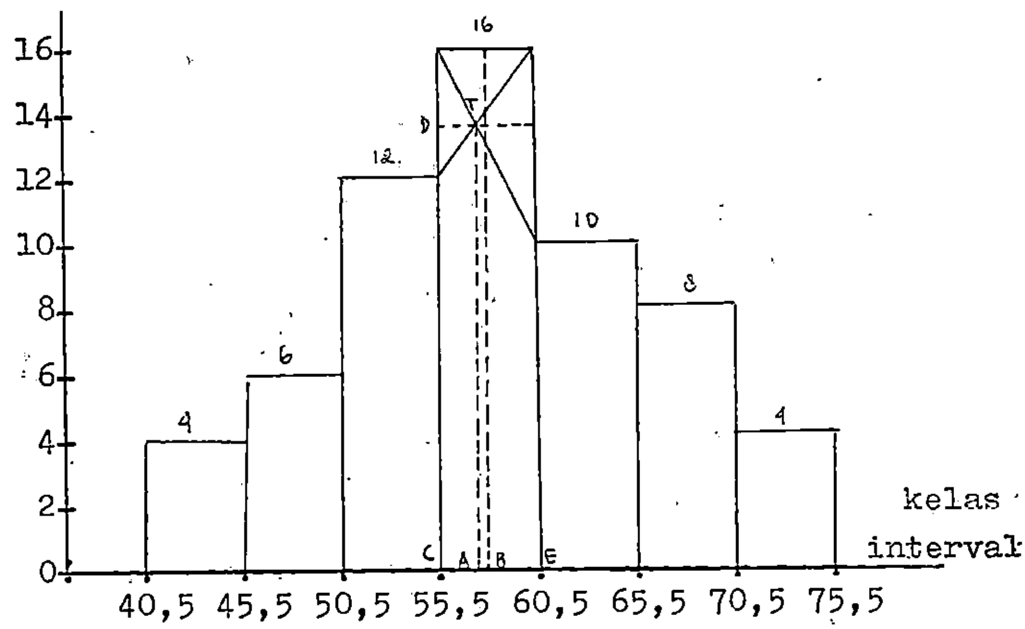
Untuk data yang ada pada tabel 2.9 , maka

$$\tilde{X} = 55,5 + \left(\frac{30 - 22}{16}\right) 5$$

$$= 55,5 + 2,5$$

$$\tilde{X} = 58$$

Modus dan median yang dicari diatas dapat pula ditentukan dengan diagram batang, sebagai berikut (lihat data tabel 2.8)



GAMBAR 2.6 : Diagram Batang Dari Berat Badan 60 Orang Dewasa.

Kelas modus adalah 55,5 - 60,5 , modus ($\hat{X}$) = A atau 55,5 + DT . Secara geometris dapat dibuktikan bahwa

$$DT = \frac{i\, d_1}{d_1+d_2}$$

Jadi modus ($\hat{X}$) = $55,5 + \frac{5.4}{10} = 57,5$

Kelas median juga (secara kebetulan) 55,5 - 60,5

Umpamakan median ($\tilde{X}$) = B dan C = 55,5 . Tentu luas semua batang yang dibawah B sama dengan luas semua batang di atas B , serta banyaknya data dibawah B = $\frac{1}{2}$ n = 30 . Banyak data dibawah C = $\sum fs$ = 22. Maka banyak data antara C dengan B = $\frac{1}{2}$ n - $\sum fs$. Lebar CE = lebar interval = i . Banyak data antara C dengan E adalah frekuensi kelas median = fm .

Jadi lebar antara C dengan B = $\dfrac{(1/2\ n - \sum fs)i}{fm}$

$$\text{maka } \tilde{X} = C + \frac{(1/2\ n - fs)i}{fm} = 55{,}5 + \frac{(30-22)5}{16}$$

$$\tilde{X} = 58$$

Kurtil (K_1) dari data yang dikelompokan dicari dengan cara yang identik untuk mencari median. Seperti yang telah diutarakan sebelumnya,

$$\tilde{X} = B + \frac{(1/2\ n - fs)i}{fm}$$

Untuk menentukan K_1 rumus tersebut kita sesuaikan dengan cara berikut:

B = batas bawah kelas K_1

1/2 n dirobah menjadi 1/4 n

fs = jumlah frekuensi kelas - kelas sebelum kelas K_1 .

fm dirobah menjadi fK_1 = frekuensi kelas K_1

sehingga rumus menjadi:

$$K_1 = B + \frac{(1/4\ n - fs)i}{fK_1}$$

Dari data pada tabel 2.8, didapat bahwa kelas K_1 adalah: 50,5 - 55,5 . Maka harga dari kuartil pertama adalah:

$$K_1 = 50{,}5 + \frac{(15-10)5}{12}$$

$$K_1 = 52{,}6$$

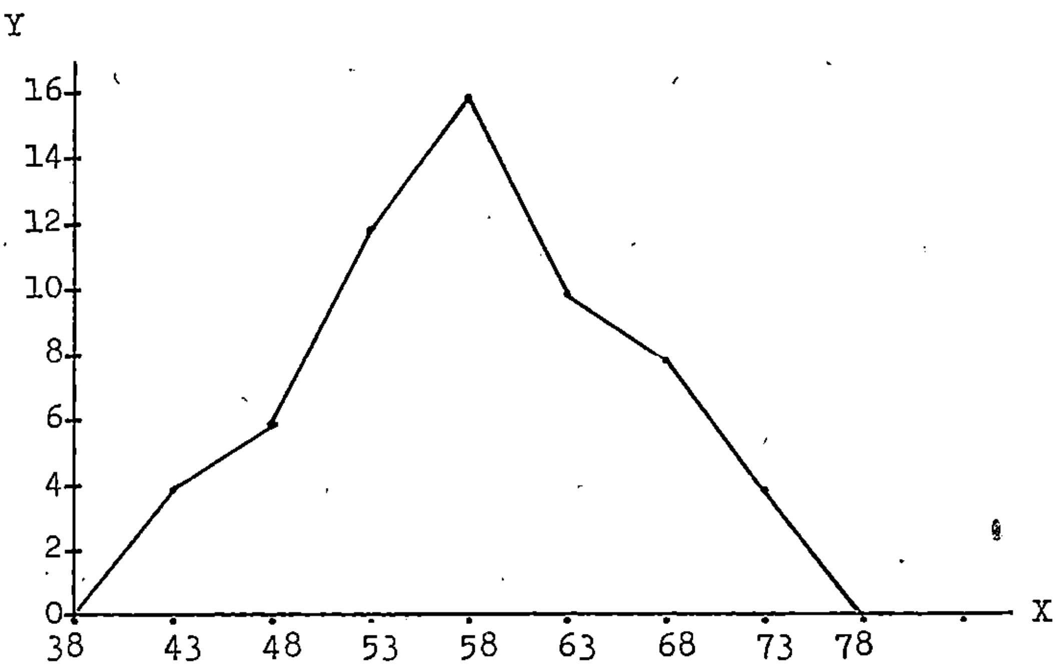
Demikian juga untuk kuartil ketiga dihitung dengan rumus yang sama dengan B adalah batas bawah kelas K_3

$$K_3 = B + \frac{(3/4\ n\ -\ fs)i}{fK_3}$$

$$= 60,5 + \frac{(45 - 38)5}{10} = 64$$

3. Grafik

Selanjutnya untuk menggambarkan grafik-grafik dari data yang dikelompokan tidak jauh berbeda dengan menggambar - kan grafik dari data yang tidak dikelompokan, titik te - ngah dianggap sebagai variabel seperti gambar .



GAMBAR 2.6 : Poligon Dari Berat 60 Orang Dewasa

Dari gambar 2.6 diatas dapat dibaca keadaan dari berat badan 60 orang dewasa tersebut. Berat badan mereka ber- distribusi pendek ketengah dan hampir simetris. Hal ter- sebut juga dapat dilihat dari perhitungan harga-harga tengah. Dimana harga rata hitung, harga median dan harga modus hampir sama.

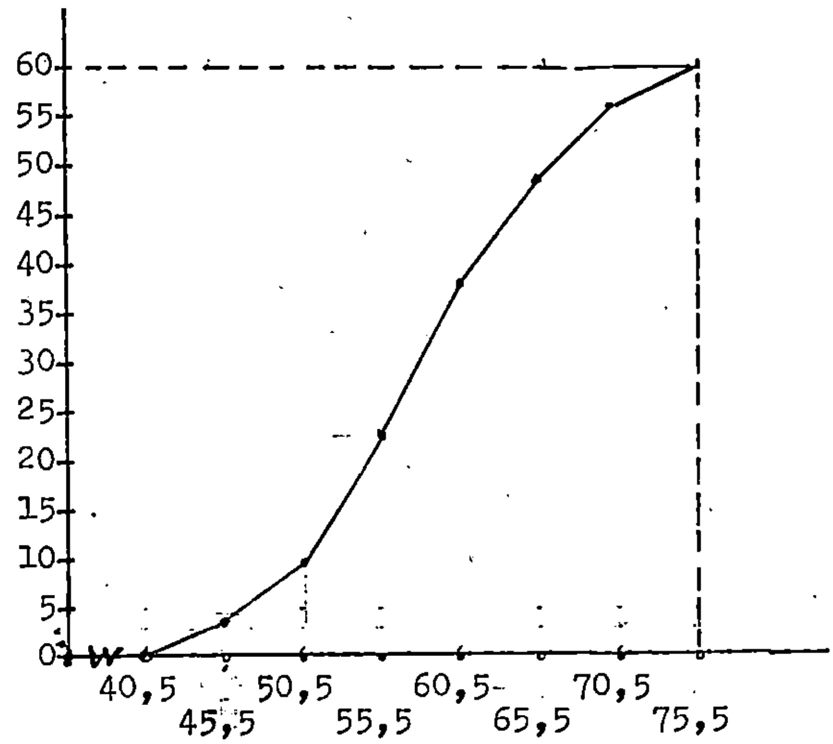
Di samping menggambarkan distribusi frekuensi, poligon serta harga-harga kecenderungan menengah (harga rata hitung, rata-rata geometri, rata-rata harmonis, median , modus, kuartil) dan harga-harga dispersi (range, simpangan mutlak, simpangan baku), data bersekala interval untuk yang di kelompokan ini dapat juga di perlihatkan dalam bentuk frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif kurang/lebih dari. Demikian juga dapat di perlihatkan diagram ogive kurang/lebih dari.

Distribusi relatif, frekuensi kumulatif tersebut dapat di lihat pada tabel 2.9 . Sedangkan diagram ogive - nya dapat di lihat pada gambar 2.7 . dan gambar 2.8 . Data untuk tabel dan gambar ini di ambil dari data yang telah di kelompokan pada tabel 2.8.

TABEL 2.9 : Frekuensi Kumulatif dan Relatif

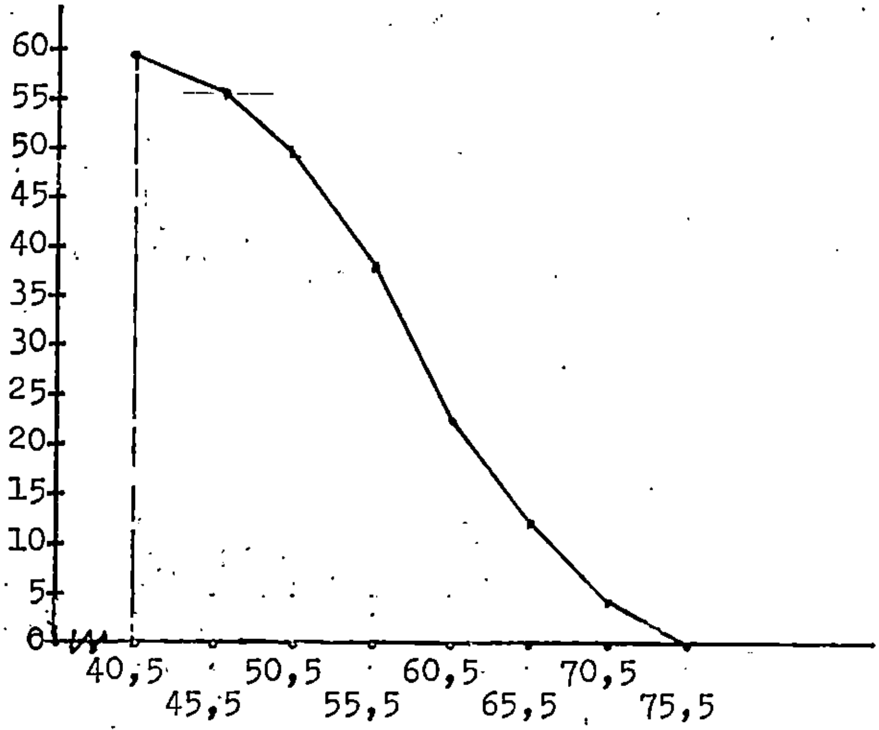
NO.	Kelas Interval	Batas Kelas	f.kumulatif Kurang dari	f.kumult. lebih dari	Frek. relatif
1		40,5	0	60	
	41-45				6,7
2.		45,5	4	56	
	46-50				10,0
3.		50,5	10	50	
	51-55				20,0
4.		55,5	22	38	
	56-60				26,7
5.		60,5	38	22	
	61-65				16,7
6.		65,5	48	12	
	66-70				13,3
7.		70,5	56	4	
	71-76				6,6
8.		75,5	60	0	
J u m l a h					100.0

Jika di perhatikan tabel 2.9 ., maka dari kolom f. kumulatif kurang dari dapat di gambarkan diagram ogive kurang dari, dan dari kolom f.kumulatif lebih dari dapat di gambarkan ogive lebih dari. Sedangkan dari kolom frekuensi relatif dapat di gambarkan diagram cakra. Tetapi ini (diagram cakra) tidaklah lazim di gambarkan orang untuk data yang kontiniu.



Gambar 2.7 : Ogive Kurang Dari.

Dari tabel 2.9 serta dari gambar 2.7 kita dapat membaca bahwa jumlah data yang kurang dari 45,5 adalah banyaknya (frekuensi) data dari kelas 41-45. Andaikan kita ingin mengetahui berapa banyak data yang terletak di bawah kelas interval 61-65 misalnya, maka jawabannya adalah tingginya frekuensi pada batas bawah kelas interval itu, yaitu sebrsar tingginya frekuensi pada 60,5. Ini sama dengan 38. Tetapi jika kita hendak menghitung jumlah data yang besar dari suatu interval kelas tertentu, maka untuk itu kita harus melihat gambar "ogive lebih dari" seperti di gambarkan pada gambar 2.8



Gambar 2.8 ; Ogive Lebih Dari

Misalnya kita ingin mengetahui jumlah data yang lebih dari kelas interval 51-55. Sebagai jawaban dari pertanyaan tersebut adalah tinggi frekuensi 55,5.

Di samping semua yang telah di utarakan diatas mengenai hal-hal yang berhubungan dengan analisis deskriptif, masih ada hal-hal lain, atau cara penggambaran data lain yang tidak di utarakan di dalam buku ini. Hal itu umpamanya diagram gambar atau piktogram. Khusus mengenai analisis diskriptif yang berhubungan dengan masalah-masalah ekonomi dan sosial akan di bicarakan pada bab yang terakhir.

Bentuk kurva distribusi suatu kumpulan data ada yang simetris dan ada yang tidak simetris.dari nilai-nilai pusatnya. Hal itu dapat didekati dengan perbedaan dari nilai-nilai pusatnya. Suatu distribusi akan berbentuk simetris jika:

$\bar{X} = \tilde{X} = \hat{X}$ Simetris, tetapi jika :

$\bar{X} \neq \tilde{X} \neq \hat{X}$ tidak simetris.

Distribusi yang tidak simetris akan berkonsentrasi pada salah satu sisi, atau kurvanya akan condong. Untuk mengetahui kecondongan ini kekiri atau kekanan, dapat digunakan koefisien kecondongan dari "Karl Pearson" (Coeffisient Skewness Pearson) sebagai berikut :

$$S_k = \frac{(\bar{X} - \hat{X})}{S}$$

S_k = Koefisien kecondongan $\hat{X}$ = Modus

$\bar{X}$ = rata-rata hitung S = Simpangan Baku

Apabila secara empiris didapat hubungan sebagai :

$$\bar{X} - \hat{X} = 3(\bar{X} - \tilde{X})$$

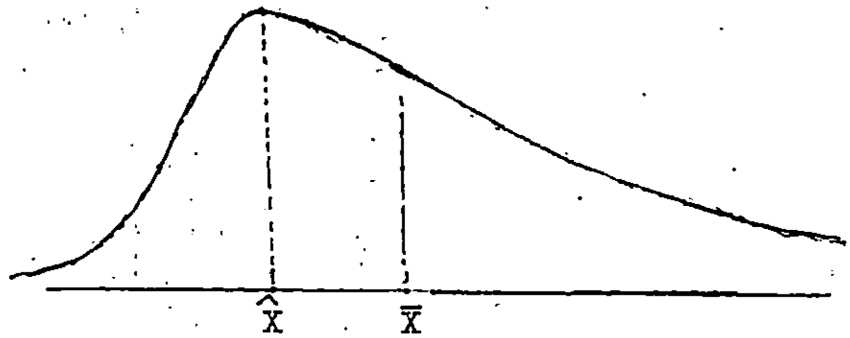
maka koefisien skewness akan menjadi

$$S_k = \frac{3(\bar{X} - \tilde{X})}{S}$$

$\tilde{X}$ = Median

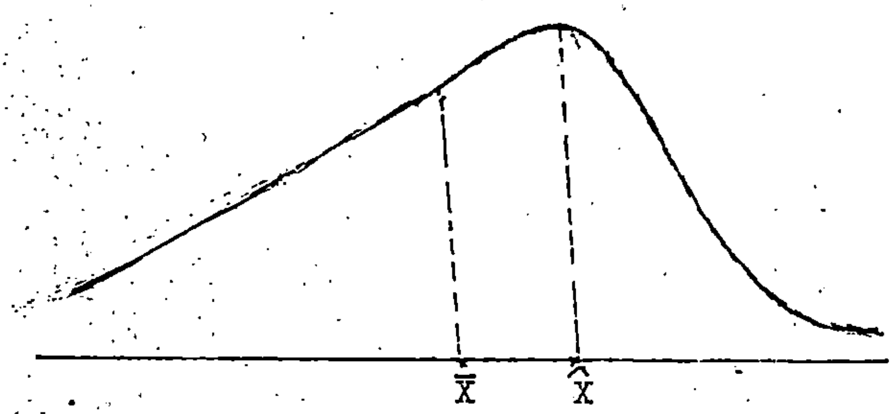
Tanda dari S_k akan menunjukan arah dari konsentrasi

S_k positif maka kurva akan condanong kekanan seperti gambar berikut (2.9



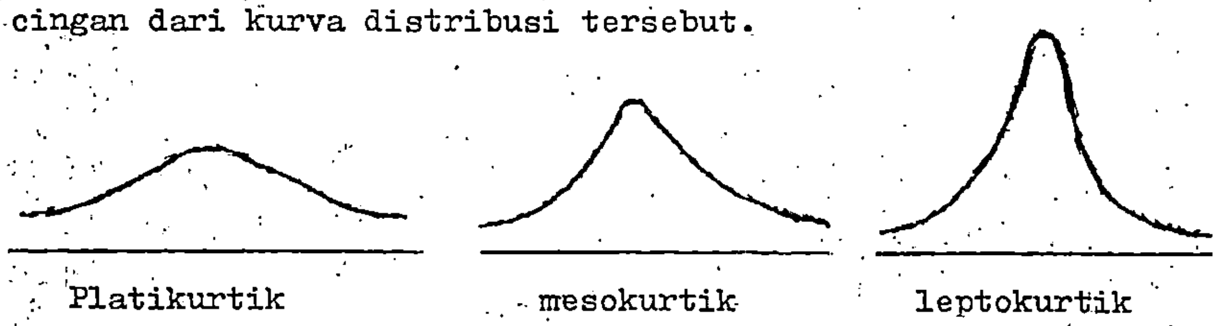
Gambar 2.9 : Kurva yang condang kekanan (S_k positif)

S_k negatif maka kurva akan condong kekiri sepeti terlihat pada gambar 2.10



Ganbar 2.10 : Kurva yang condong kekiri (S_k negatif)

Disamping masalah kecondongan, berikutini akan dibicarakan masalah keruncingan dari suatu kurva distribusi. Keruncingan dari kurva distribusi dapat di golongkan kedalam tiga macam, yaitu :leptokurtik, mesokurtik, dan platikurtik. Pada gambar 2.11. diperlihatkan gambar dari ketiga macam kerun - cingan dari kurva distribusi tersebut.



Gambar 2.11 : Kurva Platikurtik, Mesokurtik, dan Leptokurtik

Dari gambar 2.12 terlihat bahwa distribusi leptokurtik adalah yang paling runcing, sedangkan distribusi platikurtik merupakan yang paling tidak runcing, Distribusi mesokurtik, apabila simetris akan dapat di anggap berdistribusi normal.

Untuk menentukan ukuran keruncingan tersebut biasa digunakan alpha 4 (α_4) atau moment coefficient of kurtosis atau koefisien kurtosis ($_4$)

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum f(X - \bar{X})^4}{s^4}$$

Untuk data yang dikelompokan maka perumusan diatas menjadi :

$$\alpha_4 = \frac{i^4}{n^5 s^4} \left\{ n^4 \sum fU^4 - 4n^3 \sum fU^3 \sum fU + 6n^2 \sum fU^2 (\sum fU)^2 - 4n (\sum fU)^4 + [\sum fU)^4 \right\}$$

Dari koefisien kurtosis yang didapat dari definisi diatas :

$\alpha_4 < 3$ distribusinya digolongkan pada platikurtik

$\alpha_4 = 3$ distribusinya dapat digolongkan pada mesokurtik

$\alpha_4 > 3$ distribusinya digolongkan pada leptokurtik

Sebagai contoh perhatikan data berikut:

KI	TT	f	U	fU	fU^2	fU^3	fU^4
5- 9	7	4	-3	-12	36	-108	324
10-14	12	6	-2	-12	24	- 48	96
15-19	17	8	-1	- 8	8	- 8	8
20-24	22	14	0	0	0	0	0
25-29	27	10	1	10	10	10	10
30-34	32	5	2	10	20	40	80
35-39	37	3	3	9	27	81	243
Jumlah		50		-3	125	-33	761

Dari data disebelah dapat dihitung besaran berikut :

$$\bar{X} = 22 - \frac{5(3)}{50} = 21,7$$

$$\tilde{X} = 29,5 + \frac{5(25 - 18)}{14} = 22$$

$$\hat{X} = 19,5 + \frac{5(6)}{6 + 4} = 22,5$$

$$S = \frac{5}{50}\sqrt{50(125) - 9} = 7,9$$

$$V = \frac{7,9}{21,7} \times 100\ \% = 36,4\ \%$$

$$\alpha_4 = \frac{625}{(312500000)(3895,0081)}\ (6250000)(761) - 4(125000)(-33) + 6(2500)(125)9 - 4(50)(81) + 81$$

$$= 2,46$$

Jika distribusi tersebut dirobah frekuensinya sebagai berikut:

KI	TT	f	U	fU	fU^2	fU^3	fU^4
5- 9	7	1	-3	-3	9	-27	81
10-14	12	2	-2	-4	8	-16	32
15-19	17	4	-1	-4	4	- 4	4
20-24	22	24	0	0	0	0	0
25-29	27	11	1	11	11	11	11
30-34	32	6	2	12	24	48	96
35-39	37	2	3	6	18	54	162
J u m l a h		50		28	74	66	386

$$\bar{X} = 22 + \frac{5(28)}{50} = 24.8 \qquad \tilde{X} = 19,5 + \frac{5(25-7)}{24} = 23,25$$

$$\hat{X} = 19,5 + \frac{5(20)}{20+13} = 22,53 \qquad S = \frac{5}{50}\sqrt{50(74) - 784} = 5,4$$

$$V = \frac{5,4}{21,7} \times 100\% = 24,9\ \%$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{50(8503056)}\ (6250000)(386) - (500000)(66) + (15000)(784)74 - 200(614656) + 614656 = 7,356$$

Berikut ini dibandingkan antara contoh pertama dengan kedua

Contoh:	$\bar{X}$	$\hat{X}$	$\tilde{X}$	S	V	S_k	α_4
I	21,7	22,5	22	7,9	36,4 %	-0,1	2,46
II	24,8	22,53	23,25	5,4	24,9 %	0,3	7,36

Dari perbandingan diatas terlihat bahwa data yang pertama lebih bervariasi dari data kedua, hal tersebut diperlihatkan oleh besarnya V_I dari pada V_{II}. S_{kI} adalah negatif, sedangkan S_{kII} adalah positif. Hal ini memperlihatkan bahwa distribusi pertama condong kekiri, sedangkan distribusi kedua condong kekanan. Namun demikian, karena kecilnya S_k dari masing-masing distribusi tersebut, maka kedua distribusi tersebut dapat dianggap simetris. Selanjutnya jika dilihat α_4 dari kedua distribusi tersebut ternyata bahwa $(\alpha_4)_I < 3$, sedangkan $(\alpha_4)_{II} > 3$. hal ini berarti distribusi pertama termasuk golongan platikurtik, sedangkan distribusi kedua termasuk ke golongan leptokurtik.

Pengolahan dan analisis data deskriptif ini ,seperti telah di uraikan pada bab pendahuluan, lebih di titik . beratkan untuk memperlihatkan , atau penyampaian informasi mengenai data atau fakta. Orang berusaha supaya data atau fakta yang banyak itu, bahkan kadang-kadang tidak teratur, di susun dan di tata sedemikian rupa (baik dalam bentuk gambar-gambar, maupun dalam bentuk tabel-tabel), sehingga mudah di pahami oleh masyarakat umum. Pengolahan dan analisis deskriptif ini tidak mungkin di gunakan untuk pengujian hipotesis.

B A B . III

DISTRIBUSI TEORITIS

Dalam kenyataanya kita dapat membedakan dua macam varia - bel randoom yaitu: variabel randoom yang diskrit dan variabel randoom yang kontiniu. Variable randoom yang hanya dapat menjalani sebanyak takhingga harga-harga yang berbeda disebut variabel randoom yang diskrit. Sedangkan variabel randoom yang dapat menjalani setiap harga dari suatu interval disebut variabel randoom yang kontiniu.

A.Distribusi variabel diskrit (cacah).

Distribusi variabel randoom diskrit (cacah) yang banyak dijumpai didalam Statistika adalah: distribusi binomial,distribusi poisson dan sebagainya.

1.Distribusi Binomial

Salah satu distribusi teoritis yang akan dibicarakan disini dan mudah dimengerti adalah distribusi binomial.Banyak peristiwa yang dapat memakai distribusi ini.

Dalam menyusun distribusi ini, kita membayangkan suatu eksperimen yang dapat menghasilkan peristiwa A dan peristiwa yang bukan A . Bayangan seperti ini bukanlah suatu bayangan yang mustahil. Hampir setiap eksperimen dapat didefenisikan sedemikian rupa, sehingga eksperimen itu hanya menghasilkan peristiwa A atau peristiwa yang bukan A Ini bukan berarti kita menambah atau mengurangi peristiwa-peristiwa yang dapat dihasilkan oleh eksperimen tersebut.

Sebagai contoh pelemparan sebuah mata uang.Disini perestiwa yang mungkin terjadi adalah munculnya sisi muka(M) atau munculnya sisi yang bukan muka (sisi belakang) atau B . Demikian juga dengan contoh lahirnya seorang anak. Peristiwa yang mungkin terjadi adalah lahirnya anak laki-laki (L) atau lahirnya anak perempuan (W).

Pada kedua contoh diatas, eksperimen tersebut memang hanya mempunyai dua buah peristiwa saja yang mungkin ter - jadi. Oleh karena itu kita tidak mendapat kesulitan dengan pemisalan bahwa peristiwa yang terjadi adalah A atau bukan A . Akan tetapi jika kita melempar sebuah dadu, maka peristiwa yang mungkin terjadi lebih dari dua, yaitu: enam munculnya mata 1, munculnya mata 2, munculnya mata 3 sam - pai dengan munculnya mata enam. Namun demikian, disini kita dapat menggolongkan keenam peristiwa tersebut atas dua golongan yaitu golongan peristiwa A dan bukan A . Hanya saja disini kita harus mendefenisikan peristiwa A dan bukan A itu dengan tegas. Misalnya peristiwa A adalah munculnya mata genap (2,4 dan 6) dan peristiwa yang bukan A adalah munculnya mata ganjil (1,3 dan 5).

Peristiwa A biasa juga ditafsirkan orang dengan eksperimen berhasil (sukses), sedangkan peristiwa bukan A , ditafsirkan dengan eksperimen gagal. Dengan demikian dapat lah dihubungkan dengan sukses atau gagalnya suatu proses. Dimana sukses = P dan gagal = Q.

Jika dimisalkan kemungkinan akan suksesnya suatu eksperimen adalah P , sedangkan kemungkinan eksperimen itu akan gagal adalah Q , maka :

$$1 - P = Q \qquad (\text{karena } P + Q = 1)$$

Jika eksperimen itu dilakukan sebanyak n kali dan, diumpamakan eksperimen itu berhasil sebanyak X kali. Maka eksperimen itu gagal adalah sebanyak $(n - x)$ kali. Jika eksperimen itu dilakukan sebanyak n kali secara independen, maka sukses akan terjadi sebanyak x kali berturut-turut jadi dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\underbrace{P\ P\ P \ldots\ldots P}_{x \text{ kali}} \quad \underbrace{Q\ Q\ Q \ldots\ldots Q}_{(n-x) \text{ kali}} = P^x\, Q^{n-x}$$

Susunan lain:

$$P\ P\ P \ldots\ldots Q\ P\ Q\ Q \ldots\ldots Q = P^x Q^{n-x}$$

Semuanya ada $\binom{n}{x}$ kali.

Misalnya ada tiga kali eksperimen ternyata dua kali sukses (P) dan satu kali gagal (Q). Urutan dari sukses dan gagal tersebut berkemungkinan sebagai berikut:

$$P\ P\ Q = P^2\ Q$$

$$P\ Q\ P = P^2\ Q$$

$$Q\ P\ P = P^2\ Q$$

Kemungkinan susunannya adalah tiga buah atau $= \binom{3}{2}$

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!\ (3-2)!} = \frac{1 \times 2 \times 3}{(1 \times 2)\ (1)} = 3$$

$$f(2,3) = \binom{3}{2} P^2\ Q$$

Secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$f(x,n) = \binom{n}{x} P^x Q^{n-x}$$

f(x,n) disebut fungsi kemungkinan. Dalam rumus diatas jelas bahwa $P + Q = 1$. Jadi rumus tersebut dapat juga berbentuk sebagai berikut:

$$f(x,n) = \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x}$$

dimana P terletak antara "nol" dan "satu" atau $0 \leq P \leq 1$
Misalkan kita lakukan 5 kali eksperimen $(n = 5)$ dengan kemungkinan sukses $P = 0,5$. Mari kita lihat fungsi kemungkinan untuk harga-harga $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$ dan $x = 5$.

$x = 0$ maka $f(0,5) = \binom{5}{0} (0,5)^0 (0,5)^5 = 0,03125$

$x = 1$ maka $f(1,5) = \binom{5}{1} (0,5)^1 (0,5)^4 = 0,15625$

$x = 2$ maka $f(2,5) = \binom{5}{2} (0,5)^2 (0,5)^3 = 0,31250$

$x = 3$ maka $f(3,5) = \binom{5}{3} (0,5)^3 (0,5)^2 = 0,31250$

$x = 4$ maka $f(4,5) = \binom{5}{4} (0,5)^4 (0,5)^1 = 0,15625$

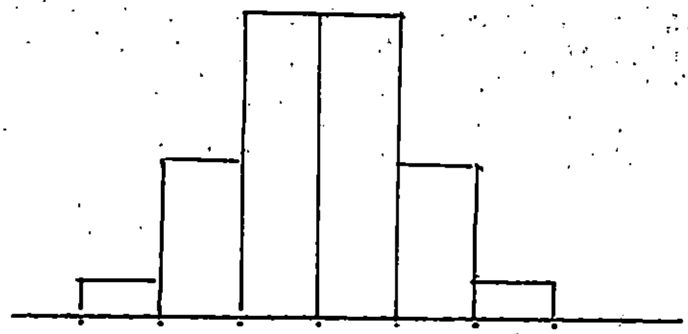
$x = 5$ maka $f(5,5) = \binom{5}{5} (0,5)^5 (0,5)^0 = 0,03125$

Jika semua kita jumlahkan

$f(0,5) + f(1,5) + f(2,5) + f(3,5) + f(4,5) + f(5,5) = 1$.

Hasil yang diperoleh diatas dapat ditunjukan dengan diagram batang .

Seperti gambar 3.1 berikut ini:



GAMBAR 3.1 : Diagram Batang Distribusi Binomial (n=5)

Contoh:

Diketahui sebuah mesin penbuat paku ,dengan kerusakan 20% dari seluruh paku yang dibuat. Diambil 4 buah paku, berapakah kemungkinan sebanyaknya 2 dari 4 buah paku yang diambil adalah rusak. Untuk menjawab pertanyaan tersebut di pakai distribusi binomial, maka P = 0,2 dan n = 4. Jawabnya adalah kemungkinan 0 rusak + kemungkinan 1 rusak + kemungkinan 2 rusak.

$$x = 0 \quad \text{maka} \quad f(0,4) = \binom{4}{0} (0,2)^0 (0,8)^4 = 0,4096$$

$$x = 1 \quad \text{maka} \quad f(1,4) = \binom{4}{1} (0,2)^1 (0,8)^3 = 0,4096$$

$$x = 2 \quad \text{maka} \quad f(2,4) = \binom{4}{2} (0,2)^2 (0,8)^2 = 0,1536$$

Jadi kemungkinan sebanyak-banyaknya 2 yang rusak dari 4 paku yang diambil itu adalah :

0,4096 + 0,4096 + 0,1536 = 0,9728.

Jika n agak besar maka akan sulit bagi pembaca untuk menghitung kemungkinan distribusi binomial. Untuk itu dapat dibaca tabel I , untuk memakai tabel tersebut ikutilah contoh dibawah ini :

Contoh:

Diketahui bahwa kemungkinan tumbuhnya varietas biji terten tu adalah 80 %. Jika dua puluh lima biji di tanam,maka jelaskanlah kemungkinana dari :

a. Paling banyak 14 biji yang tumbuh.

b. Delapan belas biji atau lebih yang tumbuh.

c. Banyak biji yang tumbuh tidak kurang dari 14, dan tidak lebih dari dua puluh satu.

Jawaban: Dalam contoh di atas ternyata $n = 25$, dan $p = 0,8$

Selanjutnya di lihat tabel I, hasilnya adalah :

a. Lihat tabel I dengan $n = 25$, $p = 0,8$, dan $X = C = 14$

$P(X \leq 14) = 0,006$

b. $P(X \geq 18) = 1 - P(X \leq 17)$, lihat $P(X \leq 17)$ dengan $n = 25$, $p = 0,8$ dan $X = 17 = C$, maka :

$P(X \leq 17) = 0,047$. Jadi $P(X \geq 18) = 1 - 0,047 = 0,953$

c. $P(14 \leq X \leq 21) = P(X \leq 21) - P(X \leq 13)$

$P(X \leq 21) = 0,766$, sedangkan $P(X \leq 13) = 0,002$.

Jadi $P(14 \leq X \leq 21) = 0,766 - 0,002 = 0,764$

Rata-rata hitung dan variansi distribusi binomial

Pada uraian yang terdahulu kita telah menghitung fungsi kemungkinan binomial, baik dengan rumus fungsi binomialnya maupun dengan menggunakan tabel binomial kumulatif tabel I. Namun demikian, untuk melakukan penganalisaan lebih dalam dari distribusi binomial tersebut, kita perlu menentukan harga rata-rata hitung, simpangan baku dan variansinya. Untuk perhitungan harga-harga tersebut, perhatikanlah kembali diagram batang pada gambar 3.1.

Gambar tersebut berasal dari distribusi binomial dengan: $n = 5$ dan $p = 0,5$. Pada gambar itu juga dapat di lihat dengan jelas bahwa titik kesetimbangannya adalah 2,5. Titik kesetimbangan tersebut tak lain dari harga rata-rata dari distribusi binomial. Selanjutnya jika diperhatikan, harga 2,5 itu sama dengan 0,5 kali 5 , dengan demikian perumusan untuk harga rata-rata $\overline{X}_b$ adalah

$$\boxed{\overline{X}_b = np}$$

Selanjutnya juga dapat di rumuskan variansi (Var) dan simpangan baku (S) sebagai berikut

$$\boxed{Var = np(p - 1)} \qquad \boxed{S = \sqrt{np(p - 1)}}$$

Harga rata-rata, variansi serta simpangan baku dari distribusi binomial ini akan di perlukan nanti dalam pengujian - pengujian hipotesis.

2. Distribusi Poisson

Pada distribusi binomial dengan n kali percobaan, dan p kemungkinana sukses, kita telah menghitung harga - harga dari Mean $(X) = np$; Var $(X) = np(1 - p)$ dan juga S. Demikian juga bentuk fungsinya, yaitu :

$$f(x,n) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

Harga distribusi binomial tersebut sulit sekali di hitung untuk n yang besar.

Misalkan n sangat besar, p sangat kecil sehingga mendekati harga nol (0). Misalkan pula $np = k$, maka Mean $(X) = k$; dan Var $(X) = k(1 - \frac{k}{n})$. Untuk n yang sangat besar, maka $\frac{k}{n}$ akan mendekati 0 (nol). Jadi Var $(X) = k$.

Umpamakanlah sekarang k = 2. maka untuk

$n = 4$ dan $p = 0,5$; Mean(X) = 2 dan $Var(X) = (1-\frac{2}{4})2 = 1$

$n = 10$; $p = 0,1$; Mean (X) = 2 dan $Var(X) = 2(1-\frac{2}{20}) = 1,8$

$n = 100$; $p = 0,02$; Mean (X) = 2 dan $Var(X) = 2(1-\frac{2}{100}) = 1,96$

$n = 400$; $p = 0,005$; Mean (X) = 2 dan $Var(X) = 2(1-\frac{2}{400}) = 1,99$

$n = 500$; $p = 0,004$; Mean (X) = 2 dan $Var(X) = 2(1-\frac{2}{500}) = 1,992$

$n = 1000$; $p = 0,002$; Mean (X) = 2 dan $Var(X) = 2(1-\frac{2}{1000}) = 1,996$

Dari harga-harga di atas jelas bahwa dengan makin besarnya n dan makin kecilnya p, Mean(X) dan Var(X) makin mendekati harga dari k. Jadi

$$Mean(X) = Var(X) = k$$

Distribusi binomial $f(x,n) = \binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$ akan menjadi $f(x,n) = \binom{n}{x}\left(\frac{k}{n}\right)^x\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n-x}$ Harga dari fungsi ini mendekati suatu limit $\frac{e^{-k}\,k^x}{X!}$ dimana $e = 2,71828$

Untuk sembarang konstanta positif, variabel random X sedekian hingga

$$f(x) = \left(\frac{e^{-k}\,k^x}{X!}\right)$$

dikatakan berdistribusi Poisson dengan parameter Mean sama dengan variansi, jadi

$$Mean(X) = Var(X) = k$$

Dalam prakteknya distribusi Poisson ini di pakai untuk peristiwa yang jarang terjadi, atau dari banyak sekali peristiwa, tetapi kemungkinan adanya gejala itu (p) kecil sekali. Untuk menghitung distribusi kumulatif dari distribusi Poisson ini dapat di lihat tabel II lampiran

Contoh:

Jika bakteri ditumpahkan pada papan penelitian seluas A, variabel x adalah banyak koloni bakteri dalam bidang papan seluas a (a kecil sekali) yang dipilih secara random dari papan populasi A dengan mean $(x) = 5,5$. Tentukanlah kemungkinan :

a). $P(x \leq 3)$ b). $P(x > 8)$ c). $P(2 \leq x \leq 9)$

Jawab:

Marilah kita periksa apakah distribusi dari persoalan diatas. Luas papan = A dengan n koloni . Penyebarannya merata pada setiap bidang papan. Kemungkinan sembarang koloni tertentu akan terdapat pada luas papan a adalah $\frac{a}{A}$ Masing-masing koloni berbuat secara independen. Jelaslah bahwa distribusinya binomial dengan n eksperimen dan $P = \frac{a}{A}$. Jika n besar sekali sedangkan perbandingan $\frac{a}{A}$ kecil sekali maka dengan demikian variabel x berdistribusi Poisson dengan $\lambda = 5,5$. Sekarang untuk menghitungnya lihatlah tabel II.

a) $P(x \leq 3) = P(3 ; 5,5) = 0,202$

b) $P(x > 8) = 1 - P(x \leq 7) = 1 - P(7; 5,5) = 0,191$

c) $P(2 \leq x \leq 9) = P(x \leq 9) - P(x \leq 1) = P(9 ; 5,5) - P(1 ; 5,5) = 0,946 - 0,027 = 0,919$

B.Distribusi variabel kontiniu.

Distribusi variabel kontiniu yang sangat penting serta merupakan dasar dari semua distribusi variabel kontiniu adalah distribusi normal. Oleh sebab itu disini kita hanya akan membicarakan distribusi Normal saja.

1.Distribusi normal.

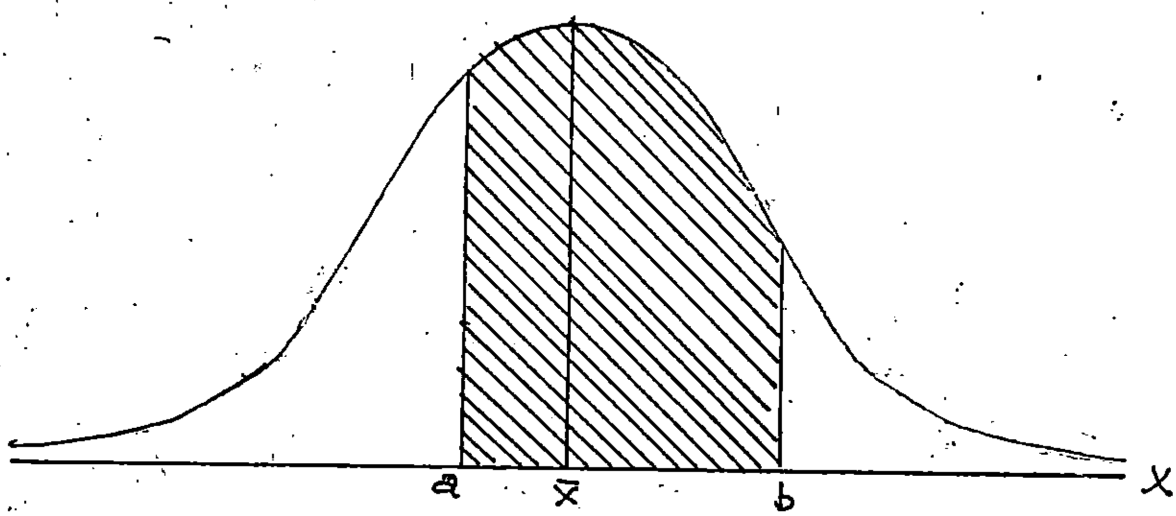
Distribusi normal adalah distribusi yang paling banyak dipakai dalam ilmu Statistika. Oleh karena berbagai - bagai eksperimen mengikuti distribusi normal atau yang sangat mendekati distribusi normal. Disamping itu juga distribusi normal sangat baik di pakai untuk menghampiri berbagai-bagai distribusi lainnya.

Distribusi normal pertama kali di pelajari pada abad ke delapan belas, ketika orang mengamati pengukuran-pengukuran yang berdistribusi simetrik dan berbentuk bel (lonceng). De Moivre mengembangkan bentuk Matematika dari pada distribusi ini dalam tahun 1733, sebagai bentuk limit dari distribusi normal . Laplace juga telah mengenal bentuk distribusi ini sebelum tahun 1775.Gauss menurunkan rumus (persamaan) distribusi ini dari suatu studi atas distribusi simetrik yang berbentuk bel dengan pengukuran yang berulang-ulang dari kuantitas yang sama. Hasilnya dipublikasikannya pada tahun 1809. Untuk menghormatinya,maka distribusi normal ini di sebut juga distribusi Gauss. Pada abad kedelapan belas dan sembilan belas, telah di laksanakan berbagai usaha menjadikan distribusi ini sebagai hukum probabilitas yang mendasari semua distribusi dari variabel kontiniu, dengan nama distribusi normal.

Suatu variabel randoom X di katakan berdistribusi normal dengan mean $= \mu$ dan variansi $= \sigma^2$ apabila funsi tersebut berbentuk :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

Jika fungsi tersebut di gambarkan, maka gambarnya akan ber bentuk bel seperti kelihatan pada gambar 3.2



Gambar 3.2 : Kurva Normal dan Luas Daerahnya

Dengan memperhatikan gambar 3.2 kita dapat mengiden - tifikasikan sifat-sifat kurva normal sebagai berikut :

a. Modus sama dengan median sama pula dengan harga rata-ra ta hitung, sama dengan μ.

b. Simetris terhadap sumbu vertikal yang melalui μ.

c. Mempunyai titik belok pada $X = \mu \pm \sigma$.

d. Memotong sumbu datar (X) pada tempat tidak berhingga a- tau sumbu datar sebagai assimptot datar.

e. Luas daerah antara kurva dengan sumbu X sama dengan 1.

Luas daerah distribusi normal

Perhatikanlah kembali gambar 3.2. Jika kita hendak me lakukan perhitungan luas daera antara a dengan b secara Ma tematika adalah:

$$L_{(ab)} = P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

$$L_{(ab)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx$$

Harga integral di atas selalu dapat di hitung untuk setiap kurva normal dengan a dan b yang di ketahui. Namun demikian , cara untuk menghitung harga integral tersebut sangat sulit dan tidak praktis. Oleh sebab itu, jauh lebih mudah dan praktis menghitungnya dengan menggunakan tabel luas daerah kurva normal yang telah di sediakan. Untuk itu dapat di lihat tabel III pada lampiran.

Tabel III adalah tabel untuk luas daerah kurva normal standar, yaitu kurva normal dengan $\mu = 0$ dan $S = 1$.

Jika kita mempunyai suatu kurva normal dengan $\mu \neq 0$ dan $S \neq 1$. Maka pertama kita harus mentransferkan variabelnya dengan rumus sebagai berikut:

$$\boxed{Z = \frac{X - \mu}{S}}$$

Selanjutnya untuk menentukan luas daerah kurva normal dilihat tabel III.

Contoh :

Suatu distribusi normal dengan $\bar{X} = 60$ dan $S = 12$. Tentukanlah luas kurva normal dari :

a. 60 sampai 76

b. 68 sampai 84

c. 29 sampai 90

Jawab:

a. Yang di tanyakan adalah $P(60 \leq X \leq 76)$.

$P(60 \leq x \leq 76) = P(x \leq 76) - P(x \leq 60)$

$P(x \leq 60)$ adalah 0,5 (ingat kurva adalah simetris pada sumbu $X = \overline{X}$)

$P(x \leq 76)$ dihitung sebagai berikut :

$$Z = \frac{76 - 60}{12} = 1,33$$

Dilihat nilai tabel III pada $Z = 1,33$

Ternyata untuk $Z = 1,33$ adalah 0,4082

Jadi $P(60 \leq x \leq 76) = 0,4082 - 0 = 0,4082$

b. Yang ditengah adalah $P(68 \leq x \leq 84)$.

$P(68 \leq x \leq 84) = P(x \leq 84) - P(x \leq 68)$

Untuk $P(x \leq 84)$ maka

$$Z = \frac{84 - 60}{12} = 2$$

Lihat tabel III pada $Z = 2$

Ternyata $P(x \leq 84) = 0,4772$

Untuk $P(x \leq 68)$ maka

$$Z = \frac{68 - 60}{12} = 0,67$$

Dari tabel III untuk $Z = 0,67$ maka

$P(x \leq 68) = 0,3486$

Jadi $P(68 \leq x \leq 84) = 0,4772 - 0,3486 = 0,1286$

c. Yang ditanya adalah $P(29 \leq x \leq 90)$

$P(29 \leq x \leq 90) = P(x \leq 90) - P(x \leq 29)$

Untuk $P(x \leq 90)$ maka

$$Z = \frac{90 - 60}{12} = 2,5$$

Dilihat tabel III dengan $Z = 2,5$

$P(x \leq 90) = 0,4938$

Untuk $P(x \leq 29)$ maka

$$Z = \frac{29 - 60}{12} = -2,58$$ Kurva normal adalah simetris, maka luas daerah pada $Z = -2,58$ sama dengan luas pada $Z = 2,58$. Pada tabel III terlihat bahwa luas daerah pada $Z = 2,58$ adalah 0,4951

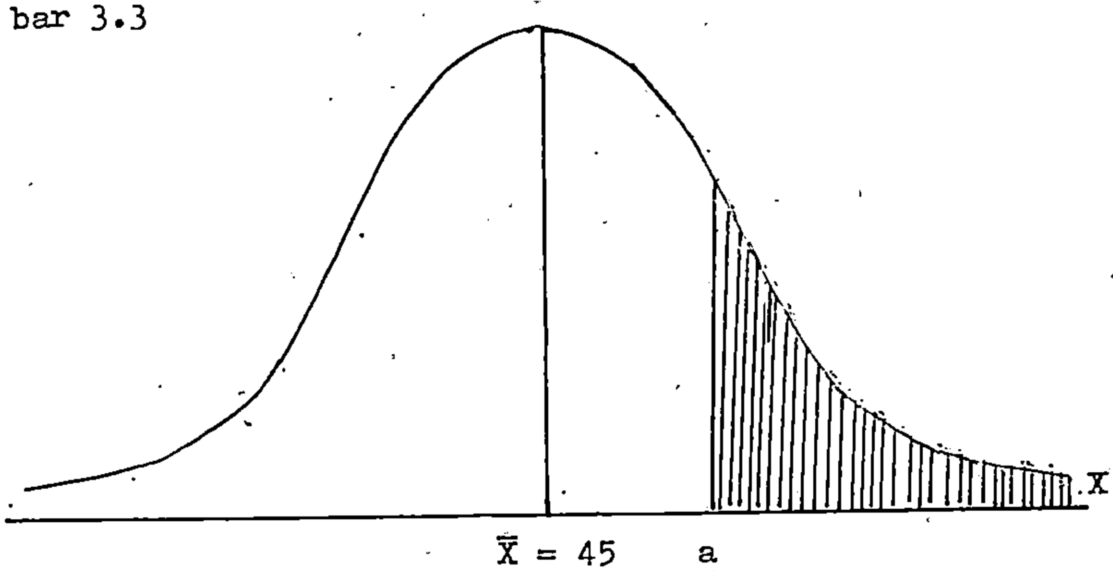
Jadi $P(29 \leq x \leq 90) = 0,4938 + 0,4951 = 0,9889$.

