

112 THD/88

LABORATORY MATHEMATICS

BUKU PEGANGAN UNTUK
SEKOLAH MENENGAH
OLEH
STEPHEN KRULIK
TEMPLE UNIVERSITY PHILADELPHIA

PERPUSTAKAAN IKIP PADANG
KOLEKSI BIDANG ILMU
TIDAK DIPINJAMKAN
KHUSUS DIPAKAI DALAM PERUSTAZAN

DITERJEMAHKAN
OLEH
DRS. SYAMSUL ANWAR
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FPMIPA - IKIP PADANG

MILIK PT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

1972. W. B SAUNDERS COMPANY - PHILADELPHIA - LONDON - TORONTO.

1986

KATA PENGANTAR

Sekarang ini sangat dirasakan kekurangan buku matematika untuk Perguruan Tinggi yang berbahasa Indonesia sebagai bahan bacaan bagi mahasiswa, sedangkan kemampuan mahasiswa untuk dapat membaca buku-buku dalam bahasa asing sangat kurang sekali.

Dalam rangka mengatasi masalah ini penulis mencoba menterjemahkan "LABORATORIUM MATEMATIKA" Karangan Stephen Krulik bagian I dan II.

Pada buku ini dibicarakan tentang hal laboratorium matematika, peranannya dalam belajar mengajar matematika serta kegiatan-kegiatan laboratorium matematika yang sangat berguna bagi mahasiswa atau guru-guru matematika sekolah menengah.

Terwujudnya terjemahan ini adalah berkat dorongan dan bantuan dari berbagai pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu persatu. Atas bantuan ini saya ucapkan terima kasih.

Padang, September 1986.

MIL. PERPUSTAKAAN IKIP PADANG	
DITERIMA	21-10-1987
SIMPUL	Gladeah
	R 1
	112/2d/88-10 (2)
	510.28 KRU 10

D A F T A R I S I

	Hal.
KATA PENGANTAR.....	ii
DAFTAR ISI.....	iii
BAGIAN SATU. Laboratorium Matematika.....	1
BAGIAN DUA. Beberapa Aktifitas Untuk Laboratorium Matematika....	8
BAB. I : PRA ALJABAR.....	10
Kegiatan Satu. - Bilangan Prima dan Bilangan Komposit.....	10
Kegiatan Dua. Saringan Eratosthenes.....	13
Kegiatan Tiga. Pengukuran.....	15
Kegiatan Empat. Membuat Penggaris.....	17
Kegiatan Lima. Beberapa Berat Penjepit Kertas.....	19
Kegiatan Enam. Mengukur Volume.....	20
Kegiatan Tujuh. Papan Pulau.....	21
Kegiatan Delapan. Papan Pi.....	24
Kegiatan Sembilan. Gerakan Diatas Kisi.....	26
BAB. II : A L J A B A R.....	28
Kegiatan Sepuluh. Pola-pola Bilangan.....	28
Kegiatan Sebelas. Tabel Akar-akar.....	32
Kegiatan Dua Belas. Menimbang Piring.....	34
Kegiatan Tiga Belas. Menghitung Daerah-daerah.....	36
Kegiatan Empat Belas. Rentangan.....	38
Kegiatan Lima Belas. Gambar-gambar Garis.....	41
Kegiatan Enam Belas. Permainan Menara.....	44
BAB. III : G E O M E T R I.....	46
Kegiatan Tujuh Belas. Matematika Pada Meja Bilyar...	46
Kegiatan Delapan Belas. Tessalasi (Pembentukan Bangunan-bangunan Dari Bangun Kecil= Pen).....	49
Kegiatan Sembilan Belas. T a n g r a m.....	51
Kegiatan Dua Puluh. Geometri Melalui Lipatan Kertas.....	54
Kegiatan Dua Puluh Satu. Segitiga Siku-siku.....	56
Kegiatan Dua Puluh Dua. Segitiga Siku-siku.....	58
Kegiatan Dua Puluh Tiga. Jumlah Sudut-sudut Segitiga...	60
Kegiatan Dua Puluh Empat. P e n t o m i n o.....	62
Kegiatan Dua Puluh Lima. Similaritas/Sebangun.....	65
Kegiatan Dua Puluh Enam. K u b u s.....	67

BAB. IV.

BAB. IV : T O P O L O G I.....	68
Kegiatan Dua Puluh Tujuh. Didalam Atau Diluar.....	68
Kegiatan Dua Puluh Delapan. Loop Bersisi Satu.....	71
Kegiatan Dua Puluh Sembilan. Jaringan-jaringan.....	73
Kegiatan Tiga Puluh. Jalan-jalan Satu Jalan...	77
Kegiatan Tiga Puluh Satu. Masalah Empat Warna.....	79
BAB. V : PROBABILITAS DAN STATISTIK.....	81
Kegiatan Tiga Puluh Dua. S a m p e l.....	81
Kegiatan Tiga Puluh Tiga. Paku Payung.....	83
Kegiatan Tiga Puluh Empat. Menggulingkan Sebuah Da-	
du.....	86
Kegiatan Tiga Puluh Lima. Tos Mata Uang Logam.....	89
Kegiatan Tiga Puluh Enam. Probabilitas.....	91.

BAGIAN SATU

LABORATORIUM MATEMATIKA

Selama bertahun-tahun pelajar-pelajar dalam belajar matematika di sekolah menengah duduk rapi secara beraturan, berbaris-baris, tempat duduk diatur rapi. Setiap kelas yang belajar matematika kelihatan persis sama satu sama lain, dan apa yang kejadian disetiap kelas hampir merupakan duplikat kelas yang lain.

Sekarang keadaan ini sudah berubah banyak. Pendidik matematika sedang berusaha menghindari manipulasi bilangan-bilangan yang tak bermakna yang dilakukan dengan duduk tenang-tenang oleh siswa yang belajar secara pasif. Sebagai gantinya, siswa-siswa berpartisipasi secara aktif didalam kelas matematika, mereka mengalami matematika itu (menghayati matematika itu). Banyak bagian dalam matematika disekolah menengah yang melibatkan mempelajari pola-pola, menghimpun dan memeriksa data, dan mengembangkan suatu cara yang tepat yang menghemat waktu dalam melahirkan (menyatakan) data-data ini. Setiap sifat alamiah matematika, menjadikan matematika itu pelajaran yang secara idealis cocok untuk kegiatan dengan pendekatan laboratorium.

Sekarang ini siswa-siswa yang belajar matematika bisa bergerak kesana sini, mereka bekerja secara individual dimeja atau di atas lantai, kadang-kadang belajar matematika digang-gang sekolah bahkan mungkin diluar. Siswa-siswa belajar sendiri, berpasangan atau merupakan grup yang lebih besar. Mereka bertanya, mereka bicara, mereka bekerja, dan mereka mempelajari matematika.

Akan tetapi dalam pengelolaan yang tergesa-gesa sebuah laboratorium matematika, banyak guru-guru yang kehilangan pandangan tentang fungsi yang penting dari cara belajar begini. Karena kebanyakan laboratorium digunakan untuk melatih materi itu sendiri, maka sering guru dan murid memperlakukan mereka sebagai kegiatan latihan yang terputus satu sama lain. Mereka diperlakukan tanpa memandang kecocokan atau kegunaan.

Sebagai hasilnya, banyak guru yang memandang bahwa kerja laboratorium sebagai suatu kegiatan pengayaan yang dilakukan setelah pelajaran matematika yang rutin, bukannya sebagai bagian dari keseluruhan program. Tantangan yang nyata bagi guru-guru adalah bagaimana merancang dan menggunakan kegiatan-kegiatan eksplorasi ini sebagai suatu kegiatan bagian yang terpadu dengan ku

rikulum. Hendaknya guru secara hati-hati menata laboratorium matematika untuk memberikan pengalaman matematika kepada siswa-siswa yang berguna dalam pencapaian tujuan pelajaran matematika yang sudah dirumuskan.

Laboratorium matematika bukanlah metoda pengajaran untuk masa datang, akan tetapi adalah suatu teknik pengajaran yang digunakan hari ini dalam hubungannya dengan banyak hal, sama-sama memiliki nilai strategi belajar. Tujuan dari teknik belajar matematika ini adalah kemampuan siswa-siswa untuk matematika.

Apakah itu laboratorium matematika?. Dia bukan suatu benda, bahkan tak perlu suatu benda fisik. Laboratorium matematika dapat dipikirkan sebagai suatu lingkungan yang digunakan untuk belajar, sebagai suatu filosofis pengajaran. Laboratorium adalah suatu strategi mengolah pengalaman-pengalaman untuk menolong siswa mempelajari matematika. Laboratorium dapat juga berarti suatu tempat dalam kelas biasa dimana siswa "mengajarkan matematika".

Laboratorium matematika boleh juga diartikan sebagai keseluruhan ruangan atau pojok ruangan saja bahkan sebuah meja yang di atasnya terdapat bermacam-macam material. Laboratorium dapat dipikirkan sebagai sebuah alat bantu untuk penyerapan oleh siswa tentang dasar-dasar matematika (konsep-konsep matematika) yang telah dirancang secara hati-hati bersesuaian dengan pengalaman-pengalaman yang bermacam-macam. Laboratorium adalah suatu tata cara dimana ide dan proses dikembangkan melalui pengalaman yang beraneka ragam ini, biasanya menggunakan objek-objek sebagai mediana. Kenapa ada laboratorium matematika ?. Apa alasan-alasan para pendidik untuk berpaling mengembangkan pengajaran matematika bentuk ini ?, salah satu alasannya, laboratorium matematika memberikan kesempatan yang baik bagi guru untuk pengajaran secara individual, siswa dapat bekerja sendirian pada tempatnya masing-masing, secepat yang dimungkinkan sesuai kesanggupan mereka masing-masing. Pendekatan secara laboratorium itu akan mengurangi pengajaran teks book yang menonton, cara ini mencocokkan antara gaya mengajar guru dengan gaya belajar siswa.

