STUDI KUALITATIF
PERSAMAAN RAYLEIGH

RAPI AMIKO MARTUNUS
NIM. 16030081/2016

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2022

STUDI KUALITATIF
PERSAMAAN RAYLEIGH

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar
Sarjana Sains

Oleh:
RAPI AMIKO MARTUNUS
NIM. 16030081/2016

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2022

PERSETUJUAN SKRIPSI

STUDI KUALITATIF
PERSAMAAN RAYLEIGH

Nama	:	Rapi Amiko Martunus
NIM	:	16030081
Program Studi	:	Matematika
Departemen	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 16 Maret 2022

Mengetahui :
Ketua Departemen Matematika

Dra. Media Rosha, M.Si.
NIP. 19620815 198703 2 004

Disetujui Oleh :
Pembimbing

Muhammad Subhan, S.Si., M.Si.
NIP. 19701126 199903 1 002

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama	:	Rapi Amiko Martunus
NIM	:	16030081
Program Studi	:	Matematika
Departemen	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

STUDI KUALITATIF PERSAMAAN RAYLEIGH

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, Februari 2022

Tim Penguji

		Nama	Tanda Tangan
Ketua	:	Muhammad Subhan, S.Si., M.Si.	
Anggota	:	Dra. Dewi Murni, M.Si.	
Anggota	:	Rara Sandhy Winanda, S.Pd., M.Sc.	

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	:	Rapi Amiko Martunus
NIM	:	16030081
Program Studi	:	Matematika
Departemen	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Studi Kualitatif Persamaan Rayleigh"** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan berlaku, baik di institusi Universitas Negeri Padang maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggungjawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 18 Maret 2022

Diketahui oleh,
Kepala Departemen Matematika

Dra. Media Rosha, M.Si.

NIP. 19620815 198703 2 004

Saya yang menyatakan,

10000
METERAI TEMPEL
A0F89AJX663616119

Rapi Amiko Martunus

NIM. 16030081

PERSEMBAHAN

Karya ini penulis persembahkan kepada :

1. Orang tua penulis, Ayahanda Martunus yang telah berkorban jiwa dan raganya serta tidak mengenal lelah demi penulis, dan Ibunda tersayang Nuraini yang telah bekorban nyawa demi lahirnya penulis dan selalu mendoakan perjalanan penulis sehingga penulis sampai dititik ini.
2. Orang Tua Kedua penulis, Bapak Indra Rifta & Ibu Plongkowati, S.Pd dan Pak Zulfrianis & Bunda Decy Aidil Fatma yang terus mendoakan dan memberikan support agar penulis bisa menyelesaikan tugas akhir ini dan mengajarkan perjuangan dalam sampai saat ini.
3. Saudara/I penulis Darnita Martunus, Roni Martunus, Yuli Martunus, Romi Martunus, Ovaldo Risky Yudesfa, Della Rifati, Rijal Martunus, Aprilia Dwi Saskia, Ridon Martunus, dan Jumari yang terus memberikan semangat, support, dan motivasi kepada penulis.
4. Senior, teman-teman, dan junior penulis Wahyudi Putra Hamdayani, S.Pd., Nobel Gilbran Alkhawarizmi, Monica Helma, S.Si., Pratiwi, S.Pd, Mhd Sofior Rahman El Hakim, Oryza Sativa, Putri Pratiwi, Hafiza Turrahmi, dan Mirnawati yang telah membantu dan memberikan dukungan kepada penulis.

Studi Kualitatif
Persamaan Rayleigh

Rapi Amiko Martunus

ABSTRAK

Persamaan Rayleigh memiliki banyak pengaplikasian dibidang fisika dan elektromekanik. Dibidang fisika dapat dilihat seperti optik, sistem getar, suara, teori gelombang, penglihatan warna, elektrodinamika, elektromagnetisme, hamburan cahaya, aliran cairan, hidrodinamika, fotografi, serta gelombang dan frekuensi, juga diterapkan dibidang kesehatan, pertanian, biologi, astronomi.

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan titik tetap dan pembuktian adanya solusi periodik serta menganalisis kondisi sistem persamaan Rayleigh disekitar titik tetap. Persamaan Rayleigh ditransformasi menjadi persamaan differensial orde-1 diperoleh titik tetap, dan menggunakan pendekatan terhadap persamaan Van Der Pool dibuktikan bahwa persamaan Rayleigh memiliki solusi periodik tunggal.

