

124/HIP/90

PERPUSTAKAAN IKIP PADANG
KOLEKSI BIDANG ILMU
TIDAK DIPINJAMKAN
KHUSUS DIPAKAI DALAM PERPUSTAKAAN

RANGKAIAN LISTRIK

MILIK UPT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG



OLEH

Drs. Ahyanuardi

FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN
IKIP PADANG

1989

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah swt. yang telah memberikan rahmat kepada penulis, sehingga selesainya penulisan buku Rangkaian Listrik ini sesuai dengan waktu yang telah direncanakan.

Buku Rangkaian Listrik ini merupakan buku penunjang atau pelengkap bagi mahasiswa yang belajar di jurusan Teknik Elektro, khususnya dalam materi Teknik Listrik.

Materi buku Rangkaian Listrik ini meliputi dasar-dasar dari arus bolak balik, rangkaian seri arus bolak balik, rangkaian paralel arus bolak balik serta aljabar kompleks untuk rangkaian arus bolak balik.

Penulis menyadari bahwa dalam menyusun buku ini penulis sebagai manusia biasa tidak akan terlepas dari kekurangan dan kekhilafan. Oleh sebab itu demi untuk kesempurnaan buku ini penulis meminta saran-saran dan kritik yang berguna dari pembaca.

Harapan penulis, semoga buku Rangkaian Listrik dapat bermanfaat bagi mahasiswa atau orang yang belajar di jurusan Teknik Elektro khususnya dalam Teknik Listrik.

Padang, Oktober 1989

Penulis

MILIK PERPUSTAKAAN SIP PADANG	
DITERIMA TGL	Des' 89
SUMBER/HARGA	HD
KOLEKSI	K1
NO INVENTARIS	124/HD/90- (1) (2)
KLASIFIKASI	621.3. Ahy (1)

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii

B A B.

I. DASAR-DASAR ARUS BOLAK BALIK	1
A. PRINSIP TERBENTUKNYA GGL	1
B. PERSAMAAN TEGANGAN DAN ARUS	4
C. BENTUK-BENTUK GELOMBANG	7
D. CYCLE, WAKTU PERIODE, FREKUENSI DAN BEDA FASE	9
E. HARGA EFEKTIF (R.M.S) DAN HARGA RATA-RATA ..	13
F. FAKTOR BENTUK DAN FAKTOR PUNCAK	20
G. VEKTOR DARI BESARAN ARUS BOLAK BALIK	21
H. ARUS BOLAK BALIK YANG MENGALIR MELALUI TAHANAN MURNI R, INDUKTOR MURNI L, DAN KAPASITOR MURNI C	24
II. RANGKAIAN SERI ARUS BOLAK BALIK	32
A. RANGKAIAN SERI RESISTOR (R) DAN INDUKTOR (L) ..	32
B. RANGKAIAN SERI RESISTOR (R) DAN CAPASITOR (C) ..	37
C. RANGKAIAN SERI RESISTOR (R), INDUKTOR (L) DAN CAPASITOR (C)	41
D. RANGKAIAN RESONANSI R, L, DAN C	46
III. RANGKAIAN PARALEL ARUS BOLAK BALIK	54
A. METODE VEKTOR	54
B. METODE ADMITANSI	63
C. RESONANSI PARALEL	65

IV. ALJABAR KOMPLEK	68
A. BENTUK KOMPLEK	68
B. BENTUK TRIGONOMETRI	70
C. BENTUK EXPONENSIAL	70
D. BENTUK POLAR	71
DAFTAR PUSTAKA	

I. DASAR - DASAR ARUS BOLAK BALIK

A. PRINSIP TERBENTUKNYA GGL

Pengertian arus bolak balik atau yang lebih dikenal dengan ac (alternating current) adalah arus yang selalu berubah besar dan arahnya secara berkala / priodik setiap saat.

Prinsip terbentuknya ggl induksi didasarkan kepada percobaan hukum FARADAY yang maksudnya menyatakan apabila sepotong kawat penghantar bergerak dalam suatu medan magnet yang homogen, maka pada kawat penghantar tersebut akan timbul gaya gerak listrik (ggl) induksi.

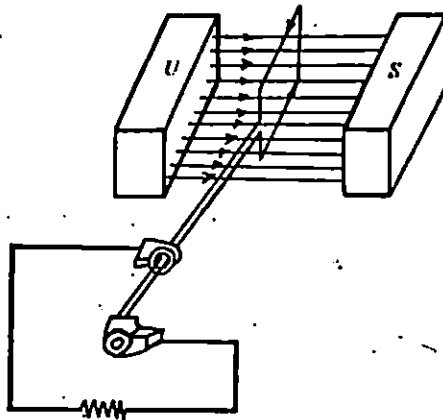
(Zuhail, Dasar Tenaga Listrik, ITB Bandung, 1980 : 29)
Pada hakekatnya menurut hukum Faraday tersebut diatas gaya gerak listrik (ggl) induksi akan terbangkit apabila :

1. Adanya garis-garis gaya magnet (fluk magnet).
2. Adanya kawat penghantar.
3. Adanya gerakan relatif antara fluk magnet dengan kawat penghantar.

Sedangkan cara untuk menghasilkan gaya gerak listrik (ggl) induksi itu ada dua macam yaitu :

1. Kawat penghantar yang bergerak / berputar, sedangkan jumlah fluk magnetnya tetap.

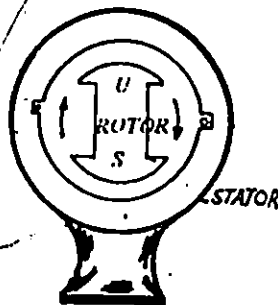
Perhatikan ganbara 1.



gambar 1.

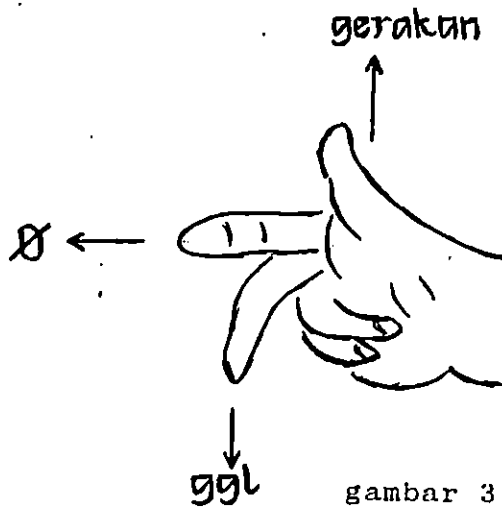
2. Jumlah fluk magnet berubah setiap saat, sedangkan kawat penghantar tetap / diam.

Perhatikan gambar 2.



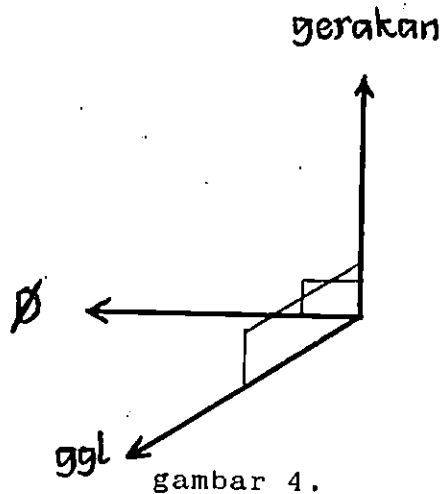
gambar 2.

Arah dari gaya gerak listrik (ggl) induksi tersebut ditentukan oleh KAIDAH TANGAN KANAN FLEMING yang mengatakan Ibu jari menunjukkan arah gerakan kawat penghantar, jari telunjuk menunjukkan arah garis-garis gaya magnet (fluk magnet) dan jari tengah menunjukkan arah gaya gerak listrik (ggl) induksi .



gambar 3.

Untuk lebih jelasnya lihat gambar 4 dibawah ini.



gambar 4.

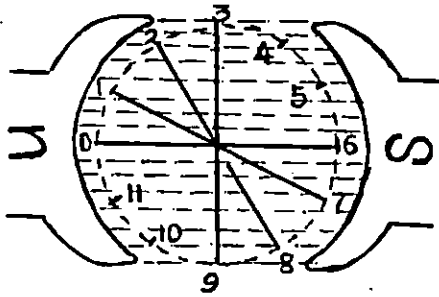
Besarnya gaya gerak listrik (ggl) induksi yang terbangkit itu adalah :

$$e = - d\phi / dt \text{ Volt.}$$

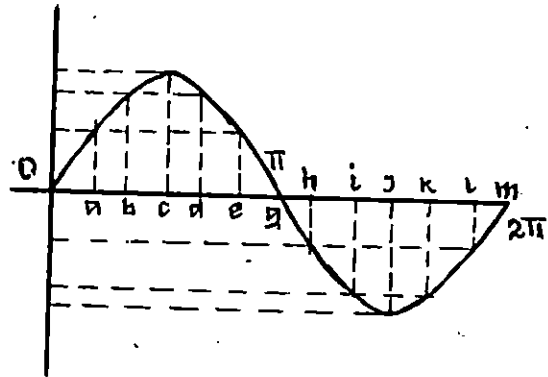
Tanda - sesuai dengan bunyi hukum LENZ yang mengatakan arah arus induksi adalah sedemikian rupa sehingga melawan arus yang menjadi penyebabnya .

B. PERSAMAAN TEGANGAN DAN ARUS

Misalkan sebuah kumparan dengan jumlah lilitan N dan berputar dalam suatu medan magnet dengan kecepatan sudut ω radian / detik. perhatikan gambar 5.



gambar 5a.



gambar 5b.

Pada saat $t = 0$, terlihat bahwa jumlah fluk magnet yang dipotong oleh kumparan tersebut adalah nol atau tidak terjadi pemotongan garis-garis gaya magnet oleh penghantar. Pada saat t_1 terjadi pemotongan garis-garis gaya magnet oleh kumparan yang akan menyebabkan pada kumparan tersebut akan timbul gaya gerak listrik (ggl) induksi. Kumparan pada saat t_1 ini akan membentuk sudut sebesar α_1 . Karena kumparan bergerak dengan kecepatan sudut ω rad / detik, maka sudut yang dibentuknya pada saat t_1 adalah

$$\alpha_1 = \omega \cdot t_1$$

dan besarnya fluk magnet yang dipotong oleh kumparan ini sebesar

$$\Phi_1 = \Phi_m \cdot \cos \omega t_1$$

Untuk t_2 , kecepatan sudutnya akan menjadi $w.t_2$ dan besarnya fluk magnet yang dipotong oleh kumparan tersebut sebesar

$$\phi_2 = \phi_m \cdot \cos wt_2.$$

Demikian juga untuk t_3 , t_4 , t_5 sampai t_{12} , besar fluks magnet yang dipotongnya sebesar

$$\phi_3 = \phi_m \cdot \cos wt_3$$

$$\phi_4 = \phi_m \cdot \cos wt_4$$

.....

.....

$$\phi_{11} = \phi_m \cdot \cos wt_{11}$$

Secara umum besarnya fluk magnet yang terpotong oleh kumparan adalah sebesar :

$$\phi = \phi_m \cdot \cos wt.$$

Karena kumparan mempunyai jumlah lilitan N , maka jumlah fluk magnet yang dipotong akan menjadi

$$N \cdot \phi = N \cdot \phi_m \cdot \cos wt$$

Menurut hukum Faraday tentang induksi elektromagnet seperti yang telah diuraikan sebelumnya, besar gaya gerak listrik (ggl) induksi dalam kumparan akan sesuai dengan perubahan fluks yang ditimbulkan.

$$e = - d\phi / dt \text{ Volt.}$$

$$= - N \frac{d}{dt} (\phi_m \cdot \cos wt) \text{ Volt.}$$

$$= - N \cdot \phi_m \cdot w (- \sin wt) \text{ Volt.}$$

$$= N \cdot w \cdot \phi_m \cdot \sin wt \text{ Volt.}$$

kecepatan sudut $w = 2.\pi.f$

$$e = N.0m.2.\pi.f.\text{Sin } wt \quad \text{Volt.}$$

sedangkan $\phi_m = B.A$

sehingga,

$$e = N.B.A.2.\pi.f.\text{Sin } wt \quad \text{Volt.}$$

Harga gaya gerak listrik (ggl) induksi (e) akan mencapai harga maksimum, jika $\text{Sin } wt = 1$ atau dengan kata lain bila kumparan berputar membentuk sudut 90° . Dengan demikian harga maksimum (E_m) adalah :

$$E_m = N.B.A.2.\pi.f \quad \text{Volt.}$$

atau

$$E_m = N.w.\phi_m \quad \text{Volt.}$$

Berdasarkan harga maksimum tersebut, maka harga sesaatnya dapat ditulis dengan persamaan :

$$e = E_m.\text{Sin } wt \quad \text{Volt.}$$

dimana : N = jumlah lilitan kumparan

B = kerapatan fluk maksimum Wb/M^2

A = luas penampang M^2

f = frekuensi

Jika kumparan berputar sampai dengan t_{11} , maka bentuk gelombang induksi yang terjadi seperti gambar 5b.

Dari gambar 5b. nampak bahwa tegangan induksi akan bervariasi mengikuti fungsi sinus. Bentuk gelombang seperti diatas lebih dikenal dengan sebutan gelombang Sinusoidal.

Berdasarkan keterangan diatas tegangan (ggl) induksi yang dibangkitkan itu tergantung kepada :

1. Jumlah lilitan kumparan.
2. Kuat medan magnet
3. Kecepatan sudut (ωt)

Dengan cara yang sama seperti diatas, untuk persamaan arus akan diperoleh :

$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad \text{Amper.}$$

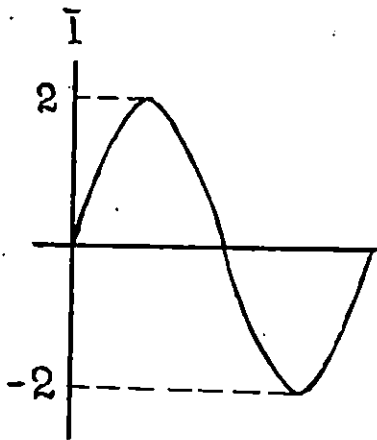
C. BENTUK -BENTUK GELOMBANG ARUS BOLAK BALIK

Satu gelombang penuh dari arus bolak balik yang priodik akan mempunyai setengah priodik harga positif dan setengah priodik lagi harga negatif. Bentuk-bentuk gelombang yang umum dikenal dalam arus bolak balik adalah :

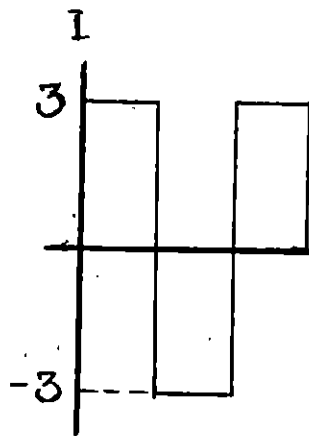
1. Gelombang Sinus
2. Gelombang Kotak
3. Gelombang Gigi Gergaji

Bentuk-bentuk gelombang tersebut ada yang simetris dan ada pula yang non simetris. Gelombang dikatakan simetris jika bentuk dan harga setengah priodik positif sama dengan bentuk dan harga setengah priodik negatifnya. Sebaliknya gelombang dikatakan non simetris jika bentuk dan harga setengah priodik positif tidak sama dengan bentuk dan harga setengah priodik negatifnya.

