

**METODE PREDIKTOR KOREKTOR JARRATT-HOUSEHOLDER
UNTUK PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER**



YOGA APRILA

NIM. 18030071/2018

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2022

**METODE PREDIKTOR KOREKTOR JARRATT-HOUSEHOLDER
UNTUK PENENTUAN AKAR PERSAMAAN NON LINIER**

SKRIPSI

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan guna memperoleh gelar
Sarjana Sains*



Oleh :

YOGA APRILA

NIM. 18030071/2018

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG**

2022

PERSETUJUAN SKRIPSI

Judul : Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder Untuk
Penentuan Akar Persamaan Non Linier

Nama : Yoga Aprila

NIM : 18030071

Program Studi : Matematika

Departemen : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 16 Agustus 2022
Disetujui oleh,
Pembimbing



Muhammad Subhan, S.Si, M.Si.
NIP. 19701126 199903 1 002

HALAMAN PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Yoga Aprila
NIM / TM : 18030071/2018
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam




Dengan Judul Skripsi

**Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder
Untuk Penentuan Akar Persamaan Non Linier**

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Program Studi Matematika Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 16 Agustus 2022

Tim Penguji

	Nama	Tanda Tangan
Ketua	: Muhammad Subhan, S.Si, M.Si.	
Anggota	: Dra. Hj. Helma, M.Si.	
Anggota	: Drs. Yusmet Rizal, M.Si.	

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yoga Aprila
NIM : 18030071
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul **“Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder Untuk Penentuan Akar Persamaan Non Linier”** adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 16 Agustus 2022

Diketahui oleh,
Kepala Departemen Matematika,



Dra. Media Rosha, M.Si
NIP. 19620815 198703 2 004

Saya yang menyatakan,



Yoga Aprila
NIM. 18030071

HALAMAN PERSEMBAHAN

Kupersembahkan Skripsi ini kepada Ibuku Fedrilasni, S.Pd dan Ayahku Marjoni, S.Pd yang selalu memberikan dukungan, ridho, cinta kasih yang tiada terhingga dan juga yang selalu membuatku termotivasi, selalu menyirami kasih sayang, selalu mendoakanku, serta selalu menasehatiku untuk selalu melakukan hal baik. Meskipun ku membalas semua kebaikanmu dengan memberikan segala hal yang ada di dunia ini, itu tidak akan bisa membalas semua jasa yang telah engkau berikan kepadaku. Semoga ini menjadi langkah awal untuk membuat Ibu dan Ayah bahagia karena kusadar, selama ini belum bisa berbuat lebih...

Terimakasih Banyak Ibu .. Terimakasih Banyak Ayah..

For Me, Last but not least, I wanna thank me, I wanna thank me for believing in me, I wanna thank me for doing all this hard work, I wanna thank me for having no days off, I wanna thank me for never quitting. Thank me...

Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder Untuk Penentuan Akar Persamaan Non Linier

Yoga Aprila

ABSTRAK

Penentuan akar dari suatu persamaan non linier merupakan salah satu permasalahan yang sering dialami dalam bidang matematika. Penentuan akar dari suatu persamaan non linier tersebut dapat diperoleh dengan dua cara yaitu analitik dan numerik. Pada umumnya persamaan non linier tersebut akan muncul dalam bentuk yang kompleks dan rumit sehingga sulit ataupun tidak mungkin diperoleh secara analitik, salah satu contohnya adalah persamaan yang mengandung fungsi trigonometri, logaritma, dan lain-lain. Sehingga diperlukan bantuan secara numerik dengan menggunakan metode numerik untuk mendapatkan solusi hampiran yang diperoleh. Beberapa metode numerik yang dapat digunakan antara lain Metode Newton Raphson, Metode Jarratt, dan Metode Householder. Seiring perkembangan waktu, metode numerik tersebut selalu mengalami perkembangan untuk memperbaiki kekurangan-kekurangannya, salah satu metodenya adalah Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder. Adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana cara menentukan akar persamaan non linier menggunakan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder.

Jenis penelitian ini merupakan penelitian dasar dengan menggunakan metode studi kepustakaan, yaitu dengan mengumpulkan informasi-informasi dari berbagai sumber yang relevan. Langkah-langkah dalam memecahkan permasalahan penelitian ini adalah mengkaji proses pembentukan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder, membuat algoritmanya dalam bentuk diagram alir, menganalisis orde kekonvergenan, serta melakukan beberapa uji fungsi secara numerik.

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder menggunakan tiga langkah dalam menentukan akarnya, serta algoritma yang diperoleh dinotasikan kedalam diagram alir. Hasil analisis kekonvergenan menunjukkan metode ini memiliki orde kekonvergenan dua belas sehingga dapat menemukan akar dengan cepat.