Ini mengekspose siswa terhadap rangkaian material yang nyata terhadap beraneka ragam pengalaman yang berarti. Cara ini mengem-

bangkan sikap eksperimental dalam diri siswa masing-masing, siswa dapat menemukan suatu ide, merumuskan teori, dan kemudian mengerjakan teori ini. Pertanyaan terbuka ("Berapa banyaknya.....?- Berapa beratnya.....? Seberapa lama.....?") memberikan pencapaian yang otomatis dari beberapa tingkat kesuksesan bagi setiap anak. Kegiatan yang berbentuk open-ended memungkinkan murid menjelajahi sejauh mungkin dengan penemuan-penemuan mereka sendiri menurut kesanggupan mereka. Mereka memiliki kesempatan untuk merumuskan dan untuk menguji keputusan mereka. Faktor yang menarik cukup tinggi, memberanikan diri pelajar yang selama ini tidak maju-majunya untuk berpartisipasi. Sisi lain dari masalah tersebut adalah siswa yang berbakat yang mempelajari pelajaran itu mempunyai kesempatan untuk kegiatan yang bersifat kreatif, suatu kesempatan untuk merancah matematika itu secara bebas.

Kedua kelompok siswa ini dapat melihat kelanjutan, dan kemajuan-kemajuan yang terjadi. Suasana yang relaks bersamaan dengan kesempatan untuk berbuat bebas, pekerjaan yang menarik menggunakan materi yang bersifat fisik menimbulkan sikap positif terhadap matematika sehingga matematika itu menjadi sesuatu yang disenangi untuk mempelajari masalah-masalah kedisiplinan akan turun dengan nyata sekali. Setiap siswa menjadi terlibat dengan kerja, tak seorangpun dapat duduk dibelakang meja dan menunggu saja, sehingga guru "menuangkan" ilmu pengetahuan kedalam kepalanya.

Laboratorium macam apa yang dapat memberi manfaat bagi guru matematika ?. Pada dasarnya, ada tiga jenis laboratorium yang dapat dikembangkan di sekolah. Kenyataan adanya fasilitas ruangan yang bermanfaat, minat guru, uang yang bisa digunakan akan mempengaruhi secara langsung terhadap jenis laboratorium matematika yang akan dikembangkan dan digunakan. Laboratorium yang disentralisir adalah keadaan yang ideal, dimana guru mempunyai ruangan-ruangan masing-masing. Ini situasi menyenangkan dimana seorang guru memiliki laboratorium matematika yang permanen/tetap, tepat berada dalam ruangan sendiri, kursi dan meja dapat dipindah-pindahkan untuk membentuk ruangan kerja bagi siswa secara perorangan, grup-grup kecil, bahkan grup yang lebih besar. Guru memiliki semua material yang dibutuhkan sebagai suatu keperluan bagi mereka untuk

melaksanakan kegiatan. Tentu saja ini berarti lebih dari pada hanya serentetan kotak-kotak berisi alat-alat dibelakang kamar yang mana siswa akan "bermain-main" dengan alat-alat (materil) tersebut, setelah mereka selesai bekerja. Jenis laboratorium seperti ini akan menjadi mahal, karena setiap kelas matematika mempunyai semua material secara lengkap. Laboratorium ini menghendaki seorang guru yang imajinatif, seorang yang mengenal pengalaman-pengalaman yang banyak tentang situasi belajar yang dimiliki siswa, seorang guru yang menimbulkan, meningkatkan pengalaman yang matematis dan penemuan-penemuan untuk siswa sebagai suatu kebutuhan bagi mereka. Ini adalah suatu program waktu yang konsumtif yang tidak direncanakan untuk seseorang yang sekedar hanya suka untuk "menutupi material" (cover material). Laboratorium berputar (the rolling laboratory) atau laboratorium bergerak berguna apabila ada hambatan jumlah peralatan yang dapat dibeli sekolah. Biasanya jenis laboratorium ini terdiri dari kereta (wagon) berputar yang besar dan kuat. Material-material diletakan secara hati-hati dan ditempelkan pada kotak masing-masing pada kereta putar tersebut. Sekaliannya diatur sedemikian rupa sehingga semua material untuk suatu penyelidikan berada dalam suatu tempat. Kereta tersebut bergerak dari seorang guru ke guru lain sesuai dengan jadwal yang telah diatur sebelumnya, bila sebuah kereta sudah datang, guru matematika dapat bekerja langsung tentang laboratorium matematika di dalam kamar sendiri.

Meja-meja didorong bersama-sama, dan tempat alat (container) dibagikan pada siswa-siswa. Jenis laboratorium ini mempunyai beberapa kerugian, pertama labor ini tidak berguna apabila keperluan meningkat, kedua, jumlah dan jenis-jenis percobaan jarang berubah.

Bahan-bahan hilang tatkala kereta bergerak kesana-sini. Pemeliharaannya sulit. Dalam banyak hal, laboratorium ini akan makin buruk jika dihadapkan pada serangkaian kegiatan-kegiatan yang menarik minat siswa dan sedikit faedahnya berhubungan dengan matematika yang diajarkan waktu itu.

Jenis laboratorium matematika yang digunakan banyak sekolah saat ini sebagai kompromi antara laboratorium yang disentralisir dan laboratorium bergerak adalah laboratorium terpusat. Laboratorium ini adalah sebuah ruangan/kamar yang sudah disiapkan kembali

untuk keperluan sebagai laboratorium matematika yang tetap. Di dalam laboratorium ini kelas-kelas menyediakan fasilitas-fasilitas sebagai bagian pelajaran matematika yang biasa (regular).

Idealnya diperlukan seorang guru yang berkualitas secara khusus dalam menagani semua laboratorium sepanjang waktu. Tugas guru tersebut termasuk bekerja bersama siswa disamping bekerja dengan guru matematika biasa dari masing-masing kelas yang datang ke laboratorium matematika tersebut. Dia bertugas membuat jadwal kegiatan kegiatan dan jadwal siswa, dia merancang kegiatan-kegiatan, dia memelihara hasil kerja dan memelihara semua material.

Dia memelihara catatan untuk laboratorium. Dia juga merupakan manusia sumber yang ulung untuk meningkatkan staf jurusan matematika sekolah itu. Laboratorium jenis ini biasanya memiliki serangkaian carrel individu (bangku khusus). Dirancang untuk satu atau dua siswa untuk mengerjakan suatu proyek khusus. Bangku-bangku biasanya dipindahkan dari ruangan dan diganti dengan meja dan kursi yang bisa diatur. Dimasing-masing stasiun biasanya ada kartu aktifitas atau lembaran petunjuk yang mana telah dirancang dengan hati-hati untuk membantu siswa melakukan eksperimen. Kartu-kartu disusun cukup untuk menyiapkan bimbingan untuk siswa, tetapi tidak dibuat berlebihan, sehingga tidak ada pula ruangan/kesempatan bagi siswa untuk berpikir. Dalam banyak hal juga ada bahan-bahan yang perlu untuk kegiatan, penghapus, pensil dan lembaran data untuk memberikan suatu pola yang berguna bagi siswa untuk mengumpulkan dan mengatur data-datanya. Secara ideal laboratorium sebaiknya juga memiliki satu gudang untuk menyimpan proyek yang belum siap. Juga ada ruangan-ruangan yang banyak untuk persediaan material. Mesin duplikator lengkap dengan stensil dan kertas-kertasnya adalah perlu, juga ada material utama (bahan-bahan pokok) baik untuk siswa-siswa maupun untuk guru-guru. Guru juga membutuhkan filling Cabinet (map) untuk menyimpan bekas kerja siswa. Diperlukan jaringan listrik yang cukup demikian juga ruangan untuk menggantung material diloteng, juga perlu meja untuk kerja kelompok yang besar dan papan tulis yang lengkap dengan gambar-gambar. Banyak guru-guru pada tingkat SMP menggunakan pendekatan laboratorium dalam konteks rencana pelajaran masing-masing. Mereka menggunakan latihan jenis laboratorium se-

bagai strategi pengajaran. Dalam beberapa hal penyelidikan itu adalah materi pendahulu untuk didiskusikan (setelah penemuan kita dapat mengajar) atau laboratorium menyediakan aktifitas meringkaskan (setelah mengajarkannya kita dapat membuktikannya). Dalam hal ini laboratorium bukannya dipandang sebagai satu-satunya strategi mengajar yang unik, kenyataannya banyak latihan laboratorium yang membutuhkan hanya semacam lembaran kerja dan sebuah pensil sebagai alatnya. Apakah peranan guru di labor matematika ? Terutama tugas guru adalah mesti bisa menciptakan suasana belajar didalam kelas (dalam labor). Dalam laboratorium peranan guru jarang menceriterakan bagaimana menemukan jawaban-jawaban. Agaknya yang perlu guru mencoba membimbing siswa untuk menemukan sesuatu dalam tugasnya.

Guru hendaknya menggunakan pertanyaan-pertanyaan atau arahan-arahan secara hati-hati untuk memberanikan pelajar yang masih muda, guru harus merencanakan kegiatan untuk menemukan kebutuhan yang spesifik (khusus) dari siswa secara individu, dia juga mengetahui kapan bertanya dan kapan diam. Guru sebaiknya memberanikan setiap siswa untuk tetap mencatat dalam buku catatan kegiatan-kegiatan yang telah dilakukan. Siswa menulis tanggal, apa yang dikerjakannya, data-data yang telah dikumpulkannya dan hasil-hasil kerjanya (kesimpulan-kesimpulannya). Hal ini memberikan catatan yang terus menerus secara tepat tentang latihan-latihan laboratorium matematika yang dikerjakan siswa. Ini memberikan catatan yang lengkap bagi guru untuk masing-masing siswa.