Persamaan Rayleigh memiliki satu solusi periodik dan memiliki satu titik tetap yaitu titik asal. Kondisi sistem di sekitar titik tetap dikatakan tidak stabil yang diperlihatkan secara analitik dengan perubahan nilai parameter μ pada nilai eigen. Secara geometri diperlihatkan bahwa potraik fasenya menjauhi titik tetap dan keluar menuju solusi periodik dimana solusi periodiknya dikatakan stabil.

Kata kunci: Persamaan Diferensial, Persamaan Rayleigh, Solusi Periodik, Titik Tetap

Qualitative Study of Rayleigh . Equations

Rapi Amiko Martunus

ABSTRACT

Rayleigh's equations have many applications in physics and electromechanics. In the field of physics can be seen such as optics, vibration systems, sound, wave theory, color vision, electrodynamics, electromagnetism, light scattering, fluid flow, hydrodynamics, photography, as well as waves and frequencies, also applied in the fields of health, agriculture, biology, astronomy.

This study aims to determine the fixed point and prove the existence of a periodic solution and analyze the condition of the Rayleigh equation system around the fixed point. The Rayleigh equation is transformed into a first-order differential equation to obtain a fixed point, and using an approximation to the Van Der Pool equation it is proved that the Rayleigh equation has a single periodic solution.

The Rayleigh equation has one periodic solution and has one fixed point, the origin. The condition of the system around a fixed point is said to be unstable which is shown analytically by changing the value of the parameter on the eigenvalues. Geometrically it is shown that the phase portrait moves away from a fixed point and exits towards the periodic solution where the periodic solution is said to be stable.

Keywords : Differential Equation, Rayleigh Equation, Periodic Solution, Fixed Point

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Puji syukur diucapkan kehadirat Allah SWT, karena berkat limpahan rahmat dan karunia-Nya skripsi yang berjudul **“Studi Kualitatif Persamaan Rayleigh”** ini dapat diselesaikan. Shalawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW dan keluarga beliau.

Skripsi ini merupakan salah satu persyaratan yang digunakan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Program Studi Matematika Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Penulisan dan penyelesaian Skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, bimbingan, dan dorongan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, diucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Muhammad Subhan, S.Si, M.Si sebagai Pembimbing Skripsi.
2. Ibu Dra. Dewi Murni, M.Si dan Ibu Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc sebagai Tim Penguji.
3. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si sebagai Ketua Program Studi Matematika dan Ketua Departemen Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
4. Bapak Defri Ahmad, S.Pd, M.Si sebagai Sekretaris Departemen Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
5. Bapak dan Ibu dosen Departemen Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.
6. Semua pihak yang telah membantu memberikan bantuan moril maupun materil yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan Bapak dan Ibu serta rekan-rekan berikan menjadi amal kebaikan dan memperoleh balasan yang sesuai dari Allah SWT. Penulisan skripsi ini mungkin masih terdapat kekurangan yang belum disadari. Oleh karena itu, diharapkan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan karya ilmiah yang akan datang.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua serta menjadi amal ibadah di sisi Allah SWT. *Aamiin Ya Rabbal Alamin.*

Padang,   Februari 2022
Penulis

Rapi Amiko Martunus
NIM. 16030081

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

TABEL Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Persamaan diferensial merupakan persamaan matematika yang memuat suatu fungsi dan turunannya. Suatu persamaan diferensial dikatakan linier jika variabel tak bebas dan turunannya muncul dalam bentuk linear. Jika tidak demikian, maka persamaan diferensial tersebut dikatakan *nonlinier*. Turunan tertinggi yang muncul pada persamaan diferensial disebut orde dari persamaan diferensial tersebut (Nayfeh, 2011).

Suatu persamaan diferensial linier dan *nonlinier* dapat diselesaikan menjadi bentuk yang paling sederhana sedemikian sehingga solusinya dapat ditentukan dengan mudah. Persamaan dengan bentuk yang paling sederhana ini dinamakan bentuk normal *(normal form)* dari persamaan diferensial tersebut, sedangkan metode yang digunakan untuk menyederhanakan persamaan tersebut dinamakan metode bentuk normal. Pada metode bentuk normal ini, suatu transformasi koordinat dikonstruksi secara sistematis untuk mendapat bentuk normal dari persamaan diferensial (Kurniati, 2016).

Dalam penelitian ini, peneliti menganalisis sistem dinamik yang diterapkan pada persamaan Rayleigh.

$$\ddot{x} + x = \mu(1 - \dot{x}^2)\dot{x}, \mu > 0$$

Dimana $x(t)$ merepresentasikan penyimpangan getaran benda pada waktu t, dan μ merupakan konstanta redaman yang bernilai kecil (disebut parameter perturbasi). Persamaan Rayleigh merupakan persamaan diferensial *nonlinier* orde dua yang memodelkan gerakan osilator dengan faktor redaman *nonlinier*.