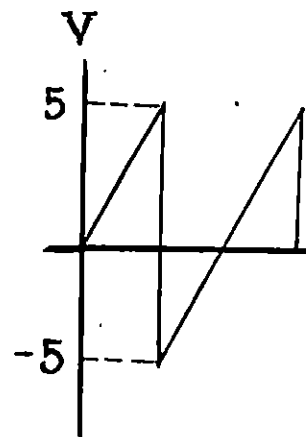
Gambar 6 dibawah ini akan memperlihatkan dari bentuk-bentuk gelombang yang telah disebutkan tadi.



gambar 6a.



gambar 6b.



gambar 6c.

Puncak paling tinggi dari gelombang itu disebut dengan harga maksimum. Harga maksimum ini terbagi atas dua yaitu,

1. Harga maksimum positif
2. harga maksimum negatif

Harga maksimum positif atau harga maksimum negatif tersebut biasa juga disebut dengan simpangan maksimum atau Amplitudo. Sedangkan harga maksimum positif sampai dengan harga maksimum negatif dinamakan dengan harga Puncak - Puncak.

Berdasarkan gambar 6a, maka

Harga maksimum positif = 2 Volt dan

Harga maksimum negatif = - 2 Volt.

Sedangkan harga puncak -puncak menurut gambar 6b adalah

Harga puncak - puncak (p-p) = 6 Amper.

D. CYCLE, WAKTU PRIODE, FREKUENSI DAN BEDA FASE

1. Cycle

Yang dimaksud dengan cycle adalah suatu gelombang yang mempunyai satu harga positif dan satu harga negatif. Cycle biasa juga didefinisikan dalam ukuran sudut. Dalam hal ini satu cycle sama dengan 360 derajat atau 2 π radian.

2. Waktu Priode (T)

Waktu priode yaitu waktu yang dibutuhkan untuk membentuk satu cycle (gelombang) penuh. Satuan dari waktu priode ini adalah detik.

3. Frekuensi (F)

Frekuensi adalah jumlah cycle (gelombang) yang dihasilkan dalam satu detik dengan satuan Herz (Hz) atau CPS (Cycle Per Second).

Hubungan antara waktu priode dengan frekuensi adalah

$$T = \frac{1}{F} \quad \text{atau} \quad F = \frac{1}{T}$$

dimana : T = waktu priode

F = frekuensi

Jika sebuah alternator mempunyai jumlah kutub P dan berputar dengan kecepatan n RPM, maka frekuensi yang dihasilkan oleh alternator dapat dihitung dengan rumus :

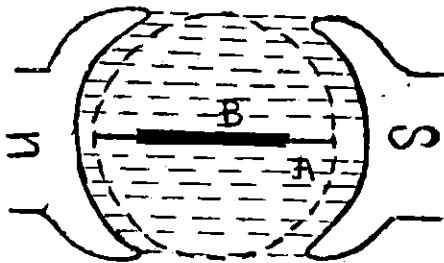
$$F = \frac{P \cdot n}{120} \quad \text{Hz}$$

atau jika alternator tersebut mempunyai jumlah pasang kutub p , kecepatan putaran n RPM, maka frekuensi dapat dihitung :

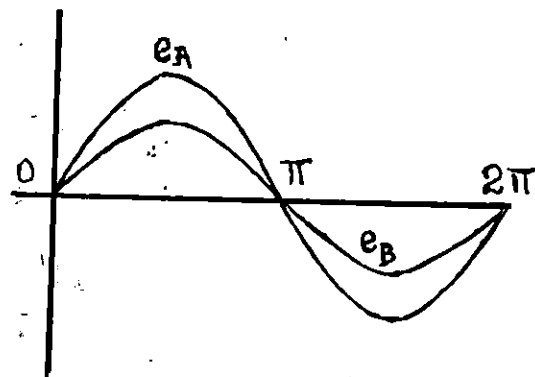
$$F = \frac{p \cdot n}{60}$$

4. Beda Fase

Jika dua buah kumparan A dan B seperti gambar 7a, dengan jumlah lilitan (N) yang berbeda diputar secara bersama-sama dalam suatu medan magnet yang homogen, maka sesuai dengan hukum Faraday pada kedua kumparan tersebut akan terbangkit gaya gerak listrik (ggl) induksi.



gambar 7a.



gambar 7b.

Besar gaya gerak listrik yang timbul pada kumparan A tidak akan sama besarnya dengan gaya gerak listrik yang terjadi pada kumparan B. Besarnya harga sesaat pada kedua kumparan itu adalah :

$$e_A = N_A \cdot B \cdot A_A \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \sin \omega t \quad \text{Volt.}$$

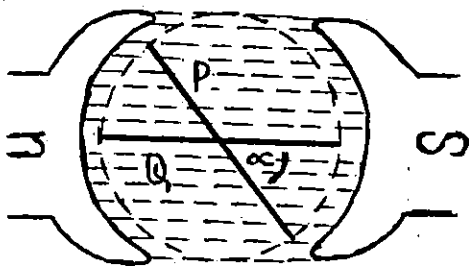
$$e_B = N_B \cdot B \cdot A_B \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \sin \omega t \quad \text{Volt.}$$

Jika $N_A > N_B$, maka bentuk gelombang yang terjadi seperti gambar 7b. Karena letak kumparan A berhimpitan dengan kumparan B akan mengakibatkan kedua kumparan akan mencapai harga nol dan harga maksimum dalam waktu yang bersamaan. Hal yang demikian dikatakan bahwa gaya gerak listrik (ggl) induksi e_A sefase dengan e_B . Persamaan tegangan dan arus kedua kumparan itu dapat ditulis sebagai berikut :

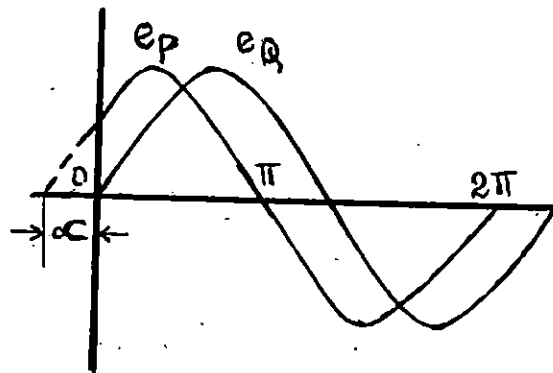
$$e_A = E_m \cdot \sin \omega t \quad \text{dan} \quad i_A = I_m \cdot \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \cdot \sin \omega t \quad \text{dan} \quad i_B = I_m \cdot \sin \omega t$$

Sekarang perhatikan gambar 8a. Dua buah kumparan P dan Q mempunyai jumlah lilitan (N) yang sama.



gambar 8a.



gambar 8b.

Letak kumparan P dan Q saling membentuk sudut sebesar α , diputar secara serentak dalam medan magnet yang homogen, maka pada masing-masing kumparan akan terbentuk gaya gerak listrik (ggl) induksi seperti gambar 8b. Harga sesaat dan harga

maksimum dari kedua kumparan akan sama karena mempunyai lilitan yang sama, hanya saja kedua kumparan tersebut tidak akan mencapai harga nol dan harga maksimum dalam waktu yang bersamaan yang disebabkan oleh perbedaan letak kedua kumparan sebesar sudut \mathcal{L} tadi. Hal yang demikian dikatakan bahwa e_P tidak sefase dengan e_Q . Dari gambar 8a terlihat bahwa kumparan P lebih dahulu mencapai harga maksimum dari kumparan Q. Dengan demikian dikatakan pula e_P mendahului (leading) terhadap e_Q sebesar sudut \mathcal{L} , atau e_Q ketinggalan (lagging) terhadap e_P sebesar sudut \mathcal{L} .

Persamaan tegangan dan arus dengan P sebagai pedoman

$$\begin{aligned} e_P &= E_{mP} \cdot \sin \omega t && \text{Volt.} \\ i_P &= I_{mP} \cdot \sin \omega t && \text{Amper.} \\ e_Q &= E_{mQ} \cdot \sin (\omega t - \mathcal{L}) && \text{Volt.} \\ i_Q &= I_{mQ} \cdot \sin (\omega t - \mathcal{L}) && \text{Amper.} \end{aligned}$$

Persamaan tegangan dan arus dengan Q sebagai pedoman

$$\begin{aligned} e_Q &= E_{mQ} \cdot \sin \omega t && \text{Volt.} \\ i_Q &= I_{mQ} \cdot \sin \omega t && \text{Amper.} \\ e_P &= E_{mP} \cdot \sin (\omega t + \mathcal{L}) && \text{Volt.} \\ i_P &= I_{mP} \cdot \sin (\omega t + \mathcal{L}) && \text{Amper.} \end{aligned}$$

E. HARGA EFEKTIF (R.M.S) DAN HARGA RATA-RATA

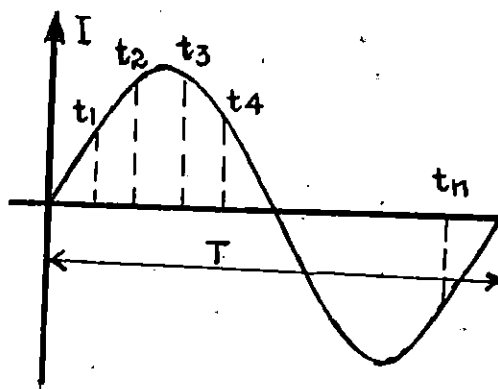
1. Harga Efektif (R.M.S)

Harga efektif (Root Mean Square) dari arus bolak balik didefinisikan sebagai arus searah yang mengalir pada untuk waktu tertentu, akan menghasilkan panas yang sama bila arus bolak balik juga mengalir melalui rangkaian tersebut.

(Ir. Muslimim Marappung, Rangkaian Listrik, Armico Bandung, 1983 : 11)

Untuk menentukan harga efektif ini ada dua macam cara

a. Cara Mid Ordinate (Ordinat Tengah)



gambar 9.

Dari gambar 9 waktu T dibagi atas n interval dengan masing-masing $t = T/n$. Harga arus sesaat pada masing-masing interval adalah i_1, i_2, i_3 sampai ..In

Bila arus bolak balik ini dialirkan melalui rangkaian yang mempunyai tahanan sebesar R ohm, maka,

Panas dihasilkan interval 1 = $0.24.i_1^2.R.T/n$ cal

Panas dihasilkan interval 2 = $0.24.i_2^2.R.T/n$ cal

Panas dihasilkan interval 3 = $0.24.i_3^2.R.T/n$ cal

Panas dihasilkan interval 4 = $0.24.i_4^2.R.T/n$ cal

.....

.....

Panas dihasilkan interval n = $0.24.i_n^2.R.T/n$ cal

Jumlah panas yang dihasilkan dalam waktu T :

$$0.24.i_1^2.R.T/n + 0.24.i_2^2.R.T/n + 0.24.i_3^2.R.T/n + \\ 0.24.i_4^2.R.T/n + \dots \dots \dots 0.24.i_n^2.R.T/n \text{ cal,}$$

atau

$$= 0.24.R.T \frac{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + i_4^2 + \dots i_n^2}{n}$$

Jika pada rangkaian diatas dialirkan arus searah yang mempunyai arus sebesar I, maka jumlah panas total yang dihasilkan oleh arus searah tersebut sejumlah = $0.24.I^2.R.T$ cal.

Sesuai dengan definisi diatas, maka

$$0.24.I^2.R.T = 0.24.R.T \frac{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + i_4^2 + \dots i_n^2}{n}$$

$$I^2 = \frac{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + i_4^2 + \dots i_n^2}{n}$$

$$I = \sqrt{\frac{i_1^2 + i_2^2 + i_3^2 + i_4^2 + \dots i_n^2}{n}}$$

Dari rumus diatas dapat dikatakan bahwa harga efektif sama dengan akar dari kuadrat rata-rata arus sesaat.

Dengan cara yang sama pula tegangan efektif :

$$V = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + \dots + v_n^2}{n}}$$

b. Cara Analisis

Berdasarkan keterangan diatas bahwa tegangan dan arus efektif adalah sama dengan akar kuadrat rata-rata dari harga sesaatnya, maka secara analisis kuadrat rata-rata dari arus sesaat untuk satu cycle (gelombang penuh) adalah :

$$= \int_0^{2\pi} \frac{i^2 d\theta}{(2\pi - 0)}$$

Akar dari harga tersebut diatas

$$= \sqrt{\int_0^{2\pi} \frac{i^2 d\theta}{(2\pi - 0)}}$$

Jika $i = I_m \cdot \sin \theta$, maka harga efektifnya adalah

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\int_0^{2\pi} \frac{i^2 d\theta}{(2\pi - 0)}} = \sqrt{\int_0^{2\pi} \frac{I_m^2 \cdot \sin^2 \theta}{(2\pi - 0)}}$$

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta}$$

dimana $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$, maka

$$\begin{aligned}
 I_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta} \\
 &= \sqrt{\frac{I_m^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} [1 - \cos 2\theta] d\theta} \\
 &= \frac{1}{2} I_m \sqrt{\frac{1}{\pi} [0 - \frac{1}{2} \sin 2\theta]_0^{2\pi}} \\
 &= \frac{1}{2} I_m \sqrt{\frac{1}{\pi} [2\pi - 0]} \\
 &= \frac{1}{2} I_m \sqrt{2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

$$I_{\text{eff}} = 0.707 I_m$$

Harga efektif dari $I = 0.707$ x harga maksimum I .