Kata kunci : Persamaan Non linier, Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder, Algoritma, Orde kekonvergenan.

Predictor Corrector Jarratt-Householder Method For Solving Root of Nonlinear Equations

Yoga Aprila

ABSTRACT

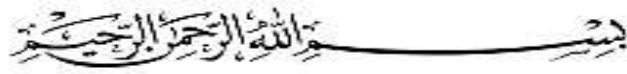
Determining roots of a non-linear equations are one of the problems experienced in branch of mathematics. determining the roots of a non-linear equation can be obtained in two ways, are analytical and numerical. In general, these non-linear equations will appear in complex and complicated forms so that it is difficult or impossible to obtain analytically, for example equations containing function of trigonometric, logarithm and others. So that numerical assistance is needed by using numerical methods to obtain approximate solution. Some of the numerical methods that can be used include Newton Raphson's Method, Jarratt's Method, and Householder's Method. Over time, these numerical methods are always developing to fix the shortcomings, one of the method is Predictor Corrector Jarratt-Householder Method. The purpose of problem in this study is how to determine the root of a non-linear equation using Predictor Corrector Jarratt-Householder Method.

This research is theroretical research using study literature method which gathering information from various relevant sources. The steps to solving this research problem are by observing the problem about non-linear equations, studying the construction of Predictor Corrector Jarratt-Householder Method, making algorithms in flowchart, analysis order of convergence, and doing several function test numerically.

Based result on the research, it was obtained that Predictor Corrector Jarratt-Householder Method using three steps to determine the roots and the algorithm obtained was notated to flowchart. Results of analysis convergence show this method has twelfth order convergence which can faster to finding the roots.

Keywords : Non-Linear Equations, Predictor Corrector Jarratt-Householder Method, Algorithm, Order of Convergence.

KATA PENGANTAR



Puji syukur Alhamdulillah kehadiran Allah SWT, yang mana telah melimpahkan segala rahmat serta hidayahnya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “ **Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk Penentuan Akar Persamaan Non Linier**”. Penulisan skripsi ini dimaksudkan sebagai salah satu prasyarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) pada Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang.

Dalam penulisan, penyusunan serta penyelesaian pada skripsi ini, penulis telah menerima banyak bantuan, petunjuk, bimbingan, kritik dan nasehat dari berbagai pihak. Oleh karena itu, sudah sepantasnya penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Muhammad Subhan, S.Si M.Si sebagai dosen pembimbing skripsi.
2. Ibu Dra. Hj. Helma, M.Si sebagai dosen penguji dan dosen pembimbing akademik.
3. Bapak Drs. Yusmet Rizal, M.Si sebagai dosen penguji.
4. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si sebagai Ketua Departemen dan Ketua Program Studi Matematika Universitas Negeri Padang.
5. Bapak dan Ibu dosen Departemen Matematika Universitas Negeri Padang.

6. Semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan penulisan dan penyusunan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Semoga segala nasihat, bimbingan, bantuan, doa, dan bimbingan yang telah diberikan kepada penulis dapat menjadi amal ibadah dari Allah SWT. Dalam penulisan dan penyusunan skripsi ini, penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dalam skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik serta saran dari berbagai pihak untuk kesempurnaan skripsi ini.

Padang, Agustus 2022

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR	vi
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR LAMPIRAN.....	viii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Batasan Masalah.....	4
C. Rumusan Masalah	4
D. Pertanyaan Penelitian.....	4
E. Tujuan Penelitian	5
F. Manfaat Penelitian	5
G. Metode Penelitian	6
BAB II KAJIAN TEORI.....	8
A. Persamaan Non Linier	8
B. Algoritma.....	9
C. Deret Taylor	11
D. Metode Numerik	11
BAB III PEMBAHASAN	30
A. Pembentukan Formula Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder....	30
B. Algoritma Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder	31
C. Analisis Orde Kekonvergenan Metode Prediktor Korektor Jarratt- Householder	33
D. Contoh Permasalahan	44
BAB IV PENUTUP	50
A. Kesimpulan.....	50
B. Saran	51
DAFTAR PUSTAKA	52
LAMPIRAN	55

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Diagram Alir (<i>Flowchart</i>) Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder ...	32
2. Grafik fungsi $f(x) = (x - 2)^{23} - 1$	44
3. Grafik fungsi $f(x) = xe^{x^2} - \sin(x)^2 + 3 \cos(x) + 5$	46
4. Grafik Fungsi $f(x) = 3x^5 - 7x^4 - 5x^3 + x^2 - 8x + 2$	48