Untuk memperkenalkan laboratorium, guru hendaknya menyediakan suatu hari untuk menjelajahi secara bebas laboratorium tersebut bersama siswa, ada suatu hari orientasi dimana siswa boleh masuk laboratorium melihat alat-alat jika sudah selesai digunakan, dimana persediaan disimpan dan sebagainya. Jika siswa-siswa bertanggung jawab untuk mencatat kemajuan mereka sendiri, tunjukan kepada mereka bagaimana melakukannya dan kapan dilakukan. Jika mungkin ini sering merupakan ide yang bagus membiarkan mereka untuk memiliki kegiatan, dengan kegiatan itu mereka mulai tertarik.

Lebih-lebih guru-guru sekolah menengah pertama dan sekolah menengah atas mencoba menggunakan laboratorium matematika dalam suatu cara dan lain cara, diharapkan ketika mereka bekerja dilabor matema

tika mereka menjadi terbiasa (dan lebih menyenangkan), dengan pen-
dekatan ini. Mereka dapat mengintegrasikan teknik ini kedalam gu-
dang strategi mengejar yang efektif, mudah dimanipulasi dan memer-
lukan sesedikit mungkin pemeliharaan, dengan harapan tidak akan
mudah berantakan.-

BAGIAN DUA

BEBERAPA AKTIVITAS UNTUK SEBUAH LABORATORIUM M A T E M A T I K A

Dalam suatu laboratorium matematika fokus utama terletak pada kegiatan yang dilakukan. Umumnya kegiatan ini menghasilkan atau menghancurkan keseluruhan pendekatan laboratorium. Sebaiknya guru merencanakan materi dan kegiatan yang dibutuhkan untuk keadaan tertentu yang mereka hadapi. Bagaimanapun juga selalu ada unsur-unsur umum yang sama yang dimiliki oleh kegiatan laboratorium itu.

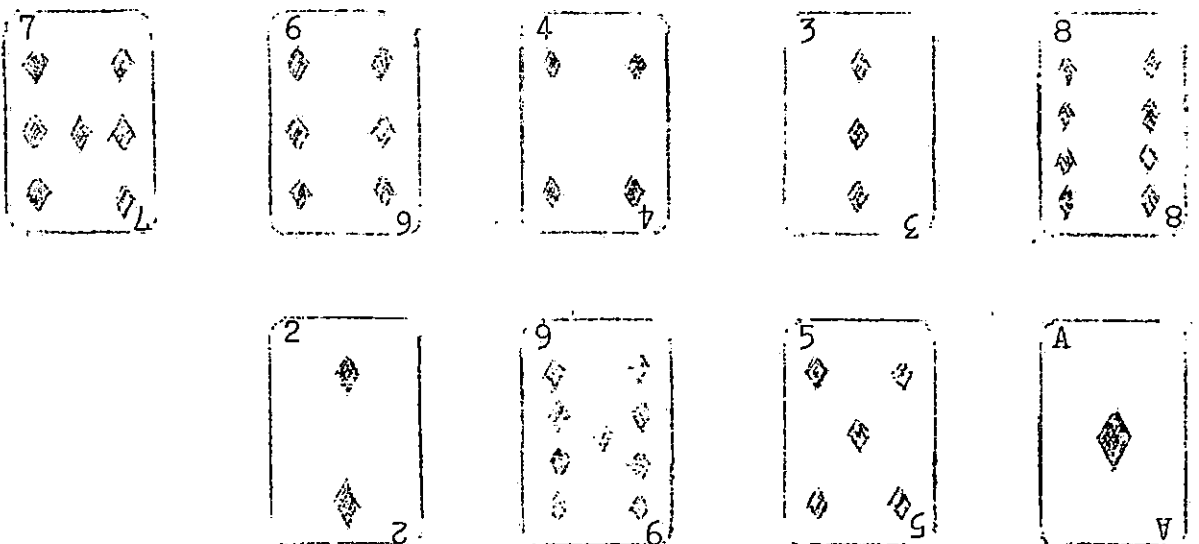
Hal ini benar apakah labor itu adalah laboratorium yang dirancang secara cukup dimana setiap siswa bekerja masing-masing, aktifitas yang tidak berhubungan (masing-masing punya hubungan sendiri) ataukah masing-masing aktifitas dilakukan secara kelas sehingga masing-masing aktifitas dilakukan secara kelas sehingga masing-masing siswa dalam kelas itu melakukan kegiatan, penelitian atau pemeriksaan.

1. Ada lembaran kerja yang disusun secara hati-hati atau kumpulan kartu aktifitas untuk masing-masing eksperimen. Ini sebaiknya dirancang secara hati-hati, membimbing siswa melalui penyelidikanannya. Pada waktu yang sama pengarahan jangan melampaui batas aktifitas, tapi menyediakan kesempatan untuk berpikir bebas. Bahasa bentuknya sederhana, benar secara matematika dan terus terang, lembaran kerja hendaknya mengandung pertataan terbuka (open ended question) memungkinkan setiap siswa untuk mencapai keberhasilan, juga ada kesempatan bagi siswa untuk merumuskan kesimpulan mereka sendiri yang sewaktu-waktu mereka peroleh. Lembaran kerja hendaknya menimbulkan keberanian siswa untuk mengira, tau, menerka.
2. Material yang bersifat fisik yang dirancang untuk kegiatan hendaknya tidak kompleks. Material fisik itu dapat berupa bikinan guru bilamana perlu.
3. Kegiatan-kegiatan yang dirancang hendaknya dapat dikembangkan dan digunakan dalam hubungannya dengan kurikulum umum yang sedang dijalani oleh siswa (dikerjakan). Sedangkan kegiatan secara khusus untuk memperkaya dan menarik minat, kebanyakan digunakan sebagai bagian yang integral dengan aljabar, geometri dan pelajaran lain yang dipelajari siswa diluar laboratorium. Jika

semua mungkin, maka kegiatan-kegiatan dan materi-materi hendaknya berubah-ubah cukup untuk melayani lebih dari satu peran dalam kurikulum matematika.

4. Laboratorium hendaknya menjadi (memiliki) bermacam-macam sumber untuk masing-masing ide matematika. Beberapa penyajian dari konsep matematika yang menggunakan bermacam-macam material adalah patut untuk penyerapan konsep yang baik bagi siswa. Umpamanya, siswa-siswa dapat meneliti/menjelajahi strategi yang terlibat dalam permainan Tic - Tac - Toc. Suatu ketika strategi ini ditemukan, didiskusikan dan diformulasikan, model berikutnya dapat dikembangkan dengan menggunakan kartu-kartu dalam membentuk sebuah bujursangkar ajaib. Objek permainan ini adalah, adanya orang pertama yang memilih tiga kartu yang berjumlah 15. Perhatikan, bagaimana semanya strategi ini terlihat dalam permainan Tic - Tac-Toc.

Pada bagian lain dari buku ini anda akan menemui serangkaian kegiatan yang dirancang dengan kriteria ini dalam pikiran. Kebanyakan material yang dibutuhkan dapat dibuat apakah dalam workshop kayu (bengkel kayu) disekolah atau oleh seseorang yang menggunakan alat seperti sepasang gunting, beberapa papan poster (atau cord board - atau oaktag), spidol dan pasta.



Banyak kegiatan-kegiatan merupakan alat sederhana pensil dan kertas penyelidikan. Bilamana perlu setiap aktifitas yang meminta jawaban pertanyaan, sebaiknya merupakan format yang sudah dicetak di-

mana siswa dapat menempatkan jawabannya, penemuannya dan komentar-komentar didalamnya. Dengan cara ini mudah bagi guru untuk mempersiapkan model lembaran jawaban, sehingga siswa dapat memeriksa kerjanya sendiri sebagai hasil kerjanya. Tambahan lagi dengan menempatkan model lembaran jawaban kedalam sebuah urutan/aturan dengan plastik (a plastic sleeve arrangement), sebuah sisipan papan (sisipan karton) yang dapat ditambahkan sebagai layar untuk membuat semacam alat yang diprogram untuk setiap kegiatan. Jadi jika blanko lembaran jawaban yang tunggal dirancang untuk kegunaan bermacam-macam kegiatan, ribuan dapat dikembangkan dan digunakan dimana perlu.

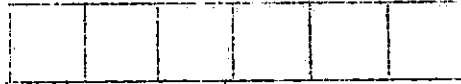
Kegiatan laboratorium yang disarankan disini telah dipecah menjadi daerah luas yang dipilih secara bebas. Bagian-bagian ini pre-aljabar, geometri, topologi, probabilitas dan statistik adalah bidang studi yang umum dipelajari di kelas matematika SMP dan SMA sekarang. Tetapi anda para pembaca hendaknya memiliki kata putus tentang kegiatan yang ingin digunakan. Merasa bebas untuk mengambil suatu penelitian sesuai dengan yang ingin anda tugaskan. Gerakan mereka, tambahan kepada mereka, perbaiki mereka. Bukukan kegiatan anda sendiri menggunakan ini sebagai model dan untuk ide-ide.

Kombinasikan kegiatan-kegiatan bila waktu dan kesempatan diberikan. Diharapkan kegiatan-kegiatan ini akan merangsang yang lain-lain, yang anda dapat menggunakannya dengan murid sendiri. Jika ini masalahnya, maka tujuan untuk menulis buku ini sudah dicapai.--

KEGIATAN SATU.

BILANGAN PRIMA DAN BILANGAN KOMPOSIT.

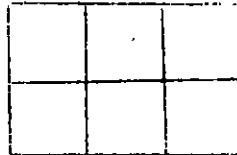
1. Ambillah enam buah ubin bujursangker yang terletak diatas meja-
mu, aturlah sehingga membentuk sebuah empat persegi panjang se-
perti terlihat pada gambar 1-1.



