

**MATRIKS TOEPLITZ DAN DETERMINANNYA
MENGUNAKAN METODE SALIHU**

SKRIPSI



MIFTAHUL JANNAH

NIM. 18030061

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2023**

**MATRIKS TOEPLITZ DAN DETERMINANNYA
MENGUNAKAN METODE SALIHU**

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar

Sarjana Sains



Oleh:

MIFTAHUL JANNAH

NIM. 18030061

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2023

PERSETUJUAN SKRIPSI

**MATRIKS TOEPLITZ DAN DETERMINANNYA
MENGUNAKAN METODE SALIHU**

Nama : Miftahul Jannah
NIM : 18030061
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 13 Februari 2023

Disetujui oleh,

Pembimbing



Drs. Yusmet Rizal, M.Si

NIP.19680121 199303 1 011

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

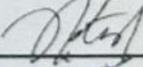
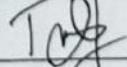
Nama : Miftahul Jannah
NIM : 18030061
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MATRIKS TOEPLITZ DAN DETERMINANNYA MENGUNAKAN METODE SALIHU

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 13 Februari 2023

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si	
Anggota	: Dr. Arnellis, M.Si	
Anggota	: Defri Ahmad, S.Pd, M.Si	

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Miftahul Jannah
NIM : 18030061
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Matriks Toeplitz dan Determinannya Menggunakan Metode Salihu**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 13 Februari 2023

Diketahui oleh,
Ketua Departemen Matematika,



Dra. Media Rosha, M.Si
NIP. 19620815 199703 2 004

Saya yang menvatakan,



Miftahul Jannah
NIM. 18030061

Matriks Toeplitz dan Determinannya Menggunakan Metode Salihu

Miftahul Jannah

ABSTRAK

Matriks merupakan jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut dengan entri dari matriks. Dalam perhitungan matriks biasanya berfokus pada matriks berbentuk persegi. Terdapat suatu matriks yang dinamakan matriks Toeplitz. Matriks Toeplitz memiliki operasi dan perhitungan yang sama dengan matriks persegi pada umumnya, salah satunya cara menghitung determinan yaitu dengan metode Sarrus. Terdapat metode alternatif untuk menyelesaikan determinan matriks yaitu determinan Salihu.

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis) menggunakan metode deskriptif. Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengetahui sifat-sifat determinan yang berkaitan dengan matriks Toeplitz serta menghitung determinan matriks Toeplitz $n \times n$ dengan $n \geq 3$ menggunakan metode Salihu. Hasil dari penelitian ini yaitu determinan matriks Toeplitz berukuran 3×3 , $n \geq 3$ dapat dihitung menggunakan metode salihu yang didasarkan oleh metode kondensasi CHIO dan kondensasi Dodgson dan sifat-sifat determinan matriks yang berlaku pada matriks Toeplitz dan sifat-sifat determinan matriks Toeplitz bentuk khusus.

Kata kunci: Matriks, Matriks toeplitz, Determinan, Determinan Salihu

Toeplitz Matrix and Determinants Use the Salihu Method

Miftahul Jannah**ABSTRACT**

The matrix is a rectangular array of numbers. The numbers in the array are called the entries of the matrix. In matrix calculations, we usually focus on square matrices. There is a matrix called the Toeplitz matrix. The Toeplitz matrix has the same operations and calculations as square matrices in general, one way to calculate the determinant is the Sarrus method. There is an alternative method to solve the determinant of the matrix, namely the Salihu determinant.

This research is a basic research (theoretical) using descriptive method. The purpose of this study is to determine the determinant properties associated with the Toeplitz matrix and determine the determinant of the $n \times n$ Toeplitz matrix with $n \geq 3$ using the Salihu method. The results of this study are in the form of completing the calculation of the determinant of the Toeplitz matrix using the Salihu method and its properties. The results of this study are the determinant of the Toeplitz matrix is 3×3 , $n \geq 3$ can be calculated using the salihu method which is based on the CHIO condensation and Dodgson condensation methods dan the determinant properties of the matrix that apply to the Toeplitz matrix and the determinant properties of the special form of the Toeplitz matrix.

Keywords: Matrix, Toeplitz Matrix, Determinant, Salihu Determinant

KATA PENGANTAR



Segala puji syukur bagi Allah *Subhanahu Wa Ta'ala* Tuhan yang telah melimpahkan rahmat dan juga berkah-Nya, serta kesempatan dan kemudahan sehingga penulis dapat menyelesaikan Skripsi ini yang berjudul **“Matriks Toeplitz dan Determinannya Menggunakan Metode Salihu”**. Shalawat beriringan salam semoga tercurahkan kepada junjungan alam Nabi Muhammad *Sallallahu 'Alaihi Wa Sallam*, sebagai salah satu suri tauladan bagi umat manusia.