Dengan cara yang sama akan diperoleh besarnya tegangan efektif adalah :

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} v^2 d\theta}{(2\pi - 0)}}$$

$$V_{\text{eff}} = 0.707 V_m$$

Harga efektif untuk arus searah $1/2$ gelombang adalah :

$$\begin{aligned}
 I_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{\int_0^{\pi} i^2 d\theta}{2\pi}} \\
 &= \sqrt{\frac{\int_0^{\pi} I_m^2 \sin^2 \theta}{2\pi} d\theta} \\
 &= \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta}
 \end{aligned}$$

Ahy
1

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi}} \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{4\pi}} \int_0^{\pi} 1 - \cos 2\theta d\theta$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{4\pi}} \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{\pi}$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{4\pi}} \left[\pi - \frac{1}{2} \sin 4\pi \right] - \left[0 \right]$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{4\pi}} \left[\pi \right]$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{4}}$$

$$= \frac{I_m}{2}$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh persamaan harga efektif tegangan untuk 1/2 gelombang sebagai berikut :

$$V_{eff} = \frac{V_m}{2}$$

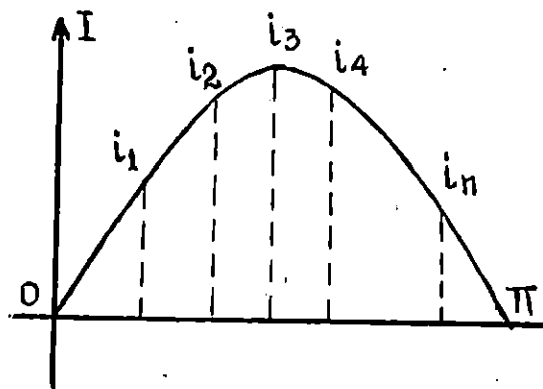
Sedangkan untuk arus searah gelombang penuh harga efektifnya sama dengan arus bolak balik.

PERPUSTAKAAN IKIP PADANG
KOLEKSI BIDANG ILMU
TIDAK DIPINJAMKAN
KUNJUNG DIPAKAI DALAM PERPUSTAKAAN

2. Harga Rata-Rata

Untuk arus bolak balik yang simetris pada satu cycle (gelombang) penuh, harga rata-ratanya sama dengan nol. Untuk menghitung harga rata-rata arus bolak balik hanya diperhitungkan 1/2 gelombang saja, apakah setengah priode positif atau 1/2 priode negatif. Cara menghitung harga rata-rata ini adalah sebagai berikut :

a. Cara Mid Ordinate (Ordinat Tengah)



gambar 10.

$$I \text{ rata} = \frac{i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \dots + i_n}{n}$$

Dengan metode yang sama akan didapat

$$V \text{ rata} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_n}{n}$$

Cara tersebut diatas juga berlaku untuk gelombang non simetris.

b. Cara Analisis

Jika $i = I_m \cdot \sin \theta$

$$\begin{aligned}
 I \text{ rata} &= \int_0^{\pi} \frac{i \, d\theta}{(\pi - \theta)} \\
 &= \int_0^{\pi} \frac{I_m \cdot \sin \theta}{\pi} \, d\theta \\
 &= \frac{I_m}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta \\
 &= \frac{I_m}{\pi} [-\cos \theta]_0^{\pi} \\
 &= \frac{I_m}{\pi} [(1) - (-1)] \\
 &= \frac{2 I_m}{\pi}
 \end{aligned}$$

$$I \text{ rata} = 0.637 I_m$$

Dengan cara yang serupa akan diperoleh

$$V \text{ rata} = \int_0^{\pi} \frac{v \, d\theta}{(\pi - \theta)}$$

dimana $v = V_m \cdot \sin \theta$, maka

$$V \text{ rata} = 0.637 V_m$$

F. FAKTOR BENTUK DAN FAKTOR PUNCAK

1. Faktor Bentuk

Faktor bentuk didefinisikan sebagai perbandingan antara harga efektif dengan harga rata-rata. Secara matematis dapat ditulis :

$$\begin{aligned} F_b &= \frac{\text{Harga Efektif}}{\text{Harga Rata-Rata}} \\ &= \frac{0.707 I_m}{0.637 I_m} \\ &= 1.11 \end{aligned}$$

(berlaku untuk tegangan dan arus bolak balik saja).

Faktor bentuk untuk arus searah 1/2 gelombang adalah

$$\begin{aligned} F_b &= \frac{\text{Harga Efektif } 1/2 \text{ gelombang}}{\text{Harga rata-rata}} \\ &= \frac{I_m/2}{I_m/II} \\ &= II/2 \\ &= 1.57 \end{aligned}$$

2. Faktor Puncak

Faktor puncak adalah perbandingan antara harga maksimum dengan harga efektif.

Persamaannya :

$$F_p = \frac{\text{Harga maksimum}}{\text{Harga efektif}}$$

$$= \frac{I_m}{0.707 I_m}$$

$$= 1.414$$

Faktor puncak untuk arus searah 1/2 gelombang

$$F_p = \frac{\text{Harga maksimum}}{\text{Harga efektif 1/2 gelombang}}$$

$$= \frac{I_m}{I_m / 2}$$

$$= 2$$

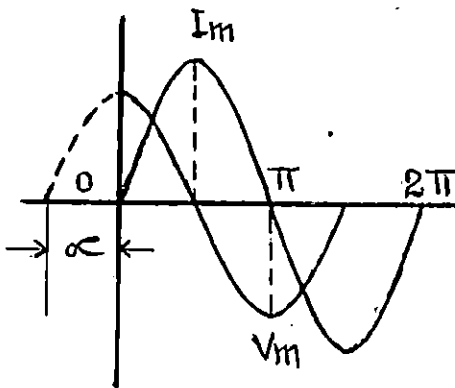
G. VEKTOR DARI BESARAN ARUS BOLAK BALIK

Vektor adalah suatu besaran yang mempunyai nilai dan arah tertentu. Beberapa besaran dari arus bolak balik dapat dinyatakan dalam bentuk vektor.

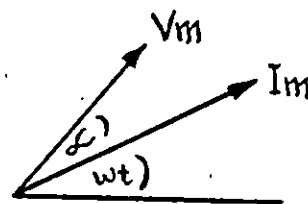
Vektor Diagram Gelombang Sinus Dengan Frekuensi Sama

Beberapa buah gelombang sinus dengan frekuensi yang sama dapat ditampilkan dalam bentuk vektor secara bersama-sama.

Sebagai contoh perhatikan gambar 11.



gambar 11a.



gambar 11b.

gb. 11a gelombang tegangan dan arus dengan frekuensi sama
 gb. 11b vektor tegangan dan arus dengan frekuensi sama

Pada gambar diatas tegangan dan arus mempunyai frekuensi yang sama. Pada saat $t = 0$ arus akan mempunyai nilai nol, tetapi tegangan tidak nol dan sudah bergerak sejauh sudut dari basis nol.

Persamaan dari kedua besaran tersebut dapat dituliskan seperti berikut :

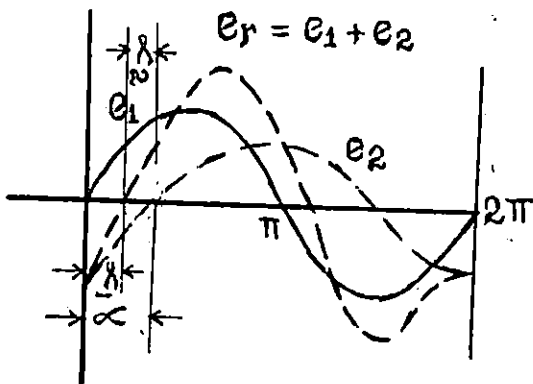
$$i = I_m \sin \omega t$$

$$v = V_m \sin (\omega t + \alpha)$$

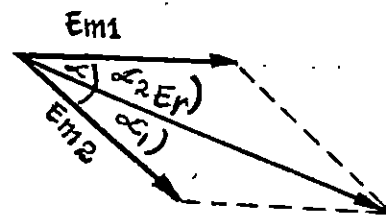
Untuk frekuensi yang berbeda antara tegangan dan arus maka gelombang sinus dari tegangan dan arus tersebut tidak dapat dilukiskan dalam bentuk vektor secara bersama-sama, karena kecepatan sudut yang berbeda akan menyebabkan sudut fase yang terbentuk selalu berubah.

Penjumlahan Vektor

Pada gambar 12. dibawah ini diperlihatkan dua buah vektor tegangan yang berbentuk gelombang sinus dengan frekuensi sama.



gambar 12a.



gambar 12b.

masing-masing tegangan mempunyai persamaan

$$e_1 = E_{m1} \sin \omega t$$

$$e_2 = E_{m2} \sin (\omega t + \alpha)$$

Dari gambar gelombang sinus diatas nampak bahwa penjumlahan dari kedua gelombang sinus dengan frekuensi sama akan menghasilkan juga suatu gelombang sinus akan tetapi harga sesaat dan harga maksimum akan berbeda. Jumlah harga sesaat dan harga maksimum dari kedua gelombang tersebut diperoleh dengan menjumlahkan secara aljabar kedua vektor pada sumbu Y.

E_{m1} adalah proyeksi harga maksimum dari gelombang I pada sumbu Y.

E_{m2} adalah proyeksi harga maksimum dari gelombang II pada sumbu Y.

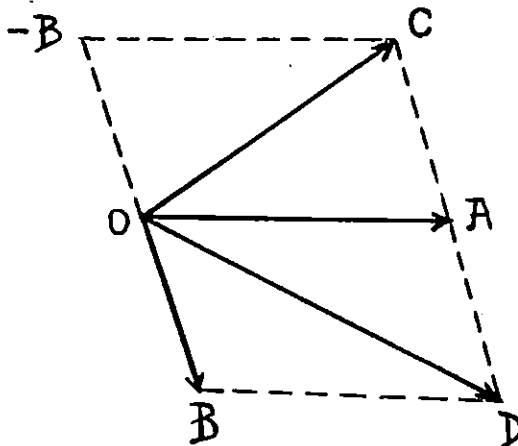
maka $E_r = E_{m1} + E_{m2}$

dimana E_{m1} leading terhadap E_{m2} sebesar sudut α

E_r leading terhadap E_{m2} sebesar sudut α_1 atau

E_r lagging terhadap E_{m1} sebesar sudut α_2 .

Pengurangan Vektor



gambar 13.

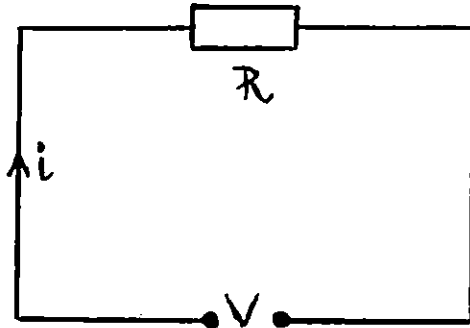
$$OC = OA - OB,$$

$$OD = OA + OB$$

H. ARUS BOLAK BALIK YANG MENGALIR MELALUI TAHANAN MURNI R, INDUKTOR MURNI L DAN KAPASITOR MURNI C.

1. Arus Bolak Balik Melalui Tahanan Murni R

Rangkaian dari tahanan murni R yang dialiri oleh arus bolak balik dapat dilihat seperti gambar 14.



gambar 14.

Setiap keadaan selalu diasumsikan

$$e = E_m \sin \omega t$$

Arus bolak balik yang mengalir pada tahanan murni R

$$v = V_m \sin \omega t \text{ atau}$$

$$v = V_m \sin \theta$$

Drop tegangan yang disebabkan oleh R adalah

$$v = i \cdot R$$

$$i \cdot R = V_m \sin \omega t$$

$$i = \frac{V_m \sin(\omega t)}{R}$$

Harga arus akan maksimum jika $\omega t = 1$

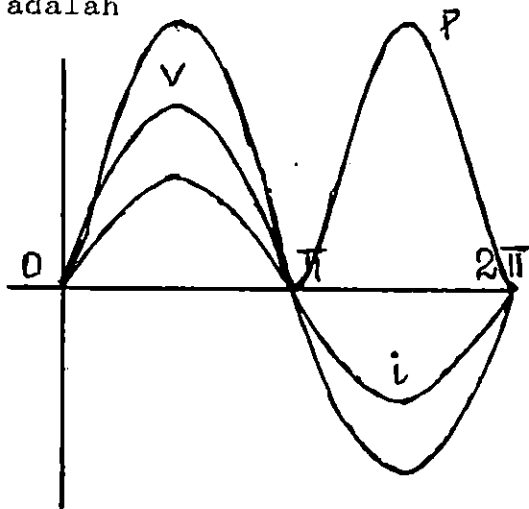
maka dan $I_m = \frac{V_m}{R}$ maka

Arus sesaat i

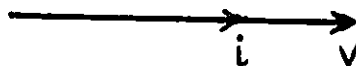
$$i = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin \omega t$$

Dari persamaan diatas jelas terlihat bahwa antara arus dan tegangan yang mengalir melalui tahanan murni R akan sefase. Bentuk gelombang tegangan dan arus yang mengalir pada resistor (R) serta vektornya adalah



gambar 15a.



gambar 15b.

D a y a

$$\begin{aligned} \text{Daya sesaat} &= v.i = (V_m \sin \omega t) (I_m \sin \omega t) \\ &= V_m.I_m \sin^2 \omega t \end{aligned}$$

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

$$\text{Daya sesaat} = \frac{V_m.I_m}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

$$= \frac{V_m.I_m}{2} - \frac{V_m.I_m}{2} \cdot \cos 2\omega t$$

$$\text{Dalam suatu gelombang penuh } \frac{V_m.I_m}{2} \cdot \cos 2\omega t = 0$$

Daya untuk satu gelombang penuh

$$P = \frac{V_m.I_m}{2} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$\frac{V_m}{\sqrt{2}}$ dan $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ adalah harga efektif dari tegangan

dan arus

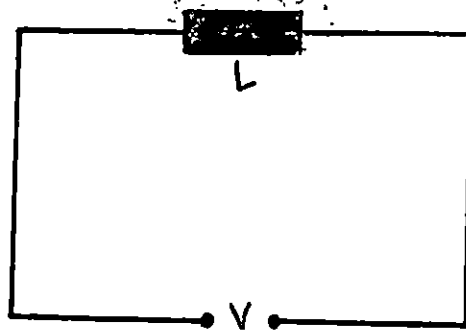
maka $P = V.I$

Bentuk gelombang daya dari persamaan tegangan dan arus diatas dapat dilihat pada gambar 15a.

Harga arus dan tegangan yang mengalir melalui tahanan murni R akan selalu bersama mencapai harga positif dan negatif. Hal tersebut akan mengakibatkan bentuk gelombang daya yang terjadi akan selalu positif.