Gambar 1 - 1.

Berapakah panjang empat persegi panjang ini ?.....satuan.
 Berapa lebar empat persegi panjang ini ?.....satuan.
 Berapa luas empat persegi panjang ini ?.....satuan luas.

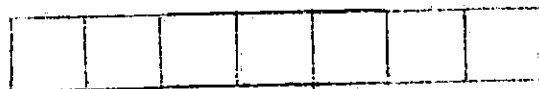
2. Sekarang aturlah enam ubin yang sama ini sehingga membentuk em-
pat persegi panjang kedua seperti terlihat dalam gambar 1-2.



Gambar 1 - 2.

Berapa panjang empat persegi panjang ini ?.....satuan.
 Berapa lebar empat persegi panjang ini ?.....satuan.
 Berapa luas empat persegi panjang ini ?.....satuan luas.

3. Ambillah 7 buah ubin bujursangker, aturlah ubin-ubin itu sehing-
ga membentuk empat persegi panjang seperti terlihat pada gam-
bar 1-3.



Gambar 1 - 3.

Berapakah panjang empat persegi panjang itu ?.....satuan.
 Berapakah lebar empat persegi panjang itu ?.....satuan.
 Berapakah luas empat persegi panjang itu ?.....satuan luas.

4.
 MURAH UPT PERSEPTAKAAN
 KIP SATANA

4. Dapatkah kamu membentuk/mengatur 7 buah ubin untuk membentuk sebuah empat persegi panjang yang ke dua ?, jika kamu bisa, gambarkanlah susunan kamu itu disini.

5. Ambillah 8 buah ubin bujursangkar, aturlah ubin-ubin itu sehingga membentuk sebuah empat persegi panjang, buatlah gambar susunan kamu itu disini.

Berapakah panjang empat persegi panjang itu ?.....satuan.
 Berapakah lebar empat persegi panjang itu ?.....satuan.
 Berapakah luas empat persegi panjang itu ?.....satuan luas.

6. Dapatkah kamu mengatur 8 buah ubin ini sehingga membentuk empat persegi panjang yang lain ?, buatlah gambar susunan itu disini.

Berapakah panjang empat persegi panjang ini ?.....satuan.
 Berapakah lebar empat persegi panjang itu ?.....satuan.
 Berapakah luas empat persegi panjang itu ?.....satuan luas.

7. Isikanlah beberapa informasi pada lembaran data. Lengkapilah lembaran data itu untuk susunan 9 buah ubin, 10 buah ubin, dan 13 buah ubin.

Jumlah ubin	Empat persegi panjang I Luas=panjang x lebar	Dapatkah kamu membuat empat persegi panjang ke 2	Empat persegi panjang II. Luas=panjang x lebar.
6	$6 = 6 \cdot 1$	ya	$6 = 3 \cdot 2$
7	$7 = 7 \cdot 1$	tidak	
8	$8 = 8 \cdot 1$	ya	$8 = 4 \cdot 2$
9			
10			
11			
12			

8.

8. Sesuai dengan lembaran datamu, berapa ubin dapat disusun menjadi empat persegi panjang, yang disusun hanya satu cara, dan lain dapat disusun dengan lebih satu cara. Jumlah ubin yang mana yang dapat disusun hanya dalam satu bentuk empat persegi panjang ?... .. dan
- Ketiga "bilangan ini dinamakan bilangan prima, yakni suatu bilangan yang hanya memiliki dirinya sendiri dan 1 sebagai faktornya. Suatu bilangan yang memiliki lebih dari satu kemungkinan pasangan faktornya, disebut bilangan "Komposit". Bilangan mana pada lembaran datamu, adalah bilangan komposit ?..... ?,,
- dan adalah bilangan komposit.
9. Sekarang buatlah percobaan yang sama dengan 5 buah ubin, kemudian 14 ubin, dan kemudian 17 ubin. Tentukan mana yang diantara bilangan ini adalah bilangan prima dan mana yang bilangan komposit.
- Alat : 17 buah ubin (plastik, kayu, papan poster) masing-masing berbentuk bujursangkar, dan sisi masing-masing adalah satu satuan panjang.-

KEGIATAN DUA.

SARINGAN ERATOSTHENES.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Didepanmu ada sebuah peta yang memperlihatkan semua bilangan dari 2 sampai 100. Kita mencoba menemukan suatu metoda yang dapat menentukan yang mana diantara bilangan-bilangan itu bilangan prima (bilangan prima adalah suatu bilangan yang hanya bilangan itu sendiri, atau bilangan 1 sebagai faktornya/pembaginya) dan mana diantara yang bilangan n komposit. Kita akan menggunakan suatu metoda yang dibuat oleh Eratosthenes, seorang matematikawan zaman Yunani kuno.
2. Bilangan prima yang pertama pada petamu adalah bilangan 2, lingkariilah bilangan 2 itu. Sekarang setiap bilangan genap yang lain pada petamu mempunyai faktor bilangan 2, semuanya ini adalah bilangan komposit, silanglah semua kelipatan 2, (4, 6, 8,).
3. Bilangan prima berikut pada petamu adalah bilangan 3, lingkariilah bilangan 3 itu. Sekarang mana kelipatan 3, bukanlah bilangan prima. Silanglah mana kelipatan 3, (6, 9, 12,). Perhatikanlah bahwa beberapa diantara bilangan ini sudah disilang. Dapatkah ceritakan kenapa demikian ?
4. Bilangan berikut pada petamu yang belum disilang adalah bilangan 5. 5 adalah bilangan prima yang berikutnya, lingkariilah bilangan 5 itu. Semua kelipatan 5 adalah bilangan komposit, silanglah semua kelipatan 5, (10, 15, 20,), lagi kamu akan melihat bahwa beberapa bilangan-bilangan ini sudah disilang.

5.

5. Bilangan berikut yang tidak kamu silang adalah 7. Bilangan 7 adalah bilangan prima, lingkariilah bilangan 7 itu. Sekarang silangilah semua kelipatan 7, (14, 21, 28,).
6. Lingkariilah semua bilangan yang tinggal, yakni bilangan yang tidak disilang atau dilingkari. Semua ini adalah bilangan prima yang kecil dari 100, setiap bilangan yang dilingkari tetap memiliki dua faktor, bilangan itu sendiri dan bilangan 1. Berapa banyak bilangan prima yang ada, yang kecil dari 100 ?.
7. Jika bilangan prima berbeda dua (2), disebut prima kembar. Jadi 3 dan 5 adalah prima kembar, 5 dan 7 adalah prima kembar 11 dan 13 adalah prima kembar dan seterusnya. Berapa banyak himpunan-himpunan prima kembar yang kecil dari 100, yang kamu lihat pada petamu ?. Susunlah bilangan itu pada kertasmu.

Alat : Peta tiruan yang memperlihatkan bilangan-bilangan dari 2 hingga 100. -

KEGIATAN TIGA

PENGUKURAN.

1. Setiap orang dalam kelompok hendaklah mengukur panjang mejamu (bangkumu) dengan menggunakan satuan untuk pengukuran yang berikut : Telapak tangan - panjang meja adalah.....telapak tangan. Jari - panjang meja adalahjari. (catatan : Satuan jari maksudnya lebar jari tersebut).
2. Jika kamu ingin sebuah meja yang ukurannya tepat, seperti ukuran mejamu ini, pengukuran yang mana yang akan kamu berikan ke toko perabot ?. Apakah kamu mengharapkan untuk mendapatkan meja yang ukurannya tepat ?. Apakah kamu melihat kelemahan dalam penggunaan satuan pengukuran informal yang sudah tua ini ?.
3. Gunakanlah lembaran kertas sebagai satuan pengukuran, hendaklah setiap orang dalam kelompok ini mengukur panjang meja dengan satuan yang baru ini, Berapa panjang mejamu sekarang?..... satuan panjang kertas lembaran kerja. Bagaimana pengukuranmu bila dibandingkan dengan pengukuran orang lain dalam kelompokmu ?. Apakah hasilnya sama ?. Apakah lebih mendekati cocok dibanding dengan pengukuran menggunakan telapak tangan dan jari ?. Catatlah setiap pengukuran yang lain disini :
 - 3.1. (saya sendiri) ukuran meja adalahsatuan panjang kertas.
 - 3.2. (meja si) ukuran meja adalahsatuan panjang kertas.
 - 3.3. (meja si.....) Panjang meja adalah.....satuan panjang kertas.
4. Sekarang ambillah cardus satuan yang tersedia dimejamu, ukurlah panjang mejamu dengan alat pengukur ini. Bagaimana hasil pengukuranmu jika dibandingkan dengan pengukuran orang lain tentang panjang meja itu. Apakah pengukuran-pengukuran itu lebih mendekati dibandingkan dengan pengukuran sebelumnya.
5. Sekarang ukurlah panjang mejamu dengan menggunakan penggaris 12 inci yang ada diatas mejamu. Berapa inc panjang mejamu ?. Dapatkah kamu mengukur dengan menggunakan satuan yang berbeda ?. Satuan apa yang kamu pilih ?. Berapa panjang meja dalam satuan ini ?. Bandingkanlah pengukuranmu dengan pengukuran orang-orang

lain, tentang mejamu.