Selanjutnya marilah kita coba dengan contoh yang ril bisa terjadi dilapangan.

Contoh 2.

Hasil ujian masuk mahasiswa dianggap berdistribusi normal dengan $\bar{X} = 45$ dan $S = 13$. Jika mahasiswa yang akan diterima hanyalah 32,5% dari seluruh peserta ujian Berapakah nilai terendah dari mahasiswa yang diterima.

Untuk menjawab pertanyaan diatas marilah terlebih dahulu kita menggambarkan grafik kurva normal seperti gambar 3.3



GAMBAR 3.3 : Kurva Normal Dari Nilai Ujian Masuk Perguruan Tinggi.

Umpamakan nilai yang dicari adalah a (lihat gambar 3.3) maka luas daerah yang diarsir = 32,5% = 0,325 adalah jumlah (persentase) mahasiswa yang akan diterima. Dengan melihat tabel III pada harga (0,5 - 0,325) = 0,175 terlihat harga Z = 0,45. Menurut rumus harga Z pada $P(x \leqslant a)$ adalah $Z = \frac{a - 45}{13}$ ini sama dengan Z = 0,45 . Jadi didapat persamaan:

$$\frac{a - 45}{13} = 0,45$$

$$a = 13(0,45) + 45$$

$$a = 50,85$$

Jadi nilai terendah yang diterima adalah 50,85 .

2. Pendekatan normal untuk binomial

Seperti yang telah di uraikan sebelum ini bahwa probabilitas distribusi binomial dapat di peroleh dengan :

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Atau dapat juga di peroleh dari tabel kumulatif binomial tabel I (pada lampiran). Tetapi hal itu hanya dapat kita lakukan untuk ukuran sampel (n) kecil. Untuk n besar, sebelum ini telah di bicarakan bagaimana cara mendekati distribusi binomial ini, di mana p mendekati nol.

Pada bahagian ini kita akan membicarakan pendekatan distribusi binomial (dengan n besar) dengan distribusi normal.

Apabila X adalah suatu variabel random binomial dengan mean = μ = np dan variansi σ^2 = np(1-p), dan n adalah cukup besar, maka distribusi variabel random

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

dapat di anggap mendekati distribusi normal standart.

Distribusi normal akan memberi pendekatan yang sangat baik untuk distribusi binomial, jika n besar dan proporsi p mendekati 0,5. Meskipun n tidak terlalu besar, namun distribusi normal akan tetap merupakan pendekatan yang cukup baik untuk distribusi binomial, asal saja proporsi p tidak terlalu dekat dengan nol atau satu.

Untuk melihat pendekatan normal untuk binomial, berikut ini menggambarkan dan menghitung probabilitas binomial itu untuk n = 15 dan p = 0,4. Demikian juga kita gambarkan pada satu gambar distribusi normal dengan $\mu = np = (15)(0,4) = 6$ dan $\sigma^2 = np(1-p) = (15)(0,4)(0,6) = 3,6$. Jadi $\sigma = 1,9$

Pertama-tama marilah kita ~~marilah kita~~ cari probabilitas binomial dengan menggunakan tabel I. Tetapi pada tabel I yang ada adalah probabilitas kumulatif binomial sebagai berikut :

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(X)	0,000	0,005	0,027	0,091	0,217	0,403	0,610	0,787	0,905

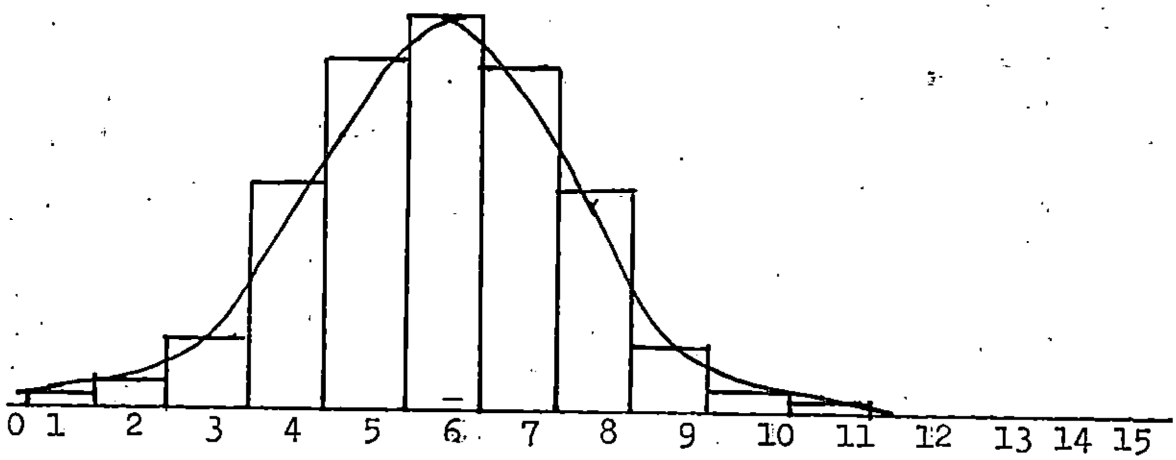
X	9	10	11	12	13	14	15
f(X)	0,966	0,991	0,998	1	1	1	1

Distribusi probabilitas kumulatif di atas dapat kita kembalikan ke dalam distribusi variabel random binomial yang biasa. Hasilnya adalah sebagai berikut :

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(X)	0,000	0,005	0,022	0,064	0,126	0,186	0,207	0,177	0,118

X	9	10	11	12	13	14	15
f(X)	0,061	0,025	0,007	0,002	0	0	0

Distribusi variabel random binomial di atas di gambarkan diagram batangnya seperti terlihat pada gambar 3.4. Pada gambar 3.4 itu juga di gambarkan grafik normal dengan = 6, dan SD = 1,9 (hal ini telah di utarakan lebih dahulu).



Gambar 3.4 : Pendekatan Normal Untuk Distribusi Binomial
n = 15 dan p = 0,4

Dari gambar 3.4 di atas terlihat bahwa betapa dekatnya ganbar diagram batang dari binomial dengan grafik normal

Selanjutnya akan kita perlihatkan dengan perhitungan-perhitungan. Untuk itu marilah di ambil f(4) sebagai contoh

Dengan binomial

$$f(4) = \binom{15}{4}(0,4)^4(0,6)^{11} = 0,1268$$

Dengan distribusi Normal

X = 4 dapat di anggap antara 3,5 dengan 4,5, maka

$$Z_1 = \frac{3,5 - 6}{1,9} = -1,23$$

$$Z_2 = \frac{4,5 - 6}{1,9} = -0,79$$

Dengan melihat tabel Z (tabel III) maka di dapatkanlah

$P(3,5 \leq X \leq 6) = 0,5 - 0,3907 = 0,1093$

$P(4,5 \leq X \leq 6) = 0,5 - 0,2852 = 0,2148$

Maka $P(3,5 \leq X \leq 4,5) = 0,2148 - 0,1093 = 0,1055$

Jadi jelaslah bahwa perhitungan dengan distribusi binomial, (0,1268) tidak jauh berbeda dengan perhitungan dengan distribusi normal (0,1055).

Menghitung probabilitas dengan distribusi binomial jika ukuran sampel (n) cukup besar sangat menyusahkan. Oleh sebab itu dalam hal ini pendekatan normal sangat bermamfaat.

Untuk lebih meyakinkan kita marilah kita coba menghitung sebuah contoh lagi. misalnya probabilitas antara 7 dengan 9.

Perhitungan dengan distribusi binomial

$$P(7 \leq X \leq 9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 6)$$

$$P(X \leq 9) = 0,966$$

$$P(X \leq 6) = 0,610$$

$$P(7 \leq X \leq 9) = 0,966 - 0,610$$

$$= 0,356$$

Perhitungan dengan distribusi normal

$$Z_1 = \frac{6,5 - 6}{1,9} = 0,263$$

$$Z_2 = \frac{9,5 - 6}{1,9} = 1,842$$

Dengan melihat tabel III, maka kita dapat menghitung luas da erah antara 6,5 dengan 9,5.

$$P\ (X \leq 6,5) = 0,1026$$

$$P\ (X \leq 9,5) = 0.4671$$

$$\text{Maka } P\ (7 \leq X \leq 9) = 0,4671 - 0,1026$$

$$= 0,3645$$

Dari contoh yang kedua ini terlihat bahwa distribusi binomi- al dapat di dekati dengan distribusi normal.

B A B . IV

PENGUJIAN HIPOTESIS

Pada bab ini yang akan dibicarakan adalah pengertian dan sifat-sifat dari pengujian hipotesis itu sendiri, serta pelaksanaannya pada hipotesis tentang populasi yang sederhana. Sedang pelaksanaannya untuk bermacam-macam hipotesis, populasi, jumlah serta skala dari variabel yang akan dibicarakan pada bab-bab selanjutnya. Bab ini akan dibagi atas dua sub bab yaitu : Pengertian hipotesis yang meliputi jenis hipotesis,pengujian hipotesis satu dan dua sisi serta dua tipe kesalahan dalam uji hipotesis. Sedangkan yang kedua adalah pengujian hipotesis tentang populasi, yang terdiri atas uji hipotesis 1 dan dua populasi.

A. Pengertian pengujian hipotesis.

Didalam praktek kita sering sekali menghadapi persoalan persoalan untuk itu kita harus membuat suatu keputusan atau menarik suatu kesimpulan. Demikian juga halnya dengan ilmu Statistika dan juga didalam pemakaiannya. Kita sering harus membuat suatu keputusan mengenai sifat suatu populasi. tetapi yang dianalisis adalah imformasi-imformasi yang didapat - kan dari pengamatan terhadap sampel. Keputusan yang diambil dengan cara yang demikian dinamakan keputusan statistika.

Dalam mencoba menyelidiki suatu persoalan, kita sering memakai anggapan atau keterangan sementar, mengenai gejala yang sedang di selidiki itu. Jadi kita mencoba memakai suatu anggapan atau keterangan dari populasi yang sampelnya sedang diamati itu, mengenai sifatnya, distribusinya dan sebagainya Jika kita mengaju suatu anggapan atau keterangan semacam itu. maka tidaklah ada alasan bagi kita untuk mengganggap bahwa keterngan atau alasan itu benar. Anggapan atau keterangan itu disebut "hipotesis". Penyelidikan untuk mengetahui apakah hipotesis itu benar atau salah disebut pengujian hipotesis.

1.Hipotesis nol dan hipotesis alternatif

Sebelum kita membicarakan perumusan uji hipotesis Statistika serta langkah-langkah untuk menyelesaikannya, terlebih dahulu perlu kita kenalkan beberapa konsep dan defenisi. Untuk itu marilah kita pertama-tama membicarakan contoh masalah distribusi yang menggambarkan fenomena yang kita pelajari adalah distribusi binomial.

Contoh:

Penyembuhan suatu penyakit dengan menggunakan penyembuhan biasa adalah 60%. Tingkat penyembuhan dengan cara baru diharapkan akan lebih baik dari pengobatan secara biasa. Untuk itu diambil sampel secara randoom sebanyak 20 orang pasien dan pasien yang sembuh x dicatat. Bagaimana mengunakan data eksperimen untuk menjawab pertanyaan "apakah ada fakta yang mendukung dengan kuat bahwa pengobatan cara baru mempunyai tingkat penyembuhan yang lebih tinggi dari cara biasa?".

Tingkat penyembuhan cara baru itu adalah suatu proporsi p yang harganya hanya dapat diperoleh dengan benar apabila cara pengobatan itu digunakan untuk pasien yang banyak sekali. Tetapi informasi yang kita peroleh hanya terbatas pada pasien yang hanya 20 orang. Dengan menganggap bhwa 20 pasien dalam eksperimen itu adalah observasi independen dari populasi yang terdiri dari semua pasien yang sekarang ada dan yang akan ada.

Model probalitas untuk X semacam diatas, cocok untuk distribusi binomial dengan $n = 20$ dan p yang tidak di ketahui. Sehubungan dengan pertanyaan yang diajukan diatas, dua jenis hipotesis berikut adalah relevan.

Pengobatan cara baru lebih baik dari cara biasa: $p > 0,6$

Pengobatan cara baru tidak lebih baik dari cara biasa: $p \leq 0,6$.

Kedua pernyataan diatas adalah dua pernyataan yang komplementer. Satu dari dua pernyataan yang komplementer tersebut dinamakan hipotesis nol (= Ho). Sedangkan yang lainnya dinamakan hipotesis alternatif atau hipotesis kerja (= H_1) Kita perlu mengetahui yang mana diantara keduanya yang dijadikan hipotesis nol (Ho). Untuk itu marilah kita ikuti uraian berikut ini.

Apabila penyelidikan di tujukan untuk memperlihatkan pernyataan yang didukung secara kuat oleh sampel, maka negatif dari pernyataan tersebut dipilih sebagai hipotesis nol (H_0). Pernyataan ini sendiri sebagai H_1. Perkataan nol dapat di artikan dalam hal ini bahwa:

Pernyataan yang akan ditunjukan mendapat dukungan yang kuat dari data sampel adalah tidak berlaku. Jadi dalam permasalahan kita diatas adalah:

Ho : $p \leq 0,6$ (cara pengobatan baru tidak lebih baik dari cara pengobatan biasa)

H_1 : $p > 0,6$ (cara pengobatan baru lebih baik)

Hipotesis nol harus dipandang benar, dia hanya ditolak apa bila data sampel dengan kuat menentangnya. Dengan demikian antara hipotesis nol dengan hipotesis alternatif tidak simetris.

2.Uji hipotesis satu dan dua ujung kurva.

Dalam contoh yang telah dibicarakan diatas, hipotesisnya dirumuskan sebagai berikut

$$H_o : p \leq 0,6$$

$$H_1 : p > 0,6$$

Perumusan demikian disebabkan karena penelitian yng sedang di lakukan untuk menentukan apakah cara baru mempunyai tingkat penyembhan yang lebih tinggi dari 0,6 atau tidak. Alternatif seperti ini dinamakan alternatif satu ujung kurva, hal ini disebabkan karena harga-harga parameter di bawah H_1 terletak pada satu ujung kurva atau pada satu sisi dari rentangan harga-harga yang dinyatakan oleh Ho. Sebab hanya harga-harga x yang besarlah yang mendukung H_1.

Akan tetapi jika penyelidikan itu untuk mendapatkan fakta yng cukup kuat bahwa tingkat penyembuhan cara pengobatan baru tidak sama dengan 0,6 , maka hipotesis alternatifnya harus meliputi harga-harga p di kedua arah kurva Artinya lebih besar dan lebih kecil dari 0,6. Maka perumusan hipotesisnya adalah :

$$H_0 : p = 0,6$$

$$H_1 : p \neq 0,6$$

Hipotesis alternatif semacam itu di sebut hipotesis alternatif dua ujung kurva atau dua sisi dan akan didukung oleh fakta jika banyak pasien disembuhkan terlalu besar / terlalu kecil. Bentuk daerah penolakan yang cocok untuk alternatif ini adalah: Ho ditolak apabila $p \leq d_1$ atau $p \geq d_2$ Batas-batas dari d_1 dan d_2 itu ditentukan oleh tingkat kesalhan yang akan di bicarakan selanjutnya.

3.Dua tipe kesalahan

Pada uraian kita di atas telah mengutarakan bahwa secara intiatif H_1 akan di tolak apabila x terlalu besar atau x terlalu kecil. Tetapi kita belum membicarakan berapa batas terlalu besarnya atau terlalu kecilnya itu.Atau misalnya pada hipotesis alternatif satu sisi Ho akan ditolak untuk harga-harga x yang besar. Tetapi berapa besar - nya itu ?. Kalau kita mengambil umpamanya untuk x 15,kenapa demikian ?

Dengan memperhatikan sifat hipotesis nol (tidak per - nah kita ketahui apakah benar atau salah), dan kemungkinan keputusan hasil uji hipotesis kita salah, salah satu situasi yang berikut dapat timbul:

a).Menolak Ho yang salah.

b).Menolak Ho yang benar.

c).Tidak menolak Ho yang salah.

d).Tidak menolak Ho yang benar.

Dari keempat situasi di atas, yang kita harapkan agar pengujian hipotesis kita benar adalah situasi:

a).Menolak Ho yang salah

d).Tidak menolak Ho yang benar.

Sedangkan situasi

b).Menolak Ho yang benar.

c).Tidak menolak Ho yang salah.

adalah situasi-situasi yang tidak benar. Situasi yang dua di ataslah yang di sebut dua tipe kesalahan dalam pengujian hipotesis, di mana situasi nomor b) disebut kesalahan tipe I(tipe α), sedangkan nomor c) di sebut kesalahan tipe II (tipe β). Jadi,

Kesalahan tipe I (α): Menolak Ho yang benar.

Kesalahan tipe II (β): Tidak menolak Ho yang salah.

Kemungkinan berbuat kesalahan tipe I tergantung kepada harga p dalam Ho.Sedangkan kemungkinan berbuat kesalahan tipe II tergantung kepada harga p dalam H_1.

Sebagai contoh marilah kita kembali kepada contoh kita mengenai pengobatan cara baru.

Kesalahan tipe I $\alpha = \gamma$ untuk Ho : $p \leq 0,6$

Kesalahan tipe II $\beta = 1 - \gamma$ untuk H_1 : $p > 0,6$

Suatu grafik probalitas penolakan (γ) suatu uji hipotesis memberi gambaran yang lengkap tentang kekuatan uji tersebut untuk semua ketergantunggannya dengan sifat hakekat hipotesisnya. Berikut ini kita gambarkan grafik probalitas penolakan γ dengan situasi, yaitu harga x sebagai berikut :

A. $x \geq 15$ maka $P(x \geq 15) = 1 - P(x \leq 14)$

B. $x \geq 18$ maka $P(x \geq 18) = 1 - P(x \leq 17)$

C. $x \geq 17$ maka $P(x \geq 17) = 1 - P(x \leq 16)$

D. $x \geq 14$ maka $P(x \geq 14) = 1 - P(x \leq 13)$

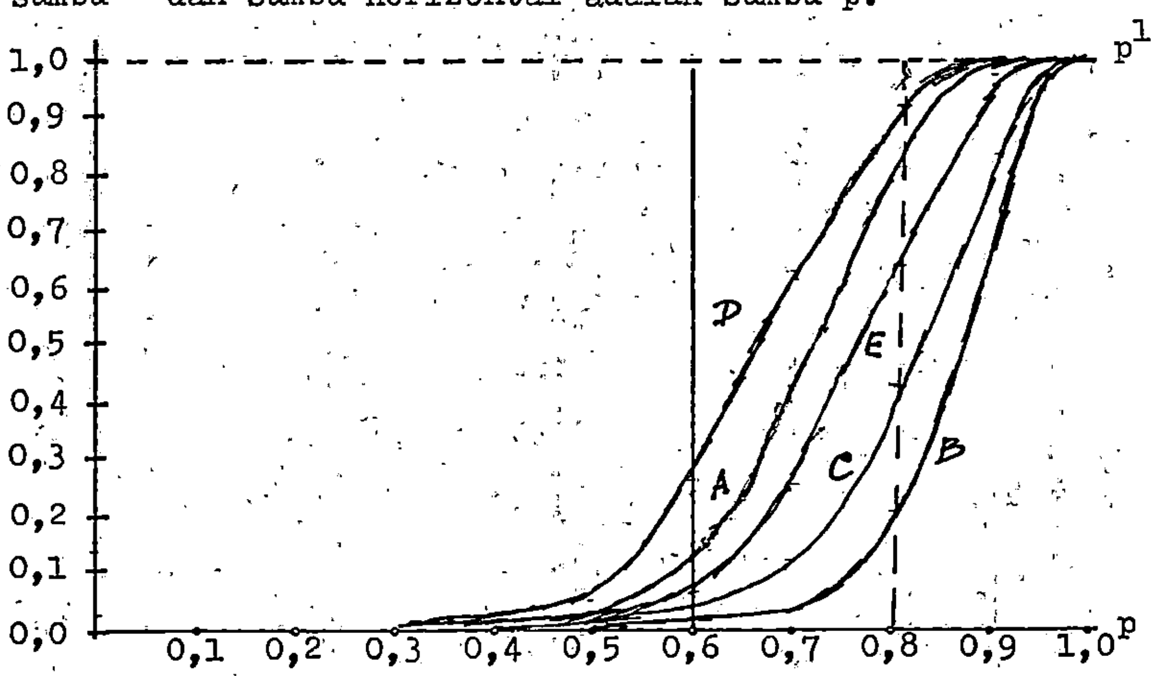
E. $x \geq 16$ maka $P(x \geq 16) = 1 - P(x \leq 15)$

Dengan melihat tabel I, hasilnya dapat di baca pada tabel-4.1, untuk setiap harga p dari 0 sampai 1.

TABEL 4.1 : Kemungkinan Penolakan Untuk Uji A, B, C, D, E

p	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
A: $x \geq 15$	0	0,002	0,021	0,126	0,416	0,804	0,989
B: $x \geq 18$	0	0	0	0,004	0,035	0,206	0,677
C: $x \geq 17$	0	0	0,001	0,016	0,107	0,411	0,827
D: $x \geq 14$	0	0,006	0,058	0,250	0,608	0,913	0,998
E: $x \geq 16$	0	0	0,006	0,051	0,238	0,630	0,957

Keadaan uji A, B, C, D, dan E dapat di gambarkan dala satu gambar grafik dari fungsi (kemungkinan kesalahan) untuk itu dapat di lihat gambar 4.1. Di mana sumbu tegak adalah sumbu dan sumbu horizontal adalah sumbu p.



Gambar 4.1: Grafik Kemungkinan Penolakan Uji A,B,C,D dan E

Pada gambar 4.1, daerah penolakan tipe I ialah daerah yang di batasi oleh garis mendatar (p), garis tegak yang melalui p = 0,6 dan grafik fungsi γ. Sedangkan daerah penolakan tipe II (β) adalah daerah yang di batasi oleh garis datar p^1 (di atas), garis tegak yang melalui p = 0,8 dan grafik fungsi γ. Dengan demikian maka di dapatkanlah persentase kesalahan baik tipe I maupun tipe II sebagai berikut:

Untuk uji A, maka $\alpha = 0,126$ dan $\beta = 0,196$
Untuk uji B, maka $\alpha = 0,004$ dan $\beta = 0,794$
Untuk uji C, maka $\alpha = 0,016$ dan $\beta = 0,589$
Untuk uji D, maka $\alpha = 0,250$ dan $\beta = 0,087$
Untuk uji E, maka $\alpha = 0,051$ dan $\beta = 0,376$

Dari keadaan di atas, ternyata bahwa makin kecil kesalahan tipe I (α), akan mengakibatkan kesalahan tipe II (β) makin besar. Demikian juga sebaliknya makin kecil kesalahan tipe II (β) akan mengakibatkan kesalahan tipe I (α) menjadi makin besar.

Dalam suatu uji hipotesis yang ideal, kesalahan tipe I dan kesalahan tipe II atau α dan β harus di usahakan sekecil mungkin. Hal ini hampir tidak mungkin di capai,kecilnya yang satu, menaikan yang lain (hal ini sekurang - kurangnya untuk sampel yang sama). Dalam suatu penelitian, terjadinya kesalahan tipe I (α) di anggap lebih serius dari kesalahan tipe II (β), maka oleh sebab itu dalam prakteknya,pemilihan kesalahan tipe I (α) lah yang di utamakan. Pada lazimnya kesalahan tipe I (α) itulah yang di sebut tingkat segnifikan dari suatu uji hipotesis.

Pada contoh kita tentang tingkat penyembuhan dari pengobatan cara baru, jika di pilih tingkat kesalahan tipe I (α) tidak melebihi dari 0,06 maka jelaslah uji A dan uji D tidak memenuhi syarat. Yang memenuhi syarat adalah uji B, uji C dan uji E, di mana kesalaha tipe I (α) dari ketiga uji tersebut kurang dari 0,06. Oleh karena kita dapat memilih, maka kita memilih salah satu dari ketiga uji tersebut yang mempunyai kesalahan tipe II yang terkecil. Jadi pengujian yang baik untuk di pilih adalah uji C atau $x \geq 16$.

B. Uji Hipotesis Tentang Populasi

Di atas telah di bicarakan tentang uji hipotesis,uji satu sisi, uji dua sisi, serta dua buah tipe kesalahan.Maka selanjutnya kita akan membicarakan pemakaian-pemakaian atau pelaksanaan dari pada uji hipotesis tersebut. Di dalam bab ini uraian kita akan di batasi pada pengujian tentang populasi baik yang terdiri dari satu populasi, naupun yang terdiri atas dua populasi. Pengujian populasi ini mencakup kepada mean dan variansinya, serta proporsi atau perbandingannya.

1. Mean (rata-rata hitung) suatu populasi

Untuk membicarakan mean (rata-rata hitung) suatu populasi yang distribusinya tidak di ketahui dengan menggunakan sampel besar, prosedur yang di lakukan di dasarkan atas teori limit pusat yang mengatakan bahwa "Jika ukuran sampelnya cukup besar, maka harga rata-rata hitung sampel yang di ambil dari suatu populasi sembarang akan mendekati distribusi normal dengan mean dari sampel $= \mu$ dan variansi dari sampelnya $= \frac{\sigma^2}{n}$ di mana μ dan σ adalah mean dan variansi dari populasinya".

Dengan demikian maka transfer dari rumus z yang di pakai berobah menjadi

$$\boxed{Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}}$$

Rumus di atas hanya dapat di gunakan untuk ukuran dari sampel yang besar atau $n > 30$, di mana :

$\bar{X}$ = harga rata-rata hitung dari objek yang di observasi.

μ (miu) = harga rata-rata hitung dari populasi.

S = Simpangan baku dari populasi, dalam hal simpangan baku dari populasi tidak di ketahui, maka dapat di tukar dengan simpangan baku dari objek yang di observasi (sampel).

n = Ukuran sampel (banyaknya data)

Selanjutnya harga yang di peroleh dengan menggunakan rumus di atas, di bandingkan dengan tabel III (lampiran). Kesimpulan yang dapat di tarik adalah:

Jika Z yang di cari lebih dari harga Z yang ada pada tabel, atau Z yang di cari lebih kecil dari negatif harga Z tabel, maka hipotesis di tolak. Artinya harga rata-rata dari sampel tidak sama dengan harga rata-rata populasi ($\bar{X} \neq \mu$)

Jika Z yang di cari lebih kecil dari atau sama dengan Z tabel atau Z yang di cari lebih besar dari atau sama dengan negatif Z tabel, maka hipotesis di terima, artinya harga rata-rata dari sampel sama dengan harga rata-rata dari populasi ($\bar{X} = \mu$)

Untuk ukuran sampel kecil $N < 30$, maka rumus Z di-atas ditukar menjadi t yaitu:

$$\boxed{t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}}$$

Hasil yang di peroleh di bandingkan harga t pada tabel IV
Kesimpulan yang dapat di tarik adalah sebagai berikut:

Jika t yang di cari lebih dari harga t yang ada pada tabel, atau t yang di cari lebih kecil dari negatif harga t tabel, berarti hipotesis di tolak. Maksudnya adalah harga rata-rata dari sampel tidak sama dengan harga rata-rata dari populasi ($\bar{X} \neq \mu$).

Sebaliknya jika t yang di cari lebih kecil dari atau sama dengan t tabel atau t yang di cari lebih besar dari atau sama dengan negatif t tabel, maka dapat di simpulkan bahwa hipotesis di terima. Maksudnya adalah harga rata-rata sampel sama dengan harga rata - rata dari populasi($\bar{X} = \mu$).

Untuk lebih jelasnya perhatikanlah contoh berikut:
Suatu perusahaan mobil mengadvertensikan bahwa produksi mobilnya yang bermerk A adalah irit bahan bakar. Katanya mobil tersebut hanya menghabiskan premium 1 liter setiap perjalanan rata-rata 50 km. Selanjutnya suatu badan konsumen ingin menguji kebenaran advertensi tersebut pada tingkat kepercayaan 95% ($\alpha = 0,05$). Untuk keperluan tersebut badan itu mengambil secara randoom 10 buah mobil tipe A dan mengujinya pada jalan-jalan yang umum. Hasil dari pengujian tersebut adalah sebagai berikut:

Mobil	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Km rata-rata/ltr	47	50	47,5	49,5	50	49,5	48,5	50	49	49,5

Untuk menyelesaikan persoalan tersebut, dipakailah rumus dengan sampel yang berukuran kecil, di mana :

Advertensi 50 km tiap jam adalah μ , dan N = 10.

Harga rata-rata dan simpangan baku dapat di cari, yang hasilnya adalah :

$$\bar{X} = 49,5 \quad \text{serta} \quad S = 1,07$$

Dengan demikian maka :

$$t = \frac{X - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{49,5 - 50}{1,07/\sqrt{10}} = -2,81$$

Bandingkan dengan tabel IV untuk $\alpha = 0,05$ dan df = N-1 = 9

$t_{(0,05;9)} = 1,833$. Dengan demikian maka ternyata:

$-t_{(0,05;9)} = -1,833$.

Jadi t yang di cari lebih kecil dari negatif harga t yang ada dalam tabel IV. Dari kenyataan di atas dapat di simpulkan bahwa harga rata-rata pada sampel tidak sama dengan rata-rata pada populasi ($\bar{X} \neq \mu$). Oleh sebab itu dapat di katakan bahwa advertensi yang di keluarkan oleh perusahaan itu tidak dapat di percaya pada tingkat signifikan $\alpha = 0,05$. Sebab ternyata harga rata - rata dari pada sampel yang di ambil, lebih kecil dari harga advertensi.

Untuk N > 30, seperti telah di kemukakan di atas, hasil

sil yang di dapat di bandingkan dengan tabel III.

Contoh:

Diambil secara acak 140 kaleng susu dari suatu populasi yang di tuliskan "berisi 0,5 kg". Ke 140 kaleng susu tersebut masing-masing di timbang isinya hasilnya ternyata $\bar{X} = 0,48$ kg dan $S = 0,15$ kg. Apakah kesimpulan yang dapat diambil pada tingkat kepercayaan $\alpha = 0,01$.

Untuk menjawab pertanyaan di atas di kemukakan hipotesis :

Ho : $\bar{X} \geqslant 0,5$

H_1 : $\bar{X} < 0,5$

Tingkat kepercayaan $\alpha = 0,01$

Rumus yang di pakai adalah:

$\mu = 0,5$ kg sesuai dengan tulisan.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{0,48 - 0,5}{0,15/\sqrt{140}} = -1,5776$$

$Z_{(0,01)} = 2,33$ maka $-Z_{(0,01)} = -2,33$

Kesimpulan:

Z yang di cari lebih besar dari negatif harga Z tabel , jadi Ho di terima. Dengan demikian dapat di simpulkan bhwa tulisan yang ada pada kaleng susu tersebut dapat di percaya pada tingkat significan = 0,01.

2. Analisis proporsi (perbandingan) suatu populasi.

Analisis perbandingan (proporsi) ini, sesungguhnya secara prinsip sama dengan analisis harga rata-rata. Rumusnya yng di pakaipun hampir bersamaan.

Hal di atas dapat di terangkan sebagai berikut:

Apabila x merupakan variabel randoom yang berdistribusi binomial (x,n) maka variabel randoom $\frac{x}{n}$ mempunyai mean $= \mu = p.$ $\left(\frac{x}{n} = \bar{X}\right)$ dan variasi $= \frac{pq}{n}$. Untuk n yang cukup besar maka harga dari

$$\frac{\frac{x}{n}\left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n} \text{ akan mendekati } \frac{pq}{n}$$

Menurut teori limit pusat, jika n cukup besar maka:

$$\frac{\frac{x}{n} - p}{\sqrt{\frac{\frac{x}{n}\left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}}} = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$ akan mendekati distribusi - normal. Jadi:

$$\boxed{Z = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\frac{p\,q}{n}}}}$$

$\bar{X}$ = presentase observasi

$\mu = p$

Dengan demikian, maka rumus untuk menghitung analisis rata-rata dapat di pakai untuk analisis perbandingan dengan perubahan sebagai berikut:

Untuk $N > 30$

$$Z = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{pq}/\sqrt{n}}$$

Z yang di dapat di bandingkan dengan harga Z pada tabel III Dengan cara yang sama dapat pula di temukan rumus untuk harga $N < 30$ yaitu:

$$t = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{pq/n}}$$

Kesimpulan yang di tarik sama dengan kesimpulan pada analisis harga rata-rata.

Contoh:

Misalkan pernah di teliti bahwa 80% dari penghisap rokok di kota P menggemari rokok merk A. Tetapi sekarang muncul pendapat bahwa persentase penggemar rokok merek A di kota P menurun. Berdasarkan pendapat tersebut perusahaan rokok merek A ingin mencek kebenarannya.Untuk itu di ambil secara randoom 100 orang penghisap rokok di kota P. Dari 100 orang penghisap rokok tersebut ternyata 74 orang penggemar rokok merek A.Apakah dapat di katakan bahwa penggemar rokok merek A di kota P memang menurun pada tingkat kepercayaan 95%.

Dari contoh di atas ternyata:

$\bar{X} = 0,74$

$p = \mu = 0,80$

$N = 100$

Karena $N > 30$, maka di pakai rumus:

$$Z = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{pq}/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{0,74 - 0,80}{\sqrt{(0,80)(0,20)}/\sqrt{100}} = -1,5$$

Untuk pengujian satu arah dengan $\alpha = 0,05$, maka Z tabel = 1,645 atau -Z tabel = -1,645.

Jadi Z yang di cari lebih besar dari harga Z yang ada pada tabel, karena -1,5 lebih besar dari -1,645. Dengan demikian dapat di simpulkan bahwa perbandingan (proporsi) dari kedua situasi tersebut tidak berbeda pada tingkat significan $\alpha = 0,05$. Jadi pendapat yang mengatakan bahwa penggemar rokok merek A telah menurun persentasenya di kota P, tidak dapat di percayai pada tingkat kepercayaan 95% ($\alpha = 0,05$).

3. Analisis selisih dua harga rata-rata.

Analisis selisih dua harga rata-rata ini, sama halnya dengan analisis Statistika untuk harga rata-rata satu kelompok yakni di bedakan atas ukuran sampel besar dan ukuran sampel kecil. Dimana untuk ukuran sampel besar di pakai distribusi Z dan untuk ukuran sampel kecil di pakai distribusi t.

Pada analisis ini di umpamakan kedua harga rata -rata tersebut adalah $\bar{X}_1$ dan $\bar{X}_2$ dengan simpangan baku dari x_1 dan x_2 adalah $\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}$ dengan demikian maka :

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S}{N}}}$$ akan berobah menjadi :

$$\boxed{Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}}$$

Jika $N_1 = N_2$, maka: $Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{M}}}$

di mana Z yang di dapat di bandingkan dengan harga Z pada tabel III. Kesimpulannya sebagai berikut :

Jika Z yang di cari lebih besar dari harga Z tabel atau Z yang di cari lebih kecil dari negatif harga Z tabel, maka dapat di artikan bahwa $\overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$. Sebaliknya jika, Z yang di cari lebih kecil dari atau sama dengan Z tabel atau Z yang di cari lebih besar atau sama dengan negatif Z tabel, maka dapat di artikan bahwa $\overline{X}_1 = \overline{X}_2$.

Contoh:

Seorang ingin menyelidiki tahan hidup baterai merek A dan tahan hidup baterai merek B. Untuk keperluan tersebut dia mengambil 100 buah baterai merek A secara random, ternyata rata-rata tahan hidupnya adalah 44 jam dngan simpangan baku 8 jam, dan mengambil 120 baterai merek B secara randoom, ternyata rata-rata tahan hidup baterai merek B adalah 42 jam dengan simpangan baku 9 jam. Apakah tahan hidup baterai merek A lebih lama dari tahan hidup baterai merek B pada $\alpha = 0{,}05$?

Untuk menguji hal di atas di gunakan rumus :

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

$$Z = \frac{44 - 42}{\sqrt{\frac{64}{100} + \frac{81}{120}}} = 1{,}744$$

Jika di pakai pengujian dua arah dengan $\alpha = 0{,}05$, maka :

$Z_{(0,05)} = 1{,}96$ dan $-Z_{(0,05)} = -1{,}96$ (lihat tabel III)

Jadi ternyata Z yang di cari lebih besar dari negatif harga

Z tabel, dengan demikian dapat di simpulkan bahwa tahan hidup dari kedua macam baterai tersebut tidak berbeda secara significan pada tingkat significan $\alpha = 0,05$. Andaikata ukuran dari kedua sampel tersebut kecil, maka analisis diatas di jadikan analisis t tes (student's t). Untuk uji t ini jika $N_1 = N_2$ di pakai rumus yang identik dengan uji Z untuk $N_1 = N_2$ pula yaitu :

$$\boxed{t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^{\,2} + S_2^{\,2}}{N}}}}$$

Tapi jika $N_1 \neq N_2$ maka:

$$\frac{S_1^{\,2} + S_2^{\,2}}{N} \quad \text{di jabarkan menjadi}$$

$$\left\{\frac{(N_1 - 1)\, S_1^{\,2} + (N_2 - 1)\, S_2^{\,2}}{N_1 + N_2 - 1}\right\} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)$$

dengan demikian rumus t menjadi

$$\boxed{t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{(N_1 - 1)S_1^{\,2} + (N_2 - 1)S_2^{\,2}}{N_1 + N_2 - 2}}\ \sqrt{\dfrac{1}{N_1} + \dfrac{1}{N_2}}}}$$

t yang di dapat di bandingkan dengan tabel III dengan kesimpuln sebagai berikut:

Jika t yang di cari lebih besar dari harga t tabel atau t yang di cari lebih kecil dari negatif harga t tabel, maka berarti $\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$. Sebaliknya jika t yang di cari lebih kecil dari atau sama dengan t tabel atau t yng di cari lebih besar dari atau sama dengan negatif t tabel, maka $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$.

Contoh:

Dibawah ini di berikan data hasil ujian Matematika kelas IA dan kelas IB. Yang ingin di uji apakah terdapat pebedaan hasil ujian Matematika dari kedua kelas tersebut pada tingkat kepercayaan 95% (α = 0,05).

TABEL 4.2:Nilai Ujian Matematika Kelas IA dan Kelas IB

HASIL UJIAN MATEMATIKA							
Kelas I A				Kelas I B			
25	26	28	30	25	26	30	32
31	31	32	35	33	35	36	37
36	37	38	39	38	40	41	42
39	40	40	41	42	43	44	45
41	42	42	42	45	46	47	47
43	44	44	45	48	50	51	51
45	46	46	46	52	52	53	54
47	48	48	49	54	54	55	56
49	50	50	51	56	57	57	58
51	52	52	53	58	59	60	61
55	56	58	59	63	64	65	66
60	61	63		67	52		
NA = 47				NA = 46			

Data pada tabel 4.2 terdiri dari dua kelompok variabel yang berskala interval. Jika di tinjau hipotesisnya adalah hipotesis perbedaan, jadi analisis ini adalah analisis dua varibel berskala interval dengan hipotesis perbedaan. Maka data tersebut di olah dengan t tes, cara mengolahnya adalah sebagai berikut:

Pertama-tama di cari harga rata-rata hitung ($\bar{X}$) demikian juga simpangan baku (S) dari masing-masing variabel atau kelompok variabel tersebut. Untuk itu dapat saja di gunakan kalkulator.

Hasil ujian kelas IB: $n_1 = 46$

$\bar{X}_1 = 48,89$

$S_1 = 10,56$

Hasil ujian kelas IA: $n_2 = 47$

$\bar{X}_1 = 44,38$

$S_2 = 9,26$

Harga-harga $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, S_1, S_2, n_1, dan n_2 di masukan kedalam rumus:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2}}\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$t = \frac{48,89 - 44,38}{\sqrt{\frac{45(10,56)^2 + 46(9,26)^2}{46 + 47 - 2}}\ \sqrt{\frac{1}{46} + \frac{1}{47}}}$$

$$t = 2,1912$$

Seterusnya harga t yang di dapat, di bandingkan terhadap harga t yang terdapat dalam tabel IV pada lampiran, dengan tingkat kebebasan (=df) adalah $n_1 + n_2 - 2 = 91$

Misalkan tingkat senifikan $\alpha = 0{,}05$.

Dari tabel IV ternyata $t_{(0,05\ ;\ 91)} = 1{,}671$. Jadi ternyata bahwa $t > t_{(0,05\ ;\ 91)}$. Hal itu berarti bahwa, terdapat perbedaan yang sgnifikan antara hasil belajar kelas Ia dengan hasil belajar kelas Ib. Di mana hasil belajar kelas Ib lebih baik dari hasil belajar kelas Ia.

Sebaliknya andaikata $t < t_{(0,05\ ;\ 91)}$, berarti bahwa tidak terdapat perbedaan yang segnifikan antara hasil belajar Ia dengan hasil belajar kelas Ib, atau dengan perkataan lain di nyatakan bahwa: Untuk menyatakan bahwa hasil belajar kelas Ia berbeda dengan hasil belajar kelas Ib, tidak cukup di dukung oleh fakta (data).

4. Analisis selisih dua proporsi

Untuk menguji selisih dari dua proporsi (perbanding - an) rumus yang di pakai adalah pengembangan dari rumus-rumus untuk menganalisis proporsi 1 kelompok. Rumus tersebut juga di kelompokan atas ukuran sampel yang besar serta ukuran sampel yang kecil. Rumus untuk itu di teruskan seperti meneruskan rumus untuk satu populasi yang hasilnya adalah sebagai berikut, untuk ukuran sampel yang besar adalah

$$\boxed{Z = \frac{\frac{X_1}{N_1} - \frac{X_2}{N_2}}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}}$$

dimana :

$$p = \frac{X_1 + X_2}{N_1 + N_2}$$

$q = 1 - p$

Contoh:

Seorang peneliti ingin membandingkan keadaan (relibelitas) dari dua macam tube elektronik yaitu tube elektronik A dan tube elektronik B. Untuk itu di ambilnya secara randoom 150 tube elektronik A dan 250 tube elektronik B. Setelah di uji ternyata hanya 34 tube elektronik A yng tahan hidup lebih dari 500 jam, dan 66 tube elektronik B yang tahan hidup lebih dari 500 jam. Peneliti tersebut ingin menjawab pertanyaan "apakah keadaan kedua macam tube elektronik itu sama?"

Untuk masalah di atas dapat di pecahkan sebagai berikut:
Karena yang di tanyakan adalah sama atau tidaknya, maka uji ini adalah uji dua arah, sedangkan $\alpha = 0{,}05$, jadi $1/2\ \alpha = 0{,}025$.

$X_1 = 34 \qquad X_2 = 66$

$N_1 = 150 \qquad N_2 = 250$

$$p = \frac{34 + 66}{150 + 250} = 0{,}25$$

$$q = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$$

Selanjudnya di pakai rumus

$$Z = \frac{\frac{X_1}{N_1} - \frac{X_2}{N_2}}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}$$

$$Z = \frac{\frac{34}{150} - \frac{66}{250}}{\sqrt{(0{,}25)(0{,}75)\left(\frac{1}{150} + \frac{1}{250}\right)}}$$

$$Z = \frac{-0,0374}{0,0447} = -0,836689 = -0,837$$

Dari tabel III lampiran ternyata $Z_{0,05}$ = 1,96 (uji 2 arah)

$-Z_{0,05} = -1,96$. Dengan demikian $Z > -Z_{0,05}$

Dari hasil di atas dapat di simpulkan bahwa kedua tube elektronika tersebut mempunyai ke andalan yang sama untuk tingkat kepercayaan 95% atau tingkat signifikan $\alpha = 0,05$.

Perhitungan seperti di atas hanya dapat di lakukan untuk ukuran sampel (n) yang besar, tetapi untuk ukuran sampel (n) yang kecil, hasilnya di bandingkan dengan tabel IV, untuk itu perumusan yang di pakai adalah

$$\boxed{t = \frac{\frac{x_1}{N_1} - \frac{x_2}{N_2}}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}}$$

5. Pengujian hipotesis sampel yang berpasangan.

Untuk menganalisis dua sampel yang berpasangan ini, kita tidak dapat menggunakan uji t tes, karena kedua populasi tidak independen. Karena data berpasangan adalah dependen. Untuk melakukan analisis data berpasangan ini, yang di perhitungkan adalah selisih dari tiap-tiap pasangannya (d_i).

Selanjutnya d_i itulah yang dianggap sebagai variabel baru, yang akan di hitung harga rata-rata ($\bar{d}$) dan simpangan baku (s) dari data. Kita anggap bahwa d_i berdistribusi normal dengan mean $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$ dan variansi $= \sigma_d^2$. Selanjutnya di anggap pula bahwa d_i merupakan sampel random yang independen dengan yang lain. Jadi dapat di simpulkan bahwa d_i

merupakan sampel random yang independen berukuran n besar dari suatu populasi normal dengan mean = μ dan variansi = σ^2 Sesuai dengan perhitungan mean untuk satu populasi di dapat

$$\boxed{t = \frac{\bar{d}}{S\sqrt{n}}}$$

Hasil yang di dapat dibandingkan dengan tabel IV lampiran , dengan df = n - 1

Contoh:

Seorang peneliti ingin mempelajari, apakah program jogging yang di lakukan setiap hari selama empat minggu, yang lamanya lima menit setiap harinya akan menurunkan detak nadi orang laki-laki dewasa? Untuk keperluan di atas keperluan di atas di ambil sampel sebanyak 12 orang. Detak nadi mereka itu di ukur sebelum dan sesudah program di laksanakan.

Untuk menyelasaikan persoalan di atas, maka pertama-tama di hitung selisih detak nadi sebelum dengan sesudah jogging di laksanakan untuk setiap orangnya. Data dan selisihnya dapat di lihat pada tabel 4.3

TABEL 4.3: Detak Nadi Sebelum dan Sesudah Jogging Serta Selisihnya.

orang / program	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sebelum	74	84	86	80	79	98	85	83	83	89	74	92
Sesudah	70	79	87	82	78	92	88	80	79	88	71	89
d	4	5	-1	-2	1	6	-3	3	4	1	3	3

$\bar{d} = \frac{24}{12} = 2$

$S_d = 2,8284$

Rumus yang di pakai untuk uji hipotesis ini adalah

$$t = \frac{\bar{d}}{sd / \sqrt{n}}$$

$$t = \frac{2}{2,8284/\sqrt{12}} = 2,45$$

Bandingkan dengan harga t dalam tabel IV dengan $\alpha = 0,05$ dan df = 12 - 1 = 11

$$t_{(0,05\ ,\ 11)} = 1,796$$

Ternyata t yang di cari lebih besar dari harga t tabel,Dengan demikian dapat di simpulkan bahwa program jogging tersebut cendrung menurunkan detak nadi pada tingkat signifikan $\alpha = 0,05$.

6.Pengujian variansi tentang dua populasi

Pengujian hipotesis adalah :

$Ho : S_1^2 = S_2^2$

$H_1 : S_1^2 \neq S_2^2$

Untuk itu di hitung $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$. Hasil ini di bandingkan dengan F pada tabel VI dengan $\{(n_1 - 1),(n_2 - 1), \alpha\}$

Jika F kecil dari $\frac{1}{F\ tabel}$ maka Ho di tolak

Jika F besar dari atau sama dengan $\frac{1}{F\ tabel}$ maka Ho di terima.

Contoh :

Seorang zoologist memerlukan tikus-tikus yang variabelitas (perbedaan) berat badannya waktu lahir rendah. Tersedia dua jenis populasi tikus yaitu jenis A dan jenis B. Jenis yang manakah yang memenuhi keperluannya.

(yang variabelitasnya rendah) atau dapatkah ahli ini mengambil sembarang saja. Untuk itu ahli tersebut mengambil 10 tikus dari jenis A dan 16 tikus dari jenis B. Kemudian berat badan tikus-tikus tersebut di periksa waktu lahir, standar deviasi dari berat badan dari tikus itu di waktu lahir adalah :

$$S_A = 0,36$$

$$S_B = 0,64$$

Dipilih tingkat signifikan $\alpha = 0,02$, dan di pakai daerah pengolahan dua sisi:

$$F_{(15,9\,:\,0,02)} = 4,96 \longrightarrow \frac{1}{F\ \text{tabel}} = 0,20$$

$$F = \frac{(0,36)^2}{(0,64)^2} = 0,3164$$

Ternyata F lebih besar dari $\frac{1}{F\ \text{tabel}}$, maka Ho diterima

Artinya variabelitas berat badan pada waktu lahir dari kedua jenis tikus itu tidak berbeda. Maka ahli tersebut dapat mengambil sembarang jenis.