2. Arus Bolak Balik Melalui Induktor (L) Murni

Jika induktor/kumparan murni dilalui oleh arus bolak balik seperti gambar 16.



gambar 16

maka induktor tersebut akan menghasilkan EMF (ggl). Induktor (L) murni tidak mempunyai nilai resistansi (R), tetapi mempunyai reaktansi. Reaktansi dari induktor dinamakan dengan reaktansi induktif (X_L). Besarnya reaktansi induktif (X_L) = $2\pi f.L$. Jatuh tegangan (drop tegangan) sesaat yang terjadi pada induktor adalah

$$v = L \cdot di/dt$$

$$v = V_m \cdot \sin \omega t$$

$$V_m \cdot \sin \omega t = L \cdot di/dt$$

$$di = V_m/\omega L \cdot \sin \omega t \, dt$$

$$i = V_m/\omega L \cdot \sin \omega t \, dt$$

$$i = V_m/\omega L \cdot (-\cos \omega t)$$

$$i = -V_m/\omega L \cos \omega t$$

$$i = V_m/\omega L \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

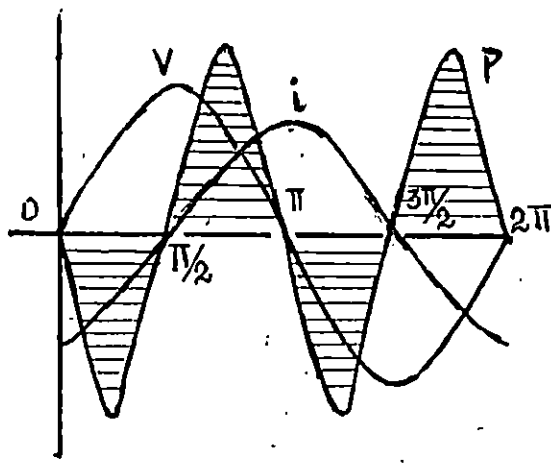
Harga i akan maksimum jika $\sin (\omega t - \pi/2) = 1$

$$I_m = V_m / \omega L$$

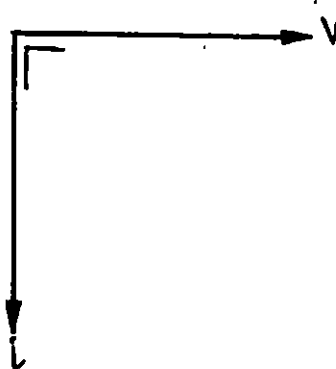
$$i = I_m \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

Berdasarkan persamaan diatas dapat dikatakan bahwa antara arus dan tegangan saling berbeda phase sebesar $\pi/2$ (90). Dengan kata lain tegangan akan mendahului arus sejauh $\pi/2$ atau arus akan tertinggal dari tegangan sejauh $\pi/2$.

Bentuk gelombang arus dan tegangan yang mengalir pada induktor murni (L) serta vektornya



gambar 17a.



gambar 17b.

D a y a

Daya sesaat $P = v \cdot i$

dimana $v = V_m \cdot \sin \omega t$

$$i = I_m \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

$$P = V_m \cdot \sin \omega t \cdot I_m \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

$$= V_m \cdot I_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

$$= - V_m \cdot I_m \sin \omega t \cos \omega t$$

$$= - V_m \cdot I_m / 2 \sin 2\omega t$$

Daya untuk satu gelombang penuh

$$P = - \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \sin 2\omega t \, dt$$

$$\sin 2\omega t \, dt = 0$$

$$P = 0$$

Jadi harga rata-rata daya untuk satu gelombang penuh sama dengan nol.

$$P \text{ maks sesaat} = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m$$

3. Arus Bolak Balik Melalui Kapasitor (C) Murni

Bila tegangan arus bolak balik dialirkan pada kapasitor (C) murni maka kapasitor akan dimuati oleh arus listrik sesuai dengan sifat kapasitor itu sendiri. Karena yang mengalir pada kapasitor adalah arus bolak balik, maka muatan yang terjadi pada kapasitor tersebut akan saling berlawanan.

Besarnya muatan dari kapasitor adalah

$$q = C \cdot v$$

$$v = V_m \cdot \sin \omega t$$

$$q = C \cdot V_m \cdot \sin \omega t$$

telah kita ketahui bahwa

$$i = dq/dt$$

maka

$$i = d/dt (C \cdot V_m \cdot \sin \omega t)$$

$$= \omega C \cdot V_m \cdot \cos \omega t$$

$$= \frac{V_m}{1/\omega C} \cdot \cos \omega t$$

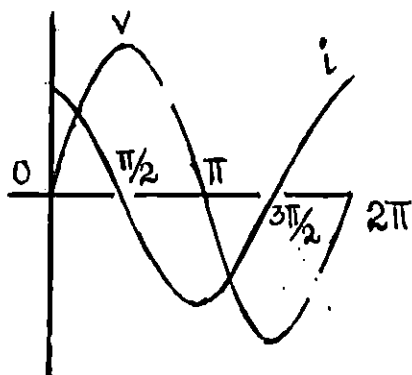
$$= \frac{V_m}{1/\omega C} \cdot \sin (\omega t + \pi/2)$$

Harga i akan maksimum jika $\sin (\omega t + \pi/2) = 1$

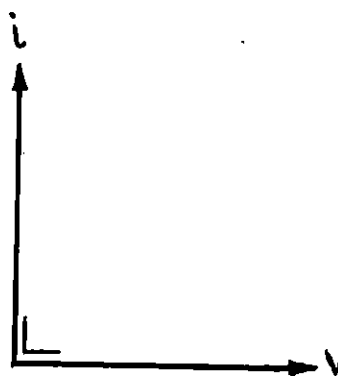
$$I_m = \frac{V_m}{1/\omega C}$$

$$i = I_m \cdot \sin (\omega t + \pi/2)$$

Berdasarkan persamaan tersebut diatas dapat dikatakan bahwa antara arus dan tegangan saling berbeda phase sebesar $\pi/2$ (90°). Tegangan akan tertinggal (lagging) terhadap arus sebesar $\pi/2$ atau arus akan mendahului (leading) tegangan sejauh $\pi/2$. Bentuk gelombang arus dan tegangan yang mengalir pada kapasitor murni (C) serta gambar vektornya



gambar 18a.



gambar 18b.

D a y a

Daya sesaat $P = v \cdot i$

dimana $v = V_m \cdot \sin \omega t$

$$i = I_m \cdot \sin (\omega t + \pi/2)$$

$$P = V_m \cdot \sin \omega t \cdot I_m \cdot \sin (\omega t + \pi/2)$$

$$= V_m \cdot I_m \sin \omega t \sin (\omega t + \pi/2)$$

$$= V_m \cdot I_m / 2 \sin \omega t \cos \omega t$$

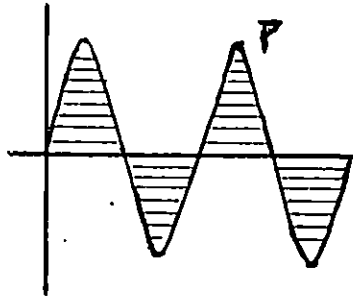
$$= V_m \cdot I_m / 2 \sin 2\omega t$$

Daya untuk satu gelombang penuh

$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \sin 2\omega t \, dt = 0$$

Harga rata-rata daya untuk satu siklus penuh sama dengan nol.

$$P \text{ maks sesaat} = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m$$

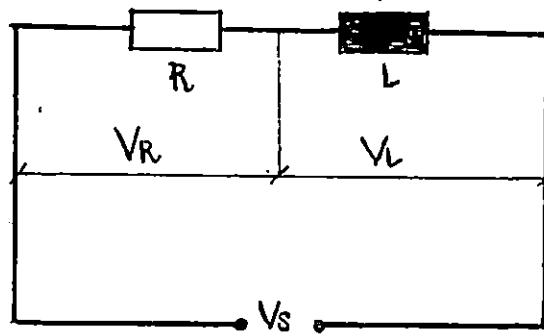


gambar 19.

II. RANGKAIAN SERI ARUS BOLAK BALIK

A. RANGKAIAN SERI RESISTOR (R) DAN INDUKTOR (L)

Rangkaian seri antara resistor (R) dengan induktor murni (L) seperti gambar 20.



gambar 20.

Jika V adalah harga efektif (RMS) dari tegangan dan

I adalah harga efektif (RMS) dari arus, maka

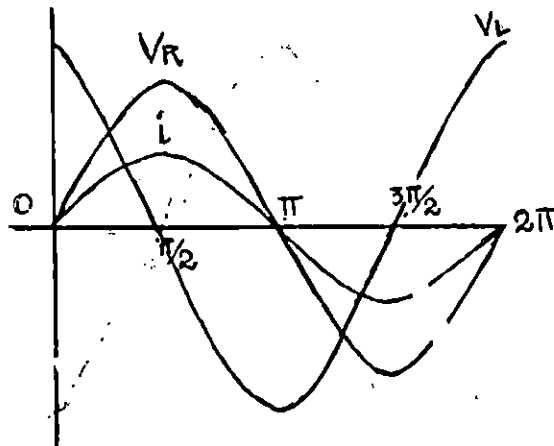
Jatuh (drop) tegangan pada $R = I.R$

Jatuh (drop) tegangan pada $L = I.XL$

Sesuai dengan prinsip rangkaian seri, arus yang mengalir pada resistor akan sama besarnya dengan arus yang mengalir pada induktor.

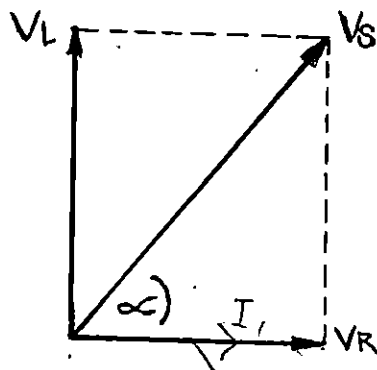
Watak komponen resistor (R) dan induktor (L) seperti telah dibicarakan pada bab I, maka tegangan dan arus yang mengalir pada resistor (R) akan sefase sedangkan pada induktor tegangan akan tertinggal dari arus sebesar 90° , atau dengan kata lain arus akan mendahului (leading) tegangan sebesar 90° .

Gambar 21 berikut ini akan memperlihatkan bentuk gelombang tegangan yang mengalir melalui resistor (R) dan induktor (L).



gambar 21.

Secara vektor juga dapat dilukiskan



gambar 22.

Berdasarkan vektor diagram tegangan tersebut dapat dihitung tegangan sumber (V_s)

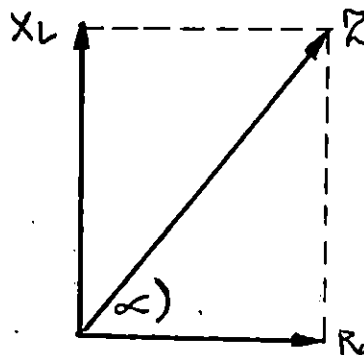
$$\begin{aligned}
 V_s &= \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \\
 &= \sqrt{I^2 (R^2 + X_L^2)}
 \end{aligned}$$

$$I = \frac{V_s}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Komponen $\sqrt{R^2 + X_L^2}$ sering disebut dengan impedansi dengan simbol Z atau

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

dan diagram fasor impedansinya dapat dilukis seperti



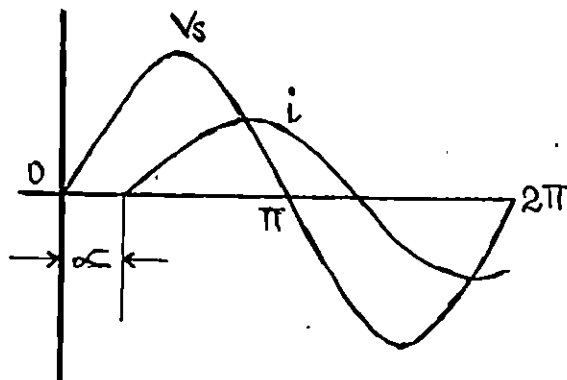
gambar 23.

Berdasarkan diagram fasor tegangan dapat dinyatakan bahwa tegangan akan mendahului arus sebesar sudut ϕ .

Jika $v = V_m \sin \omega t$

maka $i = I_m \sin (\omega t - \phi)$

Bentuk gelombang dari tegangan dan arus



gambar 24.

Dari diagram fasor tegangan dan impedansi didapat

$$\cos \alpha = \frac{R}{Z} \quad \text{atau} \quad \frac{V_R}{V_s}$$

D a y a :

Daya dari rangkaian seri antara resistor (R) dan induktor (L) adalah

$$P = v \cdot i$$

Jika $v = V_m \sin \omega t$

$$i = I_m \sin (\omega t - \alpha)$$

maka

$$\begin{aligned} P &= V_m \sin \omega t \cdot I_m \sin (\omega t - \alpha) \\ &= V_m \cdot I_m \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \alpha) \\ &= \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \{ \cos \alpha - \cos (2\omega t - \alpha) \} \\ &= \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos \alpha - \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos (2\omega t - \alpha) \end{aligned}$$

Dalam satu siklus penuh harga $\frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos (2\omega t - \alpha) = 0$

Dengan demikian daya yang diserap oleh rangkaian adalah

$$P = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos \alpha$$

$$= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \alpha$$

$$= V \cdot I \cdot \cos \alpha$$

$$= V \cdot I \cdot R/Z$$

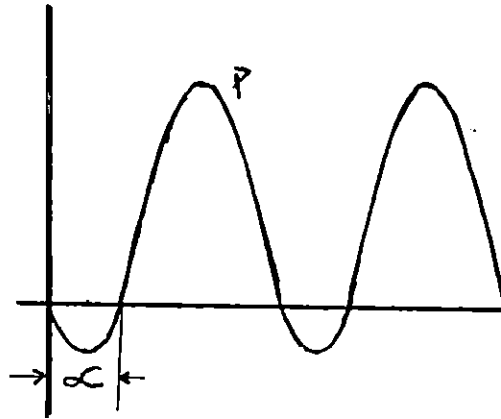
$$V = I \cdot Z$$

$$P = I \cdot I \cdot Z \cdot R/Z$$

$$P = I^2 \cdot R$$

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa daya hanya diterima oleh resistor (R) saja sedangkan induktor murni (L) tidak menyerap daya.

Gambar 25. berikut akan memperlihatkan bentuk gelombang daya dari rangkaian seri R dan L.



gambar 25.