- 6. Pada sisi ruangan, jarak 50 kaki sudah diberi tanda. Berjalanlah pada jarak ini dengan jarak langkah teratur. Berapa langkah yang kamu perlukan saat ini. Sekarang kembali ketempat semula, jalani lagi. Berapa langkah yang kamu perlukan sekarang ?. Lakukanlah sekali lagi. Dapatkah kamu mencari jumlah langkah rata-rata yang kamu perlukan untuk menjalani (menempuh) jarak 50 kaki ini ?. Dapatkah kamu sekarang mengira-ngirakan berapa kaki panjang langkahmu rata-rata?. Berapa panjang rata-rata langkahmu ?.
- 7. Jika kamu ingin mengukur panjang ruang ini, apakah kamu akan menggunakan jarak langkahmu sebagai satuan ukuran ?. Kenapa? Apakah setiap orang dalam kamar ini akan memperoleh pengukuran yang sama untuk panjang dinding itu jika tiap orang menggunakan satuan langkahnya masing-masing ?. Apakah kita memerlukan satuan ukuran standar untuk mengukur sesuatu yang ingin kita ukur ? Mengapa ?.
- 8. Satuan Kardus yang kamu pakai dalam nomor 4. Tepat 4 inci panjangnya. Dengan menggunakan satuan ini, ukurlah tinggi seseorang yang berada pada laboratorium kamu, catatlah hasilnya dalam satuan kardus. Karena masing-masing satuan kardus panjangnya 4 inci, berapa inci tinggi orang yang telah kamu ukur itu ?.
- 9. Ukurlah tinggi orang yang sama dengan menggunakan penggaris 12 inci yang ada dimejamu itu, tinggi penggaris ini tepatnya satu (1) kaki. Berapa tinggi temanmu itu ?.
- 10. Minta kepada temanmu itu untuk menceritakan berapa tingginya, bandingkan perbedaan pengukuran-pengukuran yang kamu peroleh sekarang.
 - Pada nomor 8, tinggi teman sayainci
 - Pada nomor 9, tinggi teman sayainci
 - Teman saya mengatakan pada saya bahwa tingginya yang sebenarnya inci.
- 11. Yang mana diantara satuan itu yang akurat ?. Apakah kamu akan mengukur tinggi seseorang dalam inci atau kaki ?. Dapatkah kamu menggunakan keduanya ?. Nyatakanlah tinggi temanmu dengan inci dan kaki. Alat : Kardus telah dipotong sebelumnya panjang 4 inci, jarak 50 kaki telah ditandai sebelumnya, dan penggaris 12 inci.-

KEGIATAN EMPAT

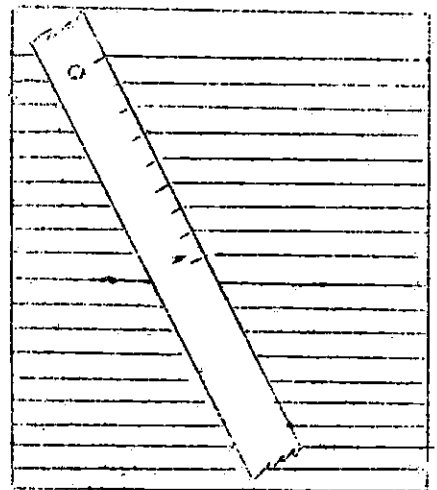
MEMBUAT PENGGARIS.

1. Ambillah sebuah pita mesin yang panjangnya kira-kira 18 inci. Gunakanlah tongue depressor (alat penekan lidah) dimejamu sebagai satuan, tandailah satuan ini pada pita mesin itu berulang-ulang (lihat gambar 4-1).



Gambar 4 - 1.

2. Peganglah pita pada sudutnya dan tempatkan pada kertas bergaris-garis seperti pada gambar 4-2. Lukiskan satuan ukuranmu sampai delapan.



Gambar 4 - 2

3. Ukurlah panjang dan lebar selembar kertas bergaris itu dengan menggunakan penggaris tongue depressor. Berapa satuan panjang kertas itu ? Berapa satuan lebar kertas itu ? . Dapatkan kamu menyatakan hasil bagi lebar dengan panjang sebagai pecahan ? Mana pecahan itu ?.
4. Ukurlah panjang dan lebar mejamu (bangku) dalam satuan tongue. Berapa panjang meja dalam satuan ini ?, berapa panjang dan lebar meja dalam satuan ini. Dapatkan kamu menyatakan hasil bagi lebar dan panjang sebagai pecahan ? Mana pecahan itu ?.
5. Ambillah kertas yang tidak bergaris ukuran 8,5 x 11 inci yang ada diatas mejamu dan sepotong pita mesin tadi, dapatkan kamu membuat (menentukan) pita kertas menjadi bergaris yang panjangnya 12 inci dengan hanya menggunakan lembaran kertas sebagai penunjuknya ? . Hendaklah kamu membagi penggaris itu menjadi 1 inci dan $\frac{1}{2}$ inci (Petunjuk untuk guru : Salah satu pemecahan yang mungkin

adalah sebagai berikut; Letakkanlah kertas yang lebarnya 8,5 inci dan penjangnya 11 inci itu. Beri sebuah tanda. Bagian yang tinggal menjadi $2\frac{1}{2}$ inci. Buatlah tanda awal pada penggaris pitamu untuk menyatakan 0 inci. Mulai dari titik bertanda 0 ini tandailah panjang 2,5 inci pita itu tepat 4 kali. Ini akan memberikan tanda pada 0, pada $2\frac{1}{2}$ inci, pada $7\frac{1}{2}$ inci, pada 10 inci. Tempatkan kertas yang penjangnya 11 inci itu sepanjang pita, mulai dari titik bertanda 0. Ini akan memberikan tanda yang tepat 1 inci didepan tanda bilangan 10 inci semula. Jika satuan panjang telah ditetapkan murid dapat memberi tanda pada keseluruhan penggaris menjadi tanda 1 inci dan $\frac{1}{2}$ inci).

6. Gunakanlah penggarismu yang terbaru itu untuk mengukur panjang dan lebar bangkumu dalam satuan inci. Dapatkah kamu menuliskan hasil-bagi lebar dibagi panjang sebagai suatu pecahan ?. Bagaimana hasil bagi ini dibanding dengan hasil bagi yang kamu dapatkan pada langkah 4 ?.
7. Apakah satuan ukuran yang kamu gunakan mempengaruhi hasil bagi lebar dengan panjang.

Alat : Dua lembar pita mesin atau oak tang kira-kira panjang 15 s/d 18 inci dan lebar 2 inci; selembar kertas bergaris dan selembar kertas yang tak bergaris ukuran $8\frac{1}{2}$ x 11 inci. Satu tongue depressor dan sebuah pensil...

KEGIATAN LIMA

BERAPA BERAT PENJEPIT KERTAS ?.

1. Andaikan kita ingin mengukur tebal sehelai kertas. Dapatkah kamu mengukurnya dengan penggaris ? Nampaknya satu lembaran kertas terlalu tipis untuk diukur dengan penggaris. Marilah kita coba mengukur tebal kertas ini dengan cara lain.
2. Ambillah satu tumpukan kertas yang ada diatas mejamu. Dapatkah kamu mengukur tebal keseluruhan kertas ini ? Berapa tebal kertas ini ?.
3. Berapa lembar kertas yang terdapat dalam satu tumpukan kertas itu? Jika tebal kertas 1 tumpukan itu inci dan satu tumpukan kertas mengandung lembar kertas, kita dapat membagi tebal kertas itu dengan banyak lembaran kertas itu. Hasilnya akan merupakan tebal selemba kertas. Lakukanlah pembagian ini. Berapa tebal selemba kertas ?.
4. Berapa berat satu buah penjepit kertas. Letakanlah sebuah penjepit kertas pada salah satu piring neraca. Dapatkah kamu menyeimbangkan timbangan ? Berapakah berat satu penjepit kertas itu ?.
5. Ambillah sekotak penjepit kertas dan tempatkan pada salah satu piring neraca. Carilah berat yang ditunjukkan oleh semua penjepit itu. Sekarang hitung jumlah penjepit yang ada dalam kotak itu.
6. Jika berat suatu kotak yang mengandung penjepit kertas itu ons dan kotak mengandung penjepit, dapatkah kamu mencari berat sebuah penjepit kertas itu ?.
7. Dengan menggunakan metoda yang sama dapatkah kamu mencari berat selemba plastik kecil itu ?.

Alat : Satu kertas, selemba kertas lain, satu penggaris 12 inci, satu kotak penjepit kertas; neraca balance, satu buah kertas berisi 50 plastik kecil.--

KEGIATAN ENAM.

MENGUKUR VOLUME.

1. Kotak yang besar yang bertanda kotak A dapat diukur dengan mengisinya dengan kotak kecil yang terletak dimejamu. Berapa kotak yang cocok untuk satu lapisan ?. Berapa lapisan kotak ini yang sesuai dengan kotak besar itu ?. Berapa kotak kecil paling banyak yang dapat kamu isikan kedalam kotak A itu ?.
2. Diatas mejamu akan kamu temui beberapa kubus kayu yang kecil dan sebuah kotak yang bertanda kotak B, menurut pikiranmu berapa paling banyak kubus yang dapat kamu isikan kedalam kotak B itu ? setelah kamu duga itu, isilah kotak itu dengan kubus-kubus itu berapa kubus yang cocok untuk satu lapisan ?. Berapa lapisan yang bisa cocok dalam kotak B itu ?. Berapa kubus paling banyak yang bisa kamu isikan kedalam kotak B ?. Apakah mendekati dugaan semula ?.
3. Sekarang tegakkan kotak B diatas salah satu sisi. Berapa banyak kubus kayu yang kecil itu dapat menempati lapisan kotak ini sekarang ?. Berapa lapisan yang ada ?. Berapa jumlah paling banyak kubus-kubus itu yang dapat kamu isikan kedalam kotak B apabila dia ditegakkan disalah satu sisi itu ?. Apakah jumlah kubus-kubus ini sama dengan jumlah kubus yang telah kamu coba lakukan sebelumnya ?. Apakah perputaran posisi kotak B dalam posisi yang berbeda, mengubah banyak kubus yang bisa diisikan kedalamnya ?.
4. Berapa banyak kubus kayu kecil itu dapat kamu isikan cocok untuk satu lapisan kotak yang besar, yakni kotak A ?. Berapa lapisan yang bisa kamu cocokkan kedalam kotak ini ?.
5. Berapa jumlah kubus paling banyak yang dapat kamu isikan kedalam kotak A ?.