B A B . V

ANALISIS VARIAN

Analisis varian di lakukan terhadap perbedaan harga rata-rata yang lebih dari dua kelompok sampel. Analisis varian ini masih di bagi berdasarkan jumlah variabelnya. Analisis varian untuk satu variabel di sebut analisis varian satu arah. Sedangkan analisis varian untuk lebih dari satu variabel di sebut analisis varian dua arah yaitu arah kelompok sampel serta arah variabel.

A. Anava satu arah

Sampai saat ini kita hanya baru membicarakan uji hipotesis yang paling banyak dua kelompok populasi. Maka pada uraian berikut ini akan kita bicarakan uji hipotesis yang lebih dari dua kelompok populasi. Untuk itu di adakan pengujian dengan apa yang di sebut dengan analisis varian satu arah. Andaikan kita ingin menganalisis perbedaan harga rata-rata dari 5 kelompok sampel. Jika kita melakukan pengujian dengan t tes, maka kita harus melakukannya sebanyak $\binom{5}{2} = 10$ kali. Kelemahan lain jika melakukan analisis t tes tentang 5 kelompok populasi ini adalah: pertama, jika kita mengunakan tingkat signifikan $\alpha = 0,05$ maka dengan t tes kita tidak melihat perbedaan dari harga rata-rata tersebut secara keseluruhan. Disamping itu tingkat signifikannya akan jauh lebih besar dari 5 persen. Hal yang terakhir ini di sebabkan karena, meskipun kita ambil semua sampel dari populasi yang sama, rata-rata 5 persen dari harga t itu akan lebih besar dari harga kritik. Dapat di tunjukan kemungkinan bahwa satu (atau lebih) dari 10 harga-harga t yang independen akan lebih besar dari t= (0,05) adalah 0,40. Jika hipotesis bahwa semua 5 harga rata-rata itu tidak di tolak jika satu dari 10 harga-harga t lebih besar dari(0,05), maka hipotesis ini akan ditolak dengan kemungkinan beberapa kali lebih besar dari 5 persen.

Kelemahan lain yang di jumpai adalah berkurangnya presisi dalam mengastimasikan variasi jika kita hanya mengunakan observasi-observasi dari dua kelompok yang kita bandingkan . Misalnya kita ingin menganalisis k kelompok sampel, jadi ada Xi dimana i dari 1 sampai dengan k, maka ada:

$$X_1 \ , \ X_2 \ , \ X_3 \ , \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ , \ X_k$$

Masing-masing kelompok mempunyai ukuran sampel. Jadi ada n_1 sampai dengan n_k . Dari keterangan di atas dapat kita gambarkan X_{ij} di mana i = 1 sampai dengan k, sedangkan j dari 1 sampai dengan n_i . Contohnya $X_{4.10}$ berarti data yang kesepuluh pada kelompok keempat.

1. Dasar dan perumusan.

Sebelum kita menentukan rumus-rumus yang di pakai dalam penganalisaan ANAVA satu arah ini, terlebih dahulu marilah kita jelaskan lambang-lambang yang di pakai. Selanjutnya marilah kita hitung besaran-besaran yang kita perlukan sebagai berikut:

i = indeks dari 1 sampai dengan k

k = jumlah kelompok(untuk ANAVA satu arah, k lebih besar dari 2).

X_{ij} = jumlah data pada kelompok yang ke i

$\sum X_j^2$ = jumlah kuadrat semua data

$\sum X_j$ = jumlah data dari semua kelompok

N = banyaknya semua data

n_i = banyaknya data kelompok ke i

JKT = jumlah kuadrat total

JKS = jumlah kuadrat sesatan

JKK = jumlah kuadrat kelompok

SKR = sesatan kuadrat rata-rata

KKR = kelompok kuadrat rata-rata

Dengan mengunakan lambang-lambang seperti di atas maka kita hitung rata-rata yang di jabarkan sebagai berikut:

$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum X_{ij}$ (harga rata-rata pada kelompok yang ke-i)

$$JKT = \sum X_j^2 - \frac{(\sum X_j)^2}{N}$$

$$JKK = \sum i \frac{(\sum X_{ij})^2}{n_i} - \frac{(\sum X_i)^2}{N}$$ dengan derajat kebebasan df = k - 1

JKS = JKT - JKK dengan derajat kebebasan df = N - K

Selanjutnya kita hitung jumlah kuadrat rata-rata untuk sesatan dan untuk kelompok dengan rumus:

$$SKR = \frac{JKR}{N - K}$$

$$KKR = \frac{KKR}{k - 1}$$

Dengan telah di dapatnya harga-harga dari sesatan kuadrat rata-rata (SKR) dan kelompok kuadrat rata-rata (KKR), maka harga F dapat di hitung dengan rumus.

$$F = \frac{KKR}{SKR}$$ dengan derajat kebebasan

$$df = \{(k - 1)\ ;\ (N - K)\}$$

Harga F yang di peroleh di atas di bandingkan dengan F pada tabel VI dengan df = $\{(k - 1);(N - K)\}$ dengan interpretasi yang dapat di tarik sebagai berikut.

Jika F yang di cari lebih besar atau sama dengan harga F tabel berarti Ho di tolak dan H_1 di terima. Artinya adalah terdapat perbedaan yang berarti antara kelompok tersebut . Arti sesungguhnya adalah: ada di antara kelompok-kelompok tersebut yang berbeda. Jika ini kita perhatikan lebih lanjut, yang di uji hanyalah adanya kelompok yang berbeda secara signifikan pada tingkat signifikan .Jadi yang nyata berbeda itu hanyalah antara kelompok yang mempunyai harga rata-rata paling besar dengan kelompok yang mempunyai harga rata-rata paling kecil. Sedangkan untuk kelompok-kelompok lain kita belum dapat memberikan keputusan dari uji hipotesis tersebut. Untuk pengujian kelompok - kelompok lain trsebut perlu di lakukan uji hipotesis lain yang di sebut "analisis ganda" yang juga nanti akan kita bicarakan.Sebaliknya jika F yang di cari lebih kecil dari harga F tabel, maka dapat kita simpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan yang signifikan antara kelompok tersebut. Dengan kata lain dapat di kemukakan bahwa: tidak ada satupun dari kelompok-kelompok tersebut yang berbeda secara signifikan pada tingkat signifikan α .

2.Pemakaian

Setelah kita membicarakan rumus - rumus dari analisis vrian satu arah ini, maka sebaiknyalah kita mencoba meme - cahkan persoalan dengan mengunakan analisis varian ini.Untuk keperluan tersebut di bawah ini di kemukakan sebuah cntoh persoalah untuk di pecahkan. Data-data yang di kemukakan pada contoh itu adalah data fiktif.

Contoh:

Seorang pengajar ingin mengetahui keadaan dari 3 ma - cam metode diskusi kelompok. Untuk keperluan tersebut dia membagi siswa-siswanya yang berjumlah 32 orang atas tiga kelompok yang dapat di anggap homogen, yaitu kelompok I, kelompok II dan kelompok III. Masing-masingnya berdiskusi dengan metoda yang telah ditetapkan, kelompok I dengan metoda A,kelompok II dengan metoda B dan kelompok III dengan metoda C. Kemudian di ukurnya hasil-hasil diskusi tersebut (dengan ujian). Dari hasil ujian tersebut di atas ternyata menunjukan nilai kelompok A adalah 9, 8, 8, 6, 5, 4, 4 4. Nilai kelompok B adalah 6, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2 . Nilai kelompok C adalah 9, 8, 7, 7, 7, 6, 5. Apakah terdapat perbedaan nilai dari kelompok I, kelompok II dan kelompok III tersebut ?

Untuk menjawab apa yang telah di kemukan di atas, maka kita perlu mengikuti terlebih dahulu tabel 5.1 sebagai berikut:

TABEL 5.1: Nilai Dari Tiga Kelompok dan Kuadratnya.

No	KEL.A (X)	KEL.B (Y)	KEL.C (Z)	X^2	Y^2	Z^2
1	9	6	9	81	36	81
2	8	6	8	64	36	64
3	8	5	7	64	25	49
4	6	4	7	36	16	49
5	5	4	7	25	16	49
6	4	3	6	16	9	36
7	4	2	5	16	4	25
8	4	2		16	4	
	48	32	49	318	146	353
m	8	8	7			

JKK (jumlah kuadrat kelompok)

$$= \frac{(\Sigma X)^2}{n_x} + \frac{(\Sigma Y)^2}{n_y} + \frac{(\Sigma Z)^2}{m_z} - \frac{(\Sigma X + \Sigma Y + \Sigma Z)^2}{n_x + n_y + n_z}$$

$$= \frac{48^2}{8} + \frac{32^2}{8} + \frac{49^2}{7} - \frac{(48 + 32 + 49)^2}{8 + 8 + 7}$$

$$= 759 - 723{,}52$$

$$= 35{,}48$$

$$df = k - 1$$

$$= 3 - 1 = 2$$

JKS (jumlah kuadrat sesatan)

$$= \Sigma X^2 + \Sigma Y^2 + \Sigma Z^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n_x} - \frac{(\Sigma Y)^2}{n_y} - \frac{(\Sigma Z)^2}{n_z}$$

$$JKS = 318 + 146 + 353 - 759$$
$$= 58$$
$$df = N - K$$
$$= 23 - 3 = 20$$

Selanjutnya dapat di lihat tabel 5.2

TABEL 5.2 : Jumlah Kuadrat dan Rata-Rata Kuadrat Untuk Menghitung F

Variansi	df	JK	JKR	F
Kelompok	2	35,48	17,74	6,12
Sesatan	20	58	2,9	

$JKR = \frac{JK}{df}$ sedangkan $F = \frac{KKR}{SKR}$

Selanjutnya lihat daftar F dengan df = (2,20) pada tabel VI dengan $\alpha = 5\%$

$$F_{0,05}(2,2o) = 3,49$$

Jadi F yang di cari lebih besar dari harga F tabel.

Dari hasil perhitungan di atas dapat di simpulkan bhwa terdapat perbadaan yang signifikan dari hasil diskusi ketiga macam metoda tersebut. Dimana metoda diskusi C merupakan yang terbaik dan metoda diskusi B adalah yang paling kurang hasilnya.

3. Analisis ganda

Signifikan yang di ketahui hanyalah antara metoda C dengan metoda B saja. Sedangkan perbadaan antara metoda A dan metoda C serta antara metoda A dan metoda B tidak di ketahui apakah signifikan atau tidak. Untuk mengukur segnifikansi yang terakhir ini, tidak dapat di lakukan dengan ANAVA saja. Akan tetapi kita masih harus melakukan analisis dengan memakai metoda "Multiple Comparison" (analisis ganda). Banyak sistim yang di pakai dalam analisis ganda ini, salah satu di antaranya adalah metoda "scheffe - test". Berikut ini kita akan menentukan signifikansi antara A-B dan antara A - C.

$$S = \frac{|\bar{X}_A - \bar{X}_B|}{\sqrt{SKR(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_B})}}$$ kemudian di bandingkan dengan

$$S_\alpha = \sqrt{(k - 1)\ F\{(k - 1),(n - k),\alpha\}}$$
$$= \sqrt{(2)\ (3,49)}$$
$$= 2,642$$

Apabila S lebih besar dari atau sama dengan harga S_α ,maka terdapat perbedaan yang signifikan antara A dengan B.Sebaliknya jika S lebih kecil dari harga S_α , maka tidak terdpat perbedaan antara A dengan B. Marilah kita lihat perbdaan antara metoda A dengan metoda B.

$$S = \frac{|6 - 4|}{\sqrt{(2,9)(\frac{1}{4})}} = 2,349$$

Sedangkan S_α = 2,642

Jadi S lebih kecil dari harga S_α. Maka dapat di simpul - kan bahwa hasil metoda diskusi A tidak berbeda dengan hasil metoda diskusi B secara meyakinkan pada tingkat segnifikan α = 0,05. Selanjutnya kita lihat pula antara A dengan C.

$S_{\alpha} = 2,642$

$$S = \frac{|7 - 6|}{\sqrt{(2,9)(\frac{1}{8} + \frac{1}{7})}} = 1,17$$

Ternyata juga S lebih kecil dari harga S_{α} , jadi antara A dan C juga tidak terdapat perbedaan yang signifikan.

Perumusan dari Scheffe - Test ini juga dapat langsung di lakukan tampa merobah alat perbandingan menjadi S_{α} tapi tetap F. Untuk rumusnya adalah:

$$F\ (A - B) = \frac{(\bar{X}_A - \bar{X}_B)^2}{(SKR)(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_B})(k - 1)}$$

$$= \frac{(6 - 4)^2}{(2,9)(\frac{1}{11})(2)} = 2,759$$

$$F\ (A - C) = \frac{(6 - 7)^2}{(2,9).(\frac{1}{8} + \frac{1}{7})(2)}$$

$$= 0,644$$

Kemudian bandingkan dendingkan dengan tabel F dengan 0,05 dan df = (2,20). Ternyata juga tidak ada yang berbeda se - cara segnifikan. Kedua rumus itu pada hakekatnya adalah sa- ma, tergantung kepada pembacalah mana yang akan di pakai.

Dari hasil-hasil yang kita dapat di atas, maka kita dapat menarik keringkasan seperti yang terdapat dalam ta - bel 5.3 , sebagai berikut :

TABEL 5.3 : Signifikansi Dari Perbedaan Harga Rata- Rata Antara Kelompok A, B, dan C.

No	Perbedaan Kelompok	F didapat	$F_{0,05}$	Keterangan
1	A - B	2,759	3,49	tdk berbeda
2	A - C	0,644	3,49	tdk berbeda
3	B - C	5,796	3,49	berbeda

Sesungguhnya perbadaan antara B dengan C tidak perlu dihitung lagi kerena dalam Anova satu arah, justru yang dapat di simpulkan hanyalah signifikansi antara B dengan C ini (yang terbesar dengan yang terkecil). Namun di sini di cantumkan juga untuk ceking bahwa kesimpulannya sama.

Andaikan di lihat satu persatu dengan t test ternyata

$t_{(AB)} = 2,16$, df = 14 ternyata berbeda

$t_{(AC)} = 1,102$, df = 14 ternyata tidak berbada

$t_{(BC)} = 3,956$, df = 13 ternyata berbada

Dari keadaan di atas terlihat suatu perbadaan dari t test dengan analisis ganda, yaitu pada perbedaan antara A dengan B. Dimana antara kelompok A dengan kelompok B, jika dianalisis dengan t tes kedua, kelompok itu berbeda secara signifikan pada $\alpha = 0,05$. Tetapi jika di analisis dengan analisis ganda perbadaan kedua kelompok itu tidak signifikan pada $\alpha = 0,05$. Hal ini sesuai dengan yang telah di uraikan pada permulaan bab ini, bahwa tingkat signifikansi dari α bertambah besar jika di analisis dengan t tes. Jadi untuk data lebih dari dua kelompok ini, janganlah pembaca menganalisisnya dengan t tes, sebab anda akan mendapat kesimpulan yang berkemungkinan keliru.

B. Analisis varian dua arah

Analisis varian dua arah ini masih di bedakan berdasarkan banyaknya data (n_i) pada masing-masing kelompok per - independen variabel, yaitu yang masing-masing n_i besar dari satu (1) dan yang semua n_i sama dengan satu. Di samping itu juga dilihat analisis gandanya yang dalam hal ini di sebut analisis faktor.

1. Analisis varian dua arah dengan n lebih besar dari 1.

Seperti telah di singgung pada permulaan bab ini, bahwa analisis varian dua arah ini adalah analisis varian untuk dua independen variabel. Pada analisis ini dapat dibedakan kelompok sampel pada masing-masing variabel. Untuk melaksanakan hipotesis pada masing-masing kelompok dan variabel di hitung ΣX, ΣX^2, n . Setelah itu masing-masingnya (ΣX, ΣX^2, n) di jumlahkan menurut variabel dan juga menurut kelompok serta juga secara keseluruhan.

Untuk lebih jelasnya kita mengetahui hal di atas, maka kita dapat mengikuti tabel 5.4 . Sebagaimana yang di kemukakan berikut ini :

TABEL 5.4 : Jumlah dan Jumlah Kuadrat Setiap Variabel Secara Keseluruhan

Variabel Kelompok	Variabel X	Variabel Y	variabel Z	Jumlah
Kelompok I	$\sum X_1$	$\sum Y_1$	$\sum Z_1$	$\sum T_1 = \sum X_1 + \sum Y_1 + \sum Z_1$
	$\sum X_1^2$	$\sum Y_1^2$	$\sum Z_1^2$	$\sum T_1^2 = \sum X_1^2 + \sum Y_1^2 + \sum Z_1^2$
	n_1	n_1	n_1	$N_1 = n_1 + n_1 + n_1$
Kelompok II	$\sum X_2$	$\sum Y_2$	$\sum Z_2$	$\sum T_2 = \sum X_2 + \sum Y_2 + \sum Z_2$
	$\sum X_2^2$	$\sum Y_2^2$	$\sum Z_2^2$	$\sum T_2^2 = \sum X_2^2 + \sum Y_2^2 + \sum Z_2^2$
	n_2	n_2	n_2	$N_2 = n_2 + n_2 + n_2$
Kelompok III	$\sum X_3$	$\sum Y_3$	$\sum Z_3$	$\sum T_3 = \sum X_3 + \sum Y_3 + \sum Z_3$
	$\sum X_3^2$	$\sum Y_3^2$	$\sum Z_3^2$	$\sum T_3^2 = \sum X_3^2 + \sum Y_3^2 + \sum Z_3^2$
	n_3	n_3	n_3	$N_3 = n_3 + n_3 + n_3$
Jumlah	$\sum X_T$	$\sum Y_T$	$\sum Z_T$	$\sum T = \sum T_1 + \sum T_2 + \sum T_3$
	$\sum X_T^2$	$\sum Y_T^2$	$\sum Z_T^2$	$\sum T^2 = \sum T_1^2 + \sum T_2^2 + \sum T_3^2$
	N_T	N_T	N_T	$N = N_1 + N_2 + N_3$

Selanjutnya di hitung harga-harga sebagai berikut:

$$JKT = \sum T^2 - \frac{(\sum T)^2}{N} = \text{jumlah kuadrat total}$$

$$JKS = \sum T^2 - \frac{(\sum X_1)^2 + (\sum Y_1)^2 + (\sum Z_1)^2}{N_1} - \frac{(\sum X_2)^2 + (\sum Y_2)^2 + (\sum Z_2)^2}{N_2}$$

$$- \frac{(\Sigma X_3)^2+(\Sigma Y_3)^2+(\Sigma Z_3)^2}{N_3}$$

= jumlah kuadrat sesatan.

$$JKV = \frac{(\Sigma X_T)^2+(\Sigma Y_T)^2+(\Sigma Z_T)^2}{N_T} - \frac{(\Sigma T)^2}{N}$$

= jumlah kuadrat variabel.

$$JKK = \frac{(\Sigma T_1)^2}{N_1} + \frac{(\Sigma T_2)^2}{N_2} + \frac{(\Sigma T_3)^3}{N_3} - \frac{(\Sigma T)^2}{N}$$

= jumlah kuadrat kelompok

Selanjutnya di hitung df

Variabel $\longrightarrow$ df = k - 1 (k = banyaknya variabel)

Kelompok $\longrightarrow$ df = b - 1 (b = banyaknya kelompok)

Sesatan $\longrightarrow$ df = N - (b) (k)

Interaksi $\longrightarrow$ df = (b - 1) (k - 1)

Berikutnya di hitung kuadrat rata-rata untuk masing-masing variasi :

$$RKS = \frac{JKS}{N - (b)(k)}$$ = rata-rata kuadrat sesatan

$$RKV = \frac{JKK}{k - 1}$$ = rata-rata kuadrat variabel

$$RKK = \frac{JKK}{b - 1}$$ = rata-rata kuadrat kelompok

$$RKI = \frac{JKI}{(b - 1)(k - 1)}$$ = rata-rata kuadrat interaksi

Selanjutnya di hitung F untuk tiap-tiap variasi

$$F_{(variabel)} = \frac{RKV}{RKS}$$

$$F_{(kelompok)} = \frac{RKK}{RKS}$$

$$F_{(interaksi)} = \frac{RKI}{RKS}$$

Semua F yang di dapat di bandingkan dengan F yang ada pada tabel .. I dengan df sebagai berikut :

Variabel $\longrightarrow$ df = $\{(k - 1) , (N - bk)\}$

Kelompok $\longrightarrow$ df = $\{(b - 1) , (N - bk)\}$

Interaksi $\longrightarrow$ df = $\{(b-1)(k-1) , (N - bk)\}$

Untuk menarik kesimpulan di bandingkan F yang di cari pada tiap-tiap variasi dengan F yang ada pada tabel IV dengan kesmpulan sebagai berikut :

Jika F yang di cari lebih besar dari atau sama dengan harga F tabel, ini berarti terdapat perbedaan. Sebaliknya jika F yang di cari lebih kecil dari harga F tabel, ini berarti tidak terdapat perbedaan yang berarti.

Contoh:

Tiga macam metoda mengajar, di cobakan pada 3 sekolah di daerah pertanian, 3 sekolah di daerah perikanan juga 3 sekolah di daerah perindustrian (satu metoda hanya di laksanakan pada satu sekolah pada tiap - tiap daerah). Setelah di laksanakan proses belajar mengajar, maka di adakan tes yang hasilnya dapat di lihat berikut ini dan apakah kesimpulan yang dapat anda ambil dari data yang akan di kemukakan sebagai berikut:

Perikanan			Pertanian			Perindustrian		
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
8	11	19	16	10	5	11	17	10
9	12	18	10	11	4	8	11	13
9	4	11	11	13	7	12	12	10
5	9	15	9	12	10	9	13	4
4	10	10	7	4	3	10	10	10
8	10	9	14	5	9	8	7	9
3	11	8	10	9	8	7	14	4
10	14	16	8	13	11	4	9	6
9	9	12	17	10	4	6	15	11
7	5	9	18	9	5			
			15	10	7			

Untuk menyelesaikan persoalan di atas maka kita ikutilah urutan yang telah di bicarakan pada halaman sebelum ini, yaitu menghitung harga-harga rata-rata, jumlah daripada tiap-tiap variabel dari setiap kelompok serta jumlah kudratnya sebagai berikut: Pada daerah perkiraan

Variabel X : $\bar{X} = 7{,}2$; $\Sigma X_1 = 72$; $\Sigma X_1{}^2 = 570$

Variabel Y : $\bar{Y}_1 = 9{,}5$; $\Sigma Y_1 = 95$; $\Sigma Y_1{}^2 = 985$

Variabel Z : $\bar{Z}_1 = 12{,}7$; $\Sigma Z_1 = 127$; $\Sigma \bar{Z}_1 = 1757$

Selanjutnya kita jumlahkan harga-harga dari ke tiga varibel tersebut. Dengan cara yang sama kita hitung pula harga-harga di atas pada daerah pertanian dan perindustrian.Demikian juga harga-harga tersebut kita jumlahkan menurut masing-masing daerah, serta secara keseluruhan variabel dan daerah. Untuk lebih jelasnya hasil perhitungan harga - harga di atas, maka kita lihat tabel 5.5

TABEL 5.5 : Harga Rata-Rata, Jumlah dan Jumlah kuadrat. Hasil Belajar.

Metoda / Daerah	X	Y	Z	Total
Perikanan	$\Sigma\bar{X}_1 = 7,2$ $\Sigma X_1 = 72$ $\Sigma X_1^2 = 570$ $n_1 = 10$	$\Sigma\bar{Y}_1 = 9,5$ $\Sigma Y_1 = 95$ $\Sigma Y_1^2 = 985$ $n_1 = 10$	$\Sigma\bar{Z}_1 = 12,7$ $\Sigma Z_1 = 127$ $\Sigma Z_1^2 = 1757$ $n_1 = 10$	$\Sigma T_1 = 294$ $\Sigma T_1^2 = 3312$ $N_1 = 30$
Pertanian	$\Sigma\bar{X}_2 = 12,3$ $\Sigma X_2 = 135$ $\Sigma X_2^2 = 1805$ $n_2 = 11$	$\Sigma\bar{Y}_2 = 9,6$ $\Sigma Y_2 = 106$ $\Sigma Y_2^2 = 1106$ $n_2 = 11$	$\Sigma\bar{Z}_2 = 6,6$ $\Sigma Z_2 = 73$ $\Sigma Z_2^2 = 555$ $n_2 = 11$	$\Sigma T_2 = 314$ $\Sigma T_2^2 = 3466$ $N_2 = 33$
Perindustrian	$\Sigma\bar{X}_3 = 8,3$ $\Sigma X_3 = 75$ $\Sigma X_3^2 = 675$ $n_3 = 9$	$\Sigma\bar{Y}_3 = 12$ $\Sigma Y_3 = 108$ $\Sigma Y_3^2 = 1374$ $n_3 = 9$	$\Sigma\bar{Z}_3 = 8,6$ $\Sigma Z_3 = 77$ $\Sigma Z_3^2 = 739$ $n_3 = 9$	$\Sigma T_3 = 260$ $\Sigma T_3^2 = 2788$ $N_3 = 27$
Total	$\Sigma X_T = 282$ $\Sigma X_T^2 = 3050$ $N_T = 30$	$\Sigma Y_T = 309$ $\Sigma Y_T^2 = 3465$ $N_T = 30$	$\Sigma Z_T = 277$ $\Sigma Z_T^2 = 3051$ $N_T = 30$	$\Sigma T = 868$ $\Sigma T^2 = 9566$

JKT (jumlah kuadrat total)

$$= \Sigma T^2 - \frac{(\Sigma T)^2}{N}$$

$$= 9566 - \frac{868^2}{90} = 1194,62$$

JKS (jumlah kuadrat sesatan)

$$= \Sigma T^2 - \frac{(\Sigma X_1)^2+(\Sigma Y_1)^2+(\Sigma Z_1)^2}{10} - \frac{(\Sigma X_2)^2+(\Sigma X_2)^2+(\Sigma X_2)^2}{11}$$

$$- \frac{(\Sigma X_3)^2+(\Sigma Y_3)^2+(\Sigma Z_3)^2}{9}$$

$$= 9566 - \frac{72^2+95^2+127^2}{10} - \frac{135^2+106^2+73^2}{11} - \frac{75^2+108^2+77^2}{9}$$

$$= 789,69$$

JKM (jumlah kuadrat metoda)

$$= \frac{(\Sigma X_T)^2+(\Sigma Y_T)^2+(\Sigma Z_T)^2}{N_T} - \frac{(\Sigma T)^2}{N}$$

$$= \frac{282^2 + 309^2 + 277^2}{30} - \frac{868^2}{90}$$

$$= 19,76$$

JKD (jumlah kuadrat daerah)

$$= \frac{(\Sigma T_1)^2}{N_1} + \frac{(\Sigma T_2)^2}{N_2} + \frac{(\Sigma T_3)^2}{N_3} - \frac{(\Sigma T)^2}{N}$$

$$= \frac{294^2}{30} + \frac{314^2}{33} + \frac{260^2}{27} - \frac{868^2}{90}$$

$$= 1,284$$

JKI (jumlah kuadrat interaksi)

$$= JKT - JKM - JKD - JKS$$

JKI = 1194,62 – 19,76 – 1,284 – 789,69

= 383,886

Pengerjaan berikutnya adalah menghitung derajat kebebasan (df) untuk masing-masing variasi sebagai berikut:

df sesatan = N – (M)(D)

= 90 – (3)(3) = 81

df metoda = M – 1

= 3 – 1 = 2

df daerah = D – 1

= 3 – 1 = 2

df interaksi = (M – 1)(D – 1)

= 2 x 2 = 4

Hitung pula harga dari kuadrat rata-rata untuk masing-masing variasi seperti di bawah ini :

$$RKM = \frac{JKM}{M-1} = \frac{19,76}{2} = 9,88$$

$$RKD = \frac{JKD}{D-1} = \frac{1,284}{2} = 0,642$$

$$RKI = \frac{JKI}{(M-1)(k-1)} = \frac{383,886}{4} = 95,97$$

$$RKS = \frac{JKS}{N-(M)(D)} = \frac{789,69}{81} = 9,749$$

Terakhir dapat di hitung F untuk masing-masing variasi sebagai berikut:

$$F_{metoda} = \frac{RKM}{RKS} = \frac{9,88}{9,749} = 1,013$$

$$F_{daerah} = \frac{RKD}{RKS} = \frac{0,642}{9,749} = 0,066$$

$$F_{interaksi} = \frac{RKI}{RKS} = \frac{95,97}{9,749} = 9,844$$

Hasil-hasil dari perhitungan jumlah kuadrat, derajat kebebasan kuadrat rata-rata dan F yang di atas dapat di perlihatkan sekaligus seperti pada tabel 5.6 .

TABEL 5.6 : Jumlah Kuadrat dan Rata-Rata Kuadrat Untuk Menghitung F.

VARIASI	df	JK	KR	F
Metoda	2	19,76	9,88	1,033
Daerah	2	1,284	0,642	0,066
Interaksi	4	383,886	95,97	9,844
Sesatan	81	789,69	9,749	——

F yang telah di dapat di atas di bandingkan dengan Yang ada dalam tabel VI dengan derajat bebas untuk metoda dan daerah adalah (2,81). Sedangkan derajat bebas (df) untuk interaksi adalah (4,81). Tetapi dalam tabel VI df=(2,81) dan df = (4,81) tidak ada, yang ada hanya df = (2,80) dan df = (4,80), di mana harga-harga tabel VI tersebut adalah:

$F_{(2,80\ ;\ 0,05)} = 3,11$

$F_{(4,80\ ;\ 0,05)} = 2,48$; sedangkan $F_{(4,80;0,01)} = 3,56$

Jadi untuk metoda mengajar dan untuk daerah, ternyata bahwa $F < F_{(2,80;0,05)}$, sedangkan untuk interaksi ternyata bahwa $F > F_{(4,80;0,01)}$.

Dari kenyataan di atas maka kesimpulan yang dapat diambil adalah: Perbedaan metoda mengajar menuratt daerah atau perbedaan daerah menurut metoda mengajar, secara terpisah tidak berbeda hasil belajarnya. Namun demikian interaksi dari keduanya akan memberikan hasil belajar yang berbeda. Untuk lebih jelasnya, lihat kembali harga rata- rata yang terdapat pada tabel 5.5; di mana untuk daerah perin - dusterian lebih baik di laksanakan metoda B, dan untuk darah pertanian lebih baik di laksanakan metoda A, sedangkan untuk daerah perikanan lebih baik dengan metoda C. Akan tetapi manakah diantara interaksi tersebut yang segnifikan , belum dapat di jawab saat ini. Untuk itu kita harus melaksanakan analisis faktor yang akan di bicarakan nanti.

2. Anava dua arah dengan n = 1 untuk tiap kolom

Jika n untuk tiap kolom adalah 1 maka jumlah kuadrat dari sesatan sama dengan nol (0). Oleh karena itu analisis interaksi antara A dan B (variabel dan kelompok) tidak dapat di lakukan. Dalam kasus ini semua interaksi dapat dianggap nol (0). Oleh sebab itu jumlah kuadrat interaksi diantara A dan B dapat di anggap sebagai jumlah kuadrat sesatan. Jadi JKS = JKT - JKA - JKB

Untuk menghitung JKT, JKA, dan JKB sama dengan cara perhitungan untuk Anava dua arah yang $n \neq 1$.

Contoh:

Seorang ahli ingin mempelajari empat macam bahan pengawet air susu. Untuk itu tiap-tiap bahan pengawet di gunakan di dalam lima liter air susu (masing-masing liter dari sapi yang berbeda). Tiap-tiap liter air susu di bagi menjadi 4 bahagian, dan tiap-tiap macam bahan pengawet di gunakan pa - da satu bahagian. Waktu keawetan di catat (dalam jam). Kedua puluh buah elemen sampel tersebut, di simpan dalam kondisi penyimpanan yang sama. Hasil pencatatan tersebut dapat di lihat dalam tabel 5.7.

TABEL 5.7 : Ke Awetan Susu Sapi Menurut Bahan Pengawet

Susu Pengawet	A	B	C	D	E
P_1	71	86	69	93	74
P_2	84	90	77	89	82
P_3	73	78	63	78	80
P_4	64	86	61	90	74

Untuk mengolah data yang terdapat pada tabel 5.7 tersebut , di pakai analisis varian dua arah dengan kasus n=1 untuk tiap kolomnya.

Pertama-tama di hitung kuadrat (X^2) dari setiap kolom. jadi semua ada dua puluh besaran yang di kuadratkan masing-masingnya. Kemudian di cari jumlah data dari stiap baris demikian juga dengan jumlah data untuk setiap kolom. Selanjutnya di cari jumlah data yang di kuadratkan tadi, baik pada stiap baris maupun pada setiap kolom. Penjumlahan terakhir yang di lakukan, sebelum kita memakai rumus-rumus jumlah kuadrat total, jumlah kuadrat baris serat jumlah kuadrat kolom, adalah menjumlahkan semua data, dan semua kuadrat dari data tersebut.

Hasil-hasil dari perhitungan di atas secara keseluruhannya dapat di lihat pada tabel 5.8. Dalam tabel itu variabel-variabel U, W, X, Y, dan Z merupakan air susu dari sapi-sapi A, B, C, D, dan E.

TABEL 5.8 : Jumlah dan Jumlah Kuadrat Waktu Pengawetan

Susu / Pengawet	U	W	X	Y	Z	Jumlah
P_1	71	86	69	93	74	$\Sigma T_1 = 393$
	5041	7396	4761	8649	5476	$\Sigma T_1^2 = 31323$
P_2	84	90	77	89	82	$\Sigma T_2 = 422$
	7056	8100	5929	7921	6724	$\Sigma T_2^2 = 35730$
P_3	73	78	63	78	80	$\Sigma T_3 = 372$
	5329	6084	3969	6084	6400	$\Sigma T_3^2 = 27866$
P_4	64	86	61	90	74	$\Sigma T_1 = 375$
	4096	7396	3721	8100	5476	$\Sigma T_4^2 = 28789$
Jumlah	$\Sigma U = 292$	$\Sigma W = 340$	$\Sigma X = 270$	$\Sigma Y = 350$	$\Sigma Z = 310$	$\Sigma T = 1562$
	$\Sigma U^2 =$ 21522	$\Sigma W^2 =$ 28976	$\Sigma X^2 =$ 18380	$\Sigma Y^2 =$ 30754	$\Sigma Z^2 =$ 24076	$\Sigma T^2 = 123708$

$$JKT = 123708 - \frac{1562^2}{20} = 1715{,}8$$

$$JKV = \frac{292^2 + 340^2 + 270^2 + 350^2 + 310^2}{4} - \frac{1562^2}{20} = 1098{,}8$$

$$JKP = \frac{393^2 + 422^2 + 372^2 + 375^2}{5} - \frac{1562^2}{20} = 316{,}2$$

$$JKS = JKT - JKV - JKP = 1715{,}8 - 1098{,}8 - 316{,}2$$
$$= 300{,}8$$

Derajat bebas dari variabel = df = 5 − 1 = 4

Derajat bebas dari pengawet = df = 4 − 1 = 3

Derajat bebas dari sesatan = df = (5 − 1)(4 − 1) = 12

Rata-rata kuadrat (RK) adalah sebagai berikut :

$$RKV = \frac{JKV}{dfv} = \frac{1098,8}{4} = 274,7$$

$$RKP = \frac{JKP}{df.P} = \frac{316,2}{3} = 105,4$$

$$RKS = \frac{JKS}{df.S} = \frac{300,8}{12} = 25,067$$

$$F(\text{variabel}) = \frac{274,7}{25,067} = 10,96 \text{ dengan } df = (4,12)$$

$$F(\text{pengawet}) = \frac{105,4}{25,067} = 4,205 \text{ dengan } df = (3,12)$$

Untuk lebih memudahkan dalam memahaminya, hasil - hasil dari perhitungan di atas di perlihatkan dalam tabel 5.9

TABEL 5.9 : Jumlah Kuadrat dan Kuadrat Rata - Rata Untuk Menghitung Harga F

Variasi	df	JK	RK	F	F(0,05)
Susu	4	1098,8	274,7	10,96	3,26 (4,12)
Pengawet	3	316,2	105,4	4,205	3,49 (3,12)
Sesatan	12	300,8	25,067	--	--

Dari tabel 5.9 terlihat bahwa, baik untuk pengawet maupun untu susu sapi ternyata $F_{\text{di cari}} > F_{(\text{tabel})}$. Dengan itu dapat di simpulkan bahwa terdapat efek dari bahan pengawet, dan juga terdapat efek dari jenis susu sapi dalam lama keawetan susu.

Andaikan kita tidak mengambil beberapa macam susu, maka dengan menggunakan ANAVA satu arah, mungkin sekali kita tidak dapat mendekati efek dari bahan pengawet. Hal ini karena kita mengabaikan perbedaan dari jenis air susu (sapi).

Dari data pada tabel 5.8 dapat di hitung harga rata-rata dari bahan pengawet (daya keawetannya) dan harga rata-rata

dari jenis susunya. Hasilnya adalah sebagai berikut:
$\overline{P}_1 = 78,8$; $\overline{P}_2 = 84,4$; $\overline{P}_3 = 74,4$; dan $\overline{P}_4 = 75$. Sedang - kan harga rata-rata dari keawetan jenis susu adalah :
$\overline{U} = 73$; $\overline{W} = 85$; $\overline{X} = 67,5$; $\overline{Y} = 87,5$; dan $\overline{Z} = 77,5$.

Dari kenyataan di atas dapt di lihat bahwa bahan pengawet P_2 adalah bahan pengawet yang terbaik, sedangkan bahan pengawet P_3 merupakan bahan pengawet yang paling kurang mutunya. Dari segi jenis air susu (sapi) terlihat bahwa susu yang di tunjukan oleh variabel Y adalah jenis air susu yang paling awet, sedangkan jenis susu yang di perlihatkan oleh variabel X adalah jenis susu yng paling tidak tahan (awet).

Untuk lebih tuntasnya lebih baik kiranya di sini kita urutkan (rangking), dari segi bahan pengawet, dan juga dari segi jenis susu (sapi). Urutan keefektifitas bahan pengawet, berturut-turut dari yang terbaik sampai kepada yang terjelek adalah : P_2, P_1, P_4, dan P_3. Sedangkan urutan keawetan jenis susu (sapi) berturut-turut dari yang terawet , sampai kepada yang paling tidak tahan (awet) adalah yang di perlihatkan oleh variabel-variabel : Y, W, Z, U, dan X.

Walaupun demikian baik bahan pengawet, maupun jenis susu yang telah di ketahui segnifikan perbedaannya, hanya antara yang terbaik dengan yang terjelek saja, Jadi untuk bahan pengawet hanya perbedaan antara P_2 dengan P_3 saja yang baru kita ketahui ,bahwa perbedaan tersebut segnifikan. Sedangkan untu jenis susu, hanya perbedaan antara yang ditunjukan oleh variabel y dan variabel X yang telah kita ketahui segnifikan. Untuk perbedaan yang lain masih harus diuji lagi dengan analisis faktor yang akan di bicarakan pada bagian yang berikutnya:

3. Analisis faktor.

Pembaca tentu masih ingat bahwa hasil perbedaan yang di peroleh pada ANAVA satu arah harga dapat menguji signifikansi dari perbedaan antara kelompok yang mempunyai harga rata-rata terbesar saja. Sedangkan antar kelompok selain dari itu ANAVA satu arah tidak dapat melakukan uji hipotesis dengan baik. Dan pembaca tentu juga masih ingat bhwa untuk melakukan pengujian hipotesis yang terakhir ini di lakukan dengan analisis ganda. Demikian pulalah halnya dengan ANAVA dua arah. Pengujian hipotesis pada ANAVA dua arah hanya baik untuk menguji hipotesis antara kolom yang mempunywi hwrgz rata-rata paling kecil dengan kolom yang mempunyai harga rata-rata paling besar. Demikian pula untuk baris yang mempunyai harga rata-rata paling kecil dengan baris yang mempunyai harga rata-rata paling besar dan ieraksi antara baris dengan kolom pada yang terkecil serta yang paling besar. Sedangkan untuk yang lain-lain pengujian tidak dapat di tentukan segnifikansinya. Oleh sebab itu untuk melakukan pengujian hipotesis yang mendetail, di lakukan dengan apa yang di sebut analisis faktor.

Dalam menjalaskan teori analisis faktor ini, marilah kita ambil contoh analisis faktor 2 x 2 . Artinya masing-masing variabel bebas (2 buah) di bagi atas 2 katagori. Seperti terlihat pada tabel 5.10.

TABEL 5.10 : Tabel Untuk Analisis Faktor 2 x 2

Baris / Kelompok	B_1	B_2	K
K_1	X_{11}	X_{12}	$X_{11} + X_{12}$
K_2	X_{21}	X_{22}	$X_{21} + X_{22}$
K	$X_{11} + X_{21}$	$X_{12} + X_{22}$	T O T A L

Dengan ANAVA dua arah kita hanya baik untuk melakukan pengujian hipotesis perbedaan antara :

$X_{11} + X_{12}$ dengan $X_{21} + X_{22}$ dan

$X_{11} + X_{21}$ dengan $X_{12} + X_{22}$ serta antara interaksi di antara yang terbesar dengan yang terkecil, yaitu antara variabel jumlah $X_{11} + X_{12}$ atau $X_{21} + X_{22}$ dengan $X_{11} + X_{21}$ atau $X_{12} + X_{22}$. Tetapi dengan analisis faktor kita dapat melakukan pengujian hipotesis untuk semua fktornya, baik secara satu persatu, maupun secara dua-dua (Jumlah). Dengan analisis 2x2 misalnya, maka hipotesis-hipotesis yang dapat di lakukan pengujiannya adalah perbedaan antara :

a. X_{11} dengan X_{12}

b. X_{11} denga X_{21}

c. X_{11} dengam X_{22}

d. X_{12} dengan X_{21}

e. X_{12} dengan X_{22}

f. X_{21} dengan X_{22}

g. $X_{11} + X_{12}$ dengan $X_{21} + X_{22}$

h. $X_{11} + X_{21}$ dengan $X_{12} + X_{22}$

i. $X_{11} + X_{22}$ dengan $X_{12} + X_{21}$

j. X_{11} dengan $X_{12} + X_{21} + X_{22}$

k. X_{12} dengan $X_{11} + X_{21} + X_{22}$

l. X_{21} dengan $X_{11} + X_{12} + X_{22}$

m. X_{22} dengan $X_{11} + X_{12} + X_{21}$

Dari apa yang kita gambarkan di atas (semua ada tigabelas hipotesis yang mungkin di uji segnifikansinya). Akan tetapi belum tentu semuanya akan di lakukan pengujiannya . Hal itu tergantung kepada maksud penelitian itu sendiri atau tergantung kepada hipotesis mana yang hendak di uji.

Untuk melaksanakan analisis faktor, terlebih dahulu di buat koefisien (konstanta) a_{11}, a_{12}, a_{21}, dan a_{22}, sedemikian hingga :

$$a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = 0 \quad \text{dan}$$

$$|a_{11}| + |a_{12}| + |a_{21}| + |a_{22}| = 2$$

Syarat berikutnya adalah kita memberikan koefisien = 0 untuk faktor yang tidak di uji hipotesisnya, sedangkan untuk faktor-faktor yang di lakukan pengujian hipotesis di beri koefisien-koefisien yang tidak sama dengan nol (0). Selanjutnya tiap-tiap faktor di kalikan dengan harga rata- rata dari dependen variabelnya pada setiap faktor yang bersangkutan dan di jumlahkan semua hasil perkalian tersebut. Jadi

$$a_{11}\bar{X}_{11} + a_{12}\bar{X}_{12} + a_{21}\bar{X}_{21} + a_{22}\bar{X}_{22}$$

Untuk menghitung segnifikansinya di lakukan sebagai berikut.:

$W_1 = \frac{1}{n_1} (a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{23}^2 - a_{22}^2)$. Kemudian dapat

kita cari F' dengan rumus:

$$F' = \frac{P^2}{W_1 \text{ (KRS)}}$$

P = harga yang di dapat

KRS = kuadrat rata-rata sesatan

Jika F' yang di cari kecil dari F tabel dengan df sama dengan df.(f - 3) , (N - f). Dimana f = banyaknya faktor. Maka dapat di simpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan yang segnifikan antara faktor yang di uji, pada tingkat segnifikan yang di pilih.

Sebaliknya jika F' yang di cari besar dari atau sama dengan F pada tabel VI dengan df sama dengan (f - 3),(N-f) dimana f = banyaknya faktor. Maka dapat di simpulkan bahwa kedua faktor yang di uji berbeda secara segnifikan pada tingkat segnifikan yang di pilih.

Contoh:

Dibawah ini di perlihatkan data yang barisnya terdiri dari tiga kategori sedangkan kolomnya terdiri dari dua kategori.

Sebagaimana yang terdapat dalam tabel 5.11 berikut ini

TABEL 5.11: Jumlah dan Jumlah Kuadrat Serta Harga Rata - Rata Dari Dua Kelompok dan Baris

K \ B	B_1 (X)	B_2 (Y)	B_3 (Z)	ΣK
K_1	$\Sigma X_1 = 27$ $\Sigma X_1^2 = 189$ $\Sigma \bar{X}_1 = 5{,}4$ $n_1 = 5$	$\Sigma Y_1 = 15$ $\Sigma Y_1^2 = 75$ $\Sigma \bar{Y}_1 = 3$ $n_1 = 5$	$\Sigma Z_1 = 32$ $\Sigma Z_1^2 = 236$ $\Sigma \bar{Z}_1 = 6{,}4$ $n_1 = 5$	$\Sigma T_1 = 74$ $\Sigma T_1^2 = 500$ $N_1 = 15$
K_2	$\Sigma X_2 = -7$ $\Sigma X_2^2 = 69$ $\Sigma \bar{X}_2 = -1{,}4$ $n_2 = 5$	$\Sigma Y_2 = 4$ $\Sigma Y_2^2 = 100$ $\Sigma \bar{Y}_2 = 0{,}8$ $n_2 = 5$	$\Sigma Z_2 = -3$ $\Sigma Z_2^2 = 51$ $\Sigma \bar{Z}_2 = -0{,}6$ $n_2 = 5$	$\Sigma T_2 = -6$ $\Sigma T_2^2 = 220$ $N_2 = 15$
ΣB	$\Sigma X = 20$ $\Sigma X^2 = 258$ $N_x = 10$	$\Sigma Y = 19$ $\Sigma Y^2 = 175$ $N_y = 10$	$\Sigma Z = 29$ $\Sigma Z^2 = 287$ $N_z = 10$	$\Sigma T = 68$ $\Sigma T^2 = 720$ $N = 30$

Dengan ANAVA dua arah di hasilkan:

$$JKT = 720 - \frac{68^2}{30} = 565{,}87$$

$$JKS = 720 - \frac{2052}{5} = 309{,}6 \quad \text{dan} \quad df = 30 - 2x3 = 24$$

$$JKB = \frac{1602}{10} - \frac{68^2}{30} = 6{,}07 \quad \text{dan} \quad df = 3 - 1 = 2$$

$$JKK = \frac{5512}{15} - \frac{68^2}{30} = 213{,}33 \quad \text{dan} \quad df = 2 - 1 = 1$$

JKI = 565,87 - 309,6 - 6,07 - 213,33 = 36,87 dan df = 2

$$KRS = \frac{309,6}{24} = 12,9$$

$$KRB = \frac{6,07}{2} = 3,035$$

$$KRK = \frac{213,33}{1} = 213,33$$

$$KRI = \frac{36,87}{2} = 18,435$$

$F_B = 0,235$	$F_K = 16,54$	$F_I = 1,43$
tdk segnifikan	segnifikan	tdk segnifikan

Kesimpulan yang dapat di ambil adalah:

Antara T_1 dengan T_2 berbeda secara segnifikan, antara X , Y dan Z tidak berbeda secara segnifikan dan antara inter - aksi T_1 dan T_2 dengan X, Y dan Z tidak berbeda secara segnifikan. Tetapi dengan ANAVA dua arah saja kita belum da - pat mengambil kesimpulan untuk faktor per faktor. Untuk i- tulah di lakukan analisis faktor. Untuk itu banyak sekali hipotesis yang bisa di ajukan. Kita ambil contohnya dengan mengajukan 10 (sepuluh) hipotesis sebagai berikut:

a). Perbedaan antara X_1 dengan X_2

b). Perbedaan antara Y_1 dengan Y_2

c). Perbedaan antara X_1 dengan $Y_1 + Z_1$

d). Perbedaan antara Y_1 dengan Z_1

e). Perbedaan antara Z_2 dengan $X_2 + Y_2$

f). Perbedaan antara Y_2 dengan $X_1 + Z_1$

g). Perbedaan antara Z_1 dengan Y_2.

h). Perbedaan antara Y_1 dengan X_2

i). Perbedaan antara X_1 dengan $X_2 + Y_2 + Z_2$

j). Perbedaan antara Y_2 dengan $X_1 + Y_1 + Z_1 + X_2 + Z_2$

Untuk itu kita buat tabel 5.12 seperti berikut:

TABEL 5.12 : Perhitungan Analisis Faktor Dengan Sepuluh Hipotesis.