Skripsi ini disusun guna memenuhi syarat memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Dalam menyelesaikan skripsi ini penulis tidak dapat menyelesaikannya sendiri, melainkan berkat bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segenap ketulusan hati penulis mengucapkan terima kasih teramat dalam kepada:

1. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Skripsi.
2. Ibu Dr. Arnellis, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Akademik serta Dosen Penguji, dan Bapak Defri Ahmad S.Pd, M.Si selaku Dosen Penguji.
3. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, selaku Ketua Program Studi Matematika sekaligus Ketua Departemen Matematika FMIPA UNP.
4. Seluruh dosen dan staf Departemen Matematika FMIPA UNP.
5. Orang tua yang memberikan dukungan, nasehat, dan kasih sayang serta do'a tulus.

6. Semua pihak yang telah banyak membantu dan memberi dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga semua bantuan, bimbingan serta do'a yang diberikan kepada penulis dapat menjadi amal ibadah di sisi Allah SWT. Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kata kesempurnaan, untuk itu sangat diharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Akan tetapi penulis telah berusaha dengan sungguh-sungguh dalam menyelesaikan penelitian ini. Namun demikian, penulis tetap berharap semoga skripsi ini bermanfaat untuk semua yang haus akan ilmu pengetahuan.

Padang, November 2022

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI.....	v
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah.....	4
C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian	4
D. Tujuan Penelitian	4
E. Manfaat Penelitian	5
F. Metode Penelitian	5
BAB II KAJIAN TEORI.....	6
A. Matriks dan Operasi Matriks	6
B. Jenis – Jenis Matriks Persegi	9
C. Matriks Toeplitz.....	11
D. Determinan	13
E. Determinan Metode Salihu	17
BAB III PEMBAHASAN	28
A. Menghitung Determinan Matriks Toeplitz Menggunakan Metode Salihu..	28
B. Sifat-Sifat Matriks Toeplitz	35
BAB IV PENUTUP	52
A. Kesimpulan	52
B. Saran	54
DAFTAR PUSTAKA	55

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya. Salah satu bidang kajian ilmu matematika yaitu aljabar linear yang mempelajari tentang sistem persamaan linear dan matriks.

Matriks merupakan jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut dengan entri dari matriks (Anton dan Rorres, 2004). Dalam perhitungan matriks banyak melibatkan matriks berbentuk persegi. Matriks persegi adalah matriks berukuran $n \times n$, yaitu banyak baris dan kolomnya sama. Matriks persegi yang biasa dikenal adalah matriks segitiga, matriks diagonal, matriks satuan, matriks simetris, dan lain-lain. Selain jenis matriks yang telah disebutkan ini, terdapat suatu matriks yang dinamakan matriks Toeplitz. Matriks Toeplitz adalah matriks persegi yang mempunyai struktur khusus. Menurut Robert (2005), matriks Toeplitz merupakan suatu matriks dimana setiap unsur pada diagonal utamanya bernilai sama, dan setiap unsur pada subdiagonal yang bersesuaian dengan diagonal utamanya juga bernilai sama. Contoh matriks Toeplitz dapat dilihat sebagai berikut

$$T_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, T_4 = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & -3 & 4 \\ 5 & -2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Pada dasarnya matriks Toeplitz memiliki operasi dan perhitungan yang sama dengan matriks pada umumnya. Seperti penjumlahan matriks, perkalian matriks, invers matriks, determinan matriks, dan sebagainya. Salah satu operasi nilai yang sering digunakan adalah determinan matriks. Menurut Anton dan Rorres (2004), determinan dari matriks persegi A adalah jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari suatu matriks A . Jika matriks A berukuran $n \times n$, suatu hasil kali elementer dari A adalah perkalian n entri yang tidak satupun berasal dari baris atau kolom yang sama. Nilai dari $\det(A)$ disebut dengan determinan dari A .