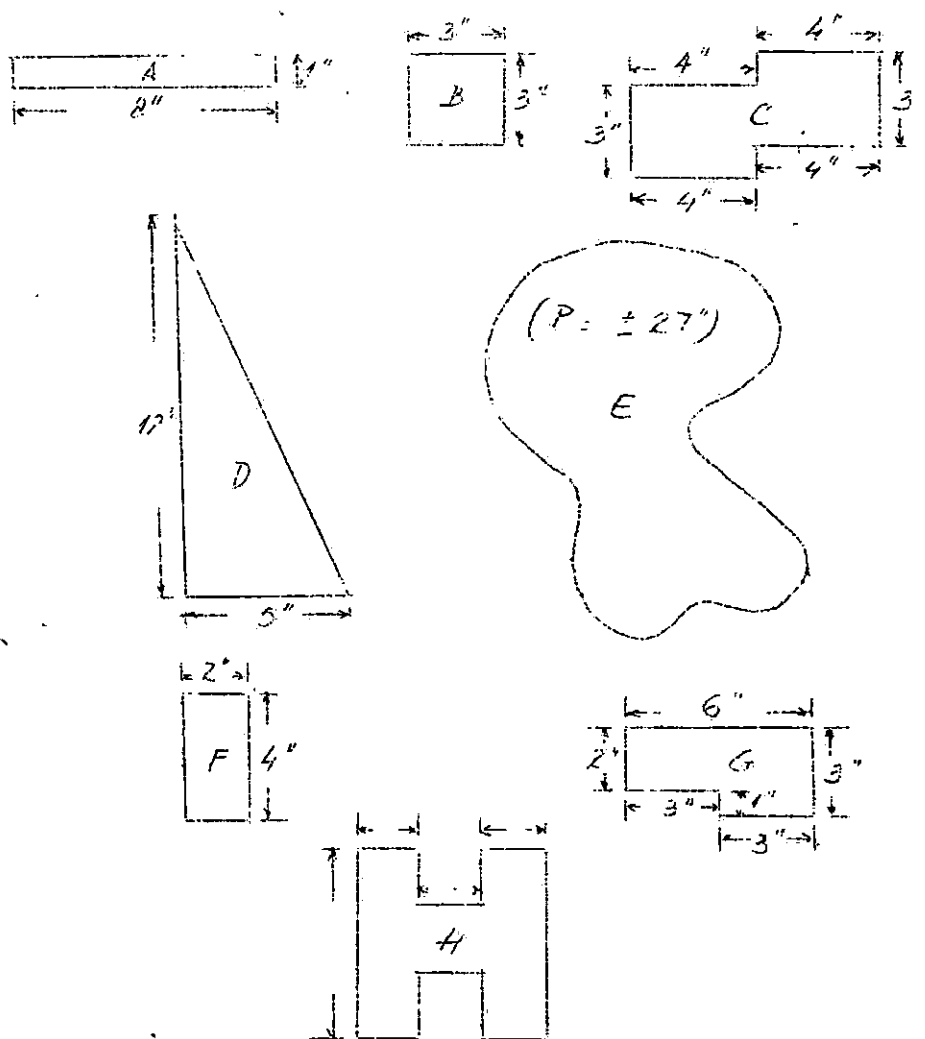
Catatan : Kotak A cukup besar sehingga siswa tidak bisa mengisi lapisan-lapisan itu keseluruhannya dengan kubus kecil tersedia.

Alat : Sebuah kotak besar bertanda kotak A, ukuran kira-kira 15 x 10 x 6 inci, berapa buah yang kecil, ukuran masing-masing kotak itu kira-kira 4 x 2 $\frac{1}{2}$ x 1 $\frac{1}{2}$ inci, sebuah kotak yang lebih kecil bertanda kotak B, ukuran kira-kira 6 x 5 4 inci, dan kira-kira 125 kubus kayu kecil berukuran masing-masing 1 x 1 x 1 inci.-

KEGIATAN TUJUH.

PAPAN PULAU.

1. Dimejamu ada sebuah papan yang memperlihatkan sekelompok pulau-pulau dari bermacam-macam ukuran. Menurut perkiraanmu pulau mana yang memerlukan waktu yang lebih lama untuk berjalan mengelilinginya, pulau A atau pulau B ?. coba terka.
2. Ukurlah panjang sekeliling pulau A, dan pulau B, gunakan penggaris yang ada dimejamu. Ukuran keliling pulau A adalahinci ukuran panjang keliling pulau B adalah.....inci. Apakah terkaanmu tepat ?.
3. Sekarang lakukan cara yang sama terhadap pulau A dan C. Menurut pikiranmu pulau yang mana memerlukan waktu yang lebih lama untuk berjalan mengelilinginya ?. Setelah kamu duga ukurlah panjang keliling pulau A dan pulau C. Apakah terkaanmu tepat ?.
4. Apakah ada cara lain yang dapat kamu gunakan mengukur keliling pulau E ?. Jika dapat kamu pikirkan cara itu, lakukanlah pengukuran itu, Bagaimana cara itu ?.
5. Jarak/panjang yang telah kamu ukur itu disebut keliling masing-masing pulau. Apakah kamu kira bahwa antara pulau-pulau ini mempunyai keliling yang sama ?.
Ukurlah keliling masing-masing pulau sesudah kamu terka.
Keliling A Keliling pulau E.....
Keliling B Keliling pulau F.....
Keliling C Keliling pulau G.....
Keliling D..... Keliling pulau H.....
Adakah pulau-pulau yang sama kelilingnya ?.
6. Diatas mejamu ada persediaan dari ubin-ubin kecil. Berapa banyak ubin-ubin kecil ini diperlukan untuk menutupi pulau B ?. Coba terka. Sekarang ambillah beberapa ubin-ubin kecil itu dan tutupi keseluruhan pulau B. Berapa banyak ubin yang perlu ?. Apakah terkaanmu mendekati ?.
7. Berapa banyak ubin, menurut pendapatmu yang terpakai untuk menutupi pulau G ?. Sekarang tutupilah pulau G dengan ubin-ubin itu. Berapa banyak ubin paling sedikit untuk menutupi pulau G secara keseluruhannya ?.



Gambar 7 - 1.

8. Apa yang berusen saja anda ukur adalah luas masing-masing pulau. Sekarang perhatikanlah ubin-ubin ini lebih dekat. Berbentuk apa masing-masing ubin itu ?. Berapa ukuran panjang dan lebar ubin itu ?. Tiap-tiap ubin memiliki luas 1 inci bujur sangkar.
9. Berapa inci bujur sangkar diperlukan untuk menutupi pulau F ?. Berapa luas pulau F. Luas pulau F adalah.....bujursangkar.
10. Gunakanlah ubin-ubin itu untuk mencari luas tiap pulau.
 Luas A.....bujursangkar. Luas E.....bujursangkar
 Luas B.....bujursangkar. Luas F.....bujursangkar
 Luas C.....bujursangkar. Luas G.....bujursangkar
 Luas D.....bujursangkar. Luas H.....bujursangkar.

11. Adakah pulau yang mempunyai luas yang sama ?. Yang mana ?.
Apakah pulau ini juga memiliki keliling yang sama?. Anda bisa melihat bahwa keliling dan luas tidak diukur dengan cara yang sama.
- Luas, mengukur daerah tertutup dengan bangun dari satuan bujursangkar.
- Keliling, mengukur jarak sekeliling dengan menggunakan satuan panjang.

Alat : Papan pulau (lihat gambar 7 - 1), seutas tali kira-kira sepanjang 36 inci; sebuah penggaris 12 inci, ubin yang masing-masing luasnya 1 inci bujursangkar.-

KEGIATAN DELAPAN.

PAPAN PI.

1. Diatas mejamu ada sebuah papan yang bergaris-garis diatasnya. Garis-garis ini masing-masing berjarak d satu sama lainnya. Didedalam baki ada setumpukan tusuk gigi yang panjang masing-masing $\frac{1}{4}$ d. Berdirilah ditempatmu, jatuhkan tusuk gigi-tusuk gigi itu sehingga semua tusuk gigi itu jatuh pada papan, jika ada yang keluar, ambillah tusuk gigi yang jatuh itu dan jatuhkan kembali keatas papan itu.
2. Buatlah turus banyaknya tusuk gigi yang mengenai satu garis pada papan itu. Juga turus banyaknya tusuk gigi yang tidak menyentuh satu garispun. Buat turus itu setiap kamu mengambil tusuk gigi itu dan meletakkannya kedalam baki. Pakailah blanko ini untuk turusmu.

Jumlah tusuk gigi yang menyentuh garis.	Jumlah tusuk gigi yang tidak menyentuh garis	Jumlah tusuk gigi.

3. Coba lakukan perhitungan. Bagilah semua tusuk gigi dengan jumlah tusuk gigi yang jatuh menyentuh garis. Catatlah hasil yang kamu peroleh disini (sampai 2 desimal).
4. Ambillah benda M. Benda mini berbentuk piring lingkaran dengan sebuah garis lurus yang ditarik ditengah-tengahnya. Untuk mengukur keliling M, kamu dapat menggunakan sehelai benang yang dapat kamu temui diatas mejamu. Pasangkan tali secara kuat pada tepi keliling M itu. Kemudian lepaskan tali dan hasil yang didapat direntang sepanjang penggaris. Panjang yang diperoleh ini disebut keliling piring lingkaran itu. Berapakah keliling M ?. Sekarang ukur diameter M. Bagilah keliling, M dengan diameternya. Catatlah hasilnya disini sampai dua desimal.
5. Ulangi petunjuk nomor 4 itu dan gunakan sekarang piring lingkaran L. Catat hasilnya disini sampai dua desimal.