Harga rata-rata / Faktor	$\bar{X}_{11}=X_1$ 5,4	$\bar{X}_{12}=Y_1$ 3	$\bar{X}_{13}=Z_1$ 6,4	$\bar{X}_{21}=X_2$ -1,4	$\bar{X}_{22}=Y_2$ 0,8	$\bar{X}_{23}=Z_2$ -0,6	Jumlah harga
$X_1 - X_2$	1(5,4)	0	0	-1(-1,4)	0	0	6,8
$Y_1 - Y_2$	0	1(3)	0	0	-1(0,8)	0	2,2
$X_1-Y_1+Z_1$	1(5,4)	$-\frac{1}{2}$(3)	$-\frac{1}{2}$(6,4)	0	0	0	1,2
$Y_1 - Z_1$	0	1(3)	-1(6,4)	0	0	0	-3,4
$Z_2-X_2+Y_2$	0	0	0	$\frac{1}{2}$(-1,4)	$\frac{1}{2}$(0,8)	-1(-0,6)	0,3
$Y_2-X_1+Z_1$	$\frac{1}{2}$(5,4)	0	$\frac{1}{2}$(6,4)	0	-1(0,8)	0	5,1
$Z_1 - Y_2$	0	0	1(6,4)	0	-1(0,8)	0	5,6
$Y_1 - X_2$	0	1(3)	0	-1(-1,4)	0	0	4,4
$X_1-X_2+Y_2+Z_2$	1(5,4)	0	0	$-\frac{1}{3}$(-1,4)	$-\frac{1}{3}$(0,8)	$-\frac{1}{3}$(-0,6)	5,8
$Y_2-X_1+Y_1+Z_1+X_2+Z_2$	$-\frac{1}{5}$(5,4)	$-\frac{1}{5}$(3)	$-\frac{1}{5}$(6,4)	$-\frac{1}{5}$(-1,4)	1(0,8)	$-\frac{1}{5}$(-0,6)	-1,76

Untuk perbandingan dari harga-harga yang di dapat pada tabel 5.12 harus di hitung satu per satu

a). Antara X_1 dengan X_2

$$W_1 = \frac{1}{5}(1 + 1) = \frac{2}{5} \quad \text{maka}$$

$$F = \frac{5\,(6,8)^2}{12,9} = 17,92$$

Jadi antara X_1 dengan X_2 terdapat perbedaan yang segnifikan pada = 0,05 (juga pada $\alpha = 0,01$). Karena F $\{3,24\ ;\ 0,01\} = 4,72$ (dari tabel VI).

b). Kita lihat antara X_1 di satu pihak dengan Y_1 dan Z_1 dipihal lain (pada tabel 5.12 adalah baris ke c).

$$W_1 = \frac{1}{5}\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{10} \quad \text{maka harga}$$

$$F = \frac{10\,(1,2)^2}{3(12,9)} = 0,372$$

Ini dapat di simpulkan bahwa antara X_1 dengan $Y_1 + Z_1$ tidak berbeda secara segnifikan pada $\alpha = 0,05$. Karena F $\{(6-3),(30-6)\}$; 0,01 = 4,72 (dari tabel VI)

c). Kita lihat sekarang pada nomor i). yaitu antara X_1 dengan $X_2 + Y_2 + Z_2$

$$W_1 = \frac{1}{5}\left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = \frac{12}{45} = \frac{4}{15} \quad \text{maka}$$

$$F = \frac{15\,(5,8)^2}{4(12,9)} = 9,78$$

Jadi dapat di simpulkan bahwa antara X_1 dengan $X_2 + Y_2 + Z_2$ terdapat perbedaan yang segnifikan pada $\alpha = 0,05$

juga pada $\alpha = 0{,}01$.

d). Yang terakhir baiklah kita lihat perbedaan pada nomor j atau perbedaan antara Y_2 dengan $X_1 + Y_1 + Z_1 + X_2 + Z_2$

$$W_1 = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} + 1\right)$$

$$= \frac{6}{25} \text{, maka harga}$$

$$F = \frac{25\,(-1{,}76)^2}{6(12{,}9)} = 1$$

Dapat di simpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan yang segnifikan antara faktor X_1 dengan gabungan semua faktor yang lain pada $\alpha = 0{,}05$.

C. ANAVA banyak arah.

Kita telah menguraikan analisis varian satu arah dan analisis ganda, serta analisis varian dua arah dan analisis faktor. Pada analisis varian satu arah kita mempunyai satu variabel dependen dan satu variabel independen. Pada analisis varian dua arah kita mempunyai satu variabel dependen, tetapi mempunyai dua variabel independen. Maka sekarang tibalah saatnya kita membicarakan analisis varian banyak arah yaitu mempunyai 1 variabel dependen, tetapi mempunyai banyak (lebih dari dua) variabel independen.

1. Bujur sangkar latin

Dalam buku ini penulis hanya akan membahas analisis varian dengan satu variabel dependen dan tiga variabel independen. Bagi pembaca yang tertarik untuk mempelajari analisis varian yang mempunyai lebih dari tiga variabel independen, kami anjurkan untuk mencari buku-buku Statistik Matematika.

Pada analisis varian tiga arah ini, dapat dikemukakan bahwa ada dua atau lebih kelompok dari tiga variabel bebas. Misalnya variabel X_1, X_2 dan X_3. Sama halnya dengan ANAVA dua arah, di sini juga dihitung $\sum X_1$, $\sum X_2$ dan $\sum X_3$, $\sum X_1^2$, $\sum X_2^2$ dan $\sum X_3^2$. Kemudian masing-masingnya dijumlahkan menurut banyak kategorinya pada dua buah variabel lainnya. Dan juga dijumlahkan secera keseluruhan.

Kemudian dengan memakai rumus seperti yang biasa dipakai untuk ANAVA dua arah dapat dihitung jumlah kuadrat dari masing-masing variabel juga derjat bebasnya (df), yang seterusnya untuk menghitung jumlah kuadrat rata-rata. Demikian juga dihitung jumlah kuadrat dan jumlah kuadrat sesatan untuk menghitung F dari masing-masing variasi. Untuk menentukan interaksinya maka analisis varian tiga arah ini dapat dibagi atas: bujur sangkar Latin dan Analisis varian tiga arah biasa. Di mana pada bujur sangkar Latin kita tidak dihitung, alasannya sama dengan ANAVA dua arah dengan kasus $n = 1$

1. Bujur Sangkar Latin

   Dalam buku ini akan dijelaskan rancangan bujur-sangkar Latin dengan 3 variabel, yaitu dalam rancangan bujur sangkar 4 x 4. Seperti analisis dua arah kita gambarkan dua variabelnya untuk masing-masing empat kategori. Kemudian dipasang variabel ketiga (A, B, C, D) pada setiap kolomnya secara berbeda. Tiap-tiap kategori

(A, B, C, D) pada variabel ketiga ini hanya dipasang sekali dalam tiap baris dan tiap kolom (lihat Tabel 5.13)

TABEL 5.13 Rancangan Bujur Sangkar Latin

Variabel I / Variabel II	I	II	III	IV
1	A	B	C	D
2	D	A	B	C
3	C	D	A	B
4	B	C	D	A

Untuk lebih jelasnya mengenai rancangan bujur sangkar Latin ini, perhatikan contoh berikut :

Contoh : Sejumlah anak dibagi atas empat kelompok yang sama banyaknya. Dan empat macam materi pelajaran dari suatu bidang studi masing-masingnya dibuat empat bentuk tes, yaitu :

A. Pilihan ganda

B. Betul - Salah

C. Analisis hubungan sebab

D. Menjodohkan

Hasil ujian tersebut adalah seperti yang terlihat pada tabel 5.14

TABEL 5.14: Data Hasil Ujian

Kl.Siswa / Kel.Materi	I	II	III	IV	Jmlh
1	A 81	B 41	C 44	D 53	219
2	D 38	A 97	B 42	C 49	226
3	C 31	D 43	A 67	B 36	177
4	B 57	C 33	D 43	A 81	214
Jumlah	207	214	196	219	836

Dari data pada tabel 5.14, dihitung jumlahnya menurut bentuk tesnya masing-masing

Ujian	A	B	C	D	Jumlah
Jumlah	326	176	157	177	836

Untuk melakukan analisis varian, pertama-tama dihitung hal-hal berikut :

$$\text{JKK} = \frac{207^2 + 214^2 + 196^2 + 219^2}{4} - \frac{836^2}{16} = 74,5$$

= Jumlah Kuadrat Anak (Kelompok)

$$\text{JKM} = \frac{219^2 + 226^2 + 177^2 + 214^2}{4} - \frac{836^2}{16} = 359,5$$

= Jumlah Kuadrat Materi

$$\text{JKU} = \frac{326^2 + 176^2 + 157^2 + 177^2}{4} - \frac{836^2}{16} = 4626,5$$

Jumlah Kuadrat Ujian

$$JKT = 81^2 + 38^2 + 31^2 + 37^2 + 41^2 + 97^2 + 43^2 + 33^2 + 44^2 + 33^2 + 44^2 + 42^2 + 67^2 + 43^2 + 53^2 + 49^2 + 36^2 + 81^2 - \frac{836^2}{16}$$

$= 5667 =$ Jumlah Kuadrat Total

$JKS = JKT - JKA - JKM - JKU$

$= 5667 - 74{,}5 - 359{,}5 - 4626{,}5$

$= 606{,}5$

$=$ Jumlah Kuadrat Sesatan

Selanjutnya untuk menghitung F, dibuat tabel analisis varian, yaitu tabel 5.15

TABEL 5.15 Analisis Varian

Sumber Variasi	df	JK	JKR	F
Kelompok Anak	3	74,5	24,8	0.25
Kelompok Materi	3	359,5	119,8	1,18
Jenis Ujian	3	4626,5	1542,2	15,25
Sesatan	6	606,5	101,1	-

Kelompok anak ada empat, maka df = 4 - 1 = 3

Kelompok materi ada empat, maka df = 4 - 1 = 3

Kelompok Ujian ada empat, maka df = 4 - 1 = 3

$df_{Sesatan} = 16 - 1 - 3 - 3 - 3 = 6$

Kemudian untuk menghitung signifikansi lihat tabel

VI dengan df (3,6) dan $\alpha = 0{,}05$, didapat $F_{(3,6;0,05)}$ = 4,76. Ternyata hanya $F_{ujian} > F_{(3,6;0,05)}$, sedangkan yang lainnya kecil dari $F_{(0,05)}$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa kelompok anak dan kelompokmmateri tidak berbeda, akan tetapi jenis ujian berbeda secara signifikan.

2. Analisis Varian Tiga Arah

Dari uraian tentang bujur sangkar Latin kita tidak dapat melihat interaksi antara variabelnya. Interaksi tersebut berupa interaksi antara dua variabel, sedangkan interaksi antara 3 variabel dan seterusnya sesuai dengan banyak variabel yang dianalisis kita tidak dapat lagi menggunakan bujur sangkar latin untuk menghitung jumlah kuadrat dari bermacam-macam interaksi tersebut. Tetapi untuk itu digunakan Analisis Varian Tiga Arah.

Dalam hal ini cara menghitung jumlah kuadrat dan jumlah kuadrat total dari masing-masing variabel, tidak berbeda dengan ANAVA dua arah atau rancangan bujur sangkar latin. Sedangkan untuk menghitung jumlah kuadrat sesatan adalah jumlah kuadrat total dikurangi jumlah kuadrat dari semua variabel dan dikurangi lagi dengan jumlah kuadrat semua interaksi.

Berapa buah banyaknya interaksi tersebut ?. Hal ini tergantung kepada banyak variabelnya. Umpamanya ada k variabel, maka banyak interaksinya adalah :

Interaksi antara dua variabel = $\binom{k}{2}$ buah

Interaksi antara tiga variabel = $\binom{k}{3}$ buah

Interaksi antara (k-1) variabel = $\binom{k}{k-1}$ buah

Interaksi antara k variabel = $\binom{k}{k}$ buah

Untuk menghitung derajat kebebasan (df) dari masing-masing variabel sama dengan cara pada bujur sangkar Latin Sedangkan untuk interaksi df dari masing-masing variabel sama dengan perkalian dari kategori dikurangi satu dari masing-masing variabel yang berinteraksi tersebut. Berikutnya df sesatan adalah N dikurangi dengan perkalian dari kategori dari setiap variabel. Setelah itu dapat pula dihitung jumlah kuadrat rata-rata (JKR) dan F sama seperti ANAVA dua arah. Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh berikut ini :

Contoh : Seorang peneliti ingin melihat perbedaan hasil belajar Bahasa Indonesia dari siswa kelas II SMP di tempat A (di sini hasil belajar adalah variabel tergantung). Perbedaan yang akan di lihat adalah antara wanita dengan pria; antara siswa yang berumur 13 tahun, 14 tahun dan 15 tahun; antara IQ siswa yaitu antara $IQ \leq 85$, $85 < IQ \leq 95$; $95 < IQ \leq 105$; $IQ > 105$. Juga kaitan antara umur, jenis kelamin dan IQ. Untuk keperluan tersebut sipeneliti mengambil sampel secara acak bertingkat sebanyak 120 orang yang terdiri dari 60 orang wanita dan 60 orang laki -laki. Dari keenam puluh orang wanita (demikian juga laki-laki) tersebut terdiri pula dari 20 orang berumur 13 tahun, 20 orang yang berumur 14 tahun dan 20 orang yang berumur 15 tahun. Masing-masing dari dua puluh orang tersebut terdiri dari 5 orang yang IQ $\leq$ 85; 5 orang 85 $<$ IQ $\leq$ 95; 5 orang mempunyai 95 $<$ IQ $\leq$ 105 dan 5 orang mempunyai IQ $>$ 105. Dengan demikian semuanya terdiri dari 24 kelompok. Tiap-tiap kelompok beranggotakan 5 orang. Setelah diadakan ujian Bahasa Indonesia terhadap 120 orang siswa sampel tersebut, maka diperoleh hasilnya seperti terlihat pada tabel 5.16 berikut ini :

TABEL 5.16 Hasil Tes Bahasa Indonesia Menurut Umur, Jenis Kelamin dan IQ

SEX	IQ	13 th	14 th	15 th
WANITA	≤ 85	65 54 61 67 70	46 56 62 67 71	47 59 68 73 80
	85,1-95	47 56 63 68 72	49 59 63 71 72	50 69 71 74 81
	95,1-105	65 79 92 93 96	57 66 76 79 84	58 66 76 78 86
	> 105	52 64 75 77 84	66 74 78 89 92	68 75 79 89 91
LAKI-LAKI	≤ 85	58 65 74 77 85	62 69 71 73 76	62 65 71 72 74
	85,1 - 95	59 73 80 87 91	51 63 74 85 89	51 62 71 82 86
	95,1-105	53 69 76 83 90	64 70 83 88 90	55 64 76 79 87
	> 105	48 61 70 77 81	48 62 70 82 88	69 90 93 94 95

Dari masing-masing kolom Tabel 5.16 dihitung jumlah dan jumlah kuadratnya. Kemudian dijumlahkan menurut variabel masing-masing. Hasinya dapat dilihat pada Tabel 5.17.

TABEL 5.17 Jumlah dan Jumlah Kuadrat Setiap Kelompok Serta Jumlahnya Pada Masing-masing Variabel

SEX	IQ	Besaran	13 th X	14 th Y	15 th Z	Jumlah Tiap Bagian	Jumlah menurut kelamin	Jumlah Menurut IQ
WANITA	a	Σa	317	302	327	946		a 2000
		Σa^2	20251	18626	22043	60920		
	b	Σb	306	314	345	965		135660
		Σb^2	19122	20076	24339	63537	4215	
	c	Σc	425	362	364	1151	305309	b 2069
		Σc^2	36795	26678	26976	90449		
	d	Σd	352	399	402	1153		147395
		Σd^2	25410	32301	32692	90403		
LAKI-LAKI	a	Σa	359	351	344	1054		c 2278
		Σa^2	26219	24751	23770	74740		
	b	Σb	390	362	352	1104	4413	177220
		Σb^2	31060	27192	25606	83858		
	c	Σc	371	395	361	1172	333671	d 2281
		Σc^2	28335	31729	26707	86771		
	d	Σd	337	350	441	1128		178705
		Σd^2	23415	25516	39371	88302		
JUMLAH MENURUT UMUR			2857	2835	2936	T = 8628		
			210607	206869	221504	T^2 = 638980		

Keterangan : a = IQ $\leqslant$ 85

b = IQ antara 85,1 - 95

c = IQ antara 95,1 - 105

d = IQ > 105

Dari tabel 5.17 di atas dapat dihitung jumlah kuadrat, jumlah kuadrat rata-rata serta F dari masing-masing variabel dan interaksinya sebagai berikut:

$$JKT = 638980 - \frac{8628^2}{120} = 18626,8$$

dengan df = N - 1 = 120 - 1 = 119

$$JKQ = \frac{2000^2 + 2069^2 + 2278^2 + 2281^2}{30} - \frac{8628^2}{120}$$

$$= 2080,33$$

dengan df = 4 - 1 = 3

$$JKU = \frac{2857^2 + 2835^2 + 2936^2}{40} - \frac{8628^2}{120} = 141,05$$

$df_u = 3 - 1 = 2$ $df_x = 2 - 1 = 1$

$$JKX = \frac{4215^2 + 4413^2}{60} - \frac{8628^2}{120} = 326,7$$

JKI (Q-U) dicari dari kolom antara IQ dengan umur, tanpa memperhitungkan jenis kelamin.

$$JKI\ (Q\text{-}U) = \frac{(317+359)^2+(306+390)^2+(425+371)^2+(352+337)^2}{10}$$

$$+\frac{(327+344)^2+(345+352)^2+(364+361)^2+(402+441)^2}{10} +$$

$$\frac{(302+351)^2+(314+362)^2+(362+395)^2+(399+350)^2}{10}$$

$$- \frac{8628^2}{120} - JKQ - JKU$$

$$= 1374,22$$

dengan df = (4-1) (2-1) = 6

JKI (Q-X) di sini umur diabaikan, maka

$$JKI\ (Q\text{-}X) = \frac{946^2 + 965^2 + 1151^2 + 1153^2 + 1054^2}{15}$$

$$\frac{1104^2 + 1127^2 + 1128^2}{15} - \frac{8628^2}{120} -$$

$$JKQ - JKX = 746,17$$

dengan df = (2-1) (3-1) = 3

JKI (U-X) diperhitungkan dengan mengabaikan IQ

$$JKI\ (U\text{-}X) = \frac{(317+306+425+352)^2 + (302+314+362+399)^2}{20}$$

$$+ \frac{(327+345+364+402)^2}{20}$$

$$+ \frac{(359+390+371+337+)^2 + (351+362+395+}{20}$$

$$\frac{350)^2 + (344+352+361+441)^2}{20}$$

$$- \frac{8628^2}{120} - JKU - JKX$$

$$= 8,55$$

dengan df = (3-1) (2-1) = 2

Selanjutnya dihitung interaksi dari ketiga variabel.

$$JKI\ (Q\text{-}X\text{-}U) = \frac{317^2+302^2+327^2+306^2+314^2+345^2+425^2}{5} +$$

$$\frac{362^2+364^2+352^2+399^2+402^2+359^2+351^2}{5} +$$

$$\frac{344^2+390^2+362^2+352^2+371^2+395^2}{5}$$

$$\frac{+361^2+337^2+350^2+441^2}{5} - \frac{8628^2}{120}$$

$$- JKI(QU) - JKI(QX) - JKI(UX)$$

$$- JKQ - JKU - JKX = 1408{,}55$$

$$df = (4-1)(3-1)(2-1) = 6$$

$$JKS = JKT - JKQ - JKU - JKX - JK(QX) - JK(UX) - JK(Qu)$$

$$= 10280{,}72$$

$$df = N - (4)(3)(2) = 96$$

Untuk menentukan jumlah kuadrat rata-rata dari masing-masing harga dihitung seperti biasa, yaitu masing-masing jumlah kuadrat dibagi dengan masing df. Sedangkan untuk menghitung F adalah jumlah kuadrat rata-rata dari masing-masing harga dibagi dengan jumlah kuadrat rata-rata dari sesatan. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 5.18

TABEL 5.18 Jumlah Kuadrat, Jumlah Kuadrat Rata-rata untuk Menentukan F dari Tiap-Tiap Variasi

Variasi	df	JK	JKR	F	F (0,05)
Jenis Kelamin (x)	1	326,7	326,7	3,05	3,96
Umur (U)	2	141,05	70,53	0.64	3,11
IQ (Q)	3	2080,33	693,45	6,48	2,72
IQ - Umur	6	1374,22	229,04	2,14	2,21
IQ - Seks	3	746,17	248,72	2,32	2,72
Umur - Seks	2	8,55	4,28	0,04	3,11
Umur-Seks-IQ	6	1408,55	234,76	2,19	2,21
Sesatan	96	10280,72	107,09		
T o t a l	119	18626,8			

Dari Tabel 5.18 di atas dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut :

Pertama-tama terlihat bahwa satu-satunya pada IQ yang F_{dicari} F_{tabel}. Hal tersebut berarti bahwa terdapat perbedaan hasil belajar yang berarti antara anak yang mempunyi IQ tinggi dengan yang rendah. Dari tabel data dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi IQ semakin semakin tinggi pula hasil tes bahasa Indonesia.

Untuk jenis kelamin, umur dan semua interaksi ternyata F_{dicari} F_{tabel} Hal itu berarti tidak terdapat perbedaan hasil tes bahasa Indonesia pada semua aspek yang terakhir itu.

B A B VI

ANALISIS KOVARIAN

Pada analisis varian, baik yang satu arah, dua arah, maupun yang banyak arah, semuanya mempunyai dua jenis variabel yaitu satu buah variabel dependen yang berskala interval, dan satu atau beberapa variabel independen yang berskala nominal Dalam hal itu analisis bertujuan untuk melihat perbedaan dari rata-rata variabel dependen antar kategori var. imdependen.

Dalam bab ini, disamping variabel dependen dan independen, terdapat pula variabel kontrol yang berskala interval.Di sini ingin diketahui apakah perbedaan-perbedaan tersebut disebabkan oleh variabel independen, atau hanya oleh var. kontrol. Analisis ini disebut Analisis Kovarian. Jika var. independennya satu buah, maka analisisnya disebut Analisis varian satu arah, jika variabel independennya dua buah, maka analisisnya disebut Analisis Varian Dua Arah, dan seterusnya. Di dalam buku ini hanya dibicarakan analisis varian satu arah Du a arah saja.

A. Analisis Kovarian Satu Arah

Dalam membicarakan kovarian ini, baik yang satu arah maupun yang dua arah, pengadmistrasiannya di mulai dengan dasar dan perumusan, selanjutnya di ikuti dengan contoh pemakaiannya. Pada dasar dan perumusan, dijelaskan perumusan yg di pakai serta cara pemakaiannya. Pada contoh pemakaian pada umumnya di gunakan data fiktif. Walaupun data yang digunakan adalah data fiktif, namum penulis mengambilnya sebgai se-olah-olah data dari suatu penelitian.

1. Dasar dan Perumusan

Seperti yang telah diuraikan pada permulaan bab ini analisis kovarian satu arah ini terdiri dari satu variabel dependen berskala interval, satu variabel indenpenden kategorikal yang dapat terdiri dari 2 kategori atau lebih dan satu atau lebih kontrol variabel yang berskala interval ~~yang dapat pula terdiri dari satu atau lebih kelompok variabel~~. Untuk memudahkan baiklah kita beri lambang. Variabel dependen dilambangkan dengan Y, variabel kontrol dilambangkan dengan X (X_1, X_2 ......) sedangkan variabel indenpenden kita kelopokkan.

Untuk memudahkan marilah kita buat tabel yang digunakan untuk analisis ini.

TABEL 6.1 : Distribusi Variabel Menurut Kelompok

Kel. I n_1	Kel. II n_2	Kel.III n_3	Jumlah N
ΣY_1	ΣY_2	ΣY_3	ΣY
ΣY_1^2	ΣY_2^2	ΣY_3^2	ΣY^2
$\Sigma (X_1)_1$	$\Sigma (X_1)_2$	$\Sigma (X_1)_3$	ΣX_1
$\Sigma (X_1)_1^2$	$\Sigma (X_1)_2^2$	$\Sigma (X_1)_3^2$	ΣX_1^2
$\Sigma (X_2)_1$	$\Sigma (X_2)_2$	$\Sigma (X_2)_3$	ΣX_2
$\Sigma (X_2)_1^2$	$\Sigma (X_2)_2^2$	$\Sigma (X_2)_2^2$	ΣX_2^2
$\Sigma (YX_1)_1$	$\Sigma (YX_1)_2$	$\Sigma (YX_1)_3$	ΣYX_1
$\Sigma (YX_2)_1$	$\Sigma (YX_2)_2$	$\Sigma (YX_2)_3$	ΣYX_2
$\Sigma (X_1X_2)_1$	$\Sigma (X_1X_2)_2$	$\Sigma (X_1X_2)_3$	ΣX_1X_2

Semua variabel dihitung jumlah dan jumlah kuadratnya demikian juga jumlah dari perkalian dua-dua variabel. Selanjutnya dari masing-masing unsur dihitung jumlah kuadrat total (JKT) dan jumlah kuadrat sesatan (JKS) sebagai berikut:

$$JKT\ (Y) = \Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{N}\ ;\quad JKS\ (Y) = \Sigma Y^2 - \left\{ \frac{(\Sigma Y_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma Y_2)^2}{n_2} + \frac{(\Sigma Y_3)^2}{n_3} \right\}$$

$$JKT\ (X_1) = \Sigma X_1^2 - \frac{(\Sigma X_1)^2}{N}\ ;\ JKS\ (X_1) = \Sigma X_1^2 - \left\{ \frac{(\Sigma X_{1.1})^2}{n_1} + \frac{(\Sigma X_{1.2})^2}{n_2} + \frac{(\Sigma X_{1.3})^2}{n_3} \right\}$$

$$JKT\ (X_2) = \Sigma X_2^2 - \frac{(\Sigma X_2)^2}{N};\ JKS\ (X_2) = \Sigma X_2^2 - \left\{ \frac{(\Sigma X_{2.1})^2}{n_1} + \frac{(\Sigma X_{2.2})^2}{n_2} + \frac{(\Sigma X_{2.3})^2}{n_3} \right\}$$

$$JKT\ (YX_1) = \Sigma (YX_1)^2 - \frac{(\Sigma YX_1)^2}{N}\ ;\quad JKS(YX_1) = \Sigma (YX_1)^2 - \left\{ \frac{(\Sigma (YX_1)_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma (YX_1)_2)^2}{n_2} + \frac{(\Sigma (YX_1)_3)^2}{n_3} \right\}$$

$$JKT\ (YX_2) = \Sigma (YX_2)^2 - \frac{(\Sigma YX_2)^2}{N} \quad \text{dan}$$

$$JKS\ (YX_2) = \Sigma (YX_2)^2 - \left\{ \frac{\{(\Sigma (YX_2)_1\}^2}{n_1} + \frac{\{(\Sigma (YX_2)_2\}^2}{n_2} + \frac{\{\Sigma (YX_2)_3\}^2}{n_3} \right\}$$

$$\text{JKT } (X_1X_2) = \Sigma (X_1X_2)^2 - \frac{\{\Sigma(X_1X_2)\}^2}{N} \quad \text{dan}$$

$$\text{JKS } (X_1X_2) = \Sigma (X_1X_2)^2 - \left[\frac{\{\Sigma(X_1X_2)_1\}^2}{n_1} + \frac{\{\Sigma(X_1X_2)_2\}^2}{n_2} + \frac{\{\Sigma(X_1X_2)_3\}^2}{n_3} \right]$$

Selanjutnya dicari JKT (Reg) dan JKS (Reg) dengan cara sebagai berikut :

Jumlahnkuadrat total residu dicari sebagai berikut :

$$\text{JKT } (X_1Y) = (a) \{\text{JKT } (X_1)\} + (b) \{\text{JKT } (X_1X_2)\}$$

$$\text{JKT } (X_2Y) = (a) \{\text{JKT } (X_1X_2)\} + (b) \{\text{JKT } (X_2)\}$$

Dari kedua persamaan tersebut dapat dihitung nilai a dan nilai b. Kemudian dihitung JKT (Reg) dengan cara :

$$\text{JKT (Reg)} = \text{JKT (Y)} - \{(a) \text{ JKT } (X_1Y) + (b) \text{ JKT}(X_2Y)\}$$

Jumlah kuadrat sesatah dicari sebagai berikut :

$$\text{JKS } (X_1Y) = a \{\text{JKS } (X_1)\} + b \{\text{JKS } (X_1X_2)\}$$

$$\text{JKS } (X_2Y) = a \{\text{JKS } (X_1X_2)\} + b \{\text{JKS } (X_2)\}$$

Juga dari persamaan di atas dapat dihitungkan nilai-nilai a dan b. Seterusnya dihitung jumlah kuadrat sesatan dengan rumus :

$$\text{JKS (Reg)} = \text{JKS(Y)} - \left[a \{\text{JKS}(X_1Y)\} + b \{\text{JKS } (X_2Y)\} \right]$$

Dengan didapatnya JKT (Reg) dan JKS (Reg) maka dapat dihi—

tung JKA (Reg) atau jumlah kuadrat antara regreasi dengan

$$JKA\ (Reg) = JKT(Reg) - JKS(Reg)$$

JKT mempunyai derajat bebas df = N - (K+1) (dalam contoh tabel kita K = 2, karena ada 2 variabel kontrol)

JKA mempunyai derajat bebas df = G - 1 (dalam contoh kita G = banyak kelompok = 3)

JKS = JKT - JKA

Seterusnya dengan cara yang sama dengan ANAVA dicari kuadrat rata-rata dari sesatan (KRS) dan antara (KRA). Dengan demikian dapat dihitung :

$$F = \frac{KRA}{KRS}$$. Hasil ini dibandingkan dengan tabel VI

dengan df = $\{df_a,\ df_s\ ;\alpha\}$ Kesimpulannya ialah :

Jika F dicari $\geqslant F_{tabel}$ maka terdapat perbedaan antara kelompok dari dependen (Y) Variabel. Sebaliknya jika $F_{dicari} < F_{tabel}$ berarti tidak terdapat perbedaan yang signifikan.

2. Pemakaian.

Seorang staf mengajar ingin mencoba keampuhan metoda mengajar baru, untuk itu dia mengambil 12 orang mahasiswa yang dibaginya atas dua kelompok yang sama banyaknya. Satu kelompok digunakannya sebagai eksperimen dan yang satu lagi dijadikannya kelompok kontrol. Namun demikian dia meragukan nanti hasilnya bahan disebabkan oleh karena metoda mengajar baru itu saja, tetapi disebabkan oleh karena variabel lain. Untuk itu diidentifikasikannya dua macam variabel kontrol, yaitu variabel IQ dan hasil tes masuk. Setelah eksperimen selesai maka diadakan tes hasil belajar dengan ujian yang sama terhadap kedua kelompok tersebut. Hasilnya setelah dicari jumlah, jumlah kuadrat serta perkaliannya adalah seperti terlihat pada tabel 6.2

TABEL 6.2 Jumlah, Jumlah Kuadrat Data

KEL	Y n ; ΣY^2	X_1 n ; ΣX_1^2	X_2 n ; ΣX_2^2	ΣX_1Y	ΣX_2Y	ΣX_1X_2
EKS	332 6 18434	390 6 25396	665 6 73969	21782	36912	43327
KONT	302 6 15252	358 6 21400	640 6 68430	17870	32237	38260
JUMLAH	634 12 33686	748 12 46796	1305 12 142399	39652	69149	81587

Jumlah kuadrat dari masing-masing unsur adalah :

$$\text{JKT (Y)} = 33686 - \frac{634^2}{12} = 189,67$$

$$\text{JKS (Y)} = 33686 - \frac{(332^2 + 302^2)}{6} = 114,67$$

$$\text{JKT }(X_1) = 46796 - \frac{748^2}{12} = 170,67$$

$$JKS\ (X_1) = 46796 - \frac{(390^2 + 358^2)}{6} = 85,33$$

$$JKT\ (X_2) = 142399 - \frac{1305^2}{12} = 480,25$$

$$JKS\ (X_2) = 142399 - \frac{(665^2 + 640^2)}{6} = 428,17$$

$$JKT\ (X_1Y) = 39652 - \frac{(748)(634)}{12} = 132,67$$

$$JKS\ (X_1Y) = 39652 - \left\{\frac{(390)(332) + (358)(302)}{6}\right\} = 52,67$$

$$JKT\ (X_2Y) = 69149 - \frac{(1305)(634)}{12} = 201,5$$

$$JKS\ (X_2Y) = 69149 - \frac{(665)(332) + (640)(302)}{6} = 139$$

$$JKT\ (X_1X_2) = 81587 - \frac{(748)(1305)}{12} = 242$$

$$JKS\ (X_1X_2) = 81587 - \frac{(390)(1305) + (358)(64)}{6} = 175,33$$

Seperti yang telah diuraikan pada permulaan bab ini, bahwa untuk mencari jumlah kuadrat residu adalah dengan menghitung koefisien regresi dari jumlah kuadrat total (JKT) dari setiap variabel kontrol dengan rumus regresi :

$$\Sigma X_1Y = a \Sigma X_1 + b \Sigma X_1 X_2$$

$$\Sigma X_2Y = a \Sigma X_1X_2 + b \Sigma X_2$$

Di dalam hal ini ΣX_1, ΣX_2 dan seterusnya diganti dengan JKT (X_1) dan seterusnya. Dengan demikian maka persamaan regresi di atas menjadi :

$$132{,}67 = 170{,}67\,a + 242\,b$$

$$201{,}5 = 242\,a + 480{,}25\,b$$

dengan menggunakan sistem determinan, harga a dan b kedua persamaan tersebut dapat dicari sebagai berikut :

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 242 & 132{,}67 \\ 480{,}25 & 201{,}5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 242 & 170{,}67 \\ 480{,}25 & 242 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{(242)\,(201{,}5) - (480{,}25)\,(132{,}67)}{(242)\,(242) - (480{,}25)\,(170{,}67)}$$

$$= 0{,}63895713$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} 170{,}67 & 132{,}67 \\ 242 & 210{,}5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 170{,}67 & 242 \\ 242 & 480{,}25 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{(201{,}5)\,(170{,}67) - (242)\,(132{,}67)}{(170{,}67)(480{,}25) - (242)\,(242)}$$

$$= 0{,}09\cancel{75}999526$$

Demikian juga harus kita cari jumlah kuadrat sesatan dari residu dengan menghitung koefisien regresi dari JKSnya masing-masing.

$$\sum X_1 Y = a_1 \sum X_1 + b_1 \sum X_1\,X_2$$

$$\Sigma X_2Y = a_1 \Sigma X_1X_2 + b_1 \Sigma X_2$$

Persamaan tersebut diganti semua ΣX_1, ΣX_2 dan seterusnya dengan jumlah kuadrat sesatan (JKS)yang bersangkutan.

$$52{,}67 = 85{,}33\ a_1 + 175{,}33\ b_1$$

$$139 = 175{,}33\ a_1 + 428{,}16\ b_1$$

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} 175{,}33 & 52{,}6 \\ 428{,}16 & 139 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 175{,}33 & 85{,}33 \\ 428{,}16 & 175{,}33 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{(175{,}33)\ (139) - (428{,}16)\ (52{,}67)}{(175{,}33)\ (175{,}33) - (428{,}16)(85{,}33)}$$

$$= -0{,}31404788$$

$$b_1 = \frac{\begin{vmatrix} 85{,}33 & 52{,}76 \\ 175{,}33 & 139 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 85{,}33 & 175{,}33 \\ 175{,}33 & 428{,}16 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{(85{,}33)\ (139) - (52{,}76)\ (175{,}33}{(85{,}33)\ (428{,}16) - (175{,}33)(175{,}33)}$$

$$= 0{,}45324648$$

Selanjutnya dengan telah dihitungnya harga di atas kita hitung jumlah kuadrat residu baik untuk total maupun untuk sesatan.

$$JKT\ (Reg)' = JKT(Y) - \left\{a(JKT(X_1Y) + b(JKT(X_2Y)\right\}$$

$$= 189{,}67 - \left\{(0{,}63895713)(132{,}67) + (0{,}0975999526)(201{,}5)\right\}$$

$$= 85{,}233167 = 85{,}23$$

$$df = n - (k + 1) = 12 - (2+1) = 9$$

$$JKS\ (Reg) = JKS(Y) - \left\{a_1(JKS(X_1Y)+b_1(JKS(X_2Y)\right\}$$

$$= 114{,}66 - \left\{(-0{,}31404788)(52{,}67) + (0{,}45324648)(139)\right\}$$

$$= 68{,}19964112 = 68{,}2$$

$$JKA\ (Reg) = JKT\ (Reg) - JKS\ (Reg)$$

$$JKA\ (Reg) = 85{,}23 - 68{,}2 = 17{,}03$$

$$df = G - 1 = 2 - 1 = 1$$

JKA (Reg) = Jumlah kuadrat antara residu

G = banyaknya kelompok (di sini = 2 yaitu kelompok eks dan kelompok kont)

Selanjutnya df dari JKS (Reg) = df JKT(Reg) − df JKS(Reg) = 9 − 1 = 8

Sesuai dengan analisis varian yang lain maka KRS (Reg) dan KRA (Reg) dapat dicari dengan membagi masing-masing jumlah kuadrat dengan df yang bersangkutan.

$$KRS\ (Reg) = \frac{85{,}23}{9}$$

$$KRS\ (Reg) = \frac{17{,}03}{1} = 17{,}03$$

Untuk lebih ringkas dan jelasnya perhatikanlah tabel 6,3 berikut ini :

TABEL 6.3 Jumlah Kuadrat Untuk Menghitung F dari Variasi

Variasi	df	JK	KR	F
Antara	1	17,03	17,03	2
Sesatan	8	68,2	8,525	

Jadi $F = 2$ itu dibandingkan dengan Tabel VI dengan df $= (1,8)$ $F_{(1,8\ ;\ 0,05)} = 5,32$

ternyata $F_{dicari} < F_{tabel}$. Dengan demikian dapat di simpulkan bahwa tidak terdapat perbedaan hasil belajar antara kedua kelompok tersebut. Atau dengan perkataan lain ialah : Tidak cukup data yang mendukung bahwa metoda mengajar baru tersebut lebih baik dari metoda mengajar biasa.

Andaikata penelitian pada contoh di atas kita analisis dengan mengabaikan saja variabel-variabel kontrolnya, maka analisis dapat dilakukan dengan t. tes saja dari variabel dependen Y, yaitu membandingkan harga $\bar{Y}$ pada kedua kelompok (eks & kont) seperti berikut :

Eksperimen $\bar{y}_1 = 55,33$ dan $s_1 = 3,25$

Kontrol $\bar{y}_2 = 50,33$ dan $s_2 = 2,925$

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}}$$

$$t = \frac{55,33 - 50,33}{\sqrt{\frac{(3,25)^2 + (2,925)^2}{6}}}$$

$$= 2,8$$

Lihat tabel VI dengan df = 10 dan $\alpha = 0,05$

$t\ (10;0,05) = 2,228$. Jadi $t_{dicari} > t_{tabel}$.

Dengan demikian ternyata kelompok eksperimen lebih baik dari kelompok kontrol pada tingkat signifikan $\alpha = 0,05$.

Perhatikanlah betapa keliru kesimpulan yang kita ambil jika variabel-variabel kontrol tersebut kita abaikan.

Jika kedua kesimpulan yang berbeda itu ditelusuri lebih lanjut, maka dapatlah disimpulkan bahwa Lebih baiknya hasil belajar kelompok eksperimen bukanlah karena metoda mengajar baru, tetapi hal itu disebabkan oleh variabel kontrol.

B. Analisis Kovarian Dua Arah

Seperti yang telah diuraikan pada permulaan bab ini bahwa analisis kovarian dua arah dilakukan untuk melihat efek dari satu atau lebih variabel kontrol terhadap perbedaan variabel dependen antara kategori-kategori dari dua variabel indenpenden.

Pengadministrasian dari uraian analisis kovarian dua arah dalam bab ini juga sama halnya dengan analisis kovarian satu arah, yaitu terdiri atas "dasar dan perumusan" serta "contoh pemakaiannya"

1. Dasar dan Perumusan

Dalam menguraikan perumusan-perumusan yang dipakai dalam analisis kovarian dua arah ini marilah kita terlebih dahulu diumpamakan hal-hal seperti berikut :

y adalah variabel dependen

ada dua buah variabel indenpenden, yaitu yang diberi nomor angka dan diberi nomor huruf . Yang diberi nomor angka mempunyai dua kategori, yaitu 1 dan 2, sedangkan yang diberi huruf juga mempunyai dua kategori, yaitu a dan b. Variabel kontrolnya ada tiga macam, yaitu X_1, X_2 dan X_3.

Untuk perhitungan pertama-tama harga-harga Σy ., Σy_{1a}, $\Sigma y_{1.b}$, Σy_1, $\Sigma y_{2.a}$, $\Sigma y_{2.b}$, Σy_2, Σy_a dan Σy_b.
Hal seperti itu juga dilakukan untuk variabel kontrol x_1, x_2, x_3. Dan selanjutnya dihitung Σy^2, Σx_1^2, Σx_2^2, Σx_3^2 Σyx_1, Σyx_2, Σyx_3, Σx_1x_2, Σx_1x_3, Σx_2x_3.

Setelah harga-harga tersebut di atas diperoleh, maka selanjutnya dihitung jumlah kuadrat total, jumlah kuadrat variabel indenpenden pertama (JKN), jumlah kuadrat variabel indenpenden kedua (JKH), jumlah kuadrat interaksi dan jumlah kuadrat sesatan. Perhitungan-perhitungan terakhir ini dilakukan untuk variabel dependen (Y) dan variabel kontrol X_1, X_2 dan X_3. Demikiam juga perhitungan yang sama kita lakukan terhadap perkalian, yaitu : X_1Y, X_2Y, X_3Y, X_1X_2, X_1X_3, dan X_2X_3. Misalnya untuk variabel Y :

$$JKT = \Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n}$$

$$JKN = \frac{(\Sigma Y_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma Y_2)^2}{n_2} - \frac{(\Sigma Y)^2}{n_3}$$

$$JKH = \frac{(\Sigma Y_a)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma Y_b)^2}{n_b} - \frac{(\Sigma Y)^2}{N}$$

$$JKI = \frac{(\Sigma Y_{1.a})^2}{n_{1.a}} + \frac{(\Sigma Y_{1.b})^2}{n_{1.b}} + \frac{(\Sigma Y_{2.a})^2}{n_{2.a}} + \frac{(\Sigma Y_{2.b})}{n_{2.b}}$$

$$- \frac{(\Sigma Y)^2}{N} - JKN - JKN. \text{ (Interaksi).}$$

$$JKS = \Sigma Y^2 - \left\{ \frac{(\Sigma Y_{1.a})^2}{n_{1.a}} + \frac{(\Sigma Y_{1.b})^2}{n_{1.b}} + \frac{(\Sigma Y_{2.a})^2}{n_{2.a}} + \frac{(\Sigma Y_{2.b})^2}{n_{2.b}} \right\}$$

Untuk checking dapat dikemukakam bahwa :

$$JKT = JKN + JKH + JKI + JKS$$

Untuk perkalian, misalnya perkalian X_1 Y :

$$JKT = \Sigma X_1Y - \frac{(\Sigma X_1)(\Sigma Y)}{N}$$

$$JKN = \frac{(\sum X_1)_1 \sum Y_1}{n_1} + \frac{(\sum X_1)_2 \sum Y_2}{n_2} - \frac{(\sum X_1)(\sum Y)}{N}$$

$$JKH = \frac{(\sum X_1)_a \sum Y_a}{n_a} + \frac{(\sum X_1)_b \sum Yb}{n_b} - \frac{(\sum X_1)(\sum y)}{N}$$

$$JKI = \frac{(\sum X_1)_{1.a} \sum Y_{1.a}}{n_{1.a}} + \frac{(\sum X_1)_{1.b} \sum Y_{1.b}}{n_{1.b}} +$$

$$\frac{(\sum X_1)_{2.a} \sum Y_{2.a}}{n_{2.a}} + \frac{(\sum X_1)_{2.b} \sum Y_{2.b}}{n_{2.b}} -$$

$$\frac{(\sum X_1)(\sum Y)}{n} - JKN - JKN$$

$$JKS = JKT - JKH - JKN - JKI$$

Setelah JKT, JKN, JKH, JKI dan JKS untuk semua variabel dependen, dan kontrol, serta perkaliaanya diperoleh maka tiap-tiap JKN, JKH dan JKI ditambah dengan JKS, didapatkan JKN +, JKH +, dan JKI +. Sedangkan JKS nya tetap yang sudah ada. Hal ini dihitung juga untuk variabel - variabel dependen dan variabel kontrol serta perkaliannya.

Harga-harga tersebut di atas dimasukkan ke dalam persamaan regresi :

$$\sum X_1 Y = a \sum X_1^2 + b \sum X_1 X_2 + c \sum X_1 X_3$$

$$\sum X_2 Y = a \sum X_1 X_2 + b \sum X_2^2 + c \sum X_2 X_3$$

$$\sum X3\ Y = a \sum X_1 X_3 + b \sum X_2 X_3 + c \sum X_3^2$$

maka harga a. b dan c didapatkan. Hal ini dilakukan empat kali yaitu, JKN + JKH +, JKI + dan JKS. Misalnya untuk JKN

$+ X_1Y$ = JK (X_1Y) N. Artinya jumlah kuadrat dari indenpenden variabel nomor pada perkalian X_1Y.

X_1^2 adalah JKN pada variabel X_1 dan seterusnya. Demikian juga dicari untuk H, I dan S, sehingga akhirnya didapatkan harga a, b dan c untuk N , H, interaksi dan sesatan. Jadi ada empat macam harga a,b dan c. Harga tersebut digunakan untuk menyatukan jumlah kuadrat residu untuk variabel N, H Interaksi dan sesatan dengan rumus :

$$\text{JK (Res)} = \sum Y^2 - \left\{ a \sum X_1Y + b \sum X_2Y + c \sum X_3Y \right\}$$

Dengan demikian kita mendapatkan 4 macam JK(Res) yaitu : JKN(Res), JKH(Res), JKI(Res) dan JKS(Res).

Dengan mengurangi harga-harga JK(Res) untuk N, H dan I dengan JKS(Res) maka didapatkanlah jumlah kuadrat variabel nomor, jumlah kuadrat variabel huruf dan jumlah kuadrat interaksi, yaitu :

JKN = JKN(Res) - JKS(Res) dengan df = 2 - 1 = 1
JKH = JKH(Res) - JKS(Res) dengan df = 2 - 1 = 1
JKI = JKI(Res) - JKI(Res) dengan df = (2-1)(2-1)=1
JKS = JKS(Res) dengan df =(N-1) - 1 - 1 - 1 - 3

df untuk JKN dan JKH adalah banyak kategori dari masing-masing indenpenden variabel (N dan H) dikurangi satu. Untuk interaksi dfnya = perkalian kedua dengan yang di atas. Sedangkan df untuk sesatan adalah N-1 dikurangi df(N) - df(H) - df(I) dikurangi banyaknya kontrol variabel.

2. Pemakaian.

Untuk lebih jelasnya kita ikuti contoh berikut.

Contoh :

Seorang pengajar ingin melihat metoda penemuan dan metoda aksiomatis. Di samping itu dia ingin menguji pemakaian OHP dan pemakaian papan tulis. Untuk itu diambilnya 40 orang mahasiswa serta dibagi ke dalam 4 kelompok yang sama. Jadi tiap kelompok terdiri dari 10 orang. Satu kelompok diajar dengan metoda penemuan dengan memakai OHP, satu kelompok diajarkan dengan metoda pemakaian papan tulis, satu kelompok diajar dengan aksiomatis pakai OHP dan kelompok yang keempat dengan metoda aksiomatis dengan memakai papan tulis. Di samping itu dia mempunyai nilai dari 3 macam variabel kontrol, yaitu IQ, tes masuk dan pretest. Setelah eksperimen berakhir diadakan tes, untuk mengetahui nilai mahasiswa tersebut. Nilai-nilai tersebut setelah dicari jumlah, jumlah kuadrat, harga rata-rata, serta perkalian, perkaliannya dapat dilihat pada tabel 6.4

TABEL 6.4: Jumlah, Jumlah Kuadrat dan Harga Rata-Rata Dari Variabel Dependen, Menurut Variabel-Wariabel Independen dan Kontrol, Serta Perkaliannya.

KEL+IND / DEP KON X	BESA	PENEMUAN OHP	PENEMUAN PAP TUL	PENEMUAN JUMLAH	AKSIOMATIS OHP	AKSIOMATIS PAP TUL	AKSIOMATIS JUMLAH	TOTAL
n		10	10	20	10	10	20	40
NI LAI	Y	828	776	1604	814	692	1506	3110
	Y^2	-	-	-	-		-	247847
	$\bar{Y}$	82,8	77,6	80,2	81,4	69,2	75,3	77,7
I Q	X_1	1134	1231	2365	1174	1074	2248	4613
	X_1^2	-	-	-	-	-	-	541265
	$\bar{X}_1$	113,4	123,1	118,25	117,4	107,4	112,4	115,3
TES MA-SUK	X_2	28,32	29,43	57,75	27,3	27,18	54,48	112,2
	X_2^2	-	-	-	-	-	-	325,76
	$\bar{X}_2$	2,832	2,943	2,887	2,73	2,718	2,724	2,80
PRE TES	X_3	209	259	468	239	232	471	939
	X_3^2	-	-	-	-	-	-	24172
	$\bar{X}_3$	20,9	25,9	23,4	23,9	23,2	23,55	23,47
PER KA-LI-AN VA-RIA BEL	X_1Y	-	-	-	-	-	-	360483
	X_2Y	-	-	-	-	-	-	8779,9
	X_3Y	-	-	-	-	-	-	73920
	X_1X_2	-	-	-	-	-	-	12999,82
	X_2X_3	-	-	-	-	-	-	2654,34
	X_1X_3	-	-	-	-	-	-	108603

Sesuai dengan apa yang telah dikemukakan sebelum ini, maka dari data pada tabel di atas, dihitung jumlah kuadrat dari tiap-tiap kolomnya.