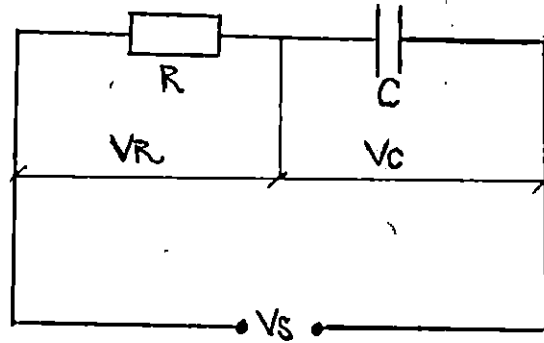
Unsur $\text{Cos } \phi$ biasa juga disebut dengan faktor kerja (power factor)

Dalam rangkaian arus bolak balik dikenal beberapa macam daya sebagai berikut :

Daya nyata	$P = V.I.\text{Cos } \phi$	watt
Daya semu	$S = V.I$	VA
Daya reaktif	$Q = V.I.\text{Sin } \phi$	VAR

B. RANGKAIAN SERI RESISTOR (R) DAN CAPASITOR (C)

Rangkaian seri antara resistor (R) dan Capasitor murni (C) adalah seperti gambar 26.



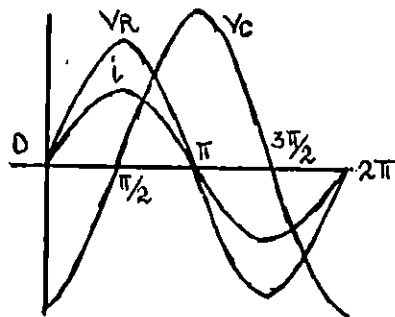
gambar 26.

Jatuh (drop) tegangan pada R = $I \cdot R$

Jatuh (drop) tegangan pada C = $I \cdot X_C$

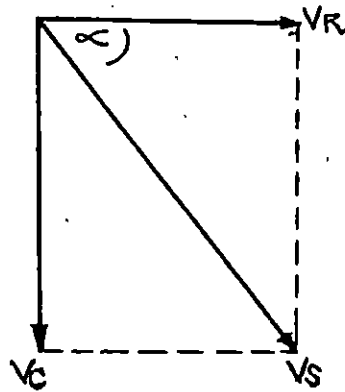
Sesuai dengan watak dari capasitor murni (C), maka arus dan tegangan yang mengalir melalui capasitor tersebut akan berbeda fase sebesar 90° . Dengan kata lain arus akan tertinggal (lagging) dari tegangan 90° atau tegangan akan mendahului (leading) arus sebesar 90°

Bentuk gelombang dari tegangan dan arus yang mengalir pada rangkaian seri R dan C adalah



gambar 27.

dan secara vektor juga dapat digambarkan



gambar 28.

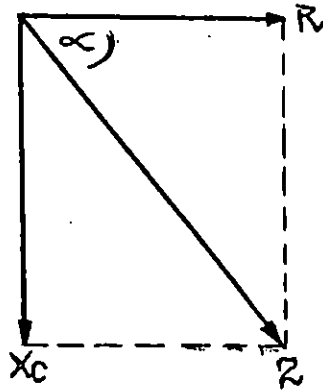
Berdasarkan gambar vektor tersebut dapat dihitung tegangan sumbernya

$$\begin{aligned} V_s &= \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \\ &= \sqrt{I^2 (R^2 + X_C^2)} \\ &= I \sqrt{R^2 + X_C^2} \end{aligned}$$

$$I = \frac{V_s}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

Impedansi rangkaian seri antara resistor (R) dan kapasitor murni (C) adalah $\sqrt{R^2 + X_C^2}$.

Diagram phasor impedansi dapat dilukis seperti gambar 29



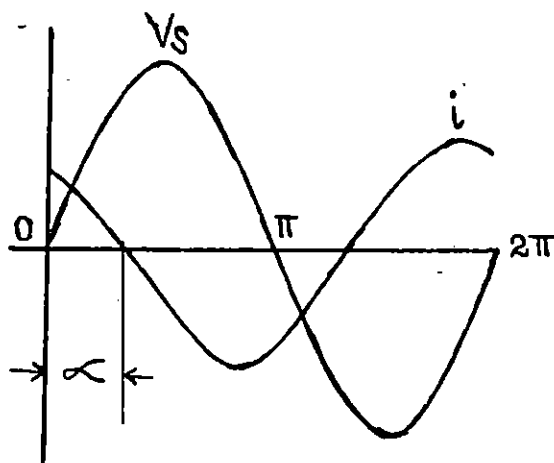
gambar 29.

Berdasarkan gambar diagram phasor tegangan atau impedansi dapat dinyatakan bahwa tegangan akan tertinggal (lagging) dari arus sebesar α atau arus akan mendahului tegangan (leading) sebesar α .

Jika $v = V_m \sin \omega t$

maka $i = I_m \sin (\omega t + \alpha)$

dan bentuk gelombangnya seperti gambar 30.



gambar 30.

Dari diagram fasor impedansi atau tegangan didapat

$$\cos \alpha = \frac{R}{Z} \text{ atau } \frac{V_R}{V_s}$$

D a y a :

Daya dari rangkaian seri antara resistor (R) dan kapasitor (C) adalah

$$\begin{aligned} P &= v \cdot i \\ &= V_m \sin \omega t \cdot I_m \sin (\omega t + \alpha) \\ &= V_m \cdot I_m \sin \omega t \cdot \sin (\omega t + \alpha) \\ &= \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \{ \cos \alpha - \cos (2\omega t + \alpha) \} \\ &= \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos \alpha - \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos (2\omega t + \alpha) \end{aligned}$$

Untuk satu siklus penuh harga $\frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos (2\omega t + \alpha) = 0$.

Dengan demikian daya yang diserap oleh rangkaian adalah

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos \alpha \\ &= \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \alpha \\ &= V \cdot I \cdot \cos \alpha \\ P &= V \cdot I \cdot \cos \alpha \\ &= I \cdot Z \cdot I \cdot R / Z \\ &= I^2 \cdot R \end{aligned}$$

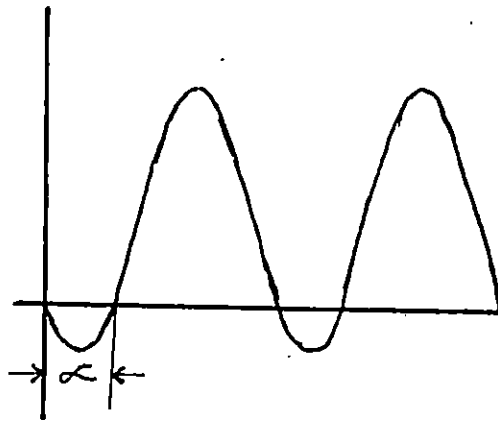
dimana

V adalah harga efektif (RMS) dari tegangan dan

I adalah harga efektif (RMS) dari arus

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa daya pada rangkaian seri resistor dan kapasitor hanya diterima oleh resistor (R) saja, sedangkan kapasitor murni (C) tidak menyerap daya.

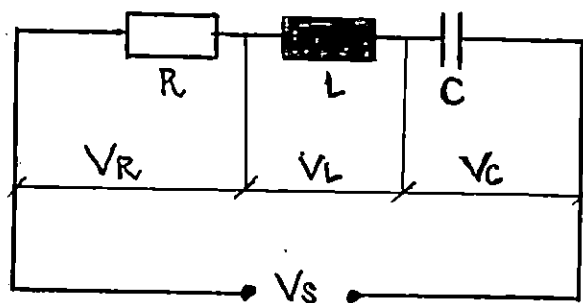
Gambar 31. berikut akan memperlihatkan bentuk gelombang daya dari rangkaian seri antara resistor (R) dengan kapasitor murni (C)



gambar 31.

C. RANGKAIAN SERI RESISTOR (R), INDUKTOR (L) DAN CAPASITOR (C).

Pada rangkaian seri antara resistor (R), induktor murni (L) dan kapasitor murni (C) seperti gambar 32.



gambar 32.

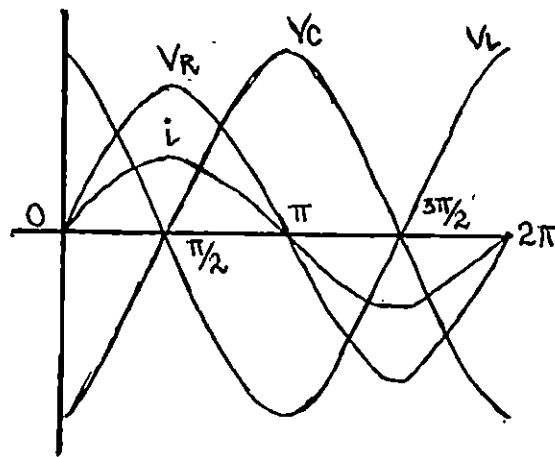
Jatuh (drop) tegangan pada R = $I \cdot R$

Jatuh (drop) tegangan pada L = $I \cdot X_L$

Jatuh (drop) tegangan pada C = $I \cdot X_C$

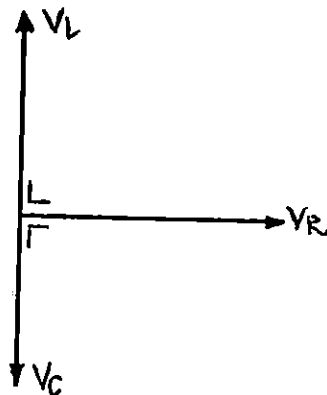
Sesuai dengan watak komponen masing-masing, maka tegangan pada induktor murni (L) akan mendahului arus sebesar 90° , sedangkan tegangan pada kapasitor murni (C) akan tertinggal dari arus sebesar 90° .

Bentuk gelombang V dan arus dari ketiga komponen tersebut dapat digambarkan sebagai berikut



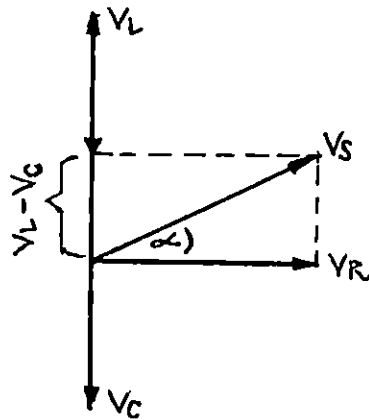
gambar 33.

Secara vektor dapat dilukiskan



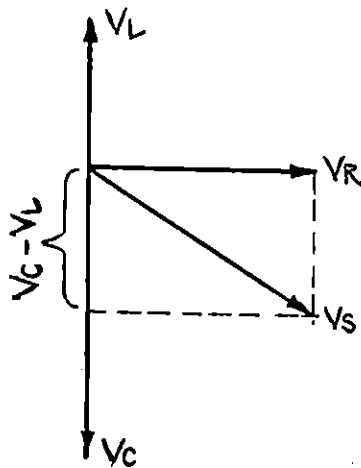
gambar 34.

Jika tegangan pada induktor (L) lebih besar dari tegangan pada kapasitor (C)



gambar 35.

jika tegangan pada induktor (L) lebih kecil dari tegangan pada kapasitor (C)



gambar 36.

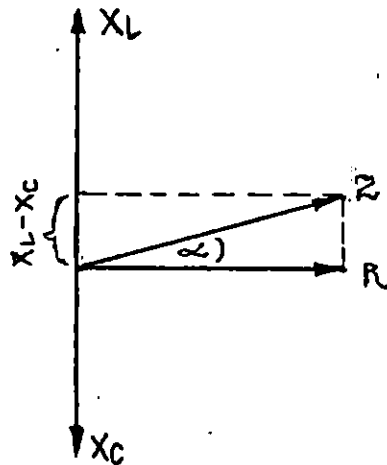
Berdasarkan gambar vektor tegangan tersebut dapat dihitung tegangan sumbernya

jika $V_L > V_C$

$$\begin{aligned} V_s &= \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \\ &= \sqrt{I^2 \{ R^2 + (X_L - X_C)^2 \}} \\ &= I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \end{aligned}$$

$$I = \frac{V_s}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Impedansi rangkaian adalah $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ yang diagram phasor impedansinya dapat dilukis



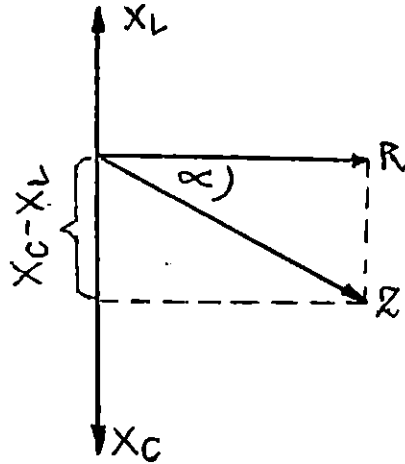
gambar 37.

jika $V_L < V_C$

$$\begin{aligned} V_s &= \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2} \\ &= \sqrt{I^2 \{ R^2 + (X_C - X_L)^2 \}} \\ &= I \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} \end{aligned}$$

$$I = \frac{V_s}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

Impedansi rangkaian adalah $\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$ dan phasor diagram impedansinya dapat digambarkan



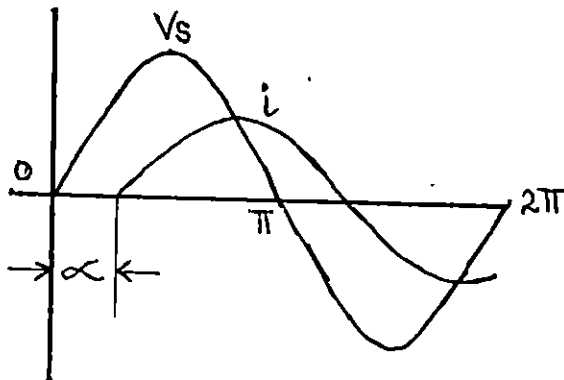
gambar 38.

Berdasarkan diagram phasor tegangan dapat dinyatakan bila $V_L > V_C$, maka arus akan tertinggal (lagging) terhadap tegangan sebesar ϕ .

Jika $v = V_m \sin \omega t$

maka $i = I_m \sin(\omega t - \phi)$

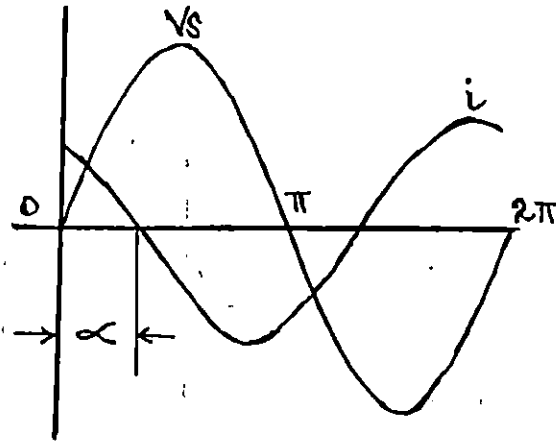
Bentuk gelombangnya adalah



gambar 39.

jika $V_L < V_C$, maka arus akan mendahului (leading) terhadap tegangan sebesar sudut α .