6.

6. Apakah yang kamu ketahui tentang jawabanmu nomor 3, 4 dan 5 ?
Apakah kamu menemukan angka mendekati 3, 1 didalam setiap masalah itu ? Nilai yang didekati ini ada hubungannya dengan keliling lingkaran dengan diameter disebut π (pi) huruf Yunani. Dia mempunyai nilai mendekati 3,14. π adalah bilangan yang sangat berguna untuk pelajaranmu yang menyangkut masalah lingkaran.

Alat : Papan yang telah digaris, garis-garis paralel yang terpisah antara satu dengan yang lainnya; tusuk gigi kira-kira 100 buah yang panjangnya kira-kira $\frac{1}{2}$ jarak garis itu; dua piring berbentuk lingkaran yang diameternya sudah digaris diatas piring lingkaran itu; beberapa potong benang; sebuah penggaris,-

KEGIATAN SEMBILAN.

GERAKAN DIATAS KISI.

1. Dibawah ini ada kisi bilangan-bilangan :

30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

2. Tanda panah menunjukkan gerakan dari satu bilangan kepada bilangan lain diatas kisi itu. Jadi $12 \rightarrow$ berarti 13 ; $15 \searrow$ berarti 6 ; $17 \leftarrow$ berarti 16.

Apakah maksudnya ini ?.

(a). $4 \rightarrow$

(b). $13 \searrow$

(c). $5 \downarrow$

(d). $19 \uparrow$

(e). $26 \leftarrow$

(f). 14

3. Kadang-kadang kita dapat menggunakan lebih dari satu panah, umpamanya $14 \rightarrow \uparrow$ berarti 25 ; $15 \rightarrow \searrow$ berarti 7 ; $14 \rightarrow \leftarrow$ berarti 14. Gunakanlah kisi yang terdapat pada nomor 1 diatas untuk menceritakan apa maksud masing-masingnya :

(a). $3 \rightarrow \uparrow$

(b). $16 \rightarrow \downarrow \rightarrow$

(c). $14 \rightarrow \leftarrow \downarrow \uparrow \rightarrow$

(d). $12 \rightarrow \searrow \downarrow \leftarrow$

(e). $18 \rightarrow \leftarrow \downarrow \uparrow$

(Kegiatan ini berdasarkan ide yang dikembangkan dalam buku *Maneuver on Lattici*, oleh David Page, Educational Service Incorporated, Watertown, Massachusetts).

4. Apakah urutan arah panah menimbulkan hasil yang berbeda ?.

Cobalah $24 \rightarrow \uparrow$ apakah kamu temui 35 ?. Sekarang $24 \uparrow \rightarrow$. Berapa yang kamu dapat sekarang ?. Apakah $15 \searrow \uparrow \rightarrow$ sama dengan 15 ?.

5. Berapa $35 \leftarrow \rightarrow$?. Apakah \leftarrow dan \rightarrow , mengubah bilangan semula sama sekali ?. Berapa $11 \downarrow \uparrow$. Apakah \downarrow dan \uparrow mengubah bilangan semula sama sekali ?.

6. Pernyataan berikut telah ditulis dengan panah lebih banyak dari yang dibutuhkan. Perhatikanlah jika kamu dapat mencoret panah-panah itu dan tuliskan pernyataan dengan panah yang paling sedikit.

yang diperlukan.

- (a). 21 $\begin{matrix} \longleftarrow & \longrightarrow & \longrightarrow & \longrightarrow & \downarrow & \uparrow & \longleftarrow & \longleftarrow \end{matrix}$
- (b). 17 $\begin{matrix} \searrow & \longrightarrow & \longrightarrow & \downarrow & \longleftarrow & \uparrow & \uparrow \end{matrix}$
- (c). 4 $\begin{matrix} \longrightarrow & \longrightarrow & \longrightarrow & \longrightarrow & \longleftarrow & \longleftarrow & \longleftarrow & \uparrow \end{matrix}$
- (d). 14 $\begin{matrix} \searrow & \searrow & \longrightarrow & \downarrow & \uparrow & \longleftarrow & \swarrow \end{matrix}$
- (e). 0 $\begin{matrix} \longrightarrow & \longrightarrow & \uparrow & \uparrow & \longleftarrow & \longleftarrow & \searrow \end{matrix}$

7. Gunakanlah kisi pada nomor 1 diatas untuk menentukan maksud masing-masing pernyataan nomor 6 diatas.

8. Berapakah $14 \downarrow + 6 \longrightarrow = ?$. Berapa $16 \searrow - 6 \longrightarrow = ?$.
 berapa $(7 \longrightarrow \times 3) \longrightarrow = ?$.

9. Cobalah lakukan dengan kisi yang agak berbeda berikut :

				15
		10	14	
	6	9	13	
	3	5	8	12
1	2	4	7	11

10. Carilah apa maksudnya masing-masing ini :

- (a). 5 $\longrightarrow \uparrow$
- (b). 8 $\begin{matrix} \swarrow & \longrightarrow & \uparrow \end{matrix}$
- (c). $5 \uparrow - 9 \downarrow = ?$.
- (d). 8 $\begin{matrix} \longrightarrow & | & \swarrow & \searrow \end{matrix}$
- (e). $3 \swarrow - 5 \downarrow = ?$.

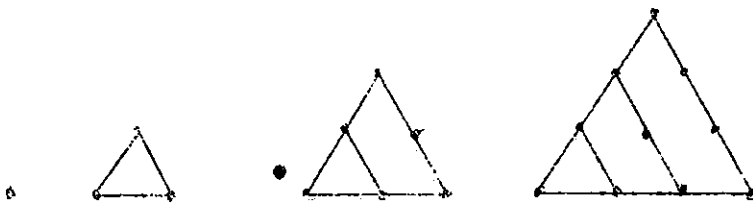
11. Apakah urutan arah panah menghasilkan yang berbeda pada kisi yang baru ini. Coba lakukan beberapa buah dan coba lihat hasilnya.

B A B. II
A L J A B A R

KEGIATAN SEPULUH.

POLA-POLA BILANGAN.

1. Dizaman Yunani kuno, banyak ahli matematika yakin bahwa kelompok tertentu dari bilangan hitung mempunyai pola-pola yang tertentu. Mereka berbicara tentang bilangan-bilangan segitiga, bilangan-bilangan bujursangkar, bilangan-bilangan segi tujuh dan seterusnya. Perhatikanlah kelompok titik-titik ini.



Gambar 10 - 1.

Kelompok pertama mengandung tepat satu titik; bilangan segitiga pertama sama dengan satu. Kelompok kedua mengandung tepat 3 titik; bilangan segitiga kedua itu sama dengan $1 + 2$ atau 3. Kelompok ketiga mengandung tepat 6 titik; Bilangan segitiga ketiga itu adalah $1 + 2 + 3$ atau 6. Bilangan segitiga ke 4 mengandung 10 titik; bilangan segitiga keempat itu adalah $1 + 2 + 3 + 4$ atau 10.

2. Berapa bilangan segitiga kelima ? Dapatkah kamu menggambar kelompok titik-titik untuk memperlihatkan bilangan mana kiranya itu ? Bilangan segitiga kelima itu adalah $1 + 2 + 3 + \dots + \dots + \dots$, atau \dots . Dapatkah kamu menggambar segitiga ke 6. Bilangan berapakah itu ?
3. Seandainya kita buat suatu gambar yang memperlihatkan bilangan segitiga yang pertama dan bedanya.

Bilangan segitiga.	beda.
1	2
3	3
6	4
10	5
?	?
?	?
?	?

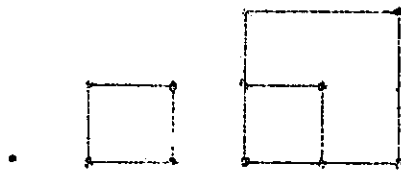
Apakah ada pola lain ? Dapatkah kamu menggunakan pola ini untuk menemukan bilangan-bilangan segitiga yang lain ?.

4. (Boleh dipilih). Karena perbedaan yang kedua itu konstan, maka akan ada pernyataan tingkat kedua untuk menemukan bilangan segitiga ke n . Dapatkah kamu menemukannya ?.

Untuk guru : Bilangan segitiga ke n dapat dicari dengan rumus :

$$n = \frac{X^2 + X}{2}$$

5. Coba perhatikan kumpulan bilangan-bilangan yang menarik, yang disebut bilangan bujursangkar. Perhatikanlah kelompok-kelompok titik-titik itu :



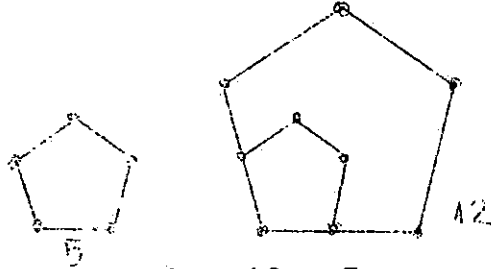
Gambar 10 - 2.

Kelompok pertama tepat mengandung 1 titik; bilangan bujursangkar pertama sama dengan 1. Kelompok kedua mengandung tepat 2×2 atau 4 titik; bilangan bujursangkar kedua itu adalah $1 + 3$ atau 4. Kelompok ketiga mengandung tepat 3×3 atau 9 titik; bilangan bujursangkar ketiga sama dengan $1 + 3 + 5$ atau 9.