Untuk variabel bebas

$$\text{Total} = 247847 - \frac{3110^2}{40} = 6044{,}5 \quad \text{(total)}$$

$$\text{Metoda} = \frac{1604^2}{20} + \frac{1506^2}{20} - \frac{3110^2}{40} = 240{,}1 \quad \text{(kelompok)}$$

$$\text{Media} = \frac{(828+814)^2 + (776 + 692)^2}{20} - \frac{3110^2}{40} = 756{,}9$$

(Sub Kel)

$$\text{Inter-aksi} = \frac{828^2 + 776^2 + 814^2 + 682^2}{10} - \frac{3110^2}{40} - (240{,}1 + 756{,}9) = 122{,}5$$

$$\text{Sesatan} = 247847 - \left\{\frac{828^2 + 776^2 + 814^2 + 692^2}{10}\right\} = 4925$$

Perhitungan "Jumlah kuadrat tambah" ($= \Sigma Y^2$)

$$\text{Metoda} = \Sigma Y^2 = 4925 + 240{,}1 = 5165{,}1$$

$$\text{Media} = \Sigma Y^2 = 4925 + 756{,}9 = 5681{,}9$$

$$\text{Interaksi} = \Sigma Y^2 = 4925 + 122{,}5 = 5047{,}5$$

Untuk variabel tergantung IQ $= \Sigma X_1^2$

$$\text{Total} = 541265 - \frac{4613^2}{40} = 9263{,}75$$

Metoda $= \dfrac{2365^2 + 2248^2}{20} - \dfrac{4613^2}{40} = 344,2$

Media $= \dfrac{(1134+1174)^2 + (1231+1074)^2}{20} - \dfrac{4613^2}{40} = 2,2$

Inter-aksi $= \dfrac{1134^2 + 1231^2 + 1174^2 + 1074^2}{10} - \dfrac{4613^2}{40} - (344,2 + 2,2) = 968,25$

Sesatan $= 541265 - \left\{\dfrac{1134^2+1231^2+1174^2+1074^2}{10}\right\} = 7949,1$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" $= \sum x_1^2$

Metoda $= 7949,1 + 344,2 = 8239,3$

Media $= 7949,1 + 2,2 = 7951,3$

Inter-aksi $= 7949,1 + 968,25 = 8917,35$

Untuk Variabel tergantung tes masuk $= \sum x_2^2$

Total $= 325,76 - \dfrac{(112,23)^2}{40} = 10,8721$

Metoda $= \dfrac{57,75^2 + 54,48^2}{20} - \dfrac{(112,23)^2}{40} = 0,2673$

Media $= \dfrac{(28,32+27,3)^2 + (29,43+27,18)^2}{20} - \dfrac{(112,23)^2}{40}$

$= 0,0245$

Inter-aksi $= \dfrac{(28,32)^2 + (29,43)^2 + (27,3)^2 + (27,18)^2}{10} - \dfrac{(112,23)^2}{40} - (0,2673+0,0245) = 0,0378.$

Sesatan = $325{,}76 - \left\{\frac{(28{,}32)^2 + (29{,}43)^2 + (27{,}3)^2 + (27{,}18)^2}{10}\right\} = 10{,}5425.$

<u>Perhitungan Jumlah Kuadrat Tambah</u> $= \sum X_2^2$

Metoda	=	10,5425	+	0,2673	=	10,8098
Media	=	10,5425	+	0,0245	=	10,567
Inter-aksi	=	10,5425	+	0,0378	=	10,5803

<u>Untuk Variabel tergantung pre-tes</u> $= \sum X_3$

Total $= 24172{,}14 - \frac{939^2}{40} = 2129{,}11$

Metoda $= \frac{468^2 + 471^2}{20} - \frac{939^2}{40} = 0{,}22$

Media $= \frac{(209+239)^2 + (259+232)^2}{20} - \frac{939^2}{40} = 46{,}22$

Inter-aksi $= \frac{209^2+259^2+239^2+232^2}{20} - \frac{939^2}{40} - (0{,}22+46{,}22)$

$= 81{,}23$

Sesatan $= 24172{,}14 - \left\{\frac{209^2+259^2+239^2+232^2}{10}\right\}$

$= 2001{,}44$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" $= \sum X_3^2$

Metoda $= 2001{,}44 + 0{,}22 = 2001{,}66$

Media = 2001,44 + 46,22 = 2047,66

Inter-aksi = 2001,44 + 81,23 = 2082,67

Perkalian IQ dengan Nilai $= \sum X_1 Y$

$$\text{Total} = 360483 - \frac{(4613)(3110)}{40} = 1822,25$$

$$\text{Metoda} = \frac{(2365)(1604)}{20} + \frac{(2248)(1506)}{20} - \frac{(4613)(3110)}{40}$$

$$= 286,65$$

$$\text{Media} = \frac{(1134+1174)(828+814) + (1231+1074)(776+692)}{20}$$

$$- \frac{(4613)(3110)}{40} = 13,05$$

$$\text{Inter-aksi} = \frac{(1134)(828) + (1231)(776) + (1174)(814) +}{10}$$

$$\frac{(1074)(692)}{10} - \frac{(4613)(3110)}{40} - (286,65+13,05)$$

$$= 344,75$$

$$\text{Sesatan} = 360483 - \frac{(1134)(828) + (1231)(776) + (1174)}{10}$$

$$\frac{(814)}{10} + \frac{(1074)(692)}{10} = 1177,8$$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" $= \sum X_1 Y$

Metoda = 1177,8 + 286,55 = 1464,35

Media = 1177,8 + 13,05 = 1190,85

Inter-aksi = 1177,8 + 344,75 = 1522,55

Perkalian tes masuk dengan nilai $= \sum X_2Y$

$$\text{Total} = 8779{,}99 - \frac{(112{,}23)(3110)}{40} = 54{,}11$$

$$\text{Metoda} = \frac{(57{,}75)(1604) + (54{,}48)(1506)}{20} - \left(\frac{112{,}23}{40}\right)\left(\frac{3110}{40}\right) = 8{,}01$$

$$\text{Media} = \frac{(28{,}32+27{,}2)(828+814) + (29{,}43+27{,}18)}{20} \left(\frac{776+692}{20}\right) - \left(\frac{(112{,}23)(3110)}{40}\right) = -4{,}31$$

$$\text{Inter-aksi} = \frac{(28{,}32)(828) + (27{,}2)(814) + (29{,}43)(776) + (27{,}18)(692)}{10} - \left(\frac{(112{,}23)(3110)}{40}\right) - (8{,}01-4{,}31)$$

$$= 2{,}17$$

$$\text{Sesatan} = 8779{,}99 - \left\{\frac{(28{,}32)(828) + (27{,}2)(814) + (29{,}42)(776) + (27{,}18)(692)}{10}\right\}$$

$$= 48{,}24$$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" $= \sum X_2 Y$

Medota	=	48,24	+	8,01	=	56,25
Media	=	48,24	-	4,31	=	43,59
Inter aksi	=	48,24	+	2,17	=	50,41

<u>Perkalian antara pre tes dengan nilai $= \sum X_3Y$</u>

Total $= 73920 - \frac{(939)(3110)}{40} = 912,75$

Metoda $= \frac{(463)(1604) + (471)(1506)}{20} - \frac{(939)(3110)}{40} = -7,35$

Media $= \frac{(209 + 239)(828 + 814) + (259 + 252)(776 + 692)}{20}$

$- \frac{(939)(3110)}{40} = -187,05$

Interaksi $= \frac{(209)(828)+(239)(814)+(259)(776)+(232)(692)}{10} -$

$\frac{(939)(3110)}{40} - (-7,35 - 187,05) = 99,75$

Sesatan $= 73920 - \frac{(209)(828)+(239)(814)+(259)(776)}{10} +$

$\frac{(232)(692)}{10} = 1007,4$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" $= \sum X_3Y$

Metoda = 1007,4 - 7,35 =1000,05. Media = 1007,4 - 187,05 = 820,35. Interaksi = 1007,4 + 99,75 = 1107,15

<u>Perkalian antara IQ dengan tes Masuk $= \sum X_1X_2$</u>

Total $= 12999,82 - \frac{(4613)(112,23)}{40} = 56,9$

Metoda $= \frac{(2365)(57,75) + (2248)(54,48)}{20} - \frac{(4613)(112.23)}{40}$

$= 9,57.$

Media $= \frac{(1134 + 1174)(28,32 + 27,3)}{20} +$

$= \frac{(1231 + 1074)(29,43 + 27,18)}{20} - \frac{(4613)(112,23)}{40}$

$= 0,07$

Inter- aksi $= \dfrac{(1134)(28,32) + (1174)(27,3) + (1231)(29,43)}{10}$

$+ \dfrac{(1074)(27,18)}{10} - \dfrac{(4613)(112,23)}{40} - (9,57 +$

$0,07) = 5,91$

Sesatan $= 12999,82 - \dfrac{(1134)(28,32) + (1174)(27,3)}{10} +$

$\dfrac{(1231)(2943) + (1074)(27,18)}{10} = 41,35$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" untuk $= \sum X_1 X_2$

Metoda	=	41,35	+	9,57	=	50,92
Media	=	41,35	+	0,07	=	41,42
Inter- aksi	=	41,35	+	5,91	=	47,26

<u>Perkalian Antara IQ dengan Pre Tes $= \sum X_1 X_3$</u>

Total $= 108603 - \dfrac{(4613)(939)}{40} = 312,83$

Metoda $= \dfrac{(2365)(468) + (2248)(471)}{20} - \dfrac{(4613)(939)}{40}$

$= -8,77$

Media $= \dfrac{(209+239)(1134+1174) + (259+232) + (1231+}{20}$

$\dfrac{1074)}{10} - \dfrac{(4613)(939)}{40} = -3,22$

Inter- aksi $= \dfrac{(209)(1134) + (239)(1174) + (259)(1231) +}{10}$

$\dfrac{(232)(1074)}{10} - \dfrac{(4613)(939)}{40} - (-8,77 - 3,22)$

$= 280,72$

$$\text{Sesatan} = 108603 - \frac{(209)(1134) + (239)(1174)}{10} + \frac{(259)(1231) + (232)(1074)}{10}$$

$$= 4{,}41$$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" untuk $\sum X_1 X_3$

Metoda	=	44,1	-	8,77	=	35,33
Media	=	44,1	-	3,22	=	40,88
Inter-aksi	=	44,1	+	280,72	=	324,82

<u>Perkalian Antar Tes Masuk Dengan Pres Tes = $\sum X_2 X_3$</u>

$$\text{Total} = 2654{,}34 - \frac{(112{,}23)(939)}{40} = 19{,}74$$

$$\text{Metoda} = \frac{(57{,}75)(468) + (54{,}48)(471)}{20} - \frac{(112{,}23)(939)}{40} = 0{,}25$$

$$\text{Media} = \frac{(28{,}32+27{,}3)(209+239) + (29{,}43+27{,}18)(259+232)}{20} - \frac{(112{,}23)(939)}{40} = 1{,}07$$

$$\text{Inter-aksi} = \frac{(28{,}32(209) + (27{,}3)(239) + (29{,}43)(259) + (27{,}18)(232)}{10} - \frac{(112{,}23)(939)}{40} - (0{,}25 + 1{,}07) = 1{,}26$$

$$\text{Sesatan} = \frac{(28{,}32)(209) + (27{,}3)(239) + (29{,}43)(259) + (29{,}43)(259) + (27{,}18)(232)}{10} = 17{,}16$$

Perhitungan "Jumlah Kuadrat Tambah" untuk X_2X_3

Metoda = 17,16 + 0,25 = 17,41 Media = 17,16 +1,07=18,23

Interaksi = 17,16 + 1,26 = 18,42

Hasil diatas diringkaskan dalam tabel 6.5.

TABEL 6.5

Jumlah Kuadrat dan Perkalian dari Metoda Media, Interaksi, Sesatan dan Total.

Variasi / Besaran	Metoda	Media	Interaksi	Sesatan	Total
ΣY^2	240,1	756,9	122,5	4925	6044,5
ΣX_1^2	344,2	2,2	968,25	7949,1	9263,75
ΣX_2^2	0,2673	0,0245	2,0378	10,5425	10,8721
ΣX_3^2	0,22	46,22	81,23	2001,44	2129,11
$\Sigma X_1 Y$	286,65	13,05	344,75	1177,8	1822,25
$\Sigma X_2 Y$	8,01	-4,31	2,17	48,24	54,11
$\Sigma X_1 X_2$	9,57	0,07	5,91	41,35	56,9
$\Sigma X_1 X_3$	-8,77	-3,22	280,72	44,1	312,83
$\Sigma X_2 X_3$	0,25	1,07	1,26	17,16	19,74
$\Sigma X_3 Y$	-7,35	-187,05	99,75	1007,4	912,75

Selanjutnya "Jumlah kuadrat tambah" untuk setiap variabel baik dependen maupun indenpenden, serta perkalian-perkalian dari masing-masing variabel diperlihatkan ringkasannya pada tabel 6.6

TABEL 6.6

Jumlah Kuadrat Tambah dari Metoda, Media dan Interaksi.

Besaran \ Variasi	Metoda +	Media +	Interaksi +
$(\sum Y^2)$ +	5165,1	5681,9	5047,5
$(\sum X_1^2)$ +	8293,3	7951,3	8917,35
$(\sum X_2^2)$ +	10,8098	10,567	10,5803
$(\sum X_3^2)$ +	2001,66	2074,66	2082,67
$(\sum X_1Y)$ +	1464,35	1190,85	1522,55
$(\sum X_2Y)$ +	56,25	43,93	50,41
$(\sum X_3Y)$ +	1000,05	820,35	1107,15
$(\sum X_1X_2)$ +	50,92	41,42	47,26
$(\sum X_1X_3)$ +	35,33	40,88	324,82
$(\sum X_2X_3)$ +	17,41	18,23	18,42

Sama halnya dengan kovarian satu arah, maka dirumuskan persamaan regresinya sebagai berikut :

$$\sum X_1 Y = a \sum X_1^2 + b \sum X_1X_2 + c \sum X_1X_3$$

$$\sum X_2 Y = a \sum X_1X_2 + b \sum X_2^2 + c \sum X_2X_3$$

$$\sum X_3 Y = a\sum X_1X_3 + b\sum X_2X_3 + c\sum X_3^2$$

Seterusnya dimasukkan harga "Jumlah kuadrat tambah" pada tabel 34 dari metoda ke dalam persamaan regresi di atas maka kita dapatkan tiga persamaan dalam a, b dan c sebagai berikut :

$$1464{,}35 = a.\ 8293{,}3 + b.\ 50{,}92 + c.\ 35{,}33$$
$$56{,}25 = a.\ 50{,}92 + b.\ 10{,}8098 + c.\ 17{,}41$$
$$1000{,}05 = a.\ 35{,}33 + b.\ 17{,}41 + c.\ 2001{,}66$$

dengan menggunakan determinan maka didapatkan harga-harga :

a = 0,15162103

b. = 3,74108924

c = 0,46461976

Berikut ini juga ke dalam persamaan regresi di atas dimasukkan harga-harga "jumlah kuadrat tambah" dari tabel 34 dari media, hasilnya adalah :

$$1190{,}85 = a.\ 7951{,}3 + b.\ 41{,}42 + c.\ 40{,}88$$
$$43{,}93 = a.\ 41{,}42 + b.\ 10{,}56 + c.\ 18{,}23$$
$$820{,}35 = a.\ 40{,}88 + b.\ 18{,}23 + c.\ 2074{,}66$$

Dari ketiga persamaan di atas, maka didapatkan harga-harga

a = 0,13223981

b = 2,99838559

c = 0,37129422

Dengan cara yang sama juga dimasukkan harga-harga dari "jumlah kuadrat tambah" pada tabel 34 dari interaksi yang menghasilkan :

a = 0,135615

b = 3,32121139

c = 0,48107613

Ke dalam persamaan regresi yang sama juga dimasukkan harga dati "Jumlah kuadrat Sesatan" yang menghasilkan harga-harga :

a = 0,12836266

b = 3,30372611

c = 0,47218366

Harga_harga dari a, b dan c di atas dapat diringkaskan seperti tabel 6.7

TABEL 6.7

Harga-Harga a, b dan c Dari Persamaan Regresi.

	Metoda +	Media +	Interaksi +	Sesatan
a	0,15162103	0,13223981	0,135615	0,12836266
b	3,74108924	2,99838559	3,32121139	3,30372611
c	0,46461978	0,37129422	0,48107613	0,47218366

Selanjutnya dicari jumlah kuadrat residu dari metoda, Media, Interaksi dan Sesatan dengan minus yang sama seperti pada waktu analisis kovarian satu arah, yaitu :

$$JK(Rs) = Y^2 - (a\ X_1Y + b\ X_2Y + c\ X_3Y),$$

maka didapatkan :

JKM(Res) = 5165,1 - (0,15162103((1464,35) + (3.74108924)(56,25) + (0,47218366) (1000,05) = 4267,995

JKD(Res) = 5681,9 - (0,1323981)(1190,85) + (2.99838559)(43,93) + (0,37129422) (820,35)
= 5088,202

JKI(Res) = 5047,5 - (0,135615)(1522,55) + (3,32121139)(50,41) + (0,48107613) (1107,15)
= 4140,974

JKS(Res) = 4925 - (0,12836266)(1177,8) + (3,30372611)(48,24) + (0,47218366) (1007,4)
= 4138,764

Jumlah kuadrat dari metoda JKM akan dicari dengan cara mengurangi JKM(Res) dengan JKS(Res) dan demikian juga dengan jumlah kuadrat dari media dan interaksi. Jadi

JKM = JKK(Res) - JKS(Res)
= 4267,995 - 4138,764
= 129,231

dengan df = k - 1 = 2 - 1 = 1 (kelompok mempunyai dua kategori, yaitu eksperimen dan kontrol)

JKD = JKS(Res) - JKS(Res)
= 5088,202 - 4138,764
= 949,438

df = k -,1 = 2 - 1 = 1 (jenis kelamin mempunyai dua kategori, yaitu pria dan wanita)

JKI = JKI(Res) - JKS(Res)
= 4140,974 - 4138,764
= 2,21

df = (2 - 1) (2 - 1) = 1

JKS = JKS(Res) = 4138,764

df = $(N-1) - d\!f_k - d/_{sk} - d/_i - b$
= (40 - 1) - 1 - 1 - 1 - 3 = 3

b = banyaknya indenpenden variabel

Selanjutnya dapat dilhat tabel 6.8, untuk menentukan nilai F dengan cara analisis varian biasa

TABEL 6.8 Jumlah Kuadrat dan Rata-ratanya Untuk Menghitung Nilai F

Variasi	df	JK	KR	F
Metoda	1	129,231	129,231	1,03
Media	1	949,438	949,438	7,57
Interaksi	1	2,21	2,21	0,02
Sesatan	33	4138,764	125,417	-

Hasil yang terlihat pada tabel dibandingkan dengan tabel VI dengan df = (1,33), dan misalnya $\alpha = 0,01$

$F\ (1,33\ ;\ 0,01) = 7,50$ Jadi ternyata bahwa

Untuk Metoda $F_{dicari} < F_{tabel}$

Untuk Media $F_{dicari} > F_{tabel}$

Untuk Interaksi $F_{dicari} < F_{tabel}$

Dengan demikian dapat disimpulkan hal-hal sebagai berikut :

Tidak terdapat perbedaan nilai hasil belajar antara kelompok yang diajarkan dengan Metoda Penemuan dan yang diajarkan dengan Metoda Aksiomatis pada tingkat signifikan, $\alpha = 0,01$ yang dikontrol dengan IQ, tes masuk dan pres tes. Perbedaan hasil belajar kelompok yang memakai OHP dengan kelompok yang memakai papan tulis yang dikontrol dengan IQ, tes masuk dan pres tes dapat dipercayai pada tingkat signifikan $\alpha = 0,01$.

Interaksi antara metoda mengajar dengan media yang dipakai tidak signifikan pada $\alpha = 0,01$.

B A B VII

REGRASI DAN KORELASI

Analisis regresi dan korelasi adalah suatu analisis yang mengkaji hubungan antara variabel dengan variabel pada suatu populasi Variabel-variabel tersebut terdiri dari dua buah atau lebih. Dalam analisis ini orang ingin melihat ketergantungan suatu variabel y (variabel tergantung atau variabel dependen atau respon) terhadap satu atau beberapa variabel bebas X atau x_1, X_2 ....X_n (variabel prediktor). Hubungan antara variabel tersebut dapat berbentuk hubungan fungsional dan dapat pula berbentuk hubungan statistika. Misalnya hubungan antara variabel y dengan variabel x. Hubungan fungsionalnya, pada umumnya berbentuk :

$$Y = f(X)$$

Hubungan fungsional tersebut sering disebut hubungan Matematika. Umpamanya persamaan

$$Y = a + bx$$

Hubungan fungsional ini adalah hubungan yang sempurna, di mana setiap anggota (titik)nya jatuh tepat pada kurvanya. Lain halnya dengan hubungan statistika. Pada hubungan statistika, setiap titik (pasangan variabel) tersebut belum tentu dapat jatuh pada kurvanya Tetapi hanya berada di sekitar kurvanya.

Jika analisis regresi dan korelasi dilakukan atas satu variabel tergantung (dependen) dengan satu variabel bebas (independen) maka analisis regresi dan korelasi tersebut dinamakan "analisis regresi dan korelasi sederhana". Tetapi jika analisis tersebut di lakukan antara satu variabel tergantung (dependen) dengan beberapa variabel bebas (independen), maka analisis regresi dan korelasi tersebut dinamakan "Analisis regrasi ganda dan korelasi parsial".

A. Analisis Regresi dan Korelasi Sederhana

Persamaan fungsional dari analisis regresi sederhana bisa berpangkat satu dan bisa berpangkat lebih dari satu. Dalam Matematika telah diketahui bahwa grafik dari fungsi yang berpangkat satu ini adalah garis lurus atau linear. Oleh sebab itu analisis semacam ini disebut analisis regresi dan korelasi linear sederhana. Sedangkan persamaan fungsi yang berpangkat lebih dari satu, gambar grafiknya bermacam-macam (lingkaran, parabola dan sebagainya). Analisis regresi semacam ini disebut analisis regresi dan korelasi Curbe Linear (Curve = lengkung).

1. Regresi Linear Sederhana.

Hubungan fungsional dari dua variabel, berkaitan erat dengan pemilihan variabel bebas (independen)nya. Kadang-kadang, teori dari bidang disiplin ilmunya sendiri dapat menunjukkan bentuk persamaan fungsional yang cocok dari persamaan regresinya sendiri. Akan tetapi dalam banyak hal tidak lah demikian halnya. Jadi bentuk fungsional persamaan regresinya belum diketahui, dan hanya dapat diketahui melalui analisis data yang telah dikumpulkan. Persamaan fungsional regresi dapat berbentuk lurus (linear) dan dapat berbentuk lengkung (curve)

Untuk mengetahui apakah gambar persamaan fungsional dari regresi tersebut berupa garis lurus atau garis lengkung, maka pertama-tama kita menduganya lebih dahulu dan kemudian setelah analisis dilakukan baru dapat diuji. Cara atau pendekatan yang dilakukan untuk menduga garis regresinya ialah dengan menggambarkan pasangan-pasangan variabel (titik) dari data yang telah dikumpulkan dan yang akan dianalisis. Gambar semacam ini kita sebut diagram titik. Kemudian dari gambar titik-titik tersebutlah kita memperkirakan apakah lurus atau lengkung.

Sebagai contoh dapat dilihat gambar 7.1

Misalnya dari sepuluh data yang terkumpul, ternyata pasangan variabel x dengan y-nya atau (x, y) adalah sebagai berikut pada tabel 7.1

TABEL 7.1

Pasangan Harga-Harga Variabel x dan y

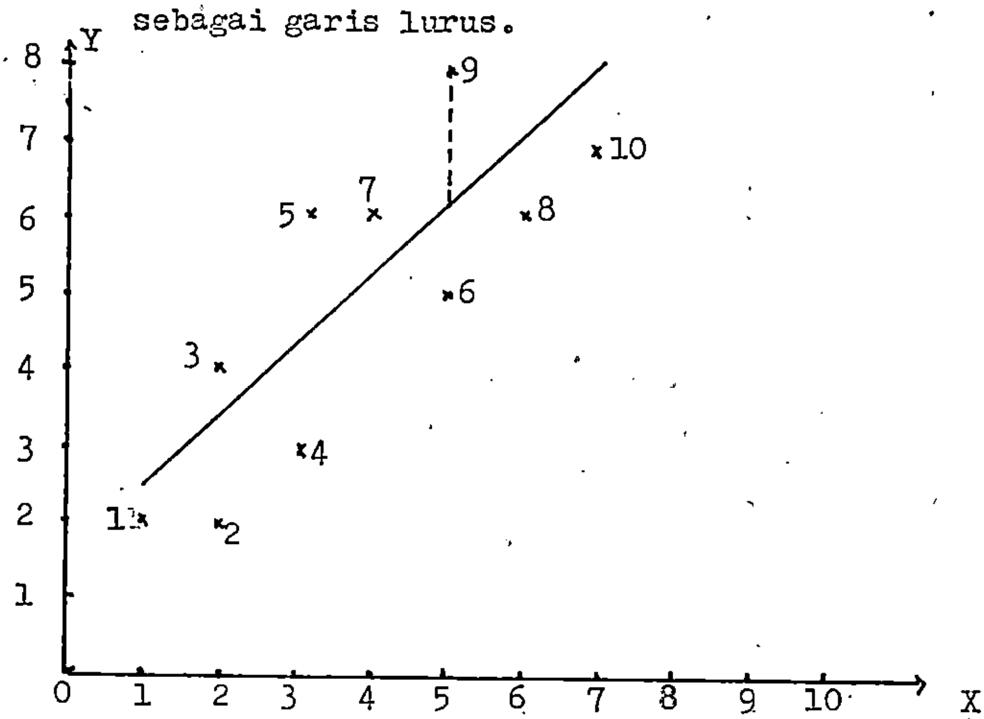
No. data	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1	2	2	3	3	5	4	6	5	7
y	2	2	4	3	6	5	6	6	8	7

P = h (1,2), (2,2), (2,4), (3,3), (3,6), (5,5), (4,6), (6,6) (5,8), (7,7)

P adalah himpunan pasangan berurutan dari data yang terkumpul. Kemudian dapat digambatkan seperti gambar 7.1

Gambar 7.1

Diagram titik yang dapat diperkirakan sebagai garis lurus.



Dari gambar diagram titik di atas jelas dapat kita perkirakan bahwa regresi tersebut adalah regresi linear. Maka persamaan fungsionalnya adalah :

$$\hat{y} = a + bx$$

Sekarang masalahnya supaya persamaan fungsional tersebut tertentu (didapat) kita harus mencari besarana dan b dengan data yang telah terkumpul. Anda beyangkan sekarang sebuah garis lurus di antara titik tersebut. Tentu semua titik-titik itu mempunyai jarak dengan garis lurus tadi. Usaha kita sekarang adalah supaya jumlah semua jarak itu sekecil kungkin. Untuk ini ambil sebuah titik, misalnya titik 9. Perbedaan ordinat (y) dari titik a ke garis adalah $y_9 - y$, demikian juga dengan titik lain. Dengan demikian maka jumlah jarak tersebut adalah :

$$d = \sum (y_i - \hat{y})$$

Akan tetapi untuk mencari nilai yang terkecil, biasanya di dalam kalkulus lebih mudah menghitung persamaan kuadrat. Oleh sebab itu sebelum dijumlahkan maka jarak-jarak dari titik-titik ke garis itu dikuadratkan terlebih dahulu, sehingga metoda ini dikenal dengan nama "metoda kuadrat terkecil". Jadi jumlah dari jarak yang dikuadratkan itu adalah :

$$s = \sum (\hat{y} - y_i)^2$$

Sebelum ini kita telah membuat persamaan fungsionalnya

$$\hat{y} = a + bx$$

Kedua persamaan itu disubstitusikan, sehingga

$$s = \sum (a + bx - y)^2$$

Supaya s terkecil (minimum) maka menurut kalkulus :

$$\frac{ds}{da} = 0 \text{ dan } \frac{ds}{db} = 0$$

$\frac{ds}{da} = 2 \sum (a + bx - y)$. Karena $\frac{ds}{da} = 0$, maka

$$2 \sum (a + bx - y) = 0$$

$$\sum a + \sum bx - \sum y = 0$$

$$na + b\sum x - \sum y = 0$$

$$\sum y = na + b\sum x \quad \text{..........} \quad (1)$$

$\frac{ds}{db} = 2 \sum x \ (a + bx - y)$. Karena $\frac{ds}{db} = 0$, maka :

$$2 \sum x(a + bx - y) = 0$$

$$\sum x(a + bx - y) = 0$$

$$a \sum x + b \sum x^2 - \sum xy = 0$$

$$\sum xy = a \sum x + b \sum x^2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) kita dapat menghitung harga-harga a dan b sebagai berikut :

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum y & \sum y \\ \sum xy & \sum x^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x \\ \sum x & \sum x^2 \end{vmatrix}} = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum y \\ \sum x & \sum xy \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x \\ \sum x & \sum x^2 \end{vmatrix}} = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Andaikata b sudah kita dapatkan, maka cara menghitung a yang lebih mudah adalah :

$$a = \overline{y} - b\overline{x} \qquad (\overline{y},\ \overline{x} \text{ adalah rata-rata})$$

Dengan didapatkannya harga-harga a dan b maka persamaan tersebut sudah dapat ditentukan dengan memasukkan harga-harga a dan b itu ke dalam persamaan

$$\hat{y} = a + bx$$

Sekarang tibalah saatnya bagi kita untuk dapat menguji apakah regresi tersebut betul linear atau tidak. Untuk menganalisis itu dilakukan dengan cara yang disebut "Uji linearitas". Pengujian itu dilakukan dengan analisis varian satu arah dari regresi. Di sini kita mengelompokkan variabel y kedalam kelompok-kelompok yang sama variabel x nya. Kelompok itulah yang dibandingkan dengan regresi dengan cara sebagai berikut :

$$\text{JKT} = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{N}$$

$$\text{JKS} = \Sigma y^2 - \left\{ \frac{(\Sigma y_1)^2}{n_1} + \frac{(\Sigma y_2)^2}{n_2} + \ldots \frac{(\Sigma y_k)^2}{n_k} \right\}$$

$$\text{JK (reg)} = \text{JKT} - \text{JKS} - b^2 \left\{ \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} \right\}$$

Derajat kebebasan dari sesatan $(df_s) = n - k$

sedangkan derajat kebebasan dari regresi $(df_{reg}) = k - 2$

Dengan cara yang sama dengan analisis varian satu arah, selanjutnya dicari :

$$\text{KRS} = \frac{\text{JKS}}{n-k} \quad \text{dan} \quad \text{KR(Reg)} = \frac{\text{JK(Reg)}}{k-2}$$

selanjutnya, $F = \frac{\text{KR(Reg)}}{\text{KRS}}$

Cara mengambil kesimpulan adalah sebagai berikut :

Jika $F_{dicari} \leq F_{tabel}$ berarti regresi tersebut adalah linear pada tingkat signifikan α .

Sebaliknya jika $F_{dicari} > F_{tabel}$ berarti regresi linear itu tidak signifikan. Dengan kata lain, regresi tersebut tidak dapat dipercayai sebagai linear.

Di samping kita melakukan uji linearitas, kita juga mempertanyakan : Apakah kedekatan penyebaran dari data (titik-titik) sample terhadap garis dapat dipercayai ?, Dengan kata lain, apakah titik-titik itu tidak terlalu jauh dari garis? Untuk keperluan tersebut kita lakukan analisis yang disebut uji signifikansi dari regresi linear. Tehnik yang dipakai untuk uji signifikansi itu adalah sebagai berikut :

Pertama-tama kita cari simpangan baku dari harga-harga b pada persamaan regresi dengan rumus :

$$Sb = \frac{\dfrac{n\sum y^2 - (\sum y)^2}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} - b^2}{n - 2} \qquad t = \frac{b}{Sb}$$

Harga t dibandingkan dengan harga t pada tabel IV dengan df = N - 2 dan $\frac{1}{2}\alpha$ dengan pengembilan kesimpulan sebagai berikut :

Jika $t_{dicari} \geqslant t_{tabel}$ maka terdapat hubungan linear antara variabel x dengan variabel y. Jadi regresi linear itu signifikan pada tingkat signifikan α. Artinya penyimpangan titik-titik dari garis regresi linear masih dapat ditolerir. Jika $t_{dicari} < t_{tabel}$ maka regresi linear tersebut tidak signifikan. Atau penyimpangan titik-titik terhadap regresi linear itu tidak dapat ditolerir lagi.

Salah satu kegunaan persamaan garis regresi dari y pada x atau $\hat{y}$ = a + bx adalah untuk meramalkan harga y pada suatu harga x yang diketahui, seperti yang telah diutarakan pada permulaan bab ini bahwa jika hubungan antara variabel y dengan variabel x tersebut merupakan hubungan fungsional atau hubungan Matematis maka setiap harga x akan memberikan satu harga y yang tepat.

Misalnya hubungan fungsional itu adalah $y = 2,2 + o,4x$. Untuk satu harga variabel x, misalnya untuk $x = 8$, maka y adalah : $y = 2,2 + o,4x = 2,2 + o,4(8) = 5,4$

Tetapi tidaklah demikian halnya pada hubungan stattistika. Pada hubungan statistik setiap harga x hanya akan memberikan satu interval harga variabel y. Jadi bukan satu harga variabel y. Timbul pertanyaan sekarang, bagai mana menentukan interval dari harga variabel y tersebut. Pada hubungan statistika $\hat{y} = a + bx$, harga y untuk satu harga x adalah terpencar di sekitar $\hat{y}$, di mana $\hat{y}$ tersebut merupakan harga rata-rata dari interval harga y itu.

Harga y dapat dicari dengan memasukkan harga x ke dalam persamaan $y = a + bx$, seperti halnya pada hubungan matematis.

Harga $\hat{y}$ yang dicari terletak pada

$y = \hat{y} \pm zs$ untuk sampel besar dan

$y = \hat{y} \pm ts$ untuk sampel kecil

z dan t adalah harga pada tabel III dan tabel IV, sedangkan s dihitung dengan rumus :

$$s = \sqrt{\frac{(\sum y^2 - a\sum y - b\sum xy)}{n - 2}}$$

Untuk lebih jelasnya berikut ini akan kita lengkapi dengan sebuah contoh .

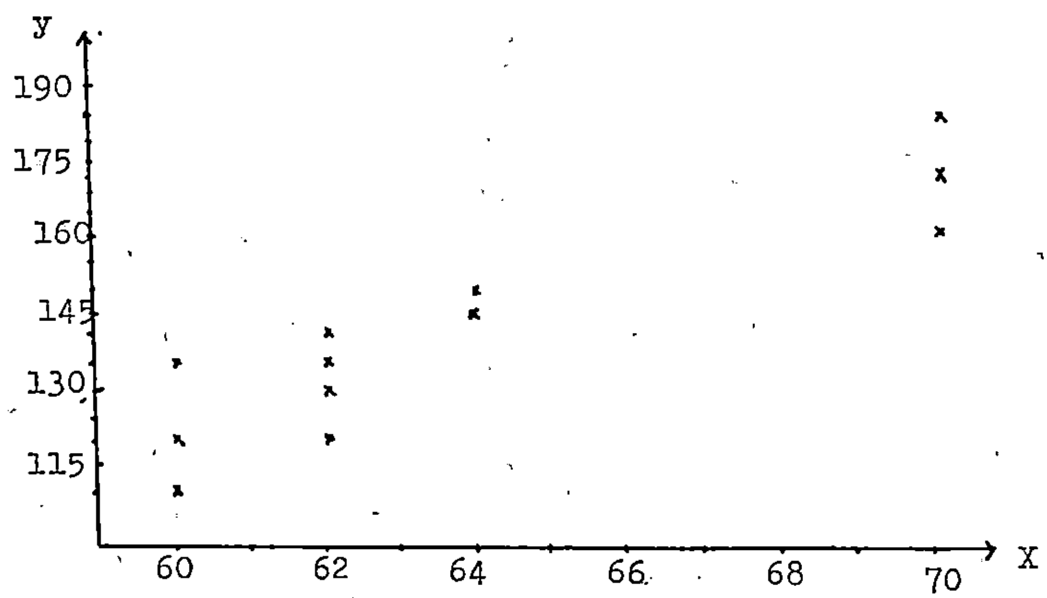
Di bawah ini diberikan 12 buah pasangan x dan y

TABEL 7.2

Harga dari dua belas pasang x dan y

No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	60	60	60	62	62	62	62	64	64	70	70	70
y	110	135	120	120	140	130	135	150	145	170	185	160

Pertama-tama kita gambarkan diagram titik dari data itu Hal itu dimaksudkan untuk dapat menaksir apakah regresi itu dapat dianggap linear atau tidak



Gambar 7.2 Diagram titik dari dua belah data

Dengan memperhatikan gambar 7.2 kita dapat memperkirakan bahwa persamaan regresinya dapat didekati dengan persamaan regresi linear. Oleh sebab itu persamaan tersebut adalah $\hat{y} = a + bx$

Sesuai dengan rumus-rumua yang telah diutarakan, maka terlebih dahulu kita harus menghitung besaran-besaran yang diperlukan dengan pertolongan tabel 7.3

TABEL 7.3

Daftar untuk menghitung jumlah dan jumlah kuadrat

No	x	y	xy	x^2	y^2
1	60	110	6600	3600	12100
2	60	135	8100	3600	18225
3	60	120	7200	3600	14400
4	62	120	7490	3844	14400
5	62	140	8680	3844	10600
6	62	130	8060	3844	16900
7	62	135	8370	3844	18225
8	64	150	9600	4096	22500
9	64	145	9280	4096	21025
10	70	170	11900	4900	28900
11	70	185	12950	4900	34225
12	70	160	11200	4900	25600
	766	1700	109380	49068	246100

Selanjutnya kita dapat menentukan harga-harga a dan b

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{(12)(109380) - (766)(1700)}{(12)(49068) - (766)^2}$$

$$= 5{,}03$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = \frac{1700}{12} - \frac{(5{,}03)(766)}{12} = -179{,}4$$

Jadi persamaan regresi linearnya adalah :

$$\hat{y} = -179{,}4 + 5{,}03x$$

Berikutnya kita adakan uji linearitas terlebih dahulu. Hal ini dilakukan lebih dahulu dari peramalan, kerana andaikata tidak linear maka peramalan itu juga akan berobah, Perobahan tersebut sesuai dengan fungsi yang baru (non linear)

Untuk melaksanakan uji linearitas, variabel y fikelompokkan berdasakan atas variabel x yang sama. Dalam contoh kita ini terdapat empat kelompok.

Kelompok I		Kelompok II		Kelompok III		Kelompok IV	
x	y	x	y	x	y	x	y
60	110	62	120	64	150	70	170
60	135	62	140	64	145	70	185
60	120	62	130			70	160
		62	135				
	365		525		295		515

$$\text{JKS} = \sum y^2 - \left\{ \frac{(\sum y_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum y_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum y_3)^2}{n_3} + \frac{(\sum y_4)^2}{n_4} \right\}$$

$$= 246100 - \left\{ \frac{365^2}{3} + \frac{525^2}{4} + \frac{295^2}{2} + \frac{515^2}{3} \right\} = 864,6$$

df dari sesatan = 12 - 4 = 8

$$JKR = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} - JKS - b^2 \left\{ \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} \right\}$$

$$= 246100 - \frac{(1700)^2}{12} - 864,6 - (5,03)^2 \left\{ 49068 - \frac{(766)^2}{12} \right\} = 58,75$$

df = k - 2 = 4 - 2 = 2

TABEL 7.4

Jumlah Kuadrat dan Rata-Ratanya Untuk Menghitung F

Variasi	df	JK	JKR	F
Regresi	2	58,75	29,372	0,272
Sesatan	8	864,6	108,75	

Kemudian lihat tabel VI dengan $\alpha = 0,01$ dan df = (2,8) ternyata $F_{dicari} < F_{(2,8\ ;\ 0,01)}$. Dengan demikian ternyata regresi tersebut linear pada tingkat kepercayaan 99%.

Selanjutnya dapat pula dilakukan uji signifikan dari regresi tersebut dengan rumus :

$$S_b = \frac{\frac{Sy}{Sx} - b^2}{n - 2} = \frac{\frac{n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} - b^2}{n - 2}$$

$$= \frac{\dfrac{12(246100) - (1700)^2}{12(49068) - (766)^2} - (5,03)^2}{10}$$

$$= \frac{\dfrac{63200}{2060} - (5,03)^2}{10} = 0,538$$

$$t = \frac{b}{S_b} = \frac{5,03}{0,538} = 9,35$$

Kemudian lihat t pada tabel IV dengan df = N - 2 = 10 dan $\alpha = 0,01$, maka dilihat $\frac{1}{2}\alpha = 0,005$

$$t_{\frac{1}{2}\alpha\,;\,10} = 3,169$$

Jadi $t > t_{(0,005\ ;\ 10)}$

Dari kenyataan di atas dapat disimpulkan bahwa ada hubungan linear antara variabel x dengan variabel y dengan b = 5,03. Langkah terakhir yang dilakukan dalam regresi linear ini adalah langkah untuk meramalkan variabel y, jika variabel x diketahui. Untuk itu digunakan rumus :

$$y = \hat{y} \pm ts$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum y^2 - a\sum y - b\sum xy}{n - 2}} = \sqrt{\frac{246100 - (-179,4)(1700) - \dfrac{(5,03)(109380)}{10}}{10}}$$

$S = 9,48$ $\qquad t_{(0,025;10)} = 2,23$

Maka didapat :

$$y = \hat{y} \pm (2,23)(9,48)$$

$$y = \hat{y} \pm 21,14$$

Umpamanya untuk $x = 65$, $\hat{y} = -179,4 + (5,03)(65) = 147,55$

Jadi $y = 147,55 \pm 21,14$, atau $126,41 < y < 168,69$

2. Korelasi Linear Sederhana

Koefisien korelasi (r) dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$r = \frac{\text{KOV (XY)}}{Sx\ Sy} \qquad \text{KOV} = \text{Kovarian}$$

$$\text{KOV (xy)} = \frac{\sum xy}{n} - \frac{\sum x \sum y}{n^2} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n^2}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$Sy = \frac{1}{n}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}$$

Jadi :

$$r = \frac{\dfrac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n^2}}{\sqrt{\dfrac{\{n\sum x^2 - (\sum x)^2\}\{n\sum y^2 - (\sum y)^2\}}{n^2}}}$$

$$= \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\{n\sum x^2 - (\sum x)^2\}\{n\sum y^2 - (\sum y)^2\}}}$$

r^2 adalah koefisien determinasi

Contoh dapat dilihat data pada tabel 40

$$r = \frac{(12)(109380) - (766)(1700)}{\sqrt{\{12(49068) - (766)^2\}\{12(246100) - (1700)^2\}}}$$

$$= \frac{10368}{11410,1709} = 0,91$$

Untuk menghitung signifikansi dari r, jika $n \leq 30$ dapat dilihat tabel VII. Tetapi jika $n > 30$ maka r kita dekati dengan distribusi nominal dengan rumus :

$$Z = r\sqrt{n-1}$$

Harga Z dibandingkan dengan tabel III

Pada contoh kita di atas n = 12, oleh sebab itu dapat dilihat tabel VII dengan df = n-3 = 9 dan $\alpha = 0,01$.

$r_{(0101;9)} = 0,735$. Jadi $r > r_{(0,01;9)}$. Hal ini berarti bahwa korelasi antara x dan y dapat dipercaya pada tingkat signifikan $\alpha = 0,01$.

Andaikata kita cari dengan $z = r\sqrt{n-1} = 0,09\sqrt{11} = 3,018$, dan kemudian lihat tabel III. Ternyata pada Z = 3,018 terletak harga 0,4987. Maka hubungan tersebut dapat dipercaya pada tingkat signifikan $\alpha = 2(0,5 - 0,4987) = \alpha\ 0,0026$. Jadi jelas di sini bahwa dia dapat dipercaya pada tingkat 0,1 sebab $0,01 < 0,0026$.

Selanjutnya jika kita hitung r^2 maka ternyata $r^2 = (0,91)^2 = 0,828$. Hal ini berarti bahwa 82,8 persen dari variasi-variasi variabel y adalah disebabkan karena hubungannya dengan variabel x.

3. Regresi Curvelinear Sederhana

Sebelum ini telah dibibacarakan regresi linear sederhana, yang persamaannya berpangkat satu, dan garis regresinya adalah garis lurus. Pemakaian garis lurus hanyalah satu dari beberapa kemungkinan saja. Garis-garis lain yang dipakai dalam analis regresi itu adalah parabola, hiperbola, fungsi tingkat tiga, fungsi pangkat, fungsi logaritma dan sebagainya. Di dalam uraian ini akan dibicarakan fungsi antara dua variabel saja yang disebut juga Regresi Curvilinear Sederhana.

a. Parabola Sebagai Garis Regresi

Di dalam Matematika telah diketahui bahwa persamaan umum dari parabola adalah :

$$\hat{y} = a + bx + cx^2$$

Di sini juga akan dihitung harga-harga a, b dan c dengan pendekatan kuadrat terkecil (least square).

y dari setiap titik bergerak $|\hat{y} - y_1|$ terhadap garis lengkung regresi $s = d^2$. Jadi

$$S = \Sigma(\hat{y} - y_1)^2 = \Sigma(a + bx + cx^2 - y)^2$$

Jarak akan minimal apabila

$$\frac{ds}{da} = 0 \; ; \; \frac{ds}{db} = 0 \text{ dan } \frac{ds}{dc} = 0$$

$$\frac{ds}{da} = 2\Sigma(a+bx+cx^2-y) = 0, \text{ maka } \Sigma y = na+b\Sigma x+c\Sigma x^2 \text{ .....(1)}$$

$$\frac{ds}{db} = 2\Sigma(a+bx+cx^2-y)x = 0, \text{ maka } \Sigma xy = a\Sigma x+b\Sigma x^2+c\Sigma X^3 \text{ ...(2)}$$

$$\frac{ds}{dc} = 2\Sigma(a+bx+cx^2-y)x^2 = 0, \text{ maka } \Sigma x^2y = a\Sigma x^2+b\Sigma x^3+c\Sigma x^4 \text{.(3)}$$

Dengan adanya tiga persamaan (1), (2) dan (3) di atas, maka a, b dan c dapat dicari.

b. Fungsi Tingkat Tiga Sebagai Garis Regresi

Persamaan umum dari fungsi tingkat tiga ini adalah :

$$y' = a + bx + cx^2 + dx^3$$

cara menghitung a, b, c dan d juga sama dengan cara yang dipakai pada metode parabola. Di sini kita akan mendapatkan hasil berupa empat persamaan, taitu :

$$\begin{aligned}
\Sigma y &= an + b\Sigma x + c\Sigma x^2 + d\Sigma x^3 \\
\Sigma xy &= a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3 + d\Sigma x^4 \\
\Sigma xy^2 &= a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4 + d\Sigma x^5 \\
\Sigma xy^3 &= a\Sigma x^3 + b\Sigma x^4 + c\Sigma x^5 + d\Sigma x^6
\end{aligned}$$

Dari empat persamaan ini juga dapat dihitung a, b, c dan d

Contoh. Misalkan dari data yang terkumpul terdapat sembilan pasangan (x,y) sebagai berikut tabel 14

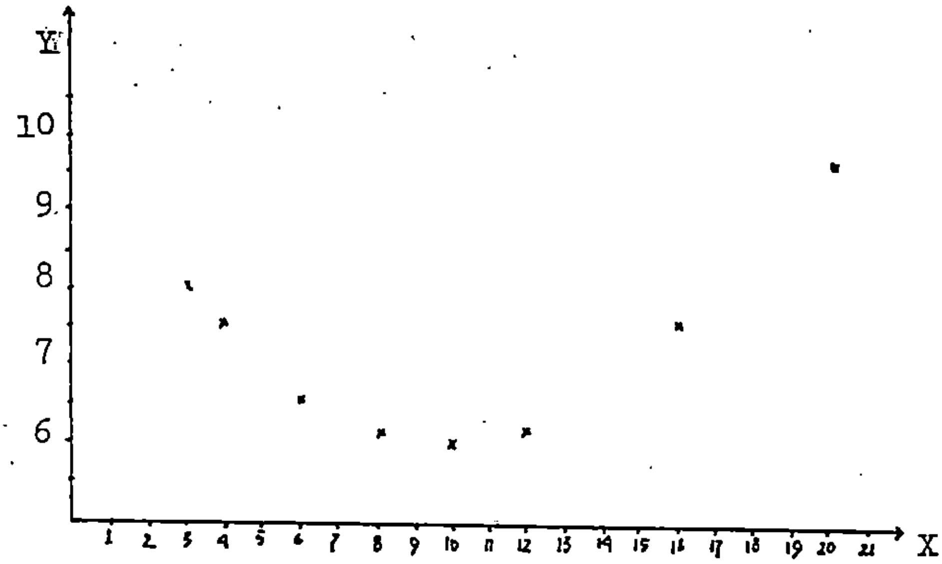
TABEL 7.5.