Bentuk gelombangnya adalah



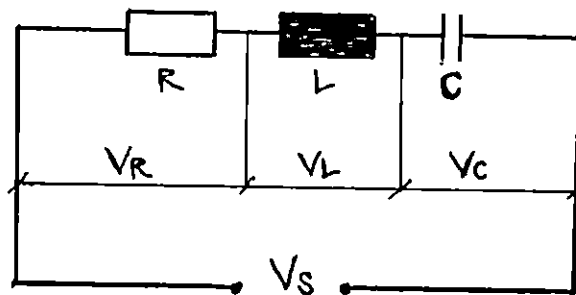
gambar 40.

jika $X_L > X_C$, rangkaian akan bersifat induktif.

jika $X_L < X_C$, rangkaian akan bersifat kapasitif.

D. RANGKAIAN RESONANSI R, L dan C

Dalam rangkaian seri R, L dan C seperti gambar 41



gambar 41.

akan terjadi resonansi jika besarnya harga reaktansi total dari rangkaian tersebut sama dengan nol. Besarnya

frekuensi yang mengakibatkan reaktansi total rangkaian itu sama dengan nol disebut dengan frekuensi resonansi (f_r).

Berdasarkan gambar diatas

$$X_t = X_L - X_C \text{ dan}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Pada saat terjadi resonansi

$$X_t = 0 \text{ atau}$$

$$X_L - X_C = 0 \text{ atau}$$

$$X_L = X_C$$

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot LC = 1$$

$$(2 \cdot \pi \cdot f)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f_r^2 = \frac{1}{(2 \cdot \pi)^2 \cdot LC}$$

$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{LC}}$$

dimana

f_r = frekuensi resonansi dalam Hz

L = induktansi dalam Hendry

C = kapasitansi dalam Farad

Dalam keadaan resonansi $X_t = 0$ sehingga

$$Z = \sqrt{R^2 + X_t^2}$$

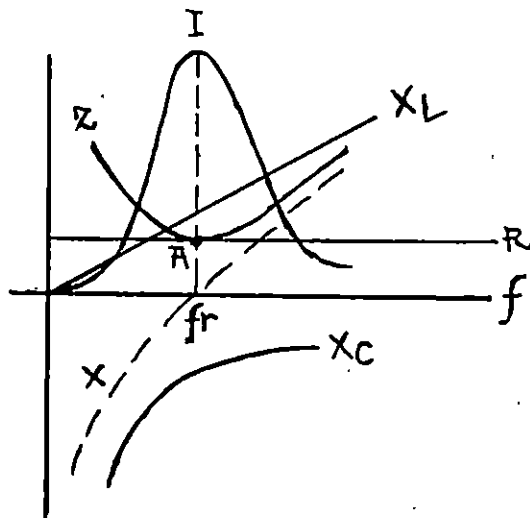
$$Z = R \text{ -----} \rightarrow \text{minimum}$$

$$I = \frac{V}{R} \text{ -----} \rightarrow \text{maksimum}$$

Faktor kerja ($\cos \phi$) = 1

Resonansi seri sering juga disebut sebagai rangkaian penerima dan biasa dikenal dengan resonansi tegangan.

Jika tegangan sumber yang diberikan tetap, maka dengan merubah harga frekuensi yang dihubungkan pada rangkaian seri R, L dan C tersebut akan diperoleh beberapa pernyataan yang secara grafik dapat dilukiskan sebagai berikut :



gambar 42.

- Harga R tidak tergantung dari perubahan frekuensi atau dengan kata lain harga R selalu tetap.
- Harga reaktansi induktif $X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$
Reaktansi induktif akan berbanding lurus dengan frekuensi, sehingga grafik X_L akan merupakan garis

lurus (linear) terhadap frekuensi.

c. Harga reaktansi kapasitif $X_C = 1/2 \cdot II \cdot f \cdot C$

Reaktansi kapasitif akan berbanding terbalik dengan frekuensi, sehingga grafik X_C akan merupakan garis lengkung yang berada pada kuadran keempat.

d. Reaktansi total rangkaian juga merupakan garis lengkung yang akan memotong sumbu X pada suatu titik A Titik A adalah titik saat terjadinya resonansi.

$$e. \text{ Impedansi } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Pada frekuensi rendah impedansi Z cukup besar ($X_C > X_L$), sehingga impedansi bersifat kapasitif dan faktor kerja akan leading. Sedangkan pada frekuensi tinggi akan menyebabkan $X_L > X_C$ sehingga impedansi bersifat induktif dan faktor kerja ($\cos \phi$) tertinggal (lagging)

Harga impedansi akan minimum pada saat $Z = R$ atau ketika $X_L = X_C$.

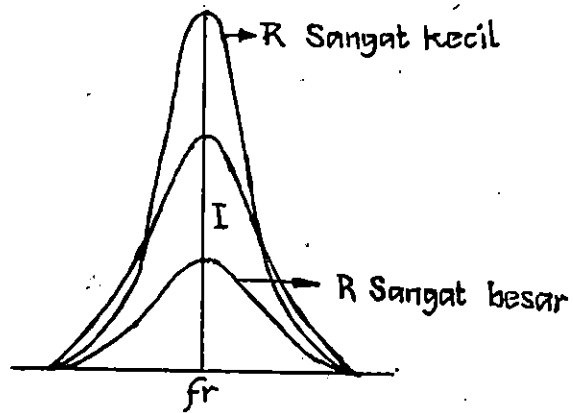
f. Arus mempunyai harga yang rendah pada kedua sisi, karena harga Z pada kedua sisi tersebut cukup besar. Arus I akan maksimum yaitu pada saat terjadi resonansi

$$I_m = \frac{V}{R}$$

Kurva Resonansi

Kurva antara arus dan frekuensi sering disebut dengan kurva resonansi.

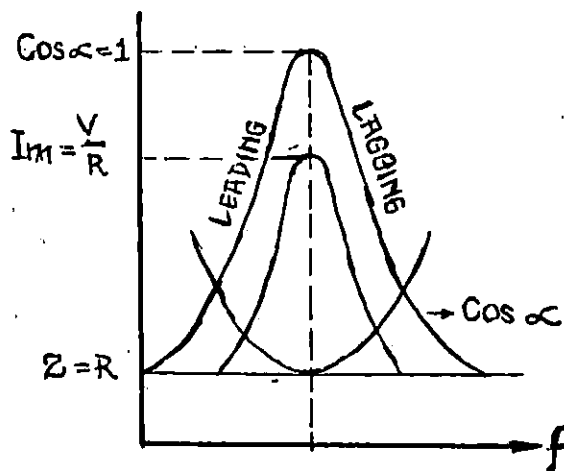
Bentuk-bentuk dari kurva resonansi untuk berbagai macam harga R dapat dilihat pada gambar 43.



gambar 43.

Untuk harga R yang kecil maka kurva resonansi akan mempunyai puncak kurva arus yang tajam dan bila harga R semakain besar puncak kurva semakin tumpul.

Variasi-variasi dari impedansi (Z), daya (P), frekuensi (F) dan arus (I) dapat digambarkan seperti berikut.



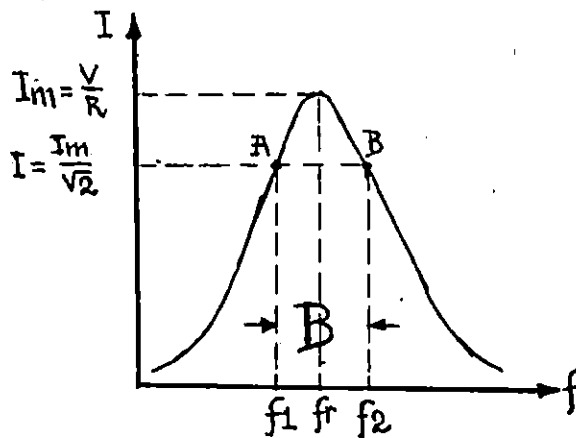
gambar 44.

Band Width (Lebar Band)

Band width (B) adalah perbedaan frekuensi titik-titik dimana daya pada masing-masing titik adalah $1/2$ daya maksimum.

Pada rersonansi seri tegangan yang diberikan selalu tetap dan daya yang diserap aoleh rangkaian akan maksimum pada saat terjadinya resonansi.

Band width (B)



gambar 45.

$$I_m = \frac{V}{R}$$

$$f' = f_2 - f_1$$

Daya pada titik A dan B = $I^2 \cdot R$

$$I = I_m / \sqrt{2}$$

$$I_m = \sqrt{V/R} \text{ -----> pada saat resonansi}$$

$$P = I^2 \cdot R$$

$$= (I_m / \sqrt{2})^2 \cdot R$$

$$= I_m^2 / 2 \cdot R$$

$$P_{\text{maks}} = I_m \cdot R$$

$$P = 1/2 \cdot P_{\text{maks}}$$

Harga arus (I) untuk setiap perubahan frekuensi

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Harga arus (I) pada titik A dan B

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = 0,707 I_m$$

untuk titik A faktor daya ($\cos \phi$) akan mendahului (lead), sedangkan pada titik B faktor kerja ($\cos \phi$) akan tertinggal (lagging).

Faktor Kualitas (Q) Dari Rangkaian Seri

Pada rangkaian seri R, L dan C didefinisikan sebagai suatu perbesaran dari tegangan dalam rangkaian pada saat terjadinya resonansi.

Telah dijelaskan pada saat resonansi

$$I_m = \frac{V}{R}$$

Drop tegangan pada komponen induktansi (L) dan kapasitansi (C) pada saat resonansi adalah

$$V_L = I_m \cdot X_L$$

$$V_C = I_m \cdot X_C$$

$$V_s = I_m \cdot R$$

Perbesaran tegangan

$$\frac{V_L}{V_s} = \frac{I_m \cdot X_L}{I_m \cdot R} = \frac{X_L}{R}$$

$$\text{Faktor } Q = \frac{2 \cdot I \cdot f_r \cdot L}{R}$$

$$\text{Frekuensi resonansi } f_r = \frac{1}{2 \cdot I \cdot \sqrt{LC}}$$

$$2 \cdot I \cdot f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

MILIK UPT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

III. RANGKAIAN PARALEL ARUS BOLAK BALIK

Jika beberapa buah komponen R, L dan C atau beberapa buah impedansi Z diparalelkan, maka untuk menyelesaikan perhitungannya dapat dilakukan dengan tiga metode yaitu :

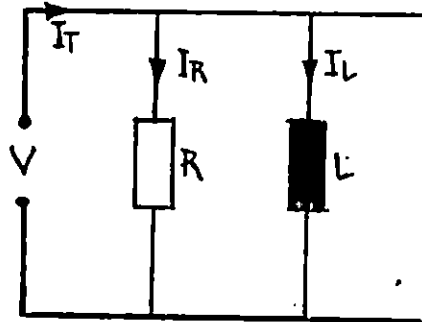
- a. metode vektor
- b. metode admitansi
- c. metode aljabar kompleks

Khusus untuk metode aljabar kompleks akan dibicarakan pada bab IV.

A. METODE VEKTOR

1. Rangkaian Paralel R dan L

Rangkaian paralel R dan L seperti gambar 46.

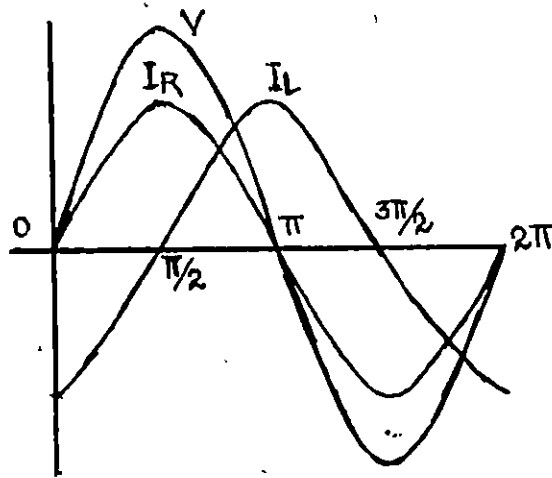


gambar 46.

Tegangan pada kedua komponen adalah sama sesuai dengan sifat rangkaian paralel itu sendiri. Tegangan tersebut juga akan merupakan referensi dalam pemecahan permasalahannya.

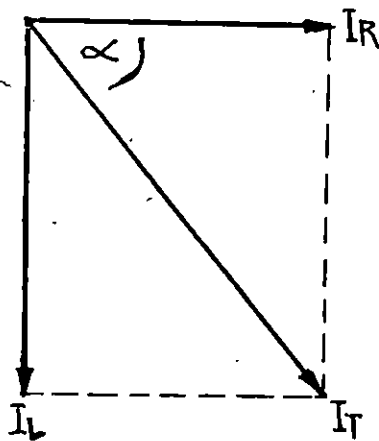
Sesuai dengan watak masing-masing komponen tersebut, maka arus yang mengalir melalui R akan sefase dengan tegangan, sedangkan arus yang mengalir melalui L akan tertinggal (lagging) terhadap tegangan sebesar 90° .

Bentuk gelombang tegangan dan arus dari rangkaian paralel R dan L adalah



gambar 47.

dan secara vektor dapat dilukiskan



gambar 48.