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Simbol pada diagram alir (<i>Flowchart</i>) dan fungsinya	10
2. Perbandingan hasil numerik mencari akar dengan tebakan awal $x_0 = 0.2$ untuk $f(x) = (x - 2)^{23} - 1$	45
3. Perbandingan hasil numerik mencari akar dengan tebakan awal $x_0 = 5.4$ untuk $f(x) = xe^{x^2} - \sin(x)^2 + 3 \cos(x) + 5$	47
4. Hasil perhitungan Dengan Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk tebakan Awal $x_0 = -5$	48
5. Hasil perhitungan Dengan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk tebakan awal $x_0 = 5$	49
6. Hasil perhitungan Dengan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk tebakan awal $x_0 = 1$	49

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1. Program komputer dan hasil output Metode Newton Raphson.....	55
2. Program komputer dan hasil output Metode Householder.....	70
3. Program komputer dan hasil output Metode Jarratt.....	72
4. Program komputer dan hasil ouput Metode Prediktor Korektor Jarratt- Householder	77
5. Analisis kekonvergenan	80

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Salah satu permasalahan yang dialami di bidang matematika dan teknik, yaitu mendapatkan akar dari persamaan non linier dengan bentuk :

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

Umumnya persamaan (1) yang akan diselesaikan muncul dalam bentuk non linier yang melibatkan bentuk fungsi trigonometri, logaritma, eksponensial, dan bentuk lainnya. Umumnya persamaan-persamaan dengan bentuk tersebut sulit diselesaikan secara analitik, maka solusinya adalah dengan menggunakan metode numerik. Dalam metode numerik terdapat beberapa bentuk proses perhitungan yang dilakukan secara berulang-ulang sehingga memerlukan bantuan komputer, tanpa komputer metode numerik tidak memberikan banyak manfaat.

Beberapa Metode numerik yang dapat digunakan dalam menentukan akar persamaan non linier adalah Metode Bagi Dua, Metode Posisi Palsu, Metode Newton-Raphson, Metode Secant, dan metode lainnya. Namun kekurangan dari Metode Bagi Dua dan Posisi Palsu adalah kekonvergenannya yang lambat (Munir, 2006). Metode yang paling sering digunakan dalam menentukan akar adalah Metode Newton-Raphson. Kekurangan dari Metode Newton-Raphson adalah kekonvergenannya juga masih lambat. Metode Newton-Raphson memiliki orde kekonvergenan kuadrat (Manojh dan Singh, 2011). Sementara, Metode Secant adalah metode yang

merupakan pengembangan dari Metode Newton-Raphson yang menghindari turunan pertama dari fungsi yang akan dievaluasi, namun ternyata kekurangannya adalah kekonvergenannya yang lebih lambat daripada Metode Newton-Raphson. Metode Secant memiliki orde kekonvergenan 1,618 (Nurazmi, 2014). Beberapa Metode lain yang telah dikembangkan yang mana antara lain Metode Steffensen dengan orde kekonvergenan kuadrat, Metode Halley orde kekonvergenan tiga, Metode Householder dengan orde kekonvergenan tiga, Metode Jarratt dengan orde kekonvergenan empat, Metode Modifikasi Otrowski dengan orde kekonvergenan enam dan lain-lain. Namun kadangkala metode-metode tersebut memiliki kekonvergenannya yang juga belum cukup cepat dalam menentukan akar (Manojh dan Singh, 2011). Untuk mengatasi permasalahan tersebut diperlukan metode baru dalam mengatasi kekonvergenan yang lambat dari metode-metode sebelumnya dengan cara meningkatkan orde kekonvergenannya (Nazeer, 2016). Salah satu teknik yang dapat digunakan untuk mengkonstruksi sebuah metode baru yaitu dengan menggunakan metode prediktor korektor (Abdul Hassan, 2016) .

Metode prediktor korektor adalah salah satu metode numerik yang sering disebut juga sebagai metode multistep. Metode ini dinamakan metode prediktor korektor karena keseluruhan nilai yang diperoleh dari iterasi akan diprediksi yang mana kemudian nilai tersebut akan dikoreksi. Metode prediktor korektor memerlukan beberapa nilai sebelumnya untuk mencari nilai pendekatan berikutnya. Terdapat dua tahap dalam proses metode ini yaitu prediktor dan korektor. Prediktor digunakan untuk

memprediksi nilai dari suatu fungsi yang tidak diketahui pada titik tertentu. Sementara bagian korektor digunakan untuk mengoreksi keakuratan dari hasil yang sudah diprediksi oleh prediktor. Kelebihan dari penggunaan algoritma atau metode prediktor korektor yaitu dapat meningkatkan akurasi dari solusi yang diperoleh serta meningkatkan orde kekonvergenannya (Mccuen dan Ayub, 2015). Ketika metode prediktor dan metode korektor memiliki orde yang sama, maka metode korektor lebih baik menggunakan satu atau dua iterasi setiap langkahnya, namun apabila metode yang digunakan sebagai prediktor lebih rendah, maka lebih baik metode korektornya membutuhkan langkah yang lebih atau orde yang lebih tinggi.