Harga Dari Sembilan Pasang Variabel x dan y

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	3	4	6	8	10	10	12	16	20
y	8	7,5	6,5	6,1	6	6	6,1	7,5	9,6

P = {(3,8), (4,75), (6,65), (8,61), (10,6), (10,6), (12,61) (16,75), 20,96)}

Gambar dari pasangan titik di atas adalah seperti gambar 7.3 berikut :



Gambar 7.3. Diagram titik yang dapat diperkirakan sebagai garis lengkung (parabola)

Pendekatan yang mungkin untuk gambar di atas adalah pendekatan parabolis dengan persamaan :

$$\hat{y} = a + bx + cx^2$$

untuk menghitung a, b dan c dari persamaan tersebut dihitung harga-harga dari variabel x dan variabel y seperti tabel 7.6 berikut.

TABEL 7.6.

Harga-harga x dan y Sampai Dengan x^4 dan y^2

No	x	y	xy	x^2	x^2y	x^3	x^4	y^2
1	3	8	24	9	72	27	81	64
2	4	7,5	30	16	120	64	256	56,25
3	6	6,5	39	36	234	216	1296	42,25
4	8	6,1	48,8	64	390,4	512	4096	37,21
5	10	6	60	100	600	1000	10000	36
6	10	6	60	100	600	1000	10000	36
7	12	6,1	73,2	144	878,4	1728	20736	37,21
8	16	7,5	120	256	1920	4096	65536	56,25
9	20	9,6	192	400	3840	8000	160000	92,16
Σ	89	63,3	647	1125	8654,8	16643	272001	457,33

Seperti uraian terdahulu, persamaan dari kuadrat minimum adalah :

$$\Sigma y = na + b\Sigma x + c\Sigma x^2$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2 + c\Sigma x^3$$

$$\Sigma x^2y = a\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + c\Sigma x^4$$

Dengan memasukkan harga-harga dari tabel 43 maka didapat :

$$63,3 = 9a + 89b + 1125c$$

$$647 = 89a + 1125b + 16643c$$

$$8654,8 = 1125a + 16643b + 272001c$$

Dengan cara determinan, persamaan di atas dapat diselesaikan. Maka akan didapat :

$$a = 9,927 \qquad b = -0,773 \text{ dan } \qquad c = 0,038$$

Jadi persamaan tersebut adalah :

$$\hat{y} = 9,927 - 0,773x + 0,038x^2$$

B. Regresi dan Korelasi Ganda

1. Analisis Regresi Linear Ganda

Sampai saat ini kita baru membicarakan analisis regresi linear dan curvelinear serta korelasi antara dua variabel, yaitu satu variabel dependen (y) dan satu variabel independen (x). Berikut ini kita akan membicarakan analisis regresi dan korelasi linear ganda. Di sini akan dibicarakan regresi dan korelasi linear ganda dengan satu variabel dependen (y) dan beberapa variabel independen (x_1, x_2, x_3, ... (x_k). Persamaan umum dari regresi tersebut adalah :

$$\hat{y} = a_o + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots\ldots\ldots a_kx_k$$

Teknik analisis regresi linear ganda ini sama dengan teknik analisis regresi linear sederhana. Sebagai contoh kita akan memperlihatkan analisis regresi linear ganda dengan dua variabel independen (x_1, x_2).

Persamaannya adalah $\hat{y} = a + bx_1 + cx_2$

Di sini juga kita lihat jarak tiap titik dengan garis (bidang) regresi harga minimum dari jarak tersebut maka terlebih dahulu jarak tersebut dikuadratkan, yaitu ($a + bx_1 + cx_2 - y_1)2$, sehingga $s = (a + bx_1 + cx_2 - y)^2$

Harga minimum diperoleh apabila :

$$\frac{ds}{da} = 0, \qquad \frac{ds}{db} = 0 \quad \text{dan} \quad \frac{ds}{dc} = 0$$

Selanjutnya dicari hasil dari masing-masing differensial tersebut sebagai berikut :

$$\frac{ds}{da} = 2 \sum(a + bx_1 + cx_2 - y) = 0$$

$$na + b\sum x_1 + c\sum x_2 - \sum y = 0 \quad \ldots\ldots (1)$$

$$\frac{ds}{db} = 2\sum x_1 (a + bx_1 + cx_2 - y) = 0$$

$$a\sum x_1 + b\sum x_1^2 + c\sum x_1x_2 - \sum x_1y = 0 \quad \ldots.. (2)$$

$$\frac{ds}{dc} = 2\sum x_2 (a + bx_1 + cx_2 - y) = 0$$

$$a\sum x_2 + b\sum x_1x_2 + c\sum x_2^2 - \sum x_2y = 0 \quad \ldots\ldots.(3)$$

Dari persamaan-persamaan (1), (2), dan (3) di atas dapat dihitung harga a, b dan c.

Untuk jelasnya, ikutilah contoh berikut.

Contoh. Berikut ini diberikan variabel dependen (y) serta variabel independen (x_1 dan x_2) dari sepuluh objek.

TABEL 7.6

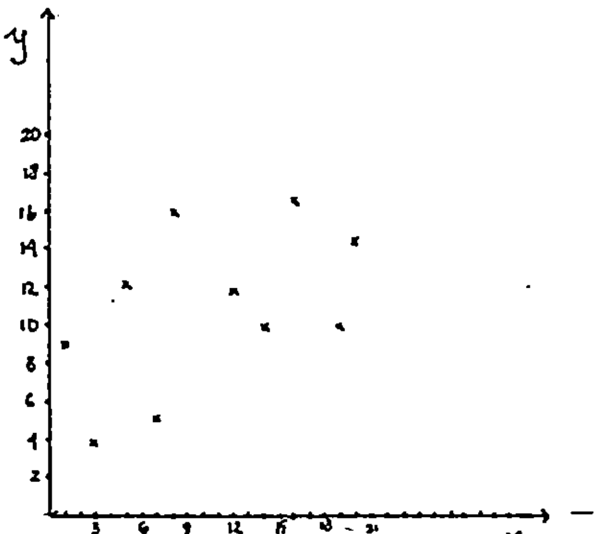
Harga-Harga Dari Variabel Dependen dan Independen

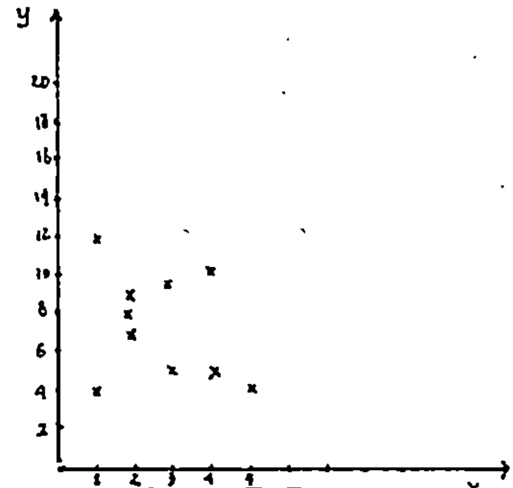
No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	4	9	12	16	10	5	18	14	12	10
x_1	2	1	5	8	14	7	16	20	12	19
x_2	5	2	1	1	3	4	2	2	3	4

Untuk memperkirakan apakah regresi dari tiga variabel berbentuk bidang datar atau bidang lengkung, atau apakah fungsiberpangkat satu atau lebih maka harus membuat diagram titik antara variabel dependen dengan masing-masing variabel independen.

Dengan contoh kita ini akan didapat dua buah gambar diagram titik seperti terlihat pada gambar 23 dan gambar 24.

Jika kedua gambar tersebut dapat dianggap mendekati garis lurus maka regresi dari ketiga variabel tersebut dapat dianggap berpangkat satu (bidang datar). Tetapi jika salah satu atau kedua-duanya dari diagram titik tersebut tidak dapat dianggap garis lurus maka persamaan regresi dari ketiga variabel ini tidak dapat dianggap berpangkat satu (bidang datar).





Gambar 7.4 Diagram titik antara y dan x_1

Gambar 7.5 Diagram titik antara y dan x_2

Dari kedua diagram titik di atas kelihatan bahwa keduanya dapat didekati dengan garis lurus. Maka persamaan regresi dari ketiga variabel tersebut dapat didekati dengan persamaan pangkat satu (bidang datar).

Sekarang marilah kita hitung harga-harga yang diperlukan untuk menentukan persamaan regresi linear dari ketiga variabel. Harga-harga tersebut dapat dilihat dari tabel 7.7 berikut.

TABEL 7.7

Harga-Harga Variabel y, x_1 dan x_2

untuk Regresi

No.	y	x_1	x_2	x_1y	x_2y	y^2	x_1x_2	x_1^2	x_2^2
1	4	2	5	8	20	16	10	1	25
2	9	1	2	9	18	81	2	1	4
3	12	5	1	60	12	144	5	25	1
4	16	8	1	128	16	256	8	64	1
5	10	14	3	140	30	100	42	196	9
6	5	7	4	35	20	25	28	49	16
7	18	16	2	288	36	324	32	256	4
8	14	20	2	280	28	196	40	400	4
9	12	12	3	144	36	144	36	144	9
10	10	19	4	190	400	100	76	361	16
Σ	110	104	27	1282	256	1386	279	1500	89

Untuk menghitung a, b dan c maka harga-harga pada tabel dimasukkan ke dalam persamaan-persamaan

$$\Sigma y = Na + b\Sigma x_1 + c\Sigma x_2$$

$$\Sigma x_1y = a\Sigma x_1 + b\Sigma x_1^2 + c\Sigma x_2x_1$$

$$\Sigma x_2y = a\Sigma x_2 + b\Sigma x_1x_2 + c\Sigma x_2^2$$

Maka didapatkan :

$$110 = 10a + 104b + 27c$$
$$1282 = 104a + 1500b + 279c$$
$$256 = 27a + 279b + 89c$$

Dengan cara determinan akan kita dapatkan harga-harga a, b dan c sebagai berikut :

$$a = 14,45 \qquad b = 0,32 \qquad c = -2,52$$

Selanjutnya dapat kita rumuskan persamaan bidang regresi (regresi linear) yaitu :

$$\hat{y} = 14,45 + 0,32x_1 - 2,52x_2$$

2. Korelasi Parsial

Sebelum kita membicarakan korelasi parsial, terlebih dahulu marilah kita singgung tentang determinasi dan variansi dari regresi ganda.

Untuk menghitung variansi (s^2) dari regresi tersebut kita hitung dengan

$$S^2 = \frac{JKS}{N-3}$$

di mana $JKS = \Sigma y^2 - a\Sigma y - b\,\Sigma x_1 y - c\,\Sigma x_2\, y$

Di samping menentukan persamaan regresi dan variansinya juga akan kita hitung koefisien determinasi ganda dan koefisien korelasi parsial sebagai berikut :

$$R^2 = \frac{JKR\ (b.c/a)}{JK}$$

di mana $JKR\ (b.c/a) = JK - JKS$ dan $JK = \Sigma y^2 - n(\bar{y})^2$

R^2 berarti ada R^2 persen pengaruh x_1 dan x_2 bersama-sama terhadap y. Untuk menentukan korelasi parsial dipakai rumus :

$$r_{1.2.3} = \frac{r_{12} - r_{13} \cdot r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}}$$

Jika variabel kita umpamanya y. x_1 dan x_2 maka

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{yx_2})(1 - r^2_{x_2x_1})}}$$

sedangkan

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_2x_1}}{\sqrt{(1 - r^2_{yx_1})(1 - r^2_{x_2x_1})}}$$

Harga r_{yx_2}, r_{yx_1} dan r_{x_2x1} adalah korelasi-korelasi biasa dari dua variabel yang dihitung dengan rumus produkmomen dan sperman yang telah dibicarakan pada korelasi sederhana.

Sebagai contoh marilah kita kembali pada data yang di perlihatkan pada tabel 7.7. Untuk memudahkan di sini akan diperlihatkan kembali jumlah dari harga-harganya.

y	x_1	x_2	yx_1	yx_2	x_1x_2	y^2	x_1^2	x_2^2
110	104	27	1282	256	279	1386	1500	89

Selanjutnya kita hitung variansi dari regresi itu, yaitu :

$$s^2 = \frac{JKS}{N-3}$$

$$JKS = \Sigma y^2 - a\Sigma y - b\Sigma x_1 y - c\Sigma x_2 y$$

$$= 1386 - (14,45)(110) - (0,32)(1282) - (-2,52)$$

$$(256) = 31,38$$

Jadi $s^2 = \frac{31,28}{7} = 4,483$

Variansi $s^2 = 4,483$. Jika dihitung simpangan bakunya (s) adalah $S = 2,117$

Simpangan baku sebesar 2,117 untuk data sekecil yang terlihat pada tabel 39 tersebut adalah cukup besar. Dengan demikian dapat diartikam bahwa penyimpangan titik-titik dari 10 buah tripel data itu agak jauh dari bidang regresi.

$$JK = \Sigma y^2 - n(\bar{y})^2 = 1386 - 10\left(\frac{110}{10}\right)^2 = 176$$

$$JKR\ (b.c/a) = JK - JKS = 176 - 31,38 = 144,62$$

Koefisien determinasi adalah :

$$R^2 = \frac{JKR\ (b,c/a)}{JK} = \frac{144,62}{176}$$

$$R^2 = 0,82$$

Hal ini berarti bahwa variabel x_1 dan x_2 bersama-sama berpengaruh terhadap variabel y sebesar 82%.

Karena untuk selanjutnya kita akan menghitung koefisien korelasi parsial dari regresi ganda di atas, maka terlebih dahulu kita harus menghitung korelasi dari dua-dua variabel tersebut yaitu korelasi antara variabel y dengan variabel x_1

; korelasi dari variabel y dengan variabel x_2, dan korelasi antara variabel x_1 dengan variabel x_2, seperti berikut ini :

$$r_{yx_1} = \frac{N \Sigma yx_1 - \Sigma y \Sigma x_1}{\sqrt{\{N\Sigma x_1^2 - (\Sigma x_1)^2\}\{n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2\}}}$$

$$= \frac{10\ (1282) - (110)(104)}{\sqrt{\{10(1500)-(104)^2\ \ 10(1386)-(110)^2\}}}$$

$$= 0{,}509$$

$$r_{yx_2} = \frac{N \Sigma yx_2 - \Sigma y \Sigma x_2}{\sqrt{\{N\Sigma x_2 - (\Sigma x_2)^2\}\{N\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2\}}}$$

$$= \frac{10\ (256) - (27)\ (110)}{\sqrt{\{10(89) - (27)^2\ \ 10(1386)-(110)^2\}}}$$

$$= -0{,}77$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{N \Sigma x_1x_2 - \Sigma x_1 \Sigma x_2}{\sqrt{\{N\Sigma x_1^2 - (\Sigma x_1)^2\}\{N\Sigma x_2^2 - (\Sigma x_2)^2\}}}$$

$$= \frac{10\ (279) - 27(104)}{\sqrt{10(1500) - (104)^2\ \ 10(89) - (27)^2}}$$

$$= -0{,}022$$

$$r_{yx_1\,x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{yx_2})\ (1 - r^2_{x_1\,x_2})}}$$

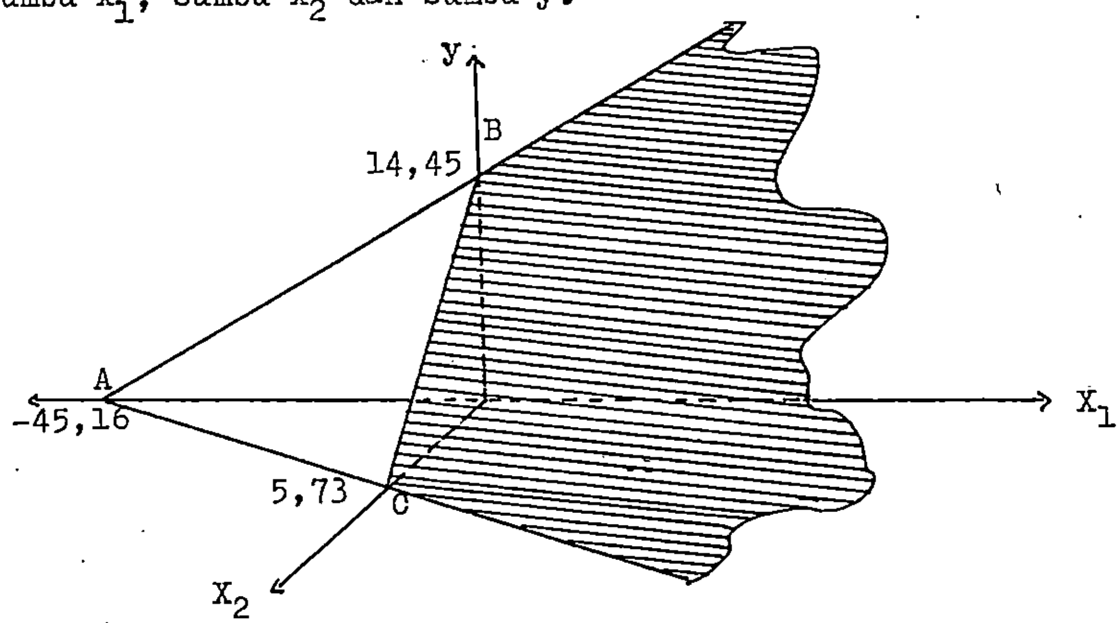
$$\frac{0{,}509 - (-0{,}77)\ (-0{,}022)}{\sqrt{\{1 - (0{,}77)^2\}\{1 - (0{,}022)^2\}}}$$

$= \ -0{,}883$

Dari hasil-hasil perhitungan koefisien korelasi di atas ternyata korelasi antara y dengan x_1 positif, koefisien korelasi antara x_1 dengan x_2 hampir sama dengan nol atau negatif yang harga mutlaknya kecil sekali. Sedangkan keofisien korelasi antara variabel y dengan variabel x_2 ialah terbalik yang cukup besar (-0,77). Hal ini berarti variabel x_2 menetralisir variabel y dengan variabel x_1.

Demikian juga koefisien korelasi parsial dari regresi ganda juga berbeda tanda. Di mana $r_{yx_1 \cdot x_2}$ adalah positif, sedangkan $r_{yx_2x_1}$ adalah negatif.

Untuk lebih jelasnya marilah kita coba menggambarkan bidang regresi tersebut pada suatu gambar ruang. Dalam gambar itu terdapat tiga sumbu yang saling tegak lurus, yaitu sumbu x_1, sumbu x_2 dan sumbu y.



Gambar 7.6 Bidang Regresi dari variabel x_1, x_2 dan y

Yang diarsir dari gambar di atas merupakan bidang regresi. Semua titik dari ketiga variabel tersebut akan berada di sekitar bidang regresinya. Jadi bidang itu adalah bidang yang sedemikian rupa sehingga jarak kesepuluh tripel titik observasi itu adalah minimum.

r_{yx_1} = 0,509. Pada gambar, regresi antara variabel y dengan variabel x_1 ini ditunjukan oleh garis AB. Jadi memang sesuai dengan arah garis regresi yang juga positif.

r_{yx_2} = -0,77. Pada gambar, regresi antara variabel y dengan variabel x_2 ditunjukkan oleh garis BC. Arah dari garis regresi BC ini adalah negatif. Jadi juga sesuai dengan koefisien korelasi parsial yang negatif pula.

$r_{x_1x_2}$ = -0,022. Pada gambar, regresi antara variabel x_1 dengan variabel x_2 diperlihatkan dengan garis AC. Gambar garis ini adalah positif yang sangat kecil yaitu $\frac{5,73}{45,16} = 0,127$.

Di sini terlihat perbedaan, yaitu $r_{x_1x_2}$ adalah negatif sedangkan gambarnya menunjukkan positif. Hal ini bukan berarti adanya pertentangan, tetapi disebabkan adanya pengaruh dari berbedanya tanda antara r_{yx_1} dengan r_{yx_2}. Yang mana tanda r_{yx_1} adalah positif dan tanda r_{yx_2} adalah negatif.

Sekarang marilah kita lihat koefisien korelasi ganda.

$r_{yx_1.x_2} = 0{,}77$. Jadi bertanda positif. Hal ini juga sesuai dengan yang ditunjukkan oleh gambar, yaitu arah bidang dengan sumbu x_1 yang juga positif.

$r_{yx_2.x_1} = -0{,}883$. Pada gambar persamaan regresi, hal ini di tunjukkan oleh arah bidang dengan sumbu x_2 yang juga negatif.

3. Pengujian Hipotesis dari Persamaan Regresi Linear Ganda

Sampai saat ini kita telah menguraikan persamaan regresi linear ganda, variansi, koefisien determinasi, koefisien korelasi parsial, serta hubungannya dengan gambar dari persamaan regresi linear ganda (bidang regresi). Tetapi kita belum mengetahui, apakah persamaan regresi linear ganda tersebut signifikan atau tidak.

Untuk itu berikut ini kita akan membicarakan uji hipotesis dari persamaan regresi tersebut, baik uji hipotesis ganda dari $\hat{y} = a + bx_1 + cx_2$ maupun uji hipotesis untuk kontribusi harga-harga a dan b.

Uji hipotesis ganda dimaksudkan untuk membuktikan apakah persamaan regresi itu signifikan ? sedangkan uji hipotesis parsial untuk a dimaksudkan apakah kontribusi x_2 setelah x_1 signifikan ?. Serta uji hipotesis untuk b dimaksudkan untuk menjawab apakah kontribusi w_1 signifikan ?.

Dalam uji hipotesis ganda, umpamanya diajukan hipotesis sebagai berikut :

H_o : $a = b = c$

H_1 : tidak semua dari a, b dan c sama.

Untuk menguji hipotesis di atas dipakai statistik penguji

$$F = \frac{JKR(b.c/a)}{JKS}$$

$df = ((k-1) \; ; \; (n-k))$. Hasilnya dibandingkan dengan tabel VI. Uji hipotesis parsial untuk tiga variabel ini ada 2 macam yaitu uji hipotesis untuk a dan untuk b.

Uji hipotesis parsial untuk a, dihipotesiskan :

H_o : $a = o$ dan H_1 : $a \neq o$

sedangkan uji hipotesis untuk b dihipotesiskan :

H_o : $b = o$ dan H_1 : $b \neq o$

Statistik penguji juga F dengan rumus :

$$F = \frac{(\text{tambahan JKR karena } x_1)}{JKS}$$

Untuk menguji hipotesis parsial dari a rumusnya adalah

$$F = \frac{(R^2_{yx_1x_2} - r^2_{yx_2})\ JK}{JKS}$$

dengan derajat kebebasan (df) = (1, n-k). Harga yang didapat dibandingkan dengan harga pada tabel VI dengan pengambilan kesimpulan sebagai berikut :

Untuk uji hipotesis ganda, jika $F \geqslant F_{tabel}$ berarti H_o

ditolak. Hal tersebut dapat diartikan bahwa persamaan regresi itu adalah signifikan.

Sedangkan jika $F < F_{tabel}$, maka H_0 diterima. Artinya persamaan regresi ganda itu tidak signifikan.

Untuk uji hipotesis parsial, jika $F \geqslant F_{tabel}$ berarti H_0 ditolak, artinya kontribusi parsial x_2 setelah x_1 yang ada di dalam persamaan regresi adalah signifikan (a). Sedangkan untuk b berarti bahwa kontribusi x_1 juga signifikan.

Sebagai contoh kita kembali kepada contoh yang diperlihatkan pada tabel 39. Berikut ini kita perlihatkan kembali jumlah dari harga

y	x_1	x_2	yx_1	yx_2	x_1x_2	y^2	x_1^2	x_2^2
110	104	27	1282	256	279	1386	1500	89

Persamaan regresinya adalah :

$$\hat{y} = 14,45 + 0,32x_1 - 2,52x_2$$

Pengujian hipotesis ganda dari contoh tersebut dikerjakan sebagai berikut :

$$JKS = \sum y^2 - a\sum y - b\sum yx_1 - c\sum yx_2$$

$$= 1386-(110)(14,45) - (0,32)(1282)-(-2,52)(256) = 31,28$$

$$JKT = \Sigma y^2 - n\,(\bar{y})^2$$

$$= 1386 - 10\,(\frac{110}{10})$$

$$= 176$$

$$JKR = JK - JKS$$

$$= 176 - 31,38$$

$$= 144,62$$

$$F = \frac{JKR}{JKS} = \frac{144,62}{31,38} = 4,61$$

Bandingkan hasil ini dengan tabel VI dengan df = 2,7

$F\ (2,7\ ;\ 0,05) = 4,74.$

Ternyata $F < F_{tabel}$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa persamaan regresi linear ganda tersebut tidak signifikan untuk tingkat signifikan $\alpha = 0,05$

Selanjutnya kita lakukan uji hipotesis parsial untuk a

$$F = \frac{(R^2_{yx_1x_2} - r^2_{yx_1})\ JK}{JKS}$$

$$= \frac{\{0,82 - (0,509)^2\}\ 176}{3.146}$$

$$= 3,146$$

$$F\ (1,7\ ;\ 0,05) = 5,59$$

Jadi $F < F_{tabel}$, maka kesimpulan yang diambil adalah kontribusi x_2 setelah x_1 tidak signifikan pada $\alpha = 0,05$

Terakhir kita lakukan uji hipotesis untuk b

$$F = \frac{(R^2_{yx_1x_2} - r^2_{yx_2})\ JK}{JKS}$$

$$= \frac{\{0,82 - (-0,77)^2\}\ 176}{31,38}$$

$$= 1,274$$

sedangkan $F(1,7\ ;\ 0,05) = 5,59$. Jadi $F < F_{tabel}$

Jadi kontribusi x_1 juga tidak signifikan pada $\alpha = 0,05$

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa persamaan regresi yang telah kita dapatkan itu tidaklah signifikan pada $\alpha = 0,05$. Demikian juga kontribusi dari variabel- variabel independennya juga tidak signifikan pada tingkat kepercayaan $\alpha = 0,05$.

4. <u>Uji koefisien regresi ganda</u>

Di atas kita telah melakukan pengujian hipotesis (pe - ngujian segnifikansi) dari regresi ganda, maka berikut kita akan melakukan pengujian terhadap koefisien dari masing-masing independen variabel. Untuk melaksanakan pengujian tersebut, dilakukan dengan rumus :

$$S_{a_i} = \sqrt{\frac{S^2(n-1)(1-R^2)}{(n-k-1)(1-r_{x_{1.2}})\{\sum(X_i-\bar{X}_i)^2\}}}$$

Selnjutny di hitung :

$$t_i = \frac{a_i}{S_{a_i}}$$

Untuk lebih jelasnya, marilah kita ambil contoh seperti data yang di kemukakan pada tabel 7.7. Dari perhitungan-perhitungan yang telah di lakukan, telah di dapat hasil-hasil sebagai berikut :

$n = 10 \quad k = 2 \quad R^2 = 0{,}82 \quad r_{x_{1.2}} = -0{,}022$

Selanjutnya dari data pada tabel 7.7 tersebut juga dapat di hitung : $S^2 = 19{,}56$ (variansi dari variabel Y)

Untuk menghitung $(X_1 - \bar{X}_1)^2$ dan $(X_2 - \bar{X}_2)^2$ perhatikanlah tabel 7.8 berikut ini.

TABEL 7.8 : Variabel-Variabel Untuk Menghitung $(X_i - \bar{X}_i)^2$

No.	Y	X_1	X_2	$(X_1 - \bar{X}_1)^2$	$(X_2 - \bar{X}_2)^2$
1	4	2	5	70,56	5,29
2	9	1	2	88,36	0,49
3	12	5	1	29,16	2,89
4	16	8	1	5.76	2,89
5	10	14	3	12,96	0,09
6	5	7	4	11,56	1,69
7	18	16	2	31,36	0,49
8	14	20	2	92,16	0,49
9	12	12	3	2,56	0.09
10	10	19	4	73,96	1,69
Jumlah				418,40	16,10

Juga telah di hitung persamaan regresinya, di mana hasilnya adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y} = 14{,}45 + 0{,}32X_1 - 2{,}52X_2$$

Dengan harga-harga yang telah di dapat tersebut maka kita akan menghitung t_1 dan t_2 dengan rumus di atas.

$$S_{a_1} = \sqrt{\frac{(19,56)(9)(1 - 0,82)}{(418,4)(7)(1 + 0,022)}}$$

$$= 0,103$$

Maka harga $t_1 = \frac{0,32}{0,103} = 3,11$

$$S_{a_2} = \sqrt{\frac{(19,56)(9)(1 - 0,82)}{(16,1)(7)(1 + 0,022)}}$$

$$= 0,5245$$

Maka harga $t_2 = \frac{-2,52}{0,5245} = -4,8045$

Untuk menentukan segnifikansi dari koefisien regresi ganda tersebut, hasil yang di peroleh di bandingkan dengan nilai t pada tabel IV, dengan derajet bebas (=df) = 7. Ternyata harga t pada tabel IV adalah = 2,36.

Jadi $t_1 \geqslant t_{(7;0,05)}$ dan $t_2 \leqslant -t_{(7;0,05)}$

Dengan demikian dapat di simpulkan bahwa koefisien X_1 dan koefisien X_2 mempunyai arti yang segnifikan. Hal tersebut akan memberi arti sebagai berikut : Baik variabel X_1 maupun variabel X_2 memberikan kontribusi yang berarti terhadap variabel Y.

C. Korelasi biserial

Korelasi biserial ini dilaksanakan untuk pengujian apabila variabel dependen (Y) bersekala interval dan di anggap berdistribusi normal. Sedangkan variabel independen (X) bersekala nominal dengan dua katagori, serta masing-masing kelompok dapat di anggap berdistribusi normal.

Dalam melaksanakan analisis ini, kita menghitung frekuen· dari masing-masing kelompok dari variabel indepen - dennya. Selanjutnya di pakai rumus :

$$r_b = \frac{(\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2)pq}{US_y}$$

Di mana : $\overline{Y}_1$ = Rata-rata Y dari katagori pertama dari X

$\overline{Y}_2$ = Rata-rata Y dari katagori kedua dari X

S_y = Simpangan baku dari semua variabel Y

p = Proposi pengamatan yang ada pada katagori pertama.

q = Proporsi pengamatan yang terdapat pada katagori yang kedua.

U = Tinggi ordinat dari kurva normal pada titik Z yang memotong bahagian luas dari kurva normal tersebut dalam bahagian p dan q. (p + q = 1)

Contoh: Sejumlah siswa sebanyak 145 orang terbagi kedalam dua kelompok. Kelompok pertama sebanyak 21 orang yang terdiri dari siswa-siswa yang belajar sebelum ujian, sedangkan kelompok ke dua terdiri dari 124 orang di mana yang terakhir ini tidak belajar sebelum ujian. Hasil ujian dari semua siswa tersebut adalah seperti terlihat pada tabel 7.9.

Dari data pada tabel 7.9 tersebut dapat di hitung :

$\overline{Y}_1 = 79,38$ $\qquad$ $\overline{Y}_2 = 66,19$ $\qquad$ $S_y = 9,26$

$p = \frac{21}{145} = 0,1448$ $\qquad$ $q = \frac{124}{145} = 0,8552$

TABEL 7.9 : Nilai Ujian dari Dua Kelompok Siswa

Interval nilai(Y)	Kelompok belajar.	Kel.tidak belajar.	Jumlah
55-59	1	31	32
60-64	0	27	27
65-69	1	30	31
70-74	2	16	18
75-79	5	12	18
80-84	6	3	9
85-89	6	5	11
Jumlah	21	124	145

Dari proporsi p dan q maka di lihat nilai Z dari q (yang terbesar dari p atau q), pada tabel III. Ternyata untuk q = 0,8552 maka harga Z = 1,06. Maka dari tabel IIIA di dapat tinggi kordinat U = 0,2275.

Dengan di dapatkannya harga-harga di atas maka seterusnya dapat di hitung koefisien korelasi biserial sebagai berikut :

$$r_b = \frac{(79,38 - 66,19)(0,1448)(0,8552)}{(0,2275)(9,26)}$$

$$r_b = 0,7753$$

Dari kenyataan di atas maka dapat di simpulkan bahwa terdapat hubungan yang kuat antara nilai ujian dengan persiapan belajar.

Data di atas dapat juga di analisis dengan t tes, yaitu menguji hipotesis yang di rumuskan sebagai berikut :

Terdapat perbedaan yang segnifikan antara kelompok I dengan kelompok II.

Untuk itu, pertama-tama di hitung harga rata-rata dari kedua kelompok tersebut. Demikian juga Simpangan bakunya

$n_1 = 21$ $\quad \bar{X}_1 = 79,38$ $\quad S_1 = 7,5$

$n_2 = 124$ $\quad \bar{X}_2 = 66,19$ $\quad S_2 = 8,02$

$$t = \frac{79,38 - 66,19}{\sqrt{\left\{\frac{20(7,5)^2 + 123(8,02)^2}{143}\right\}\left\{\frac{1}{21} + \frac{1}{124}\right\}}}$$

$t = 7,03$

Selanjutnya di lihat tabel IV dengan df = 143 dan $= 0,05$

Ternyata $t_{(143;0,05)} = 1,96$ (pengujian dua arah)

$t_{(143,0,01)} = 2,58$ (pengujian dua arah)

Jadi $t > t_{(143;0,01)}$ Maka dari itu dapat di simpulkan bahwa : Hasil belajar siswa yang belajar sebelum ujian lebih baik dari hasil belajar siswa yang tidak belajar sebelum ujian.

Dengan demikian ternyatalah bahwa kesismpulan ini relevan dengan kesimpulan pada analisis korelasi biserial.

B A B VIII

BILANGAN INDEK DAN ANALISIS RUNTUN WAKTU.

Bab ini sesungguhnya terbagi atas dua bahagian yang berbeda,yaitu Bilangan Indeks, dan Analisis Runtun Waktu. Namun demikian karena keduanya pada umumnya membicarakan masalah-masalah yang menyangkut kepada perekonomian dan keadaan masyarakat, maka dalam buku ini keduanya ditulis di dalam satu bab saja.

A. Bilangan Indeks

Bilangan indeks adalah suatu ukuran statistik yang tertera yang dipakai untuk menunjukkan perubahan di dalam nilai suatu variabel. Jika kita menyatakan nilai eksport tahun 1963 sebagai persentase dari nilai eksport tahun 1950, maka angka yang menunjukkan persentase itu disebut angka indeks. Angka indeks tidaklah dipakai untuk menunjukkan perubahan di dalam satu variabel saja, adakalanya kita menghitung angka indeks itu dari nilai-nilai beberapa variabel sekaligus.

Angka indeks itu banyak macamnya, seperti bilangan indeks harga, bilangan indeks kuantitas, bilangan indeks nilai bilangan indeks aktifitas perusahaan, dan masih banyak lagi bilangan-bilangan indeks khusus, seperti kredit bank, jumlah peredaran uang dan sebagainya. Sebagai contoh pada tabel .1 diperlihatkan indeks produksi padi dari tahun 1970-1979.

Pada tabel 8.1 tahun 1970 disebut tahun desar.Tahun dasar tersebut dapat pula dipindah-pindahkan. Misalnya dipindahkan kepada tahun dasar baru 1975. Maka bilangan-bilangan indeks baru didapatkan sebagai berikut.

Bilangan indeks tahun 1970 adalah $\frac{100}{214}$ x 100 = 47

Bilangan indeks tahun 1971 adalah $\frac{173}{214}$ x 100 = 81

Dengan cara yang sama didapatkan bilangan indeks untuk tahun tahun yang lain. Tahun dasar tersebut bisa juga bukan satu tahun tetapi lebih dari satu tahun. Umpamanya tahun dasar 1972-1974, maka di sini yang dijadikan 100 adalah

$$\frac{183+201+208}{3} = 197,33$$

Bilangan untuk tahun 1970 adalah $\frac{100}{197,33}$ = 51 dan seterusnya. Hasil dari perobahan tahun dasar tersebut dapat dilihat pada tabel 8.2.

TABEL 8.1. PRODUKSI PADI DARI 1970-1979

Tahun	Produksi	Indeks 1970=100
1970	107573,10	100
1971	185901,58	173
1972	196564,22	183
1973	216358,20	201
1974	223401,24	208
1975	229748,94	214
1976	234822,90	218
1977	202878,45	190
1978	239135,01	222
1979	197515,49	184

TABEL 8.2. BILANGAN INDEKS PRODUKSI PADI 1970-1979 DENGAN BEBERAPA TAHUN DASAR

Tahun	Indeks Tahun dasar 1970	Indeks Tahun dasar 1975	Indeks Tahun dasar 1972-1974
1970	100	47	51
1971	173	81	88
1972	183	86	93
1973	201	94	102
1974	208	97	105
1975	214	100	108
1976	218	102	110
1977	190	89	96
1978	222	104	113
1979	184	86	93

Untuk memudahkan perhitungan, berikut ini diberikan lambang lambang yang umum dipakai.

p_o = harga pada tahun dasar

p_1 = harga pada tahun pertama sesudah tahun dasar

p_2 = harga pada tahun kedua sesudah tahun dasar.

Untuk menghitung bilangan indeks tersebut banyak metoda yang dilakukan orang, di antaranya adalah metoda agretatif sederhana, metoda rata-rata regretif sederhana, metoda agretatif tertimbang dan metoda relatif tertimbang. Metoda tersebut di gunakan untuk menghitung indeks harga, indeks kuantitas, indeks nilai dan sebagainya.

1. Bilangan Indeks Harga

Bilangan indeks ini dibentuk untuk mengukur perobahan-perubahan yang terjadi dalam harga-harga barang tertentu, ataupun sekelompok barang-barang tertentu.

Seperti yang telah diutarakan sebelum ini, bahwa metoda untuk menghitung bilangan indeks ini bermacam- macam adanya. Demikianlah untuk menghitung bilangan indeks harga terdapat macam-macam metoda.

a. Metoda Agregatif Sederhana

Misalnya kita hendak menghitung indeks harga eceran beberapa bahan makanan untuk 4 tahun (55, 56, 57 dan 58). Mula-mula dicatat harga rata-rata barang yang dibeli menurut satuannya masing-masing hasilnya adalah seperti terlihat pada tabel 8.3.

TABEL 8.3. PERHITUNGAN INDEKS AGREGATIF SEDERHANA DARI HARGA ECERAN BEBERAPA BAHAN MAKANAN

Bahan	Satuan	Harga dalam rupiah			
		1955 p_0	1956 p_1	1957 p_2	1958 p_3
Beras	10 liter	21,13	28,53	35,44	59,33
Daging	1 kg	17,65	19,17	20,20	24,93
Telur	10 butir	8,70	9,17	10,22	13,95
Susu	1 liter	5,06	5,22	5,64	6,22
Gula	1 kg	3,29	3,33	3,94	4,92
Teh	1/2 kg	15,51	12,99	11,36	13,85
Jumlah		71,34	78,41	86,80	123,20
Indeks		100	110	122	173

Indeks tahun 1956 $\frac{78,41}{71,34}$ x 100 = 110

Indeks tahun 1957 = $\frac{86,80}{71,34}$ x 100 = 122

Indeks tahun 1958 = $\frac{123,20}{71,34}$ = 173

Jadi rumusnya dari indeks agregatif sederhana ini ada lah

$$\frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times 100$$

Indeks harga 110 berarti harga pada tahun 1956 10% le bih tinggi dari harga tahun 1955. Indeks agregatif sederhana mudah dihitung, tetapi mempunyai kelemahan-kelemahan antara lain: pertama, tidak ditunjukkan pentingnya suatu bahan dari pada bahan lainnya. Kedua, bi langan indeks ini sangat dipengaruhi oleh satuan dari barang yang diperhitungkan harganya. Kelemahan yang terakhir ini akan diperbaiki dengan metoda relatif ter timbang.

b. Metoda Rata-rata Relatif Sederhana

Dengan metoda ini tiap-tiap harga dinyatakan dalam persentase terhadap harga tahun dasar masing - masing kemudian tiap-tiap tahun dijumlahkan, jumlah inilah yang dicari indeksnya. Dengan menghitung harga rata-rata dari barang untuk setiap tahunnya. Jadi dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$= \frac{\sum \frac{P_n}{P_o} \times 100}{N}$$

Sebagai contoh dapat dilihat kembali data pada tabel 89 dan kita perhitungkan indeks relatif sederhananya pada tabel 8.4.

TABEL 8.4. PERHITUNGAN INDEKS RATA-RATA RELATIF SEDERHANA DARI HARGA ECERAN BEBERAPA BAHAN MAKANAN

Bahan	Harga relatif			
	1955	1956	1957	1958
B e r a s	100	135	168	281
Daging	100	109	114	141
Telur	100	105	117	160
Susu	100	103	111	123
Gula	100	101	120	150
T e h	100	84	73	90
Jumlah	600	637	703	945
Indeks	100	106	117	158

Metoda rata-rata relatif sederhana sudah menghilangkan kelemahan yang kedua dari metoda agregatif sederhana - namun belum lagi menghilangkan kelemahan yang pertama, yaitu belum mencerminkan pentingnya bahan tersebut sebagai anggota group.

c. Metoda Agregatif Tertimbang

Dengan metoda ini tiap-tiap bahan diberi angka timbang dengan kuantitas/yang diproduksi, yang dijual, dikonsumsikan atau yang lain-lain) dari bahan itu masing-masing. Indeks dengan angka timbang ini dinamakan

"Indeks Las Pegres". Dia menggunakan kuantitas tahanda sar (q.) sebagai angka timbang. Paasche menggunakan kuantitas tahan tertentu (tahun yang dihitung indeksnya = q_n) sebagai angka timbang. Bilangan indeks dengan angka timbang ini disebut "Indeks Paasche". Berikut ini akan diberikan contoh dari kedua indeks di atas.

TABEL 8.5. PERHITUNGAN INDEKS AGREGATIF TERTIMBANG LAPEYERES DAN PAASCHE DARI HARGA HASIL PERTANIAN

Bahan	Ped 57 q_o	Ped 58 q_n	Harga Rp/kg 57 p_o	Harga Rp/kg 58 p_n	Tertimbang Lepey 57 p_oq_o	Tertimbang Lepey 58 p_nq_o	Tertimbang Pasche 57 p_oq_n	Tertimbang Pasche 58 p_nq_n
Beras	112	134	3,51	4,81	393,12	538,72	470,34	644,54
Jagung	13	16	2,07	2,51	26,91	32,63	33,12	40,16
Ketela	157	220	0,65	0,88	102,95	155,76	143	193,60
Kacang	9	7	4,36	7,4	39,24	66,6	30,52	51,80
Kedele	7	14	3,76	4,52	26,32	31,64	52,64	53,28
J u m l a h					587,64	825,35	729,62	993,38
Indeks Laspeyees					100	140		
Indeks Pasche							100	136

Jadi

$$IL = \frac{\Sigma p_x q_o}{\Sigma p_o q_o}$$

$$IP = \frac{\Sigma p_n q_n}{\Sigma p_o q_n}$$

Bilangan indeks Lapeyees dan Pasche ini jelas ada perbedaannya. Di mana angka indeks Lapeyer memakai produksi tahun dasar sebagai penimbang, sedangkan Pasche memakai produksi tahun tertentu sebagai penimbang. Jika dipertanyakan mana yang baik di antara keduanya ? Ini tentu tidak mungkin dijawab,masing-masingnya mempunyai kebaikan sendiri-sendiri sesuai dengan tujuan dari angka indeks itu sendiri. Untuk memperoleh kebaikan dari keduanya maka ada cara kompromi yaitu cara yang disebut " Bilangan "Indeks Ideal" yang dianjurkan oleh Leving Fisher yang perumusannya adalah :

$$\text{Indek Ideal} = \sqrt{\left(\frac{\Sigma p_n q_o}{\Sigma p_o q_o}\right)\left(\frac{\Sigma p_n q_n}{\Sigma p_o q_n}\right)}$$

$$\text{atau sama dengan } \sqrt{(L)(P)}$$

Jika lihat tabel 8.1 maka indeks agregatif tertimbang ideal adalah :

$$1957 = \sqrt{(100)\ (100)} = 100$$

$$1958 = \sqrt{(136)\ (140)} = 138$$

Cara kompromi yang lain adalah dengan menghitung rata-rata dari Lapeyers dengan Pasche yaitu $\frac{L + P}{2}$ .Dari contoh pada tabel 8.1. : $IL = \frac{136 + 140}{2} = 138$

Cara kompromi yang ketiga adalah yang dilakukan oleh Marshall dan Edgeworth sebagai berikut.

$$MEW = \frac{\Sigma p_n \; (q_o + q_n)}{\Sigma p_o \; (q_o + q_n)}$$

d. Metoda Rata-rata Relatif Tertimbang

Dengan metoda ini kita menimbang setiap harga relatif dengan jumlah seluruhnya dari barang tersebut. Jadi perumusannya adalah sebagai berikut.

$I_n \quad \frac{\Sigma p_n q_o}{\Sigma q_o}$	p_n = harga relatif
$I_n \quad \frac{\Sigma p_n q_n}{\Sigma q_n}$	$p_n = \frac{p'_n}{p'_o} \times 100$ p' = harga sesungguhnya

Untuk contoh data pada tabel 8.5 yang akan dicari Indeks relatif tertimbangnya.

TABEL 8.6. PERHITUNGAN INDEKS HARGA RELATIF TERTIMBANG DARI HARGA BEBERAPA BAHAN MAKANAN

Bahan	Harga		Produksi		Harga Rata-rata Tertimbang	
	57 p'_n	58 p'_n	57 q_o	58 q_n	$\frac{p'_n}{p'_o} \cdot q_o$ -100	$\frac{p'_n}{p'_o} \cdot q_n$ -100
Beras	3,51	4,81	112	134	15348,15	18362,96
Jagung	2,07	2,51	13	16	1576,33	1940,1
Ketela	0,65	0,88	157	220	21255,38	29784,62
Kacang	4,36	7,4	9	7	1527,52	1188,07
Kedele	3,76	4,52	7	14	841,49	1682,98
Jumlah			298	391	40548,87	52958,73
Indeks harga rata-rata relatif tertimbang					136	135,4

Jelaslah dalam contoh dua buah macam indeks tidak jauh berbeda (hampir sama). Yang pertama kita memakai kuantitas barang pada tahun dasar sebagai penimbang, sedangkan yang kedua sebagai penimbangnya adalah kuantitas barang pada tahun yang ke n. Keduanya merupakan bilangan indeks rata-rata relatif tertimbang tahun 1958.

2. Bilangan Indeks Kuantitas

Bilangan indeks kuantitas digunakan untuk mengukur volume fisik tentang produksi, konstruksi, pekerjaan. Bilangan indeks ini dihitung untuk industri-industri tertentu, langkah-langkah operasional tertentu tentang produksi atau distribusi.

Metoda yang dipakai untuk mencari bilangan indeks, identik dengan metoda yang dipakai untuk menghitung bilangan harga. Berikut ini diberikan tabel perbandingan dari rumus-rumus yang dipakai.

TABEL 8.7 RINGKASAN RUMUS-RUMUS BILANGAN INDEKS

M e t o d a		Indeks harga	Indeks Kuantitas
Agregatif sederhana		$\frac{\Sigma p_n}{\Sigma p_o} \cdot 100$	$\frac{\Sigma q_n}{\Sigma q_o} \cdot 100$
Rata-rata relatif dederhana		$\frac{\Sigma \frac{p_n}{p_o} \cdot 100}{N}$	$\frac{\Sigma \frac{q_n}{q_o} \cdot 100}{N}$
Agregatif Ter-timbang	Angka timbang tahun dasar (Lapeyers)	$\frac{\Sigma p_n q_o}{\Sigma p_o q_o} \cdot 100$	$\frac{\Sigma q_n p_o}{\Sigma q_o p_o} \cdot 100$
	Angka timbang tahun tertentu (Peache)	$\frac{\Sigma p_n q_n}{\Sigma p_o q_n} \cdot 100$	$\frac{\Sigma q_n p_n}{\Sigma q_o p_n} \cdot 100$
	Kompromi Fisher 's	$\sqrt{(L)(P)}$	$\sqrt{(L)(P)}$
	Kompromi Marshall E. Worth	$\frac{\Sigma p_n (q_o + q_n)}{\Sigma p_o (q_o + q_n)}$	$\frac{\Sigma q_o (p_o + p_n)}{\Sigma q_o (p_o + p_n)}$
Rata-rata Relatif Ter-timbang.	Angka timbang tahun dasar	$\frac{\Sigma \frac{p_n}{p_o} q_o \cdot 100}{\Sigma q_o}$	$\frac{\Sigma \frac{q_n}{q_o} p_o \cdot 100}{\Sigma p_o}$
	Angka timbang tahun tertentu	$\frac{\Sigma \frac{p_n}{p_o} \cdot q_n \cdot 100}{\Sigma q_n}$	$\frac{\Sigma \frac{q_n}{q_o} \cdot p_n \cdot 100}{\Sigma p_n}$

p_o = harga pada tahun dasar

p_n = harga pada tahun ke n sesudah tahun dasar

q_o = kuantitas pada tahun dasar

q_n = kuantitas pada tahun ke n sesudah tahun dasar

L = indeks Lapeyers

P = indeks Paache

Sebagai contoh marilah kita cari indeks kuantitas dari data pada tabel 8.5, untuk itu dapat dilihat tabel 8.8.