Berdasarkan gambar diagram vektor arus dapat dihitung besarnya arus total rangkaian

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

$$I_R = V / R$$

$$I_L = V / X_L$$

$$\text{Faktor kerja } (\cos \phi) = I_R / I_T$$

Dari diagram vektor arus juga dapat dinyatakan bahwa arus akan tertinggal dari tegangan sebesar sudut ϕ atau tegangan akan mendahului (leading) dari arus sebesar ϕ .

$$\text{Jika } v = V_m \cdot \sin \omega t$$

$$\text{maka } i = I_m \cdot \sin (\omega t - \phi)$$

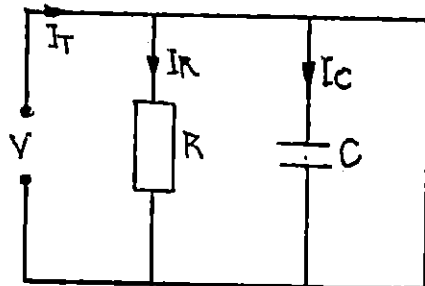
D a y a :

Sama seperti pada rangkaian seri, pada rangkaian paralel juga terdapat 3 macam daya yakni :

- | | | |
|-----------------|---------------------------------|------|
| a. daya nyata | $P = V \cdot I \cdot \cos \phi$ | watt |
| b. daya semu | $S = V \cdot I$ | VA |
| c. daya reaktif | $Q = V \cdot I \cdot \sin \phi$ | VAR |

2. Rangkaian Paralel R dan C.

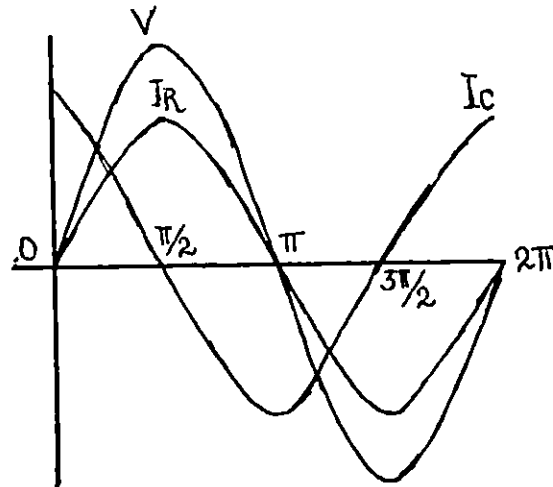
Rangkaian paralel R dan C seperti gambar 49.



gambar 49.

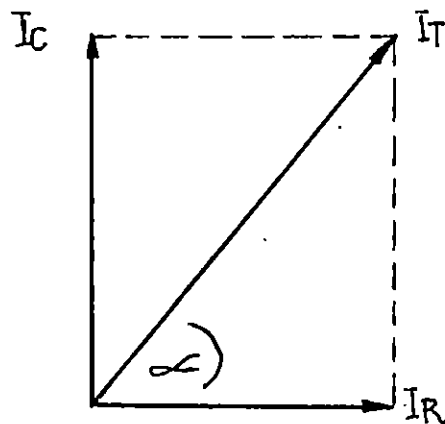
Arus yang mengalir melalui C akan mendahului tegangan 90° sedangkan kita ketahui arus yang mengalir pada R akan sefase dengan tegangan.

Gambar 49. akan memperlihatkan bentuk gelombang arus dan tegangan yang mengalir melalui rangkaian paralel R dan C.



gambar 50.

Secara vektor juga dapat dilukis



gambar 51.

Dari gambar vektor diagram arus tersebut dapat dihitung arus total rangkaian

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

$$I_R = \frac{V}{R} \quad \text{dan} \quad I_C = \frac{V}{X_C}$$

Faktor kerja ($\cos \phi$) = I_R / I_T

Dari persamaan diatas dapat dilihat bahwa antara tegangan dan arus total rangkaian terjadi perbedaan fase sebesar sudut ϕ . Arus akan mendahului (leading) terhadap tegangan sejauh ϕ atau dengan kata lain tegangan akan tertinggal (lagging) dari arus sejauh ϕ .

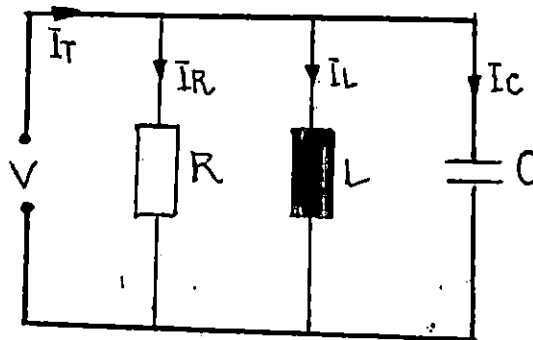
Dengan demikian persamaan arus dan tegangan dari rangkaian paralel R dan C adalah :

Jika $v = V_m \sin \omega t$

maka $i = I_m \sin (\omega t + \phi)$

3. Rangkaian Paralel R, L dan C

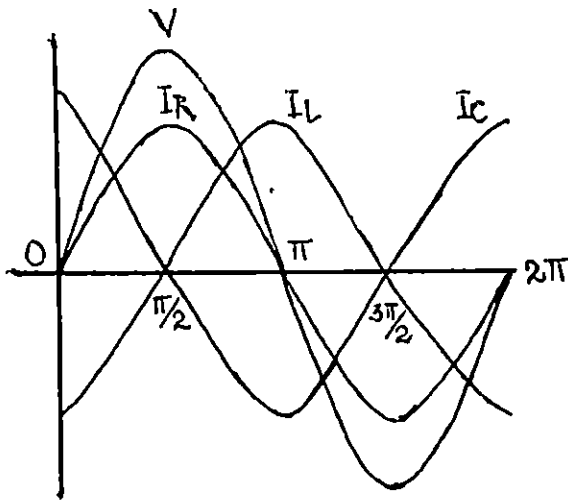
Gambar 52. adalah merupakan rangkaian paralel dari komponen R, L dan C.



gambar 52.

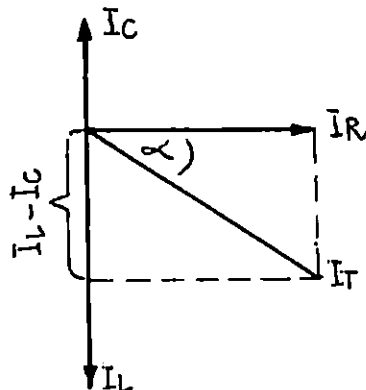
Sesuai dengan karakteristik masing-masing komponen, maka arus yang mengalir pada R akan sefase dengan tegangan, arus yang mengalir pada L akan tertinggal sebesar 90° terhadap tegangan dan arus yang mengalir pada C akan mendahului tegangan sebesar 90° .

Bentuk gelombang arus dan tegangan dari rangkaian paralel R, L dan C adalah

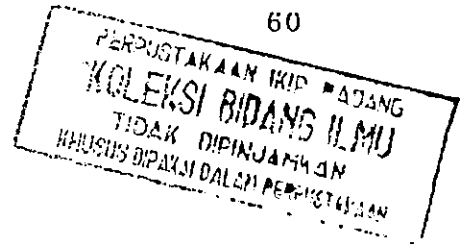


gambar 53.

Dan bentuk vektor diagram arusnya jika $I_L > I_C$



gambar 54.



$$IT = \sqrt{IR^2 + (IL - IC)^2}$$

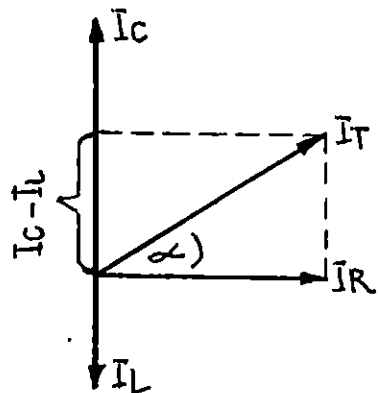
Faktor kerja ($\cos \alpha$) = IR / IT

Dari persamaan diatas dapat disimpulkan bahwa antara arus dari rangkaian paralel R, L dan C dengan tegangan akan berbeda fase sebesar α . Dengan kata lain arus akan tertinggal dari tegangan sebesar α dan rangkaian akan bersifat induktif.

Jika $v = V_m \cdot \sin \omega t$

maka $i = I_m \cdot \sin (\omega t - \alpha)$

Bila $IC > IL$



gambar 55.

$$IT = \sqrt{IR^2 + (IC - IL)^2}$$

Faktor kerja ($\cos \alpha$) = IR / IT

Persamaan arus total rangkain dan tegangan adalah

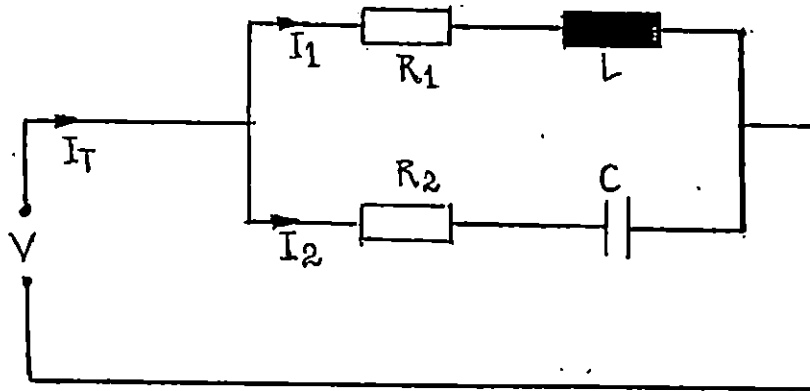
$v = V_m \cdot \sin \omega t$

$i = I_m \cdot \sin (\omega t + \alpha)$

Dari persamaan diatas terlihat bahwa arus akan mendahului tegangan sebesar α dan rangkaian akan bersifat kapasitif.

4. Rangkaian Seri - Paralel (campuran)

Gambar 56. dibawah ini akan memperlihatkan bentuk rangkaian seri - paralel dari beberapa buah komponen.



gambar 56.

Untuk menyelesaikan perhitungan rangkaian tersebut, maka rangkaian dibagi atas 2 bagian yaitu A dan B. Rangkaian A dan B merupakan rangkaian seri. Dengan demikian impedansi rangkaian dapat dihitung

$$Z_A = \sqrt{R_1^2 + X_L^2}$$

$$I_1 = \frac{V}{Z_A}$$

$$\cos \phi = R_1 / Z_A$$

Arus akan tertinggal sebesar dari tegangan.

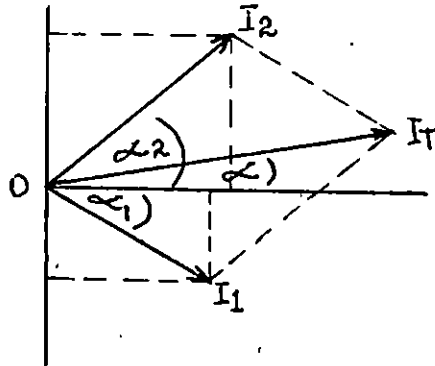
$$Z_B = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_B}$$

$$\cos \phi = R_2 / Z_B$$

Arus akan mendahului tegangan sejauh .

Dari perhitungan diatas, maka vektor diagram arus dari rangkaian tersebut dapat dilukis seperti gambar



gambar 57.

Untuk menentukan besarnya arus total rangkaian dengan metode vektor dapat dikuliskan dan dihitung berdasarkan skala yang dibuat.

Sedangkan secara analisis kedua arus cabang tersebut yaitu I1 dan I2 harus diuraikan terlebih dahulu pada sumbu X dan sumbu Y sebagai komponen aktif dan reaktif.

$$I1 = I1 \cos\alpha_1 + I1 \sin\alpha_1$$

$$I2 = I2 \cos\alpha_2 + I2 \sin\alpha_2$$

$$\begin{aligned} IT &= I1 + I2 = I1 \cos\alpha_1 + I2 \cos\alpha_2 + I1 \sin\alpha_1 - I2 \sin\alpha_2 \\ &= (I1 \cos\alpha_1 + I2 \cos\alpha_2) + (I1 \sin\alpha_1 - I2 \sin\alpha_2) \end{aligned}$$

$$IT = \sqrt{(I1 \cos\alpha_1 + I2 \cos\alpha_2)^2 + (I1 \sin\alpha_1 - I2 \sin\alpha_2)^2}$$

Persamaan tersebut diatas berlaku jika $I1 > I2$.

Apabila $I2 > I1$, maka persamaannya menjadi

$$IT = \sqrt{(I1 \cos\alpha_1 + I2 \cos\alpha_2)^2 + (I2 \sin\alpha_2 - I1 \sin\alpha_1)^2}$$

$$\text{Faktor kerja } (\cos\phi) = \frac{I1 \cos\alpha_1 + I2 \cos\alpha_2}{IT}$$

B. METODE ADMITANSI

Admitansi adalah kebalikan dari impedansi dengan simbol Y dan satuan MHO.

$$Y = 1 / Z$$

jika $Z = V / I$

maka $Y = I / V$

Bila impedansi mempunyai harga resistansi (R) dan reaktansi (X), maka admitansi (Y) mempunyai komponen konduktansi (G) dan suseptansi (B).

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$\cos \phi = G / Y$$

$$G = Y \cdot \cos \phi$$

$$= 1/Z \cdot R/Z$$

$$= R / Z^2$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$$

$$B = Y \cdot \sin \phi$$

$$= 1/Z \cdot X/Z$$

$$= X / Z^2$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$

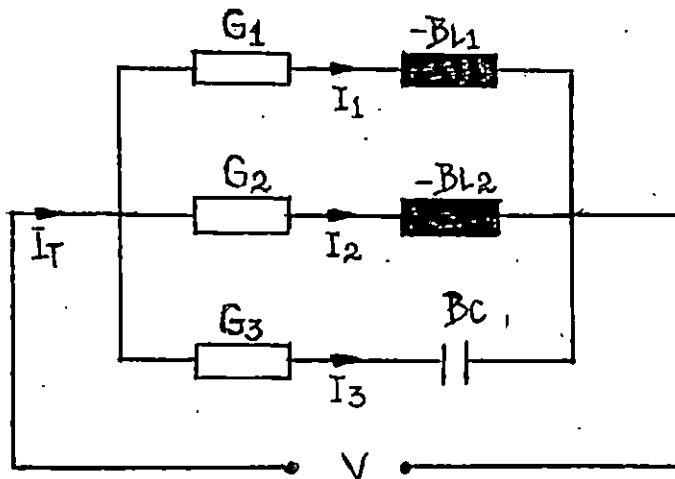
Seperti halnya reaktansi, maka suseptansi juga terdiri dari dua macam yakni :

Suseptansi induktif (B_L) disebut juga suseptansi negatif ($-B_L$)

Suseptansi kapasitif, (BC) disebut juga suseptansi positif (BC).