Suatu persamaan vektor berbentuk dengan variabel bebas t yang tidak dinyatakan secara eksplisit disebut persamaan *autonomous.* Persamaan tersebut dapat memiliki solusi periodik, yaitu solusi yang merepresentasikan suatu fenomena yang terjadi secara berulang.

Persamaan Rayleigh diperkenalkan oleh fisikawan Inggris yang bernama Lord Rayleigh pada tahun 1917. Aplikasinya banyak ditemukan dalam bidang fisika dan elektromekanik. Dibidang fisika seperti optik, sistem getar, suara, teori gelombang, penglihatan warna, elektrodinamika, elektromagnetisme, hamburan cahaya, aliran cairan, hidrodinamika, ukuran gas, viskositas, kapilaritas, elastisitas, dan fotografi, kontribusi Rayleigh terhadap sains pada aspek fisika mencakup banyak hal. Persamaan Rayleigh juga banyak diterapkan pada bidang kesehatan, pertanian, biologi, astronomi dan ilmu lainnya. (Schaschke, 2014:317). Persamaan Rayleigh digunakan juga pada benda hitam, instrument hamburan cahaya yang sangat bermanfaat untuk kehidupan dan ilmu sains. Salah satunya persamaan Rayleigh digunakan pada benda hitam.

Persamaan Rayleigh digunakan di suatu model benda hitam yang menganggap bahwa muatan-muatan didinding (permukaan) benda berongga dihubungkan dengan sebuah pegas (ikatan antar atom dalam kristal) ketika suhu benda dinaikkan, muatan-muatan ini mendapatkan energi kinetiknya untuk bergetar lebih cepat (osilator elektron). Sehingga muatan yang bergerak akan menimbulkan gelombang elektromagnet, yang disebut dengan radiasi. Radiasi ini akan terkukung di dalam rongga berbentuk gelombang tegak, karena dinding rongga berbentuk konduktor maka pada dinding rongga terjadi simpul-simpul berupa gelombang tegak. Sehingga terdapat tak berhingga ragam (mode) gelombang tegak yang ditandai dengan frekuensi atau panjang gelombang. Persamaan tersebut dengan model fisika klasik mendapatkan hasil sesuai dengan panjang gelombang besar (frekuensi rendah). Hasil tersebut disebut dengan bencana ultraviolet. Ketertarikan Rayleigh pada zamannya disebut "fisika modern" fisika tidak terbatas pada hukum radiasi benda hitam. Dia lebih awal menyadari pentingnya teori atom dalam kimia dan fisika (Lindsay, 1970).

Persamaan Rayleigh digunakan juga dalam kimia sebagai fungsi perbedaan suhu. Persamaan Rayleigh ini sangat banyak digunakan dibidang ilmu teknologi yang melibatkan radiasi, gelombang dan frekuensi. Maka dengan persamaan Rayleigh peneliti menyelesaikan permasalahan tersebut dengan mencari ketunggalan solusi, menganalisa perilaku dinamik di sekitar titik tetap dan membentuk perilaku secara geometri yang baik.

Berdasarkan latar belakang di atas penulis tertarik untuk menganalisa persamaan Rayleigh secara analitik dan geometrik yang diperoleh dengan bantuan software Maple, yang ada disekitar titik tetap dari persamaan tersebut. Maka pada skripsi ini peneliti memberi judul: *Studi Kualitatif Persamaan Rayleigh*.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dipaparkan di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah: Bagaimana studi kualitatif pada persamaan Rayleigh?

C. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dalam penelitian ini maka pertanyaan penelitian sebagai berikut:

1. Bagaimana solusi priodik dari sistem persamaan Rayleigh?
2. Bagaimana perilaku dinamik secara analitik dan geometri di sekitar titik tetap pada persamaan Rayleigh?

D. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Membuktikan solusi priodik dari sistem persamaan Rayleigh.
2. Mengetahui perilaku dinamik secara analitik dan geometri di sekitar titik tetap pada persamaan Rayleigh.

E. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan bisa memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Untuk Kalangan Mahasiswa
   a) Agar dapat menambah wawasan, pengetahuan dan pemahaman sebagai penerapan ilmu dan teori yang telah didapatkan dan dipelajari dalam perkuliahan.
   b) Membantu mahasiswa dalam mempelajari solusi persamaan Rayleigh.
   c) Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan referensi bagi peneliti berikutnya yang akan melakukan penelitian lebih lanjut.
2. Untuk Bidang Matematika

   Memperoleh konsep baru dalam menganalisa persamaan Rayleigh.