TABEL 8.8. PERHITUNGAN INDEKS KUANTITAS RELATIF TERTIMBANG DARI PRODUKSI BEBERAPA BAHAN MAKANAN

Bahan	Produksi 57 q_o	Produksi 58 q_n	Harga 57 p_o	Harga 58 p_n	Kuantitas Tertimbang $\frac{q_n}{q_o}.p_o.100$	Kuantitas Tertimbang $\frac{q_n}{q_o}.p_n.100$
Beras	112	134	3,51	4,81	419,95	575,49
Jagung	13	16	2,07	2,51	254,77	308,92
Ketela	157	220	0,65	0,88	91,08	123,31
Kacang	9	7	4,36	7,4	339,11	575,56
Kedela	7	14	3,76	4,52	752	904
J u m l a h			14,35	20,12	1856,91	2487,2
Indeks kuantitas relatif tertimbang					129,4	123,6

Indeks kuantitas relatif tertimbang adalah :

$$\frac{1856,91}{14,35} = 129,4$$

Ini adalah dengan memakai tahun dasar sebagai penimbang atau

$$\frac{2487,2}{20,12} = 123,6$$ Ini memakai tahun tertentu se bagai penimbang.

3. Bilangan-bilangan Indeks Lain

Banyak lagi bilangan-bilangan lain, selain dari bi langan indeks harga serta bilangan indeks kuantitas yang telah dibicarakan di atas, misalnya bilangan indeks nilai, bilangan indeks kualitas dan sebagainya. Secara garis besarnya metoda yang dipakai untuk bilangan indeks lain-lain tersebut tidak berbeda dengan metoda yang dipakai untuk bilangan indeks harga dan kuantitas.

a. Bilangan Indeks Nilai

Nilai pada umumnya adalah hasil perkalian antara kuantitas dan harga. Banyak hal yang memperlihatkan bahwa kombinasi perobahan antara kuantitas dan harga lebih informatif dari pada perobahan dalam data saja, yaitu harga atau kuantitas. misalnya dalam hal penghasilan pekerja harian. Upah harian yang tinggi tentu lebih baik dari pada yang rendah. Tetapi ini tidak akan banyak berarti apabila kita hanya bekerja beberapa hari saja. Sebaliknya bekerja dalam waktu yang panjang hanya akan bermanfaat apabila upah hariannya cukup baik. Pada tabel 9.9 diperlihatkan data tentang upah/hari serta lama bekerja. Untuk tiga perusahaan A, B, dan C serta indeks agregatif sederhananya.

Cara perhitungan indeks agregatif sederhana maupun ralatif sederhana sama dengan metoda yang dipakai untuk indeks harga atau indeks kuantitas. Perbedaannya adalah jika pada indeks harga p saja sedangkan pada indeks kuantitas yang diolah adalah harga q saja, maka pada indeks nilai yang diolah adalah perkalian antara p dengan q.

TABEL 8.9. BILANGAN INDEKS NILAI AGREGATIF DAN RELATIF SEDERHANA

Industri	Upah/hari 70 p_o	Upah/hari 71 p_n	Kerja/bulan 70 q_o	Kerja/bulan 71 q_n	Nilai Agregatif sederhana 70 p_oq_o	Nilai Agregatif sederhana 71 p_nq_n	Nilai Relatif sederhana 70 100	Nilai Relatif sederhana 71 $100\frac{p_nq_n}{p_oq_o}$
A	1000	1250	10	12	10.000	15.000	100	150
B	650	800	20	22	13.000	17.600	100	135
C	400	600	24	24	9.600	14.400	100	150
Jumlah					32.600	47.000	300	435
Indeks					100	144	100	145

b. Bilangan Indeks Kualitas

Masih banyak bilangan-bilangan indeks yang belum dibicarakan. Namun demikian yang akan dibicarakan selanjutnya dalam buku ini adalah bilangan kualitas. Misalnya bilangan indeks kualitas baru mobil. Misalkan sifat-sifat yang menunjukkan kualitas adalah keawetan (banyak kilometer), daya tahan meletus daya tarikan dan kegaduhan. Untuk itu kita tentu memerlukan cara untuk mengukur sifat-sifat tersebut. Misalnya telah diperoleh data observasi yang representatif dari sifat-sifat tersebut seperti tertuang dalam tabel 8.10.

TABEL 8.10 SIFAT-SIFAT KUALITAS BAN MOBIL DARI TIGA MEREK A, B, DAN C

Sifat	Merek A	Merek B	Merek C
Keawetan (banyak dalam 1000 km dipakai sampai rusak	15	20	30
Daya tahan meletus (kegagalan per 1000 km baru yang diuji)	10	8	5
Daya tarikan/meter mulai di-rem sampai berhenti pada ke-cepatan 50 km/jam jalan ke-ring)	500	480	550
Bunyi/kegaduhan dalam deci-bel di dalam mobil pada kece patan 50 km/jam di jalan ke-ring	20	24	16

Sebelum indeks kualitas dihitung harus diperhatikan hal-hal sebagai berikut :

Sifat keawetan diukur dengan skala makin besar makin baik. Tetapi ketiga sifat yang lain, skalanya makin kecil makin baik. Oleh sebab itu tiga observasi yang lain itu harus dirubah skalanya supaya konsisten dengan yang pertama. Dalam hal ini diubah menjadi kebalikannya. Dengan demikian bilangan indeks yang dihasilkan menunjukkan bahwa makin besar indeksnya, makin baik kualitasnya (misalnya 8 menjadi $\frac{1}{8}$).

Bilangan indeks yang akan dihitung adalah bilangan indeks rata-rata relatif sederhana. Untuk itu salah satu merek (misalnya merek A) digunakan sebagai dasar indeksnya. Untuk lebih jelasnya dapat diikuti tabel 8.11 yang merupakan tabel perhitungan bilangan indeks rata-rata relatif sederhana tersebut.

TABEL 8.11. BILANGAN INDEKS KUALITAS BAN MOBIL

Sifat	Hasil Pengukuran			Relatif		
	A	B	C	A	B	C
Keawetan	15	12	30	100	133	200
Daya tahan meletus	0,1	0,125	0,2	100	125	200
Daya tarikan	0,002	0,00208	0,00182	100	104	91
Bunyi	0,05	0,0417	0,0625	100	83	125
J u m l a h				400	445	616
Indeks kualitas				100	111	154

Kelihatannya bilangan indeks di atas adalah objektif. Tetapi masih kelihatan faktor subjektivitasnya. Misalnya pada angka indeks di atas ternyata ban merek C 54% lebih baik dari ban merek A. Tetapi jika diberikan pertimbangan misalnya yang dipentingkan adalah faktor ekonomi dan keselamatan saja, maka faktor bunyi tidak perlu dipakai. Dengan dasar ini jika dihitung indeks rata-rata relatif sederhananya adalah 100, 121, dan 164. Berarti ban merek C 64% lebih baik dari merek A. Jadi perasaan kita yang berbeda-beda tentang faktor apa yang pen ting, akan menghasilkan bilangan indeks yang berbeda pula.

B. Analisis Runtun Waktu

Di dalam menghadapi kehidupan perekonomian suatu masyarakat atau perusahaan, sering diperlukan suatu peramalan mengenai keadaan masyarakat atau perusahaan itu di waktu yang akan datang. Misalnya pemerintah ingin menjadikan negaranya berswasembada pangan. Maka untuk itu haruslah diramalkan terlebih dahulu berapa atau bagaimana peningkatan penduduk yang akan datang, bagaimana atau berapa luasnya tanah untuk perluasan pertanian padi-padian, berapa kebutuhan perkapita dengan bertambah tingginya tingkat kebutuhan penduduk, bagaimana mengintensifkan pertanian pangan, dan banyak lagi faktor-faktor yang harus diperhatikan.

Di dalam kehidupan perusahaan misalnya, peramalan sering memainkan peranan yang sangat penting di dalam menjaga kontinuitas perusahaan tersebut. Ada kalanya suatu perusahaan di dalam produksi tertentu harus berkembang dengan cepat untuk dapat bertahan dalam bidangnya, seperti perusahaan yang masih muda dan harus berkembang dengan cepat. Dalam hal seperti ini pimpinan harus dapat meramalkan keadaan di daerah pasarannya, bagaimana permintaan terhadap barang yang dihasilkannya berkembang di dalam waktu beberapa tahun yang akan datang, bagaimana keinginan dari para pembeli di waktu yang akan datang, bagaimana persediaan bahan dasar dan bahan mentah yang diperlukan, dan banyak lagi faktor-faktor yang harus diperhitungkan (diramalkan).

Suatu rencana investasi yang didasarkan suatu ramal an yang salah sudah pasti akan membawa kerugian bukan sa ja pada saat investasi itu harus dibayar, tetapi juga selama umur dari investasi tersebut.

Di dalam meramalkan suatu faktor atau nilai dari su atu variabel di masa yang akan datang, haruslah didasar-kan kepada sifat-sifat dan perkembangan variabel terse - but di waktu sekarang dan di masa lampau. Jadi untuk me-ngetahui perkembangan historis dari suatu variabel, orang biasanya mempelajari deretan dari nilai-nilai variabel itu menurut waktu. Deretan seperti itulah yang disebut "Runtun Waktu".

Seperti telah diutarakan di atas bahwa analisis run-tun waktu ini dipakai untuk memperoleh gambaran mengenai keadaan atau sifat suatu variabel di waktu yang lalu dan untuk bahan penolong dalam meramalkan nilai variabel ter-sebut di masa yang akan datang.

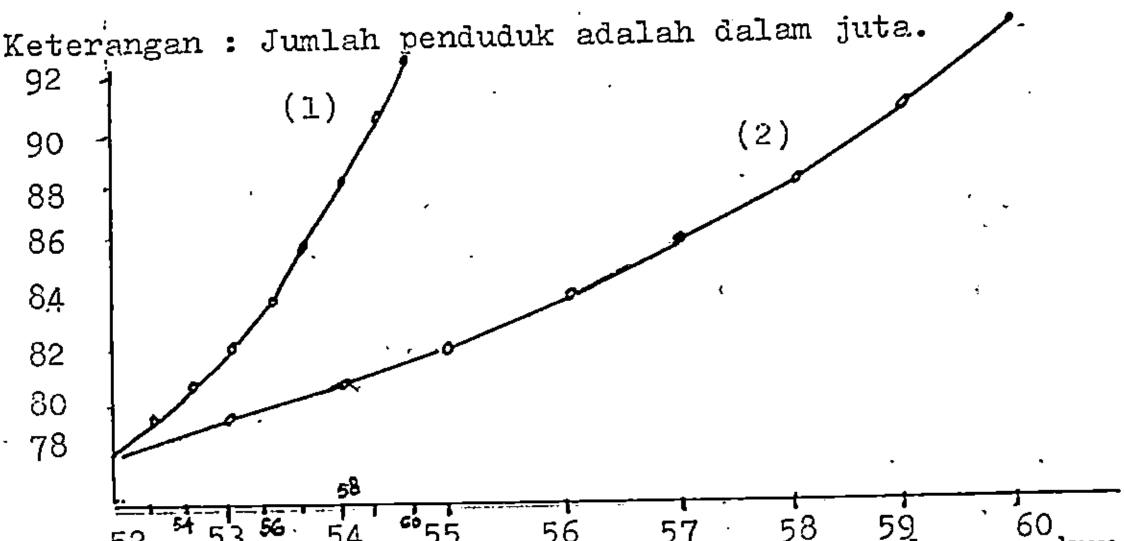
Cara mempelajari runtun waktu tersebut dimulai de-ngan menggambarkan variabelnya baik secara grafik maupun dengan tabel. Di dalam hal ini haruslah diperhatikan hal hal sebagai berikut. Pertama harus diperhatikan satuan ukuran di dalam menggambarkan grafik runtun waktu. Pema-kaian ukuran gambar yang tidak tepat akan memberi kemung kinan bahwa gambar itu akan memberikan kesan yang keliru.

Untuk itu dapat diperlihatkan gambar 8.1. dari data sebagai terlihat pada tabel 8.12

TABEL 8.12 JUMLAH PENDUDUK PER TAHUN DARI 1952-1960

Tahun	1952	53	54	55	56	57	58	59	60
Penduduk	78,3	79,5	80,5	81,7	83,5	85,5	87,8	90,3	92,6

Keterangan : Jumlah penduduk adalah dalam juta.



Gambar 8.1 Dua gambar dengan data yang sama dengan ukuran tahun yang berbeda

Dari gambar di atas terlihat gambar (1) dengan ukuran tahun 1,5 cm. Dari kedua gambar itu, ternyata dengan berbeda satuannya dapat memberikan penafsiran yang keliru.Oleh sebab itu di dalam menggambarkan grafik dari runtun waktu kita harus berhati-hati dalam memilih satuan gambar.

Hal kedua yang harus diperhatikan di dalam analisis runtun waktu, ialah satuan-satuan yang dipakai. Misalnya dalam satuan uang, ada rupiah ada dollar dan sebagainya. Demikian juga dalam rupiah sendiri. Nilai rupiah tahun

1960 mungkin tidak sama dengan nilai rupiah pada tahun 1975, dan sebagainya. Untuk itu harus diadakan penyesuaian-penyesuaian yang disebut dengan deflesi. Hal itu dapat diperlihatkan dengan contoh tabel 8.13 .

TABEL 8.13. HARGA INDEKS UANG DAN HARGA DEFLESI
DARI TAHUN 1950-1960

Tahun	50	51	52	53	54	55	56	67	58	59	60
Harga	20	18	25	20	30	35	40	40	50	75	60
Indeks	100	100	100	100	120	120	150	125	125	250	200
Harga Deflasi	20	18	25	20	25	29	27	32	40	30	30

Harga deflesi tersebut didapat dengan rumus :

$$\boxed{Y' = \frac{I_o}{I_t} \quad Y}$$

Y' = harga setelah dilakukan deflesi

I_o = adalah harga sebelum deflesi

I_t = adalah indeks harga pada tabel t

Analisis runtun waktu ini terdiri dari runtun waktu trend gerak bermesin, dan gerak berulang.

1. Analisis runtun waktu trend

   Dalam analisis runtun waktu trend ini kita harus memperhatikan panjangnya runtun waktu tersebut sehingga kita mendapatkan trend yang representatif. Di samping itu harus juga diingat akan keadaan yang tiba-tiba.

Hal ini mungkin disebabkan oleh karena fakta - fakta tertentu hingga ada data yang secara tiba-tiba sangat menyimpang.

Dalam uraian berikut akan kita perkenalkan empat cara untuk menentukan trend yaitu:

a. Metoda bebas

b. Metoda setengah rata-rata

c. Metoda rata-rata bergerak dan

d. Metoda kuadrat terkecil

a. Metoda Bebas

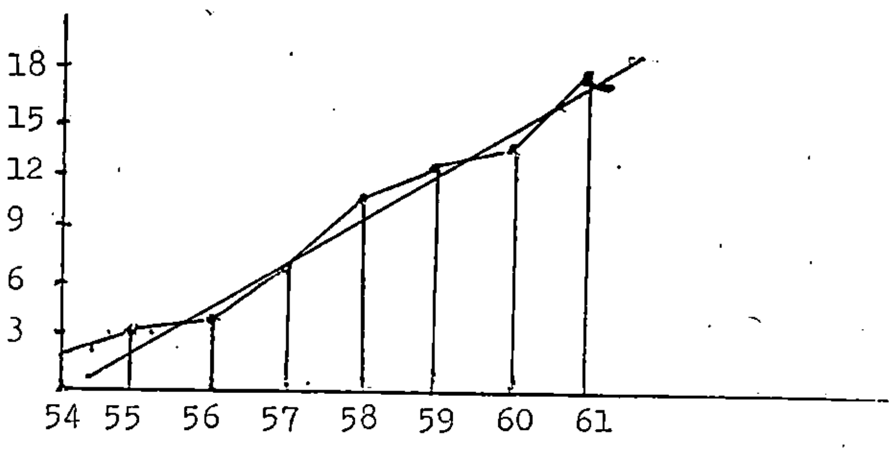
Metoda ini adalah yang paling mudah di antara cara-cara yang akan kita bicarakan. Runtun waktu yang akan diselidiki mula-mula kita gambarkan di dalam sebuah giagram titik. Setelah itu kita perhatikan apakah kira-kira diagram titik tersebut mempunyai trend yang berarti, dan dengan memakai perasaannya saja kita pertimbangkan garis trend yang paling baik untuk runtun waktu tersebut. Garis inilah yang kita pakai sebagai trend.

Walaupun metoda ini sangat mudah dan sederhana, namun tidak baik dipakai jika trend itu merupakan garis yang agak kompleks. Jadi metoda ini hanya dipakai orang pada keadaan-keadaan yang kurang begitu penting. Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh berikut, di mana dalam tabel 8.14 diperlihatkan jumlah pengikut penyuluhan agama dari tahun 1954 sampai dengan tahun 1961.

TABEL 8.14. JUMLAH PENGIKUT PENYULUHAN AGAMA DARI TAHUN 1954 - 1961 (DALAM RIBUAN)

Tahun	Jumlah
1954	1,9
1955	3,2
1956	3,6
1957	6,7
1958	10,12
1959	12,2
1960	13,1
1961	17,9

Data yang terdapat mula-mula dibuat diagram titiknya, kemudian kita perkirakan garis trend yang terbaik seperti gambar 8.2.



Gambar 8.2 Trend Dari Penyuluhan Agama.

Hasil yang diperoleh (trend) dari metoda ini sangat tergantung kepada orang yang membuatnya.

b. Metoda Setengah Rata - Rata

Metoda ini juga cukup mudah. Tetapi hasilnya cukup objektif. Artinya tidak lagi tergantung kepada orang yang membuatnya. Untuk itu data kita bagi atas dua kelompok yang sama. Masing-masing bahagian dicari harga rata-ratanya, dalam hal ini bisa terjadi n genap dan n= ganjil. Jika n = genap tentu saja dengan mudah data tersebut dapat dibagi atas dua bahagian yang sama Maka dapat ditentukan dua titik P_1 (X_1 $\bar{Y}_1$) dan P_2 ($X_2 \bar{Y}_2$). Di mana:

X_1 = Median data kelompok pertama

$\bar{Y}_1 = \frac{\Sigma Y_1}{n_1}$ = Rata-rata dari kelompok pertama

X_2 = Median data kelompok kedua

$\bar{Y}_2 = \frac{\Sigma Y_2}{n_2}$ = Rata-rata dari kelompok kedua

Tetapi jika n = ganjil maka data (Y) dari median dipakai dua kali, yaitu masuk kelompok pertama dan juga kelompok kedua. Dan selanjutnya dicari kedua titik P_1 dan P_2 dengan cara yang sama dengan cara untuk n = genap. Dengan didapatkannya kedua titik tersebut (P_1 dan P_2) maka trend dapat digambarkan, maupun dicari persamannya.

Contoh:

Pada tabel 8.15 diperlihatkan harga karet alam di New York dari tahun 1943 sampai dengan 1960

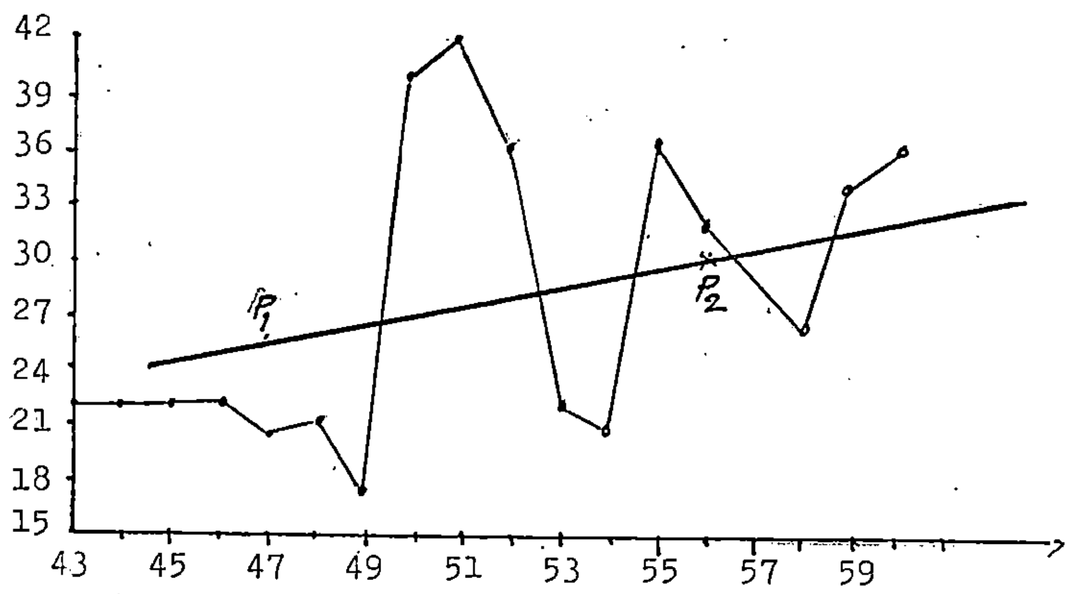
TABEL 8.15. HARGA KARET ALAM DI NEW TORK

No.	Tahun	Harga	Rata-rata I	No.	Tahun	Harga	Rata-rata II
1.	1943	22,5		10	1952	36,6	
2	1944	22,5		11	1953	22,1	
3	1945	22,5		12	1954	21,4	
4	1946	22,5	25,9	13	1955	37,	30,6
5.	1947	20,8		14	1956	32,3	
6	1948	21,9		15	1957	29,1	
7	1949	17,6		16	1958	26,2	
8	1950	40,1		17	1959	34,5	
9	1951	42,7		18	1960	36,2	

Diagram titik dan trend dari data pada tabel 101 diperlihatkan pada gambar 8.3.

X_1 = Tahun 1947 atau nomor 5

X_2 = Tahun 1956 atau nomor 14



GAMBAR 8.3. DIAGRAM TITIK DAN TREND DARI HARGA KARET ALAM DI NEW YORK DARI TAHUN 1943 - 1960

Dengan di ketahuinya $P(5;25,9)$ dan $P_2(14;30,6)$, maka garis trend $Y = a + bx$, di dapat yaitu $Y = 23,3+0,5x$

Walaupun gambar dan persamaan dari trend telah di dapat, tetapi trend tersebut agak terlalu jauh menyim - pang dari yang sesungguhnya.

c. Metoda Rata-rata Bergerak.

Metoda rata-rata bergerak untuk menentukan trend merupakan metoda yang paling obyektif dibandingkan de ngan tiga cara lainnya. Namun demikian terdapat pula beberapa kelemahan dari metoda ini. Untuk lebih jelasnya mrilah terlebih dahulu kita bicarakan sebuah contoh seperti data yang terdapat pada tabel 8.16. Data tersebut telah diolah dengan rata-rata bergerak tingkat tiga.

TABEL 8.16. DATA Y SELAMA SEPULUH TAHUN, SERTA RATA - RATA BERGERAK TINGKAT TIGA.

Tahun	Y	Jumlah bergerak	Rata-rata bergerak
1950	2	-	-
1951	6	12	4
1952	4	12	4
1953	2	9	3
1954	3	12	4
1955	7	15	5
1956	5	18	6
1957	6	15	5
1958	4	18	6
1959	8	-	-

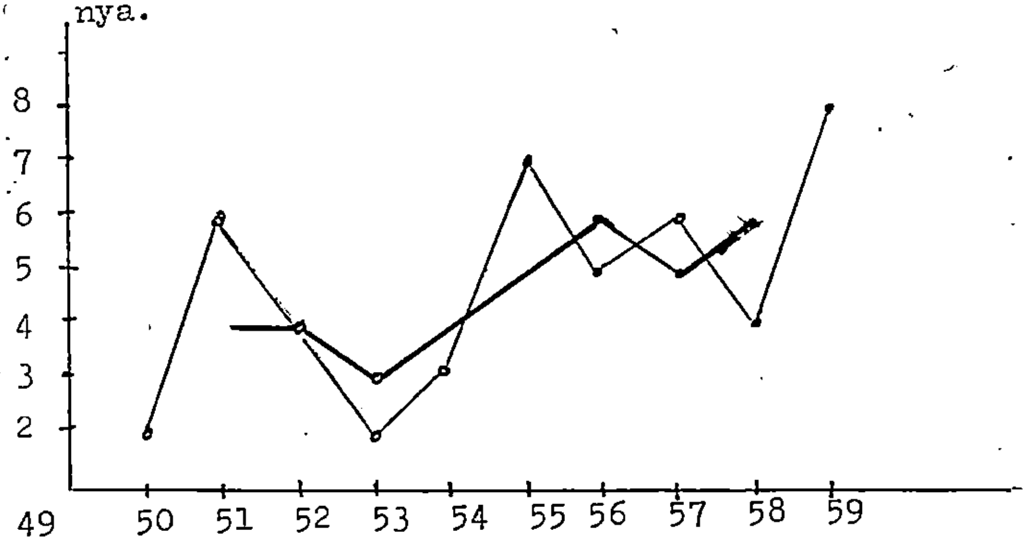
Rata-rata bergerak yang pertama adalah untuk tahun 1951 kita peroleh dengan $\frac{Y_1Y_2Y_3}{3}$. Untuk yang kedua adalah $\frac{Y_2Y_3Y_4}{3}$ untuk yang ketiga adalah $\frac{Y_3Y_4Y_5}{3}$ dan seterusnya

Jika rata-rata bergerak tersebut kita cari untuk tingkat yang genap, misalnya tingkat 4 maka berarti rata-rata tersebut berada antara 1951 dan 1952. Jadi tidak terpusat pada data dari satu tahun. Untuk itu dicari harga rata-rata bergerak terpusat. Sebagai contoh kita pakai data yang sama dengan data tabel 8.16 tetapi rata rata bergerak dihitung adalah rata-rata bergerak tingkat 4 artinya harga rata-rata dicari untuk empat, empat data.

TABEL 8.17. RATA-RATA BERGERAK TINGKAT EMPAT DARI DATA SEPULUH TAHUN

Tahun	X	Jumlah Bergerak	Rata-rata Bergerak	Rata-rata Bergerak Terpusat
1950	2	---	---	---
1951	4	---	---	---
		14	3,5	
1952	6			3,625
		15	3,75	
1953	2			3,87
		16	4	
1954	3			3,87
		15	3,75	
1955	7			4,5
		21	5,25	
1956	5			5,375
		22	5,5	
1957	6			5,625
		23	5,75	
1958	4	---	---	---
1959	8	---	---	---

Berikut ini dapat diperhatikan diagram titik dan trend nya.



Gambar 8.4 Rata-rata Bergerak Tingkat Tiga dari Data Sepuluh Tahun

Dari gambar 8.4 terlihat beberapa kelemahan dari trend yang diperlihatkan dengan rata-rata bergerak tersebut, seperti : Trend tersebut jarang sekali merupakan garis yang sederhana, sehingga jarang sekali dapat ditentu-kan persamaannya. Dengan tidak tertentunya persamaan trend itu mustahilah dipakai untuk peramalan yang re - presentatif. Kelemahan lain adalah tidak terdapat har-ga rata-rata untuk data yang pertama dan data yang ter akhir. Sedangkan data yang terakhir ini merupakan data yang penting untuk dianalisis.

d. Metoda Kuadrat Terkecil

Metoda ini adalah pemakaian dari persamaan regre-si untuk peramalan. Hal ini sudah dibicarakan secara panjang lebar dalam bab regresi dan korelasi. Metoda ini akan mendapatkan garis trend yang terbaik. Anda tentu masih ingat bahwa dari diagram titik dapat dilihat kecenderungan garis trendnya, apakah lurus atau lengkung.

Namun demikian harus juga diingat bahwa persamaan regresi, memakai asumsi-asumsi yang amat sulit dipenuhi oleh runtun waktu. Di antara asumsi tersebut adalah:

(1) Nilai-nilai dari dependen (Y) haruslah dapat dianggap berdistribusi normal. Jelaslah bahwa tidak ada jaminan bahwa nilai-nilai Y pada runtun waktu akan berdistribusi normal atau menghampiri distribusi normal (Ingatlah bahwa pada runtun waktu kita menganalisis yang relatif kecil).

(2) Varian-varian dari distribusi normal variabel independen (X) haruslah sama atau dapat dianggap sama, dan setiap pengamatan haruslah bebas dari pengamatan yang lain. Hal ini juga sangat sulit dipenuhi oleh runtun waktu. Marilah kita misalkan dengan mengambil runtun waktu dari suatu negara. Asumsi regresi mempersyaratkan agar tidak terdapat hubungan fungsional atau jumlah penduduk tahun '60 dengan jumlah penduduk tahun 1961. Bagaimana mungkin tidak ada hubungan dari jumlah penduduk 1961 dengan 1960. Sedangkan penduduk di tahun 1961 itu sebahagian besar berasal dari penduduk tahun 1960.

Tetapi ada juga orang yang memakai metoda kuadrat terkecil ini untuk menentukan trend. Dengan menganggap runtun waktu tersebut memenuhi asumsi asumsi di atas.

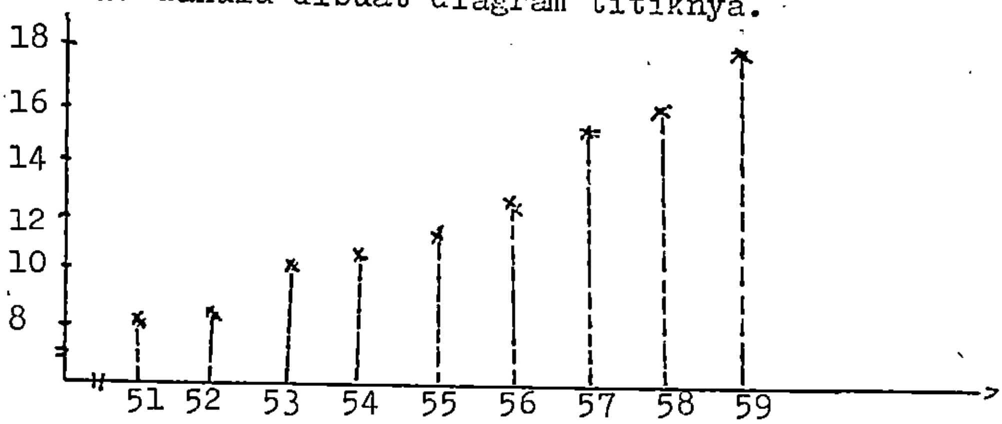
Seperti yang telah kita utarakan bahwa cara regresi ini telah kita bicarakan pada bab regresi dan korelasi, maka di sini kita hanya akan memberikan dua buah contoh secara langsung, tanpa mengutarakan teorinya. Kedua contoh itu adalah untuk trend linear dan trend lengkung.

TABEL 8.18. PRODUKSI MINYAK TANAH TAHUN 1951-1959 SERTA BESARAN-BESARAN UNTUK METODA KUADRAT TERKECIL

Tahun	Produksi	X	XY	X^2
1951	8,1	-4	-32,4	16
1952	8,5	-3	-25,5	9
1953	10,2	-2	-20,4	4
1954	10,8	-1	10,8	1
1955	11,7	0	0	0
1956	12,7	1	12,7	1
1957	15,5	2	31	4
1958	16,1	3	48,3	9
1959	18,2	4	72,8	16
Jumlah	111,8	0	75,7	60

X adalah angka tahun yang ditrasferkan ke angka-angka yang sangat kecil sedemikian hingga 2X = 0 Jika n genap, maka skala 0 tidak ada, yang ada adalah nilai -1 dan 1.

Untuk mengetahui apakah trend tersebut akan didekati dengan garis lurus atau lengkung, maka terlebih dahulu dibuat diagram titiknya.



Gambar 8.5. Diagram Titik Dari Produksi Minyak Tanah Menurut Tahun

Dari gambar 8.5. terlihat bahwa trend tersebut dapat didekati dengan garis lurus. Selanjutnya harga-harga pada tabel dimasukkan ke dalam persamaan normal berikut.

$$\Sigma Y = an + b\,\Sigma x$$

$$\Sigma xy = a\,\Sigma x + b\,\Sigma x^2$$

maka kita dapatkan

$$111{,}8 = 9a + 0, \text{ maka } a = 12{,}42$$

$$75{,}7 = 0 + b\,(60), \text{ maka } b = 1{,}26$$

Jadi persamaan trendnya adalah

$$\hat{Y} = 12{,}42 + 1{,}26x$$

Persamaan trend di atas adalah persamaan tren tahun asal adalah 1955. Tahun asal di sini adalahtahun di mana nilai X berskala 0 (nilainya = 0). Andaikata kita ingin merobah tahun asal misalnya, angka 1,26 tidak berobah , karena angka itu ada lah koefisien arahnya. Yang berobah adalah harga a sesuai dengan perobahan tahun asal.

Umpamanya tahun asalnya sekarang adalah 1951 berarti diundur 4 (empat) tahun, maka

$$a = 12,42 + (-4)(1,26) = 7,38$$

Maka persamaan trendnya adalah :

$$\hat{Y} = 7,38 + 1,26x$$

Demikian juga jika harga yang merupakan produksi per tahun dirobah menjadi produksi per bulan, maka harga a dan juga harga b dibagi dengan dua belas. Jadi

$$a = \frac{7,38}{12} = 0,615 \quad \text{dan} \quad b = \frac{1,26}{12} = 0,105$$

Jadi persamaan-persamaan trend dengan waktu dasar Januari 1951 dan yang dicatat adalah produksi tiap bulan adalah

$$\hat{Y} = 0,615 + 0,105X$$

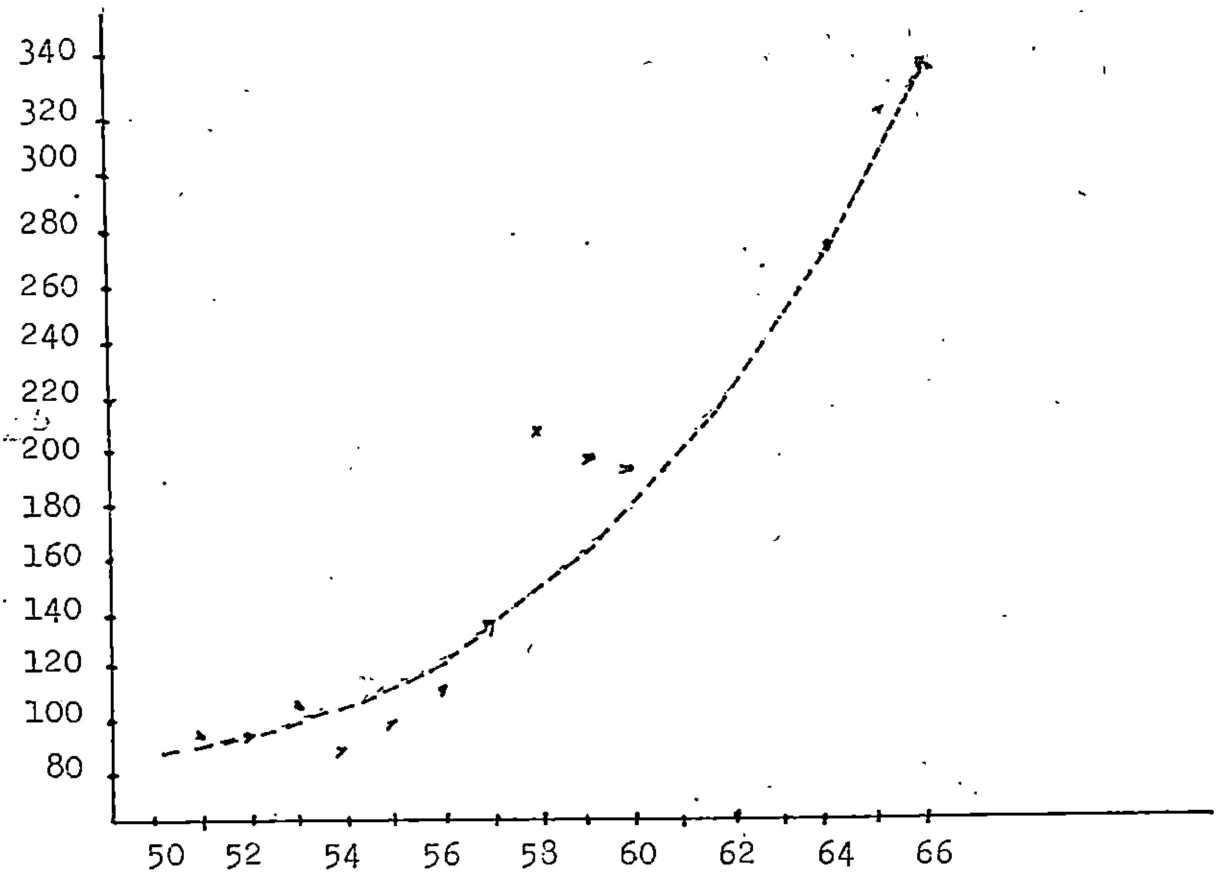
Contoh 2

Jumlah penjualan perusahaan A tahun 1950-1966 adalah seperti terlihat pada tabel 8.19.

TABEL 8.19 JUMLAH PENJUALAN TAHUN 1950-1966 SERTA BESARAN BESARAN UNTUK MENGHITUNG TREND LENGKUNG

Tahun	Penjualan (Y)	X	XY	X^2Y	X^2	X^3	X^4
1950	88,1	-8	-704,8	5638,4	64	-512	4096
1951	89,1	-7	-623,7	4365,9	79	-343	2401
1952	88,6	-6	-531,6	3189,6	36	-216	1296
1953	101,9	-5	-509,5	2547,5	25	-125	625
1954	86,6	-4	-346,8	1387,2	16	- 64	256
1955	96,8	-3	-290,4	871,2	9	- 27	81
1956	112,7	-2	-255,4	450,8	4	- 8	16
1957	129,2	-1	-129,2	192,2	1	- 1	1
1958	202	0	0	0	0	0	0
1959	195,4	1	195,4	195,4	1	1	1
1960	192,8	2	385,4	771,2	4	8	16
1961	191,9	3	575,7	1727,1	9	27	81
1962	237,4	4	949,6	3798,4	16	64	256
1963	234,6	5	1173	5865,4	25	125	625
1964	270,9	6	1625,4	9752,4	36	216	1296
1965	320	7	2240	15680	79	343	2401
1966	338	8	2704	21632	64	512	4096
Jumlah	2976,1	0	6487,3	78001,3	408	0	17544

Sebelum kita menentukan apakah garis trend tersebut akan didekati dengan garis lurus atau lengkung seperti biasa, terlebih dahulu dibuat diagram titik dari data tersebut, seperti pada gambar 8.6.



Gambar 8.6 Diagram Titik Dari Jumlah Penjualan Perusahaan A dari Tahun 1950-1966

Dari gambar 8.6. di atas jelaslah bahwa trendnya tidak baik jika didekati dengan garis lurus, sebaiknyalah jika didekati dengan parabola. Maka persamaan normal nya adalah :

$$\Sigma y = a\,n + b\,\Sigma x + C\,\Sigma x^2$$

$$\Sigma xy = a\,\Sigma x + b\,\Sigma x^2 + C\Sigma x^3$$

$$\Sigma x^2 y = a\,\Sigma x^2 + b\Sigma x^3 + C\,\Sigma x^4$$

Harga-harga yang terdapat pada tabel dimasukkan ke dalam persamaan normal tersebut, maka :

$$2976{,}1 = 17\,a + 408\,c \qquad 24$$

$$78001{,}3 = 408a + 17544\,c \qquad 1$$

$$\underline{71426{,}4 = 408a + 9792\,c} \quad -$$

$$6574{,}9 = 7752\,c$$

$$c = 0{,}848$$

$$2976{,}1 = 17\,a + (408)(0{,}848)$$

$$a = 154{,}71$$

$$6487{,}3 = a(0) + b(408) + c(0)$$

$$6487{,}3 = 408\,b$$

$$b = 15{,}9$$

Jadi persamaan trend adalah

$$\hat{Y} = 154{,}71 + 15{,}9x + 0{,}848x^2$$

2. Analisis Runtun Waktu Gerak Bermusim

Gerakan bermesin adalah suatu gerak yang teratur dan serupa (hampir serupa), berapa gerak naik-turun di dalam jangka waktu yang singkat (bahagian-bahagian dari tahan atau musim). Oleh karena gerak ini hampir teratur, maka sering juga disebut gerak priodik. Sebagai contoh dapat kita ambil penjualan dari toko-toko menjelang Idul Fitri atau menjelang Tahun Baru. Dalam melakukan analisis runtun waktu gerak bermesin ini dapat dilakukan dengan bermacam-macam metoda, yang di sini akan dibicarakan adalah :

a. Metoda-rata-rata sederhana

b. Metoda perbandingan dengan trend

c. Metoda perbandingan dengan rata-rata bergerak

d. Metoda relatif berantai

Berikut ini kita akan membicarakannya satu per satu.

a. Metoda Rata-rata Sederhana.

Perhitungan indeks bermusim dengan metoda rata-rata sederhana ini dapat dilakukan dengan mencari harga rata-rata pengamatan untuk tiap bulannya. Dengan demikian maka mempunyai runtun waktu yang terdiri dari pengamatan-pengamatan bulanan.

Untuk jelasnya baiklah kita ambil contoh dari data yang tertera pada tabel 8.20. Data tersebut menunjukkan hasil penjualan Toko A dalam tahun 1951, 1952, 1953, 1954, dan 1955 (dalam jutaan rupiah).

TABEL 8.20 HASIL PENJUALAN TOKO A (DALAM JUTAAN RUPIAH)

Tahun / Bulan	1951	1952	1953	1954	1955	Penjualan Bulanan Rata-rata	Indeks Bermusim
Januari	12,6	11,8	13,1	12,3	13,2	12,6	89,2
Febr	11,7	11,7	12,3	12,1	12,6	12,1	85,6
Maret	13,4	12,7	14,0	13,5	14,6	13,6	96,2
April	12,5	13,4	14,2	14,3	15,5	14,0	99,0
Mei	13,3	14,9	14,7	14,3	15,3	14,5	102,6
Juni	13,3	13,8	14,6	14,7	15,6	14,4	101,9
Juli	12,4	13,4	14,4	14,4	15,3	14,0	99,0
Agus	13,3	13,5	14,2	13,9	15,5	14,1	99,8
Sept	13,1	13,6	14,1	14,1	15,8	14,1	99,8
Okt	13,9	14,8	15,0	14,7	15,7	14,8	104,7
Nov	13,4	14,0	14,0	14,5	15,8	14,3	101,2
Des	15,4	16,9	16,4	17,9	19,1	17,1	121,0
Jumlah						169,6	1200,0

Keterangan : Penjualan bulanan rata-rata adalah penjualan rata-rata untuk bulan yang sama dari setiap tahunnya.

Umpamanya penjualan rata-rata bulan Januari

$$\frac{12,6 + 11,8 + 13,1 + 12,3 + 13,2}{5} = 12,6$$

Untuk menghitung indeks bermusim dengan metoda rata-rata sederhana ini adalah dengan menjadikan harga rata-rata pada tiap-tiap bulannya berbentuk persentase dari jumlah rata-rata keseluruhan bulan, kemudian dikalikan dengan dua belas. Misalnya indeks bermusim untuk bulan Januari adalah :

$$\frac{12,6}{169,6} \times 100 \times 12 = 89,2$$

Demikian juga indeks bermusim untuk bulan-bulan yang lain.

Dari keadaan di atas jelaslah bagi kita (tabel 106) bahwa indeks bermusim itu adalah menunjukkan atau mengukur naik turun suatu variabel di dalam masa setahun, dengan melihat indeks bermusim dari runtun waktu beberapa tahun sebelumnya. Jadi misalnya jika penjualan toko A menurun pada bulan Mei sampai Juni umpamanya (dari 102,6 ke 101,9) hal ini tidak selalu karena adanya gejala turunnya penjualan Toko A tersebut. Tetapi mungkin juga kenyataan dari pada gerak bermusim saja. Oleh karena itu haruslah ditentukan keadaan runtun waktu tersebut, jika pengerak gerak bermusim tersebut dihilangkan dari data (deseanalisation of the data). Data tersebut (yang telah diadakan pengaruh gerak bermusim disebut " deseasonalised data).

Misalnya kita ingin menghilangkan pengaruh gerak bermusim dari data penjualan-toko A pada tahun 1958.Untuk itu data tiap bulannya dibagi dengan indeks bermusim X seratus. Untuk contoh ikutilah tabel 8.21.

TABEL 8.21. PENJUALAN TOKO A PADA TAHUN 1958 SERTA DESEASOFNALISED DATA

Bulan	Penjualan diamati	Indeks Bermusim	Deseasonalised data
Januari	12,5	89,2	14
Februari	12,4	85,6	14,5
Maret	13,6	96,2	14,1
April	14,0	99	14,1
M e i	13,5	102,6	13,2
J u n i	13,1	101,9	12,9
J u l i	13,0	99	13
Agustus	13,9	99,8	13,9
September	13,7	99,8	13,7
Oktober	12,9	104,7	12,3
Nopember	13,2	101,2	13,
Desember	16,9	120,1	14

b. Metoda Perbandingan dengan Trend (Ration to Trend)

Metoda rata-rata sederhana belum memperhatikan trend dari runtun waktu tersebut. Oleh sebab itu dilakukan orang koreksi dengan trend. Cara ini disebut orang Metoda " Ratio to Trend". Metoda ini dimulai dengan mencari trend setiap bulannya selama 5 tahun (dalam contoh tabel 8.20). Tetapi untuk melakukan ini cukup sulit karena semuanya ada 60 bulan.Oleh sebab itu dicari trend saja setiap tahun. Untuk itu pertama-tama dihitung nilai rata-rata tahunan dengan menjumlahkan nilai dari kedua belas bulannya. Kemudian membagi dengan dua belas untuk setiap tahunnya. Data dari tabel 8.20 dapat kita kerjakan dengan hasil yang terlihat pada tabel 8.22.

TABEL 8.22. PENGAMATAN RATA-RATA TAHUNAN

Tahun	1951	1952	1953	1954	1955
Jumlah nilai	158,3	164,5	171,0	170,7	184,0
Rata-rata Tahunan	13,192	13,708	14,25	14,225	15,333

Dari data pada tabel 8.22 dapat menentukan persamaan garis trendnya. Untuk keperluan tersebut dapat di lihat tabel 8.23.

TABEL 8.23 PERHITUNGAN BESARAN UNTUK MENENTUKAN PERSAMAAN HGARIS TREND

Tahun	Y	X	XY	X^2
1951	13,192	-2	-26,384	4
1952	13,708	-1	-13,708	1
1953	14,25	0	0	0
1954	14,225	1	14,225	1
1955	15,333	2	30,667	4
Jumlah	70,708	0	4,8	10

$$a = \frac{70,708}{5} = 14,1416$$

$$b = \frac{4,8}{10} = 0,48$$

Jadi persamaan garis trend tahunan adalah

$$\hat{Y} = 14,1416 + 0,48x$$

Artinya nilai Y setiap tahunnya bertambah sebesar 0,48. Maka pertambahan setiap bulannya adalah $\frac{0,48}{12}$ $= 0,04$

Persamaan trend $\hat{Y} = 14,1416 + 0,48x$ adalah persamaan garis tahunan dengan tahun dasar 1953 (di mana nilai X dijadikan nol pada tabel 9.23). Jadi persamaan tersebut adalah trend pada 31 Juni 1953 atau 1 Juli 1953.

Trend 1 Juli 1953 adalah Y = 14,1416 -2(0,48) = 13,1816

Trend 15 Januari (sama dengan trend bulan Januari) 1951 adalah 13,1816 - 5,5 (0,04) = 12,96.

Dengan didapatkan trend bulan Januari 1951 tersebut maka trend tiap satu bulan berikutnya tambahkan saja dengan 0,04. Hasilnya pada tabel 8.24 diperlihatkan trend dari bulan Januari 1951 sampai dengan Desember 1955.

TABEL 8.24 TREND DARI BULAN JANUARI 1951 SAMPAI DENGAN DESEMBER 1955

Bulan \ Tahun	1951	1952	1953	1954	1955
Januari	12,96	13,44	13,92	14,4	14,88
Februari	13	13,48	13,96	14,44	14,92
Maret	13,04	13,52	14	14,48	14,96
April	13,08	13,56	14,04	14,52	15
M e i	13,12	13,6	14,08	14,56	15,04
J u n i	13,16	13,64	14,12	14,60	15,08
J u l i	13,2	13,68	14,16	14,64	15,12
Agustus	13,24	13,72	14,2	14.68	15,16
September	13,28	13,76	14,24	14,72	15,2
Oktober	13,32	13,8	14,28	14,76	15,24
November	13,36	13,84	14,32	14,8	15,28
Desember	13,4	13,88	14,36	14,84	15,32

Setelah harga trend untuk tiap bulan diperoleh (seperti tabel 8.24), selanjutnya dihitung persentase dari nilai pengamatan terhadap nilai trend untuk setiap bulannya. Misalnya persentase bulan Januari '51 adalah $\frac{12,6}{12,96} \times 100 = 97,2$.