Pemakaian Metode Admitansi

Jika terdapat tiga buah rangkaian yang dihubungkan secara paralel seperti gambar 58. dan masing-masing komponen mempunyai parameter-parameter sebagai berikut



gambar 58.

$$G \text{ total} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$B \text{ total} = -BL_1 - BL_2 + BC$$

$$Y = \sqrt{(G \text{ total})^2 + (B \text{ total})^2}$$

$$I_T = V \cdot Y$$

$$\cos = G \text{ total} / Y$$

Arus masing-masing rangkaian

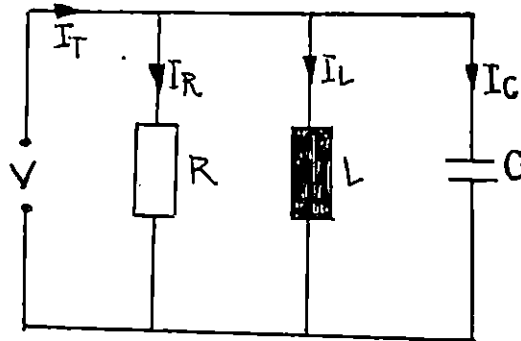
$$Y_1 = \sqrt{G_1^2 + (-BL_1)^2} \quad \text{----} \quad I_1 = V \cdot Y_1$$

$$Y_2 = \sqrt{G_2^2 + (-BL_2)^2} \quad \text{----} \quad I_2 = V \cdot Y_2$$

$$Y_3 = \sqrt{G_3^2 + (BC)^2} \quad \text{----} \quad I_3 = V \cdot Y_3$$

C. Resonansi Paralel

Resonansi rangkaian paralel akan terjadi apabila harga arus $I_C = I_L$ dan faktor kerja ($\cos \phi$) sama dengan satu.



gambar 59.

$$I_L = I_C$$

$$V / X_L = V / X_C$$

$$1 / 2 \cdot I \cdot f \cdot L = 2 \cdot I \cdot f \cdot C$$

$$(2 \cdot I \cdot f)^2 LC = 1$$

$$f_r^2 = \frac{1}{(2 \cdot I)^2 LC}$$

$$f_r = \frac{1}{(2 \cdot I) \sqrt{LC}}$$

Resonansi paralel disebut juga dengan faktor perbesaran arus.

Faktor kualitas (Q) rangkaian resonansi paralel

$$Q = I_C / I_R = I_L / I_R$$

Dalam rangkaian paralel R, L dan C, jika tegangan sumber tetap dan frekuensi berubah, maka diperoleh beberapa hal sebagai berikut :

a. Suseptansi induktif ($1/X_L$) = $-B_L = 1 / 2\pi f L$.

Grafik suseptansi induktif akan merupakan garis lengkung.

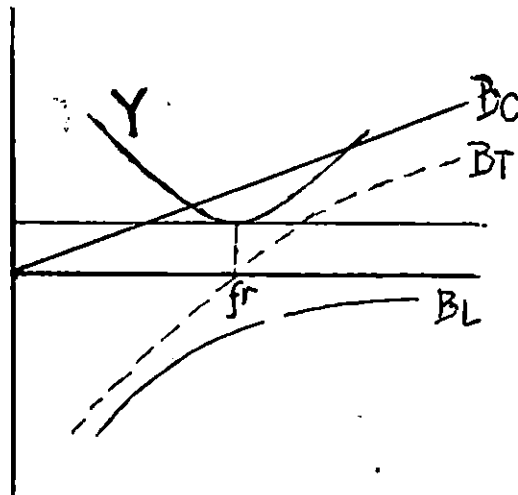
b. Suseptansi kapasitif (X_C) = $B_C = 2\pi f C$

Grafik suseptansi kapasitif akan merupakan garis lurus.

c. Suseptansi total (B_t) pada saat resonansi sama dengan nol.

d. Admitansi ($1/Z$)

Variasi-variasi dari admitansi seperti gambar 60.



gambar 60.

Jika $f < f_r$, admitansi akan bersifat induktif.

Jika $f > f_r$, admitansi akan bersifat kapasitif.

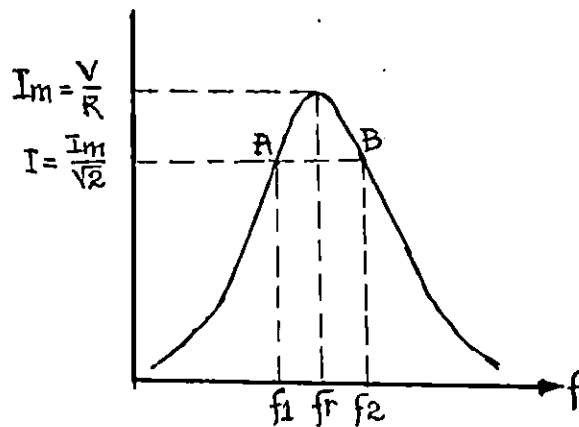
Jika $f = f_r$, admitansi (Y) = konduktansi (G).

e. Arus total (I_T) akan minimum pada saat resonansi.

f. Impedansi (Z) akan maksimum pada saat resonansi.

Band Width (lebar band)

Band width dari rangkaian paralel sama dengan rangkaian seri



gambar 61.

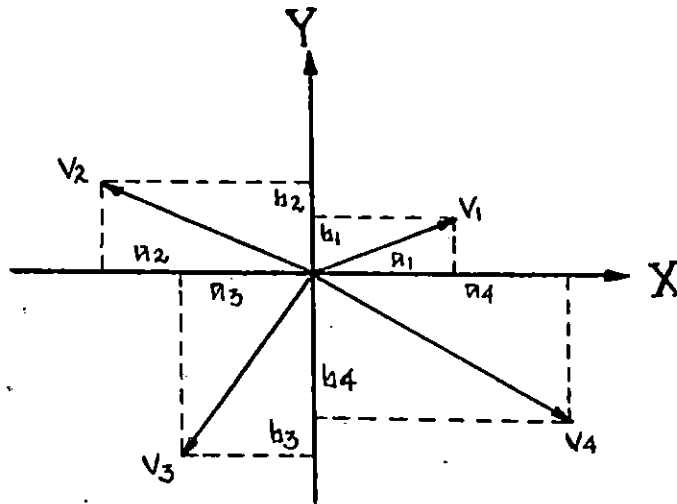
IV. ALJABAR KOMPLEK

Dalam melukiskan besaran vektor dipakai beberapa jenis bentuk atau metode yaitu :

- a. Bentuk empat persegi panjang , atau kompleks.
- b. Bentuk Trigonometri.
- c. Bentuk Exponensial.
- d. Bentuk Polar.

A. BENTUK KOMPLEK

Beberapa buah vektor seperti gambar 62 dapat dispesifikasikan dalam bentuk komponen X dan komponen Y



gambar 62.

Sebagai contoh adalah vektor V1 dapat diuraikan menjadi a1 pada komponen X dan b1 pada komponen Y. Keadaan demikian dapat ditulis dengan simbol

$$V1' = a1 + j.b1$$

Simbul j disebut dengan bilangan imajiner dan menunjukkan komponen Y serta arahnya tegak lurus terhadap a_1 .

Nilai dari bilangan imajiner $j = \sqrt{-1}$

$$j^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$$

$$j^3 = j \cdot j^2 = -j$$

$$j^4 = j^2 \cdot j^2 = 1$$

Dengan demikian

$$V_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$$

Besar sudut inklinasi sumbu X dengan vektor V_1 adalah

$$= \operatorname{tg}^{-1} (b_1 / a_1)$$

Dengan cara yang sama vektor-vektor lain dapat ditulis

$$V_2 = a_2 + j \cdot b_2 \quad V_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \operatorname{tg}^{-1} (b_2/a_2)$$

$$V_3 = a_3 + j \cdot b_3 \quad V_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2} = \operatorname{tg}^{-1} (b_3/a_3)$$

$$V_4 = a_4 + j \cdot b_4 \quad V_4 = \sqrt{a_4^2 + b_4^2} = \operatorname{tg}^{-1} (b_4/a_4)$$

Persamaan umum vektor dari bentuk kompleks adalah :

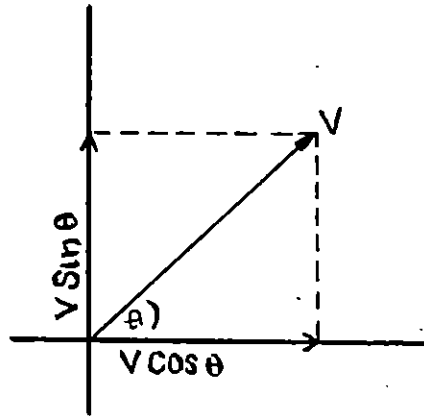
$$V = a \pm j \cdot b$$

tanda +, rangkaian akan bersifat induktif.

tanda -, rangkaian akan bersifat kapasitif.

B. BENTUK TRIGONOMETRI

Misalkan sebuah vektor seperti gambar 63.



gambar 63.

Apabila vektor tersebut diuraikan pada sumbu X dan Y akan menjadi :

Pada sumbu X = $V \cos \theta$

Pada sumbu Y = $V \sin \theta$

Dengan demikian vektor V dapat ditulis

$$V = V \cos \theta + j.V \sin \theta$$

$$V = V (\cos \theta + j.\sin \theta)$$

Secara umum

$$V = V (\cos \theta \pm j.\sin \theta)$$

C. BENTUK EXPONENSIAL

Bentuk eksponensial dari vektor adalah

$$e^{\pm j\theta} = (\cos \theta \pm j.\sin \theta)$$

Persamaan ini lebih dikenal dengan persamaan EULER.

Bentuk ini mengikuti persamaan deret MAC LAURIN.

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots$$

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta + \frac{(j\theta)^2}{2!} + \frac{(j\theta)^3}{3!} + \frac{(j\theta)^4}{4!} + \dots$$

$$= \frac{(j\theta)^5}{5!} + \frac{(j\theta)^6}{6!} + \dots$$

$$= [1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots] + j[\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots]$$

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$$

Jika $V = V (\cos \theta \pm j \sin \theta)$

$$V = V e^{\pm j\theta}$$

D. BENTUK POLAR

Bentuk polar dari vektor adalah

$$(\cos \theta + j \sin \theta) = e^{j\theta}$$

V menyatakan besaran vektor dan θ menyatakan sudut inklinaasi terhadap sumbu X yang arahnya berlawanan dengan arah putaran jarum jam.

Persamaan vektor dalam bentuk polar secara umum :

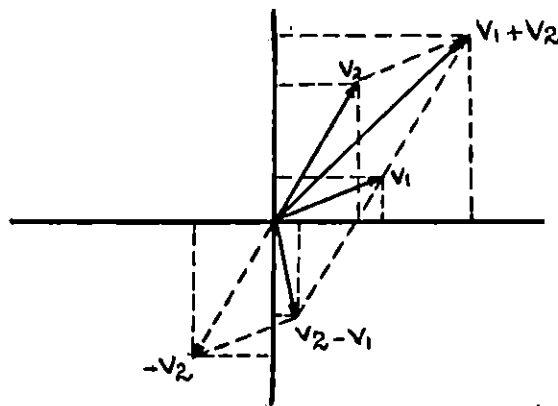
$$V \angle \pm \theta$$

- + bila sudut inklinasi berlawanan dengan arah putaran jarum jam.
- bila sudut inklinasi searah dengan arah putaran jarum jam.

Penjumlahan Dan Pengurangan Vektor

Cara yang paling mudah untuk menjumlahkan dan mengurangi besaran vektor adalah dalam bentuk kompleks.

Contoh dua buah vektor seperti gambar 64.



gambar 64.

$$V_1 = a_1 + j.b_1$$

$$V_2 = a_2 + j.b_2$$

Penjumlahan

$$\begin{aligned} V &= V_1 + V_2 \\ &= a_1 + j.b_1 + a_2 + j.b_2 \\ &= (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2) \\ V &= \sqrt{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} \end{aligned}$$

Sudut antara V dengan sumbu X

$$= \text{tg}^{-1} (b_1 + b_2) / (a_1 + a_2)$$

Pengurangan

$$\begin{aligned}
 V &= V_1 - V_2 \\
 &= (a_1 + j.b_1) - (a_2 + j.b_2) \\
 &= (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2) \\
 V &= \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}
 \end{aligned}$$

Sudut antara V dengan sumbu X

$$= \operatorname{tg}^{-1} (b_1 - b_2) / (a_1 - a_2)$$

Perkalian Dan Pembagian Vektor

Perkalian dan pembagian dari vektor akan menjadi sangat mudah dan sederhana jika menggunakan bentuk polar. Perkalian dan pembagian vektor dalam bentuk kompleks akan lebih sulit jika dibandingkan dengan bentuk polar.

Contoh $V_1 = a_1 + j.b_1$

$$V_2 = a_2 + j.b_2$$

Perkalian dalam bentuk kompleks

$$\begin{aligned}
 V &= V_1.V_2 \\
 &= (a_1 + j.b_1).(a_2 + j.b_2) \\
 &= a_1a_2 + j^2b_1b_2 + j(a_1b_2 + a_2b_1)
 \end{aligned}$$

karena $j^2 = -1$

$$\begin{aligned}
 \text{maka } V &= a_1a_2 - b_1b_2 + j(a_1b_2 + a_2b_1) \\
 &= (a_1a_2 - b_1b_2) + j(a_1b_2 + a_2b_1)
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{(a_1a_2 - b_1b_2)^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)^2}$$

Posisi V terhadap sumbu X

$$= \operatorname{tg}^{-1} (a_1 b_2 + a_2 b_1) / (a_1 a_2 - b_1 b_2)$$

Perkalian dalam bentuk polar

$$a_1 + j.b_1 = V_1$$

$$= \operatorname{tg}^{-1} b_1/a_1$$

$$a_2 + j.b_2 = V_2$$

$$= \operatorname{tg}^{-1} b_2/a_2$$

$$V_1 \angle \theta_1 \cdot V_2 \angle \theta_2 = V \angle \theta_1 + \theta_2$$

Pembagian dalam bentuk kompleks

$$V = V_1 / V_2$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a_1 + j.b_1}{a_2 + j.b_2} = \frac{(a_1 + j.b_1) \cdot (a_2 - j.b_2)}{(a_2 + j.b_2) \cdot (a_2 - j.b_2)} \\ &= \frac{(a_1 a_2 + b_1 b_2) + j (b_1 a_2 - b_2 a_1)}{a_2^2 + b_2^2} \end{aligned}$$

$$V = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{j (b_1 a_2 - b_2 a_1)}{a_2^2 + b_2^2}$$

Pembagian dalam bentuk polar

$$\frac{V_1 \angle \theta_1}{V_2 \angle \theta_2} = V \angle \theta_1 - \theta_2$$

DAFTAR PUSTAKA

- B.L Theraja, Fundamentals Of Electrical Engineering Electronics, Ram Nagar, New Delhi 110055, 1976.
- Ir. Muslimin Marapping, Rangkaian Listrik, CV. Armico Bandung, 1983.
- R.E Ridsdale, Electric Circuits For Engineering Technology Mac Graw Hill Kogakusha Ltd, 1976.
- Zuhal, Dasar Tenaga Listrik, ITB Bandung, 1980.