Pada umumnya penyelesaian determinan matriks ordo 3×3 menggunakan metode Sarrus, namun metode Sarrus tidak dapat digunakan pada matriks $n \neq 3$. Oleh karena itu kita cenderung kesulitan untuk menghitung determinan matriks dengan ordo besar. Metode Salihu adalah salah satu metode yang cocok digunakan untuk penyelesaian determinan matriks ordo besar. Penyelesaian determinan menggunakan metode Salihu yaitu dengan mereduksi determinan berordo $n \times n$ menjadi determinan matriks berordo 2×2 dengan menghitung empat determinan unik berukuran $(n - 1) \times (n - 1)$ dan satu determinan interior berukuran $(n - 2) \times (n - 2)$ dari suatu matriks (Salihu, 2012). Dalam penelitian Andi Bahota pada tahun 2014 yang berjudul “Menghitung Determinan Matriks $n \times n$ ($n \geq 3$) dengan Menggunakan Metode Salihu” ia menjelaskan bahwa dalam menghitung determinan matriks yang berorde $n \times n$ ($n \geq 3$), metode Salihu merupakan opsi lain untuk menghitung determinan matriks orde $n \times n$ ($n \geq 3$) selain metode yang sudah ada sebelumnya. Dan juga menghasilkan skema baru yang

lebih mudah untuk dipahami sehingga lebih mudah dalam menghitung determinan matriks $n \times n$ ($n \geq 3$).

Bakti Siregar dkk pada tahun 2014 juga membahas mengenai matriks Toeplitz dalam penelitiannya yang berjudul “Invers Suatu Matriks Toeplitz Menggunakan Metode Adjoin”. Ia memformulasikan invers serta menentukan determinan dari matriks toeplitz dengan bentuk khusus dimana diagonal utama pada matriksnya bernilai 0, dan entri yang bukan diagonal utamanya bernilai sama, seperti

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, T_3 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}, T_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Kemudian pada tahun 2021, Rasmawati dalam penelitiannya juga membahas matriks Toeplitz dengan judul “Determinan Suatu Matriks Toeplitz k-Tridiagonal menggunakan metode reduksi baris dan ekspansi kofaktor”. Pada penelitiannya ia menggunakan matriks Toeplitz tridiagonal yaitu dimana hanya terdapat 3 diagonal dalam matriks, yang mana masing-masing diagonalnya bernilai sama, sedangkan sisanya bernilai nol, dengan k merupakan jarak antar diagonalnya, seperti

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, T_3^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}, T_4^2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan latar belakang yang dipaparkan maka peneliti tertarik untuk membahas matriks Toeplitz dan determinannya menggunakan metode Salihu serta membahas sifat-sifat determinan matriks toeplitz. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji tentang metode Salihu pada determinan matriks $n \times n$ dengan $n \geq 3$ dan menghitung determinan menggunakan metode

Salihu. Pada penelitian ini akan digunakan matriks teoplitz berukuran $n \times n$ dengan $n \geq 3$.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah “Bagaimana perhitungan determinan matriks Toeplitz menggunakan metode Salihu serta sifat-sifat determinan matriks Toeplitz bentuk umum dan bentuk khusus?”.

C. Pendekatan dan Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah ditetapkan, maka pendekatan yang digunakan dalam menjawab permasalahan yang di teliti menggunakan studi kepustakaan relevan. Adapun pertanyaan penelitian yang akan dijawab yaitu:

1. Bagaimana perhitungan determinan matriks Toeplitz $n \times n$ dengan $n \geq 3$ menggunakan metode Salihu?
2. Bagaimana sifat-sifat determinan matriks Toeplitz bentuk umum dan bentuk khusus?

D. Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang diajukan, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui perhitungan determinan matriks Toeplitz $n \times n$ dengan $n \geq 3$ menggunakan metode Salihu.
2. Mengetahui sifat-sifat determinan yang berkaitan dengan matriks Toeplitz bentuk umum dan bentuk khusus.

E. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan tentang metode yang digunakan.
2. Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai bahan referensi untuk mengembangkan penelitian selanjutnya.

F. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Penelitian ini menggunakan metode deskriptif, yaitu dengan menganalisis teori yang relevan berdasarkan studi kepustakaan tentang matriks Toeplitz dan determinan metode Salihu. Langkah teori yang akan dilakukan adalah meninjau permasalahan yang dihadapi, mencari serta mengaitkan teori-teori yang telah diperoleh dengan permasalahan yang dibahas sebagai penunjang untuk menjawab permasalahan tersebut. Adapun langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari permasalahan adalah:

1. Mempelajari literatur mengenai matriks, matriks teoplitz, determinan metode Salihu.
2. Membahas konsep tentang penyelesaian determinan matriks teoplitz $n \times n$ dengan $n \geq 3$ menggunakan metode Salihu.
3. Membahas konsep tentang sifat-sifat yang berkaitan dengan matriks Toeplitz bentuk umum dan bentuk khusus.
4. Menarik kesimpulan.