Terakhir dicari median dari nilai persentase tersebut pada bulan yang sama untuk seluruh tahunnya. Harga median itulah yang menjadi indeks musim yang dikehendaki. Hasilnya dapat dilihat pada tabel 8.25

TABEL 8.25 PERSENTASE HARGA BULANAN SERTA INDEKS MUSIM

Tahun / Bulan	1951	1952	1953	1954	1955	Median Indeks Bermusim
Jan	97.2	87,8	94,1	85,4	88,7	88,7
Febr	90	86,8	88,1	83,8	84,7	86.8
Maret	102,8	93,9	100,0	93,2	97,6	97,6
April	95,6	98,8	101,1	98,5	103,3	98,8
Mei	101,4	109,6	103,4	98,2	101,7	101,7
Juni	101,1	101,2	101,7	100,7	103,4	100,7
Juli	93,9	98,0	98,4	98,4	101,2	98,4
Agust	100,5	98,4	94,7	94,7	102,2	100,0
Sept.	98,6	98,8	95,8	95,8	103,9	98,8
Okt	104,4	107,2	99,6	99,6	103,0	104,4
Nov	100,3	101,2	98,0	98,0	103,4	100,3
Des	114,9	121,8	120,6	120,6	124,7	120,6

Dalam metoda "Ratio to Trend" (perbandingan terhadap) trend ini, indke musin yang dipakai bukan berharga rata-ratanya, tetapi mediannya. Hal ini disebabkan karena jika dipakai harga rata-rata, indeks musim akan di pengaruhi oleh keadaan-keadaan yang ekstrim. Misalnya terjadi keadaan-keadaan yang di luar dugaan. Cara ini sudah sangat mengurangi pengaruh karena trend.

c. Metoda Perbandingan Rata-rata Bergerak (Ratio to Mov ing to avarage)

Metoda ini sampai sekarang masih dianggap metoda yang paling baik untuk menentukan indeks bermusim Hal ini dikerenakan oleh metoda ini bebas dari pengaruh trend, gerak berulang dan gerak teratur. Didalam melaksanakan metoda perbandingan rata-rata bergerak ini kita akan melakukan beberapa langkah perhitungan Langkah pertama ialah diawali dengan menghitung harga rata-rata bergerak 12 bulan yang dipusatkan (centered 12 mounth moving avarage). Selanjutnya data bulanan pengamatan dinyatakan sebagai persentase dari harga rata-rata bergerak yang bersangkutan. Persentase-persentase yang diperoleh tersebut dicari harga rata-ratanya untuk memperoleh indeks bermusim ciri yang diinginkan. Sebagai contoh marilah diambil kembali data penjualan toko A pada tabel 8.20 dengan menambah data 3 tahun lagi yaitu 1956, 1957 dan 1958. Untuk lebih lengkapnya data tersebut disajikan kembali dalam tabel 8.25.

TABEL 8.26 HASIL PENJUALAN TOKO A DALAM RATUSAN RIBU RUPIAH

Bulan \ Tahun	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
Januari	126	118	131	123	132	137	147	153
Febr	117	117	123	121	126	136	141	138
Maret	134	127	140	135	146	157	158	156
April	125	134	142	143	155	149	164	163
Mei	133	149	147	143	153	161	172	174
Juni	133	138	146	147	156	166	171	166
Juli	124	134	144	144	153	154	169	166
Agust	133	135	142	139	155	162	175	170
Sept	131	136	141	141	158	156	164	163
Okt	138	148	150	147	157	161	170	174
Nov	134	140	140	145	158	165	171	170
Des	154	169	164	179	191	194	198	212

Langkah berikutnya dihitung rata-rata Januari 1951 sampai dengan Desember 1951. Rata-rata Februari '51 sampai dengan Januari 1952 dan seterusnya sampai ke pada rata-rata Januari 1958 sampai dengan Desember 1958. Rata-rata Januari 1951 sampai dengan Desember 1951 tentu akan terletak antara bulan Juni dengan bulan Juli demikian pula yang lainnya (karena rata-

rata bergerak tingkat 12). Oleh sebab itu harta rata-rata tersebut kita pusatkan dengan menambahkan dua buah rata-rata yang berurutan kemudian dibagi dua. Misalnya seperti berikut.

Rata-rata Januari sampai dengan Februari 1952 adalah

$$\frac{126+117+134+125+133+133+124+133}{12}$$

$$+\ \frac{131+138+134+154}{12} = 131,9$$

Rata-rata ini terletak antara bulan Juni dengan bulan Juli. Rata-rata dari bulan Februari 1951 sampai dengan Januari 1952 adalah 131,3

Harga rata-rata ini terletak antara bulan Juli dengan bulan Agustus.

Maka rata-rata terpusat untuk bulan Juli adalah

$$\frac{131,9 + 131,3}{2} = 131,6$$

Demikian kita cari dengan cara yang sama sampai 12 bulan yang terakhir dari pengamatan, sehingga didapat harga-harga seperti pada tabel 8.27. Dari tabel 8.27 terlihat bahwa tahun pertama dan terakhir tidak lengkap. Ini memang suatu akibat darirata-rata bergerak. Oleh sebab itu jika kita hendak melakukan suatu perhitungan dengan memakai harga rata-rata bergerak ini, khususnya dalam menentukan indeks **musim** dengan metoda rata-rata bergerak ini, maka kita sebaiknya melebihkan data pengamatan kita dengan 6 bu lan sebelum dan 6 bulan sesudah waktu yang ingin ki ta teliti.

TABEL 8.27 RATA RATA BERGERAK TINGKAT DUA BELAS

Tahun / Bulan	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
Jan	-	133,6	141,3	141,1	147,3	156,5	162,9	166,1
Febr	-	134,1	142	141	148,3	156,9	163,7	165,8
Mar	-	134,4	142,5	140,8	149,6	157,1	164,6	165,5
April	-	135	142,8	140,7	150,8	157,2	165,3	165,7
Mei	-	135,6	142,9	140,8	151,8	157,6	165,9	165,8
Juni	-	136,4	142,7	141,6	152,8	158	166,3	166,3
Juli	131,6	137,6	142,3	142,6	153,5	158,6	166,7	-
Agust	131,3	138,4	141,9	143,2	154,2	159,2	166,9	-
Sept	131,0	139,2	141,5	143,9	155	159,4	166,7	-
Okt	131,0	140,1	141,3	144,4	155,2	160,4	166,5	-
Nov	132,1	140,3	141,2	145,8	155,3	161	166,6	-
Des	133,0	140,6	141	146,5	156,1	161,7	166,4	-

Kita belum lagi sampai pada langkah terakhir. Baiklah se karang kita maju kepada langkah berikutnya. Rata-rata ber gerak yang terlihat pada tabel 113 dibuangkan tahun 1951 dan 1958. Jadi yang tinggal adalah tahun 1952, 1953,1954 1955, 1956, dan 1957. Untuk mendapatkan indeks bermain khusus, data pengamatan yang ada pada tabel 8.26 dinya- takan dalam persentase dari harga rata-rata bergerak yang bersangkutan pada tabel 8.27. Misalnya bulan Januari '52 data pengamatan adalah 118, rata-rata bergeraknya adalah 133,6. Maka indeks bermusim khusus untuk bulan Januari 1952 adalah

$$\frac{118}{133,8} \times 100 = 88,3$$

Indeks rata-rata khusus untuk setiap bulan diambil dari median bulan-bulan yang bersangkutan dari setiap tahun yang masih dipakai (di luar yang telah dibuang karena tidak lagi lengkap). Hasil perhitungan tersebut dapat dilihat pada tabel 8.28

TABEL 8.28 PERSENTASE DATA PENGAMATAN TERHADAP RATA RATA BERGERAK SERTA INDEKS BERMUSIM KHUSUS DAN CIRI

Bulan \ Tahun	1952	1953	1954	1955	1956	1957	I.M I	I.M II
Januari	88,3	92,7	87,2	89,6	87,5	90,5	89,6	88,9
Februari	87,2	86,6	85,8	85,0	86,7	86,1	86,6	86,4
Maret	94,5	98,2	101,6	97,6	99,9	96,0	98,2	96,8
April	99,3	99,4	101,6	102,8	94,8	99,2	99,4	99,4
M e i	109,9	102,9	101,6	100,8	102,2	103,7	102,9	102,6
J u n i	101,2	102,3	103,8	102,1	105,1	102,8	102,8	102,6
Juli	97,4	101,2	101,0	99,7	97,1	101,4	101	100,4
Agustus	97,5	100,1	97,1	100,5	101,8	104,9	100,5	100,3
September	97,7	99,6	98,0	101,9	97,9	98,4	98,4	98,2
Oktober	105,6	106,2	101,8	101,2	100,4	102,1	102,1	101,9
November	99,8	99,2	99,5	101,7	102,5	102,6	101,7	100,3
Desember	120,2	116,3	122,2	122,4	120,0	119,0	120,2	120,1

$I.M_I$ adalah indeks musim yang didapat dengan menentukan median dari masing-masing bulan karena jumlah bulan masing-masingnya ada 6 (enam) jadi genap, maka median adalah data ketiga ditambah keempat dibagi dua. Boleh juga dipakai data keempat saja. Di sini dipakai data keempat dari bawah.

$I.M_{II}$ adalah indeks musim yang diperoleh dengan mencari rata-rata dari nilai yang ketiga dengan nilai yang keempat.

d; Metoda Relatif Berantai (Link Relative)

Untuk membicaralan metoda ini merilah kita lihat kembali data penjualan toko A dari tahun 1951 sampai dengan tahun 1955 yang terdapat pada tabel 8.20. Langkah pertama yang dilakukan adalah mencari persentase pengamatan tiap-tiap bulan dari data pada bulan sebelumnya, misalnya Februari 1951 persentasenya dari Januari 1951, yaitu :

$$\frac{11,7}{12,6} \times 100 = 92,9$$

Maret 1951 terhadap Februari 1951 adalah

$$\frac{13,4}{11,7} \times 100 = 114,5$$

Dengan cara yang sama dicari untuk setiap bulan dari se tiap tahunnya.

Setelah semua persentase berantai itu diperoleh, maka dicari mediannya pada tiap bulan yang sama. Jadi kita cari median dari bulan Januari, demikian juga dari bulan Februari dan seterusnya sampai bulan Desember. Hasil hasil dari perhitungan di atas dapat dilihat pada tabel 8.29.

TABEL 8.29 PERSENTASE BERANTAI DAN MEDIAN DARI PENJUALAN TOKO A DARI TAHUN 1951-1955

Tahun / Bulan	1951	1952	1953	1954	1955	Median
Januari		76,6	77,5	75,0	73,7	75,0
Februari	92,9	99,2	93,9	98,4	95,5	95,5
Maret	114,5	108,5	113,8	111,6	115,9	113,8
April	93,3	105,5	101,4	105,9	106,2	105,5
M e i	106,4	111,2	103,5	100,0	98,7	103,5
Juni	100,0	92,6	99,3	102,8	102,0	100,0
Juli	93,2	97,1	98,6	98,0	98,1	98
Agustus	107,3	100,7	98,6	96,5	101,3	100,7
September	98,5	100,7	99,3	101,4	101,9	100,7
Oktober	106,1	108,8	106,4	104,3	99,4	106,1
November	96,4	94,6	93,3	98,6	100,6	96,4
Desember	114,9	120,7	117,1	123,4	120,9	120,7

Langkah berikutnya ialah menentukan rantai relatifnya dengan cara memberikan angka 100 untuk bulan Januari yang pertama. Selanjutnya untuk bulan Februari adalah 95,5% dari 100% = 95,5, Maret = 113,8 x $\frac{95,5}{100}$ = 108,7.

Bulan April = 105,5 x $\frac{108,7}{100}$ = 114,7 dan seterusnya sampai bulan Desember. Dan juga untuk bulan Januari yang kedua = 75 x 144,5 = 108,4

Kelihatan di sini ada peningkatan dari Januari yang pertama ke Januari yang kedua sebesar 108,4 - 100 = 8,4%. Inilah pengaruh trend ini. Untuk menghilangkan pengaruh trend ini maka untuk rantai relatif bulan Desember dikurangi 11/12 x 8,4, Bulan November dikurangi 10/12 x 8,4 dan seterusnya untuk bulan-bulan yang lain sampai dengan Februari dikurangi dengan 1/12 x 8,4. Selanjutnya harga-yang didapat setelah dikurangi tersebut (disebut indeks bermusim yang belum disesuaikan) untukmmasing-masing bulannya dikalikan dengan $\frac{1200}{1349,8}$. Hasil akhir adalah yang disebut indeks bermusim yang telah disesuaikan.. Hasil-hasil tersebut dapat dilihat pada tabel 8.30.

Cara penentuan indeks bermusim dengan memakai metoda rantai relatif ini beranggapan bahwa runtun waktu itu mempunyai hubungan penjumlahan. Tetapi akhir-akhir ini orang beranggapan bahwa komponen-komponen dari runtun waktu itu mempunyai hubungan perkalian, bukan penjumlahan. Dengan demikian sekarang metoda ini sudah ditinggalkan dan orang beralih kepada metoda rata-rata bergerak.

TABEL 8.30 MEDIAN, RANTAI, INDEKS BERMUSIM DARI HASIL PENJUALAN TOKO A DARI TAHUN 1951-1955

Bulan	Median	Rantai relatif	IM yang belum disesuaikan	IM Telah sesuai
Januari	75,0	100	100	88,9
Februari	95,5	95,5	94,8	84,3
Maret	113,8	108,7	107,3	95,4
April	105,5	114,7	112,6	100,1
Mei	103,5	118,7	115,9	103,0
Juni	100,0	118,7	115,2	102,4
Juli	98,0	116,3	112,1	99,6
Agustus	100,7	117,1	112,2	99,7
September	100,7	117,9	112,3	100,0
Oktober	106,1	124,2	117,9	104,8
November	96,4	119,7	112,7	100,2
Desember	120,7	114,5	136,8	121,6

3. Analisis Runtun Waktu Gerak Berulang

Di dalam sub pasal 1 dan 2 telah dibicarakan gerakan trend dan gerakan bermusim. Maka dalam bahagian ini akan membicarakan runtun waktu gerakan berulang. Suatu contoh yang amat terkenal tentang gerakan berulang itu adalah "bisinis siklis". Ada beberapa cara yang dapat ditempuh untuk mengukur gerak berulang. Tetapi yang terpenting untuk dibicarakan adalah cara yang disebut " Metoda residu". Oleh sebab itu di sini hanya akan dibicarakan metoda residu tersebut.

Untuk ini lihatlah kembali data penjualan toko A pada tabel 8.20. Di sini kita ambil data penjualan tahun 1955. Dalam tabel tersebut dihitung indeks bermusimnya, di samping itu dalam tabel 8.24 juga telah dihitung nilai trend dari tahun 1955 tersebut. Marilah sekarang kita perlihatkan kembali data tahun 1955 tersebut pada tabel 8.31. Dalam tabel 8.31 tersebut dihitung harga normalnya dengan memperkalikan indeks bermusim dengan nilai trend. Selanjutnya dihitung CI (C = gerak berulang, I gerak tak teratur) dengan membagi penjualan dengan normal kali 100.

TABEL 8.31 PENJUALAN TOKO A TAHUN 1955 INDEKS BERMUSIM NILAI TREND, NORMAL DAN CI

Bulan	Penjualan	Nilai Trend	Indeks Bermusim	Normal	C I
Januari	13,2	14,88	0,89	13,24	99,7
Februari	12,6	14,92	0,86	12,83	98,2
Maret	14,6	14,96	0,96	14,36	101,7
April	15,5	15	0,99	14,85	104,4
Mei	15,3	15,04	1,03	15,49	98,8
Juni	15,6	15,08	1,02	15,38	101,4
Juli	15,3	15,12	0,99	14,97	102,2
Agustus	15,5	15,16	1,00	15,16	102,2
Sept.	15,8	15,2	1,00	15,20	103,9
Oktober	15,7	15,24	1,05	16,00	98,1
November	15,8	15,28	1,01	15,43	102,4
Desember	19,1	15,32	1,21	18,54	103

Seperti telah dikemukakan sebelum ini bahwa I adalah gerak gerak tidak teratur. Oleh sebab itu kita harus berusaha untuk menghilangkannya atau tepatnya mengurangi. Timbangan yang dipakai biasanya koefisien-koefisien Binomium seperti 1.2.1 untuk rata-rata gerak 3 bulan. 14.6.4.1 untuk rata-rata gerak 5 bulan dan seterusnya. Melihat di sini kita ambil rata-rata gerak badan 3 bulan. Jadi angka timbangnya adalah 1.2.1 Untuk memperoleh rata-rata gerak tertimbang bulan Februari umpamanya adalah satu kali nilai bulan Januari ditambah dua kali nilai bulan Februari ditambah satu kali nilai bulan Maret, dibagi dengan empat. Demikian juga dilakukan untuk bulan-bulan yang lain. Hasilnya dapat dilihat pada tabel 8.32.

TABEL 8.32 UKURAN GERAK BERULANG

Bulan	C.I	Rata-rata tertimbang	Ukuran gerak Berulang
Januari	99,7	--	--
Februari	98,2	397,8	99,45
Maret	101,7	406	101,5
April	104,4	409,3	102,33
Mei	98,8	403,4	100,85
Juni	101,4	403,8	100,95
Juli	102,2	408	102
Agustus	102,2	401,5	102,63
September	103,9	408,1	102,03
Oktober	98,1	402,5	100,63
November	102,4	405,9	101,48
Desember	103	---	---

Ukuran gerak berulang yang telah didapatkan pada tabel 8.32 dapat dikatakan sudah kurang sekali pengaruh- pengaruh gerak bermusim, trend dan gerak tak teratur.

BAB IX

P E N U T U P

Dalam bab penutup ini penulis akan meringkaskan atau me - nyimpulkan uraian - uraian pada bab - bab yang terdahulu. Hal i- ni di maksudkan agar pembaca dengan mudah dapat memilih alat ana lisis mana yang di perlukan. Khususnya dalam pengolahan dan ana- lisis data. Bagi pembaca yang ingin mempelajari Statistika ini , dapat di ikuti urutan dalam isi buku ini.

Untuk keperluan analisis data, pada bab - bab pendahuluan telah di bicarakan bahwa cara untuk mengolah dan menganalisis da ta tergantung kepada jenis (sekala) dan jumlah variabel,serta ka itan antara kelompok variabel.

A.Pengolahan Deskriptif

Seperti yang telah di utarakan pada bab I, pengolahan i ni, terutama di tujukan untuk menggambarkan data secara mende- tail. Penggambaran tersebut tidak sama secarapersis antara da- tayang bersekal .interval, ordinal dan nominal.

Dalam menggambarkan data yang bersekala interval di gu- nakan distribusi frekuensi, frekuensi relatif, frekuensi kumu- latif, grafik poligon, diagram batang, digram cakra, median , modus, kuartil, harga rata-rata hitung, harga rata-rata harmo- nis, harga rata-rata geometri, range, ranking, simpangan baku, simpangan mutlak. Semua penggambara di atas masih di pisahkan antara data yang di kelompokkan dengan data yang tidak di ke- lompokkan. Disamping itu untuk menggambarkan data ini, juga di bicacarakan bilangan indeks dan analisis runtun waktu.

B. Analisis Inferensial.

Berikut ini akan di utarakan berbagai macam analisis inferensial. Analisis ini juga di bagi berdasarkan kepada jumlah serta kaitan antara kelompok sampel. Dalam hal membicarakan kaitan antara kelompok sampel. ini dapat di identikkan dengan macam hipotesis, yaitu hipotesis perbedaan dan hipotesis hubungan. Khusus untuk yang jumlah variabel/kelompok sampelnya hanya satu, analisis di tujukan untuk pengujian populasi.

Analisis data bersekala interval yang terdiri dari hanya dari satu variabel/kelompok sampel ini terdiri dari pengujian harga rata-rata hitung dan pengujian proporsi dari satu populasi.

Analisis data dari sampel yang independen dapat dilakukan denagan t tes. Analisis ini terdiri dari analisis dua harga rata-rata hitung, analisis dua proporsi, analisis dua variansi, dan analisis dua sampel yang berpasangan. Perumusan- perumusan dalam analisis-analisis tersebut berbeda-beda.

Data dari lebih dari dua kelompok sampel yang independen di analisis dengan analisis varian (ANAVA) satu arah. Kemudian di lanjutkan dengan analisis ganda (dalam bukuini di pakai metoda scheffe).

Data dari sampel yang dependen bersekala interval yang terdiri dari dua variabel dapat di analisis dengan metoda regresi linear dan kurvilinear sederhana dan korelasi sederhana. Regresi linear sederhana tersebut dalam buku ini juga di uji segnifikansinya, dan juga di lakukan uji linearitas.

Untuk menganalisis data bersekala interval yang terdiri dari lebih dari dua variabel dan kelompok di pakai analisis va rian dua arah. Analisis varian dua arah ini juga di lanjutkan dengan analisis faktor, serta bujur sangkar Latin yang kemudian juga diteruskan dengan analisis varian tiga arah Di samping itu juga di laksanakan analisis kovarian satu , dan dua arah.

Pada analisis inferensial ini, tentu juga di lakukan analisis regresi dan korelasi. Analisis regresi yang di lakukan berupa analisis regresi sederhana, baik yang linear , maupun yang curvelinear. Dan analisis regresi ganda dan korelasi parsial beserta pengujian segnifikansinya. Demikian juga di lakukan korelasi biserial.

Di samping analisis-analisis yang telah di bicarakan di atas, dalam buku ini juga di bicarakan yang berkenaan dengan hipotesis. Hal itu mencakup jenis hipotesis. dua arah pengujian, dan dua macam tipe kesalahan dalam pengujian hipotesis - Akhirnya penulis sadari bahwa "Tak ada gading yang tak retak". Oleh sebab itu demi penyempurnaan dari buku ini penulis mengharapkan kritik-kritik serta saran-saran dari para sejawat serta seluruh pembaca.

DAFTAR BACAAN

Andrews, M. Frank; et. al., A Guide for Selecting Statistical Techniques for Analyzing Social Science Data Ann Arbar : Institute for Social Research The University of Michigan. 1971

Davis, A. James, Elementary Survey Analysis, London :Prentice - Hall International, Inc. 1971

Hays, L. William, Statistics for Social Sciences, New York : Holt Rinehart and Winston, Inc. 1977

Kerlinger, N. Fred & Pedhazur, J. Elazar, Multiple Regression in Behavioral Research, New York : Holt Renehart and Winston, Inc. 1973

Pasaribu, Amudi, Pengantar Statistik, Medan-Jakarta-Surabaya : Ghalia Indonesia, CV. 1975

Popham, W. James, Educational Statistics Use and Interpretation, New York : Harper & Row Publisher, 1973

Sayuti, Zamzawi, Metoda Statistika, Departemen P&K : Universitas Terbuka, 1984/1985

Siegel, Sidney, Non Parametric Statistics for The Behavioral Sciences, New York : Mc Graw Hill Book Company, 1956

Sudjana, Metoda Statistika, Bandung : Penerbit Tarsito , 1982

Tabel I. Probabilitas binominal kumulatif

$$P\ (X \leqslant C) = \sum_{x=0}^{C} \binom{n}{x} P^{x} (1 - P)^{n-x}$$

	c	05	10	20	30	40	p 50	60	70	80	90	95
n=1	0	950	900	700	600	500	400	300	200	200	100	050
	1	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=2	0	902	810	640	490	360	250	160	090	040	010	002
	1	997	990	960	910	840	750	640	510	360	190	097
	2	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=3	0	857	729	512	343	216	125	164	027	008	001	000
	1	993	972	896	784	648	500	352	216	104	028	007
	2	1000	999	992	973	936	875	784	657	488	271	143
	3	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=4	0	815	656	410	240	130	063	026	008	002	000	000
	1	986	948	819	652	475	313	179	084	027	004	000
	2	1000	996	973	916	821	688	525	348	181	052	014
	3	1000	1000	998	992	974	938	870	760	590	344	185
	4	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=5	0	774	590	328	168	078	031	010	002	000	000	000
	1	977	919	737	528	337	188	087	031	007	000	000
	2	999	991	942	837	683	500	317	163	058	009	001
	3	1000	1000	993	969	913	813	663	472	263	081	023
	4	1000	1000	1000	998	990	969	922	832	672	410	033
	5	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=6	0	735	531	262	118	047	016	004	001	000	000	000
	1	967	886	655	420	233	109	041	011	002	000	000
	2	998	984	901	744	544	344	179	070	017	001	000
	3	1000	999	983	930	821	656	456	256	099	016	002
	4	1000	1000	998	989	959	891	767	580	345	114	033
	5	1000	1000	1000	999	996	984	953	882	738	469	265
	6	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=7	0	698	478	210	082	028	008	002	000	000	000	000
	1	956	850	577	329	159	063	019	004	000	000	000
	2	996	974	825	647	420	227	096	029	005	000	000
	3	1000	997	967	874	710	500	290	126	033	003	000
	4	1000	1000	995	971	904	773	583	353	148	026	004
	5	1000	1000	1000	996	981	938	841	671	423	150	044
	6	1000	1000	1000	1000	998	992	972	918	790	522	320
	7	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000

		P										
		05	10	12	30	40	50	60	70	80	90	95
	c											
n=8	0	663	430	168	058	017	004	001	000	000	000	000
	1	943	813	503	255	106	035	009	001	000	000	000
	2	994	962	797	552	315	145	050	011	001	000	000
	3	1000	995	944	806	594	363	174	058	010	000	000
	4	1000	1000	990	942	826	637	406	194	056	005	000
	5	1000	1000	999	989	950	855	685	448	203	038	006
	6	1000	1000	1000	999	991	965	894	745	497	187	057
	7	1000	1000	1000	1000	999	996	983	942	832	570	337
	8	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=9	0	630	387	134	040	010	002	000	000	000	000	000
	1	929	775	436	196	071	020	004	000	000	000	000
	2	992	947	738	463	232	090	025	004	000	000	000
	3	999	992	914	730	483	254	099	025	003	000	000
	4	1000	999	980	901	733	500	267	099	020	001	000
	5	1000	1000	997	975	901	746	517	270	086	008	001
	6	1000	1000	1000	996	975	910	768	537	262	053	008
	7	1000	1000	1000	1000	996	980	929	804	564	225	071
	8	1000	1000	1000	1000	1000	998	990	960	866	613	370
	9	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=10	0	599	349	107	028	006	001	000	000	000	000	000
	1	914	736	376	149	046	011	002	000	000	000	000
	2	988	930	678	383	167	055	012	002	000	000	000
	3	99	987	879	650	382	172	055	011	001	000	000
	4	1000	998	967	850	663	377	166	047	006	000	000
	5	1000	1000	994	953	834	623	367	150	033	002	000
	6	1000	1000	999	989	945	828	618	350	121	013	001
	7	1000	1000	1000	998	988	945	833	617	322	070	012
	8	1000	1000	1000	1000	998	989	954	851	624	264	086
	9	1000	1000	1000	1000	1000	999	994	972	893	651	401
	10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=11	0	567	314	086	020	004	000	000	000	000	000	000
	1	898	697	322	113	030	006	001	000	000	000	000
	2	985	910	617	313	119	033	006	001	000	000	000
	3	998	981	839	570	296	113	029	004	000	000	000
	4	1000	997	950	790	533	274	099	022	002	000	000
	5	1000	1000	988	922	753	500	247	078	012	000	000
	6	1000	1000	998	978	901	726	467	210	050	003	000
	7	1000	1000	1000	996	971	887	704	430	161	019	002
	8	1000	1000	1000	999	994	967	881	687	383	090	015
	9	1000	1000	1000	1000	999	994	970	887	678	303	102
	10	1000	1000	1000	1000	1000	1000	996	980	914	686	431
	11	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=12	0	540	282	069	014	002	000	000	000	000	000	000
	1	882	659	275	085	020	003	000	000	000	000	000
	2	980	889	558	253	083	019	003	000	000	000	000
	3	998	974	795	493	225	073	015	002	000	000	000

n	c	05	10	12	30	40	P 50	60	70	80	90	95
	4	1000	996	927	924	438	194	057	009	001	000	000
	5	1000	999	981	882	665	387	158	039	004	000	000
	6	1000	1000	996	961	842	613	335	118	019	001	000
	7	1000	1000	999	991	943	806	562	276	073	004	000
	8	1000	1000	1000	998	985	927	775	507	205	026	002
	9	1000	1000	1000	1000	997	981	917	747	442	111	020
	10	1000	1000	1000	1000	1000	997	980	915	725	341	118
	11	1000	1000	1000	1000	1000	1000	998	986	931	718	460
	12	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=13	0	513	254	055	010	100	000	000	000	000	000	000
	1	865	621	234	064	013	002	000	000	000	000	000
	2	975	866	502	202	058	011	001	000	000	000	000
	3	997	966	747	421	169	046	008	001	000	000	000
	4	1000	994	901	654	353	133	032	004	000	000	000
	5	1000	999	970	835	574	291	098	018	001	000	000
	6	1000	1000	993	938	771	500	229	062	007	000	000
	7	1000	1000	999	982	902	709	426	165	030	001	000
	8	1000	1000	1000	996	968	867	647	346	009	006	000
	9	1000	1000	1000	999	992	954	831	579	253	034	003
	10	1000	1000	1000	1000	999	989	942	798	498	134	025
	11	1000	1000	1000	1000	1000	998	987	936	766	379	335
	12	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	990	945	746	487
	13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=14	0	488	044	007	001	000	000	000	000	000	000	000
	1	847	585	195	047	008	001	000	000	000	000	000
	2	970	842	448	461	040	006	001	000	000	000	000
	3	996	956	698	355	124	029	004	000	000	000	000
	4	1000	991	870	684	279	090	018	002	000	000	000
	5	1000	999	956	781	486	212	058	008	000	000	000
	6	1000	1000	988	907	692	395	150	031	002	000	000
	7	1000	1000	998	969	850	605	308	093	012	000	000
	8	1000	1000	1000	992	942	788	514	219	044	001	000
	9	1000	1000	1000	998	982	910	721	416	130	009	000
	10	1000	1000	1000	1000	996	971	876	645	302	044	004
	11	1000	1000	1000	1000	999	994	960	839	552	158	030
	12	1000	1000	1000	1000	1000	999	992	953	802	415	153
	13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	993	956	771	512
	14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=15	0	463	206	035	005	000	000	000	000	000	000	000
	1	829	549	167	035	005	000	000	000	000	000	000
	2	964	816	398	127	027	004	000	000	000	000	000
	3	995	944	648	297	091	018	002	000	000	000	000
	4	999	987	836	515	217	059	009	001	000	000	000
	5	1000	998	939	722	403	151	034	004	000	000	000
	6	1000	1000	982	869	610	304	095	015	001	000	000
	7	1000	1000	996	950	787	500	213	050	004	000	000

n	c	05	10	12	30	40	P 50	60	70	80	90	95
	8	1000	1000	999	985	905	696	390	131	018	000	000
	9	1000	1000	1000	996	966	849	597	278	061	002	000
	10	1000	1000	1000	999	991	941	783	485	164	013	001
	11	1000	1000	1000	1000	998	982	909	703	352	056	005
	12	1000	1000	1000	1000	1000	996	973	873	602	184	036
	13	1000	1000	1000	1000	1000	1000	995	965	833	451	171
	14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	995	965	749	573
	15	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=16	0	440	185	028	003	000	000	000	000	000	000	000
	1	811	515	141	026	003	000	000	000	000	000	000
	2	957	789	352	099	018	002	000	000	000	000	000
	3	993	932	598	246	065	011	001	000	000	000	000
	4	999	983	798	450	167	038	005	000	000	000	000
	5	1000	997	918	660	329	105	019	000	000	000	000
	6	1000	999	973	825	527	227	058	002	000	000	000
	7	1000	1000	993	926	716	402	142	007	000	000	000
	8	1000	1000	999	974	858	598	284	020	001	000	000
	9	1000	1000	1000	993	942	773	473	074	007	000	000
	10	1000	1000	1000	998	981	895	671	175	027	001	000
	11	1000	1000	1000	1000	995	962	833	340	082	003	000
	12	1000	1000	1000	1000	999	989	935	550	202	017	001
	13	1000	1000	1000	1000	1000	998	982	754	402	068	008
	14	1000	1000	1000	1000	1000	1000	997	901	648	211	043
	15	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	974	859	485	189
	16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	997	972	815	560
									1000	1000	1000	1000
n=17	0	418	167	023	002	000	000	000	000	000	000	000
	1	792	482	118	019	002	000	000	000	000	000	000
	2	950	762	310	077	012	001	000	000	000	000	000
	3	991	917	549	202	046	006	000	000	000	000	000
	4	999	978	758	389	126	025	003	000	000	000	000
	5	1000	995	894	597	164	072	011	001	000	000	000
	6	1000	999	962	775	448	166	035	003	000	000	000
	7	1000	1000	989	895	641	315	092	013	000	000	000
	8	1000	1000	997	960	801	500	199	040	003	000	000
	9	1000	1000	1000	987	908	685	359	105	011	000	000
	10	1000	1000	1000	997	965	834	552	225	038	001	000
	11	1000	1000	1000	999	989	928	736	403	106	005	000
	12	1000	1000	1000	1000	997	975	874	611	242	022	001
	13	1000	1000	1000	1000	1000	994	954	798	451	083	009
	14	1000	1000	1000	1000	1000	999	988	923	690	238	050
	15	1000	1000	1000	1000	1000	1000	998	981	882	518	208
	16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	998	977	833	582
	17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=18	0	397	150	018	002	000	000	000	000	000	000	000
	1	774	450	099	014	001	000	000	000	000	000	000
	2	942	734	271	060	008	001	000	000	000	000	000

							P					
	c	05	10	12	30	40	50	60	70	80	90	95
	3	989	902	501	165	033	004	000	000	000	000	000
	4	972	716	333	094	015	001	000	000	000	000	000
	5	1000	994	867	534	209	048	006	000	000	000	000
	6	1000	999	949	722	374	119	020	001	000	000	000
	7	1000	1000	984	859	563	240	058	006	000	000	000
	8	1000	1000	996	940	737	407	135	021	001	000	000
	9	1000	1000	999	979	865	593	263	060	004	000	000
	10	1000	1000	1000	994	942	760	437	141	016	000	000
	11	1000	1000	1000	999	980	881	626	278	051	001	000
	12	1000	1000	1000	1000	994	952	791	466	133	006	000
	13	1000	1000	1000	1000	999	985	906	667	284	028	002
	14	1000	1000	1000	1000	1000	996	967	835	499	098	001
	15	1000	1000	1000	1000	1000	999	992	940	729	266	058
	16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	986	901	550	226
	17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	998	982	850	603
	18	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=19	0	377	135	014	001	000	000	000	000	000	000	000
	1	755	420	083	010	001	000	000	000	000	000	000
	2	933	705	237	046	005	000	000	000	000	000	000
	3	987	885	455	133	023	002	000	000	000	000	000
	4	998	965	673	282	070	010	001	000	000	000	000
	5	1000	991	837	474	163	032	003	000	000	000	000
	6	1000	998	932	666	308	084	012	001	000	000	000
	7	1000	1000	977	818	488	180	035	003	000	000	000
	8	1000	1000	993	916	667	088	011	000	000	000	000
	9	1000	1000	998	967	814	500	186	033	002	000	000
	10	1000	1000	1000	989	912	676	333	084	007	000	000
	11	1000	1000	1000	997	965	820	512	182	023	000	000
	12	1000	1000	1000	999	988	916	692	334	068	002	000
	13	1000	1000	1000	1000	997	968	837	526	163	009	000
	14	1000	1000	1000	1000	999	990	930	718	327	035	002
	15	1000	1000	1000	1000	1000	998	977	867	545	115	013
	16	1000	1000	1000	1000	1000	1000	995	954	763	295	067
	17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	990	917	580	245
	18	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	986	865	623
	19	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=20	0	358	122	012	001	000	000	000	000	000	000	000
	1	736	396	069	008	001	000	000	000	000	000	000
	2	925	677	206	035	004	000	000	000	000	000	000
	3	984	867	411	107	016	001	000	000	000	000	000
	4	997	957	630	238	051	006	000	000	000	000	000
	5	1000	989	804	416	126	021	002	000	000	000	000
	6	1000	998	913	608	250	058	006	000	000	000	000
	7	1000	1000	968	772	416	132	021	001	000	000	000
	8	1000	1000	990	887	596	252	057	005	000	000	000
	9	1000	1000	997	952	755	412	128	017	001	000	000
	10	1000	1000	999	983	872	588	245	048	003	000	000
	12	1000	1000	1000	999	979	868	584	228	032	000	000

n	c	P 05	10	12	30	40	50	60	70	80	90	95
	13	1000	1000	1000	1000	994	942	750	392	087	002	000
	14	1000	1000	1000	1000	998	979	874	584	196	011	000
	15	1000	1000	1000	1000	1000	994	949	762	370	043	003
	16	1000	1000	1000	1000	1000	999	984	893	589	133	016
	17	1000	1000	1000	1000	1000	1000	996	965	794	323	075
	18	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	992	931	608	264
	19	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	999	988	878	642
	20	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
n=25	0	277	072	004	000	000	000	000	000	000	000	000
	1	642	271	027	002	000	000	000	000	000	000	000
	2	873	537	098	009	000	000	000	000	000	000	000
	3	966	764	234	033	002	000	000	000	000	000	000
	4	993	902	421	090	009	000	000	000	000	000	000
	5	999	967	617	193	029	002	000	000	000	000	000
	6	1000	991	780	341	074	007	000	000	000	000	000
	7	1000	998	891	521	154	022	001	000	000	000	000
	8	1000	1000	953	677	274	054	004	000	000	000	000
	9	1000	1000	983	811	425	115	013	000	000	000	000
	10	1000	1000	994	902	586	212	034	002	000	000	000
	11	1000	1000	998	956	732	345	078	006	000	000	000
	12	1000	1000	1000	983	846	500	157	017	000	000	000
	13	1000	1000	1000	998	922	655	268	044	002	000	000
	14	1000	1000	1000	998	966	788	414	098	006	000	000
	15	1000	1000	1000	1000	987	887	575	189	017	000	000
	16	1000	1000	1000	1000	996	946	726	323	047	000	000
	17	1000	1000	1000	1000	996	946	726	323	047	000	000
	21	1000	1000	1000	1000	1000	1000	998	967	766	236	034
	22	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	991	902	463	127
	23	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	998	973	729	358
	24	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	996	928	723
	25	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000

Tabel II. Probabilitas Poisson Kumulatif

$$P(X \leqslant c) = \sum_{x=0}^{c} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x}}{x!}$$

	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	.905	.819	.741	.670	.607	.549	.497	.449	.407	.368
2	.995	.982	.963	.938	.910	.878	.844	.809	.772	.736
3	1.000	.999	.996	.992	.986	.977	.966	.953	.937	.920
4	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.997	.994	.991	.987	.981
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.996
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999
7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	200
0	.333	.301	.273	.247	.223	.202	.183	.165	.150	.135
1.	.699	.663	.627	.592	.558	.525	.493	.463	.434	.406
3.	.900	.879	.857	.833	.809	.783	.757	.731	.704	.677
4.	.974	.966	.957	.946	.934	.921	.907	.891	.875	.857
5.	.995	.998	.998	.997	.996	.994	.994	.990	.987	.983
6.	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.999	.998	.997	.997	.995
7.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.999
8.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

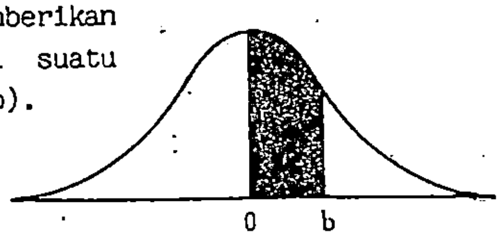
	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50	2.60	2.70	2.80	2.90	3.00
0	.122	.111	.100	.091	.082	.074	.067	.061	.055	.050
1	.380	.355	.331	.308	.287	.267	.249	.231	.215	.199
2	.650	.623	.596	.570	.544	.518	.494	.469	.446	.423
3	.839	.819	.799	.779	.758	.736	.714	.692	.670	.647
4	.938	.928	.916	.904	.891	.877	.863	.848	.832	.815
5	.980	.975	.970	.964	.958	.951	.943	.935	.926	.916
6	.994	.993	.991	.988	.986	.983	.979	.976	.971	.966
7	.999	.998	.997	.997	.996	.995	.993	.992	.990	.988
8	1.000	1.000	.999	.999	.999	.999	.998	.998	.997	.996
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.999	.999
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90	4.00
0	.045	.041	.037	.033	.030	.027	.025	.022	.020	.018
1	.185	.171	.159	.147	.136	.126	.116	.107	.099	.092
2	.401	.380	.359	.340	.321	.303	.285	.269	.253	.238
3	.625	.603	.580	.558	.537	.515	.494	.473	.453	.433
4	.798	.781	.763	.744	.725	.706	.687	.668	.648	.629
5	.906	.895	.883	.871	.858	.844	.830	.816	.801	.785
6	.961	.955	.949	.942	.935	.927	.918	.909	.899	.889
7	.986	.983	.980	.977	.973	.969	.965	.960	.955	.949
8	.995	.994	.993	.992	.990	.988	.986	.984	.981	.979
9	.999	.998	.998	.997	.997	.996	.995	.994	.993	.992
10	1.000	1.000	.999	.999	.999	.999	.998	.998	.998	.997
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.999
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

	4.50	5.00	5.50	6.00	6.50	7.00	7.50	8.00	8.50	9.00
0	.011	.007	.004	.002	.002	.001	.001	.000	.000	.000
1	.061	.040	.027	.017	.011	.007	.005	.003	.002	.001
2	.174	.125	.088	.062	.043	.030	.020	.014	.009	.006
3	.342	.265	.202	.151	.112	.082	.059	.042	.030	.021
4	.532	.440	.358	.285	.224	.173	.132	.100	.074	.055
5	.703	.616	.529	.446	.369	.301	.241	.191	.150	.116
6	.831	.762	.686	.606	.527	.450	.378	.313	.256	.207
7	.913	.867	.809	.744	.673	.599	.525	.453	.386	.324
8	.960	.932	.894	.847	.792	.729	.662	.593	.523	.456
9	.983	.968	.946	.916	.877	.830	.776	.717	.653	.587
10	.993	.986	.975	.957	.933	.901	.862	.816	.763	.706
11	.998	.995	.989	.980	.966	.947	.921	.888	.849	.803
12	.999	.998	.996	.991	.984	.973	.957	.936	.909	.876
13	1.000	.999	.998	.996	.993	.987	.978	.966	.949	.926
14	1.000	1.000	.999	.999	.997	.994	.990	.983	.973	.959
15	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998	.995	.992	.986	.978
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.996	.993	.989
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.997	.995
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999	.998
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.999
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

TABEL III.

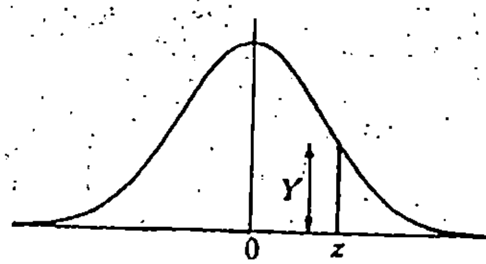
Luas distribusi normal standar, memberikan luas di bawah kurve dari 0 sampai suatu bilangan positif b atau P (0 < z < b).



b	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Tabel III A

Ordinat y
Untuk Lengkungan
Normal Standar
Pada Titik z
(Bilangan Dalam Badan Daftar Menyatakan Desimal)



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Tabel IV: Distribusi Nilai t Tes

ν	$Q = 0.4$ $2Q = 0.8$	0.25 0.5	0.1 0.2	0.05 0.1	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.01	0.001 0.002
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	.263	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	.254	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	.254	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
∞	.253	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

Tabel.V. Distribusi Nilai X^2

ν \ Q	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500
1	$392704 \cdot 10^{-10}$	$157088 \cdot 10^{-9}$	$982069 \cdot 10^{-9}$	$393214 \cdot 10^{-8}$	0.0157908	0.1015308	0.454937
2	0.0100251	0.0201007	0.0506356	0.102587	0.210720	0.575364	1.38629
3	0.0717212	0.114832	0.215795	0.351846	0.584375	1.212534	2.36597
4	0.206990	0.297110	0.484419	0.710721	1.063623	1.92255	3.35670
5	0.411740	0.554300	0.831211	1.145476	1.61031	2.67460	4.35146
6	0.675727	0.872085	1.237347	1.63539	2.20413	3.45460	5.34812
7	0.989265	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581
8	1.344419	1.646482	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412
9	1.734926	2.087912	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283
10	2.15585	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182
11	2.60321	3.05347	3.81575	4.57481	5.57779	7.58412	10.3410
12	3.07382	3.57056	4.40379	5.22603	6.30380	8.43842	11.3403
13	3.56503	4.10691	5.00874	5.89186	7.04150	9.29906	12.3398
14	4.07468	4.66043	5.62872	6.57063	7.78953	10.1653	13.3393
15	4.60094	5.22935	6.26214	7.26094	8.54675	11.0365	14.3389
16	5.14224	5.81221	6.90766	7.96164	9.31223	11.9122	15.3385
17	5.69724	6.40776	7.56418	8.67176	10.0852	12.7919	16.3381
18	6.26481	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	13.6753	17.3379
19	6.84398	7.63273	8.90655	10.1170	11.6509	14.5620	18.3376
20	7.43386	8.26040	9.59083	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374
21	8.03366	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370
23	9.26042	10.19567	11.6885	13.0905	14.8479	18.1373	22.3369
24	9.88623	10.8564	12.4011	13.8484	15.6587	19.0372	23.3367
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366
26	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	17.2919	20.8434	25.3364
27	11.8076	12.8786	14.5733	16.1513	18.1138	21.7494	26.3363
28	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572	27.3363
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	19.7677	23.5666	28.3362
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4926	20.5992	24.4776	29.3360
40	20.7065	22.1643	24.4331	26.5093	29.0505	33.6603	39.3354
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7642	37.6886	42.9421	49.3349
60	35.5346	37.4848	40.4817	43.1879	46.4589	52.2938	59.3347
70	43.2752	45.4418	48.7576	51.7393	55.3290	61.6983	69.3344
80	51.1720	53.5400	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2912	80.6247	89.3342
100	67.3276	70.0648	74.2219	77.9295	82.3581	90.1332	99.3341
z_Q	−2.5758	−2.3263	−1.9600	−1.6449	−1.2816	−0.6745	0.0000

Tabel V Lanjutan (X²)

Q / ν	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
1	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	10.828
2	2.77259	4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966	13.816
3	4.10835	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381	16.266
4	5.38527	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602	18.467
5	6.62568	9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496	20.515
6	7.84080	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476	22.458
7	9.03715	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777	24.322
8	10.2188	13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550	26.125
9	11.3887	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893	27.877
10	12.5489	15.9871	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882	29.588
11	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569	31.264
12	14.8454	18.5494	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995	32.909
13	15.9839	19.8119	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194	34.528
14	17.1170	21.0642	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193	36.123
15	18.2451	22.3072	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013	37.697
16	19.3688	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672	39.252
17	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185	40.790
18	21.6049	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564	42.312
19	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822	43.820
20	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968	45.315
21	24.9348	29.6151	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010	46.797
22	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956	48.268
23	27.1413	32.0069	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813	49.728
24	28.2412	33.1963	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585	51.179
25	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278	52.620
26	30.4345	35.5631	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899	54.052
27	31.5284	36.7412	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449	55.476
28	32.6205	37.9159	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933	56.892
29	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356	58.302
30	34.7998	40.2560	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720	59.703
40	45.6160	51.8050	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659	73.402
50	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900	86.661
60	66.9814	74.3970	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517	99.607
70	77.5766	85.5271	90.5312	95.0231	100.425	104.215	112.317
80	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116.321	124.839
90	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299	137.208
100	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169	149.449
z_Q	+0.6745	+1.2816	+1.6449	+1.9600	+2.3263	+2.5758	+3.0902

Tabel VI: Luas Daerah Distribusi F Dengan α =0,01

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	8.30	3.17	3.07	2.98
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32

Tabel VI (lanjutan = 0,01)

v_2 \ v_1	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
27	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

Tabel VI (lanjutan   = 0,025)

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05

Tabel. VI (lanjutan = 0,025)

r1 / r1	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
∞	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

Tabel VI (lanjutan = 0,05)

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83

Tabel VI (lanjutan = 0,05)

	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

Tabel VII : Nilai Kritis Dari Koefisien Korelasi Produk Momen

df	*P* .10	.05	.02	.01
1	.988	.997	.9995	.9999
2	.900	.950	.980	.990
3	.805	.878	.934	.959
4	.729	.811	.882	.917
5	.669	.754	.833	.874
6	.622	.707	.789	.834
7	.582	.666	.750	.798
8	.549	.632	.716	.765
9	.521	.602	.685	.735
10	.497	.576	.658	.708
11	.476	.553	.634	.684
12	.458	.532	.612	.661
13	.441	.514	.592	.641
14	.426	.497	.574	.623
15	.412	.482	.558	.606
16	.400	.468	.542	.590
17	.389	.456	.528	.575
18	.378	.444	.516	.561
19	.369	.433	.503	.549
20	.360	.423	.492	.537
21	.352	.413	.482	.526
22	.344	.404	.472	.515
23	.337	.396	.462	.505
24	.330	.388	.453	.496
25	.323	.381	.445	.487
26	.317	.374	.437	.479
27	.311	.367	.430	.471
28	.306	.361	.423	.463
29	.301	.355	.416	.456
30	.296	.349	.409	.449
35	.275	.325	.381	.418
40	.257	.304	.358	.393
45	.243	.288	.338	.372
50	.231	.273	.322	.354
60	.211	.250	.295	.325
70	.195	.232	.274	.302
80	.183	.217	.256	.283
90	.173	.205	.242	.267
100	.164	.195	.230	.254