Adapun beberapa metode yang telah dikonstruksi dengan menggunakan metode prediktor korektor antara lain yaitu, pertama oleh Khalida Inayat Noor dan Muhammad Ashlan Noor tahun 2007 mengenai Metode Prediktor Korektor Newton-Halley dengan orde konvergenan enam, kedua oleh Mohammed S.M Baghat dan M.A. Hafiz tahun 2013 mengenai metode Prediktor-Korektor Householder-Halley dengan orde konvergenan Sembilan, ketiga oleh Najmudin Ahmad dan Vimal Pratap Singh pada tahun 2015 mengenai Metode Prediktor Korektor Steffensen-Halley dengan orde konvergenan enam, dan yang dikemukakan oleh Ali R. Shoeli, S.A. Ahmadian, dan J. Naghipoor pada tahun 2008 mengenai penggunaan Metode Newton sebagai prediktor dan metode baru yang diperoleh dari aturan Kuadratur Simpson, Trapezoidal, dan *Weight Combination of Midpoint* sebagai korektor dengan orde kekonvergenan kuadrat dan lain-lain. Oleh Karena itu, maka akan dilakukan penelitian dengan mencoba mengkaji penggunaan

teknik prediktor korektor dengan menggunakan Metode Jarratt sebagai prediktor dan Metode Householder sebagai korektor, sehingga menghasilkan Metode Prediktor Korektor Jarratt Householder untuk penentuan akar persamaan non linier. Berdasarkan permasalahan diatas, maka penelitian ini berjudul “**Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk Penentuan Akar Persamaan Non Linier**”.

B. Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah fungsi f yang akan diselesaikan merupakan fungsi f dengan satu variabel dan nilai fungsinya adalah bilangan real namun tidak dapat menemukan akar bernilai kompleks.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah “Bagaimana menentukan akar persamaan non linier dengan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk penentuan akar persamaan non linier “.

D. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan Rumusan Masalah, dijabarkan pertanyaan penelitian sebagai berikut :

1. Bagaimana proses pembentukan formula dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder dalam penentuan akar persamaan non linier?

2. Bagaimana algoritma dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder dalam penentuan akar persamaan non linier?
3. Bagaimana orde kekonvergenan dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder dalam penentuan akar persamaan non linier?

E. Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menelaah proses pembentukan formula dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk penentuan akar persamaan non linier.
2. Menyusun algoritma kedalam bentuk diagram alir dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder untuk penentuan akar persamaan non linier.
3. Menentukan orde kekonvergenan Metode Jarratt-Householder dengan teknik prediktor untuk penentuan akar persamaan non linier.

F. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang dapat diperoleh dari penelitian ini antara lain :

1. Memberikan pengetahuan kepada penulis mengenai metode numerik khususnya permasalahan dalam penentuan akar persamaan non linier.
2. Memberikan pengetahuan kepada pembaca dalam permasalahan dalam penentuan akar persamaan non linier dengan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder.

3. Dapat menjadi bahan acuan untuk penelitian selanjutnya bagi peneliti lainnya dalam memecahkan permasalahan persamaan non linier.

G. Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian dasar atau teoritis dengan menggunakan metode studi kepustakaan dengan cara mengumpulkan data serta informasi yang dibutuhkan mengenai permasalahan dalam penentuan akar persamaan non-linier yang berasal dari buku, jurnal, literatur, dan sumber-sumber lain yang dapat diperoleh dari internet. Adapun Langkah-Langkah yang akan dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Membaca dan mempelajari literatur mengenai persamaan non linier serta metode numerik dalam menentukan akar dari persamaan non linier.
2. Mengkaji prinsip dari Metode Newton-Raphson, Metode Jarratt, dan Metode Householder dalam menentukan akar dari persamaan non linier.
3. Menelaah proses pembentukan formula Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder dalam penentuan akar persamaan non linier.
4. Menyusun algoritma dalam bentuk diagram alir dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder dalam penentuan akar persamaan non linier.
5. Menganalisis orde kekonvergenan Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder.

6. Menerapkan algoritma dari Metode Prediktor Korektor Jarratt-Householder pada komputer serta membandingkan hasilnya dengan Metode Newton-Raphson, Metode Jarratt, dan Metode Householder.
7. Menyimpulkan hasil yang diperoleh berdasarkan hasil penelitian.