6. Berapa gerangan bilangan bujursangkar ke empat ? Berapa banyak titik yang dikandungnya ? Gambarkanlah kelompok titik-titik yang menyatakan bilangan bujur sangkar ke empat. Bilangan bujur sangkar ini sama dengan $1 + 3 + 5 + 7$, atau Kelompok bilangan itu adalah x
7. Berapa gerangan bilangan bujursangkar ke lima. Apakah bilangan ini ada ?. Gambarkanlah kelompok titik yang memperlihatkan bilangan bujursangkar kelima itu.
8. (Boleh pilih). Dapatkah anda menemukan pernyataan yang bersifat aljabar untuk mendapatkan bilangan bujursangkar ke n ?.
- Untuk guru : Bilangan bujursangkar ke n dapat dicari dengan formula $n = X^2$.
9. Mari kita lihat jumlah dari bilangan-bilangan dua buah segitiga beraturan. Lihat gambar pada nomor 10-3. Berapa jumlah bilangan dari 1 dan 3. Berapa jumlah bilangan dari 3 dan 6 ? 6 dan 10?

Umumnya kita katakan bahwa jumlah dua buah bilangan segitiga berurutan ada bilangan.

10. (Boleh pilih) . Dibawah ini ada kelompok-kelompok kecil dari titik-titik yang pertama yang menyatakan bilangan-bilangan segilima.



Gambar 10 - 3.

Pengaturan titik pertama mengandung hanya satu titik; Bilangan segilima pertama sama dengan 1. Kelompok kedua mengandung tepat 5 titik; Bilangan segilima yang kedua adalah 5. Kelompok ketiga mengandung tepat 12 titik; Bilangan segilima ketiga itu adalah 12. Dapatkah kamu menggambarkan kelompok titik-titik untuk menyatakan bilangan segilima keempat dan kelima ?. Berapa banyak titik yang berada dalam kelompok-kelompok yang akan menyatakan bilangan-bilangan segilima itu ?. Dapatkah kamu mencari pernyataan secara aljabar yang akan menolong kamu untuk mendapatkan berapa banyak titik yang berada dalam bilangan segilima ke n ?.

(Untuk Guru) : Bilangan segilima ke n dapat dicari dengan rumus :

$$n = \frac{3n^2 - 2n}{2}$$

11. (Boleh pilih). Periksalah daftar bilangan-bilangan bujursangkar dan segitiga ini :

Bilangan segitiga,	Bilangan bujursangkar,
1	1
3	4
6	9
10	16
15	25

Sekarang jumlahkan menurut arah panah sebagai berikut :

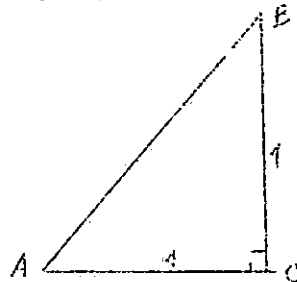
Bilangan segitiga	Bilangan segiempat
1	1 → 1
3	4 → 5
6	9 → 12
10	16 → 22
15	25 → ?

Perhatikanlah bahwa jumlah ini adalah bilangan-bilangan segilima. Umumnya jika bilangan-bilangan segitiga ke n ditambah dengan bilangan bujursangkar ke $n + 1$, maka hasilnya adalah bilangan segilima ke $n + 1$.--

KEGIATAN SEBELAS.

TABEL AKAR-AKAR.

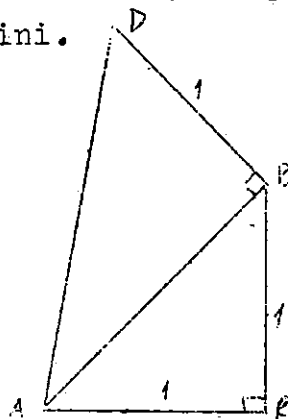
1. Gambarkanlah kertas grafik yang ada diatas mejamu, gambarlah dua buah segitiga siku-siku yang mempunyai sisi masing-masing satu-satuan panjang. Berapa panjang hypotenusa AB ? (lihat gambar 11-1)



Gambar 11 - 1.

Potonglah selemba pita yang panjangnya tepat sama dengan hypotenusa itu. Lembaran pita ini menyatakan panjang 2 satuan.

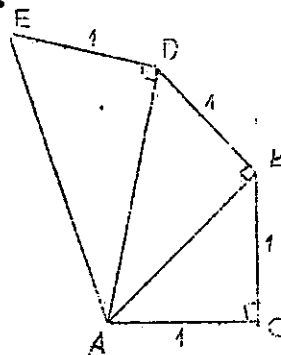
2. Buatlah segitiga siku-siku lain dengan menggunakan \overline{AB} sebagai salah satu sisi dan sisi yang lain satu satuan panjang. Buatlah sudut siku-siku pada B seperti terlihat pada gambar 11-2. Berapa panjang hypotenusa AD ini.



Gambar 11 - 2.

Potonglah selemba pita yang sama panjang dengan hypotenusa segitiga ini yakni \overline{AD} . Panjang potongan pita ini adalah 3 satuan.

3. Buatlah segitiga siku-siku lain dengan \overline{AD} sebagai salah satu sisi sudut siku-sikunya di D dan sisi lain DE sama dengan 1 satuan. Berapa panjang hypotenusa \overline{AE} ?.



Potonglah selembar pita yang tepat sama panjangnya dengan potongan garis \overline{AE} . Panjang lembaran pita ini menyatakan $\sqrt{4}$ satuan. Anda dapat menerka pekerjaan anda dengan membandingkan panjang pita ini dan panjang satuan yang kamu pakai semula. Apakah panjangnya tepat sama dengan dua satuan panjang ini ?

4. Lanjutkanlah proses ini sampai kamu temui pita yang panjangnya menyatakan $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, dan $\sqrt{6}$. Kemudian panjang pita-pita ini dapat anda tempelkan pada grafik batang untuk membentuk sebuah tabel yang menyatakan akar pangkat dua dari bilangan-bilangan asli.

Alat : Kertas grafik, penggaris, busur derajat, gunting, pita berwarna.-

KEGIATAN DUA BELAS.

MENIMBANG PIRING.

1. Dalam kegiatan ini anda akan bekerja dengan lilin/lak, plastik, piring-piring (untuk guru: Jurusan IPA mempunyai piring plastik Petri yang sangat ideal untuk kegiatan ini). Setiap piring berisi sejumlah bola logam, cincin logam pipih kecil, atau uang logam. Sebaiknya piring-piring itu tertutup/dilak dan diberi cat sehingga kamu tidak dapat melihat berapa banyak bola-bola didalamnya. Masalah yang kamu hadapi sekarang, adalah menemukan berapa banyak sebenarnya didalam masing-masing piring.
2. Ambillah piring yang telah kamu beri cat merah. Dapatkan kamu meneka banyak bola didalamnya ?. Tuliskan terkaanmu, disini
..... bola logam. Sekarang letakkan piring merah itu diatas salah satu piring neraca. Disisi lain letakan dua bola besi yang telah diberikan kepadamu. Apakah neraca itu seimbang ?. Jika tidak tambahkan beberapa bola lagi, sampai satu saat neraca tepat seimbang. Sekarang dapatkan kamu ceritakan, berapa banyak bola logam yang berada dalam piring merah ?. (jangan khawatir tentang berat piring itu; piring itu cukup ringan). Apakah terkaanmu mendekati jumlah yang betul ?. Sekarang bersihkan kedua piring neracamu.
3. Ambillah piring yang bercat biru, terkaalah berapa banyak bola logam yang terdapat dalam piring itu ?. Tulis jawabanmu disini
..... bola logam. Sekarang letakan piring itu diatas salah satu piring neraca. Letakan bola-bola logam dipiring neraca pada sisi lain sampai kedua sisi tepat seimbang. Berapa banyak bola yang berada pada piring biru itu ?. Apakah terkaanmu mendekati ?.
4. Sekarang carilah berapa banyak bola logam yang ditempatkan masing-masing dalam piring kuning, hijau dan hitam. Gunakan metoda seperti pada nomor 2 dan 3 terkaalah jawabanmu disini :
Piring kuning berisibola logam
Piring hijau berisibola logam
Piring hitam berisibola logam.
5. Tempatkan piring oranye dan 5 bola logam diatas salah satu piring neraca. Sekarang tambahkan bola-bola logam pada sisi yang lain sampai piring tepat seimbang. Apakah piring itu sekarang menentukan kepadamu sebenarnya, berapa banyak bola-bola logam dalam pi-

ring oranye itu ?. Kenapa tidak ?. Apa yang harus kamu lakukan mula-mula ?. Jika kamu ambil 5 buah bola logam dari salah satu piring, apakah timbangan akan seimbang ?. Apa yang harus kamu lakukan terhadap piring sisi yang lain ?. Coba lakukan. Apakah piring itu seimbang sekarang ?. Berapa bola logam didalam piring oranye ?.



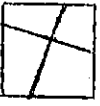
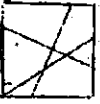

6. Tempatkan dua piring yang dicat coklat disalah satu piring neraca. Tambahkan bola logam kepada sisi yang lain sampai kedua sisi tepat seimbang. Apakah sekarang kita bisa mengetahui dengan sebenarnya, berapa banyak bola logam yang berada didalam masing-masing piring coklat itu ?. Kenapa tidak ?. Hitunglah jumlah bola logam pada salah satu piring neraca itu. Apakah piring sekarang seimbang ?. Berapa banyak bola berada didalam sebuah piring coklat ?.

Alat : Neraca piring; persediaan bola-bola logam; cincin pipih dari logam; seperangkat piring laboratorium yang dicat berbagai warna. Didalam masing-masing piring ditempatkan bola-bola logam yang berbeda jumlahnya, akan tetapi untuk melakukan nomor 6, hendaknya ada dua piring berwarna sama yang berisi bola-bola logam yang sama banyaknya.-

KEGIATAN TIGA BELAS.

MENGHITUNG DAERAH-DAERAH.

1. Diatas lembaran kerjamu tergambar beberapa buah daerah bujur-sangkar. Kamu akan mencoba mencari apa yang terjadi apabila sebuah garis lurus ditarik melalui daerah-daerah dari satu sisi kesisi yang lain. Dalam semua masalah, coba cari jumlah maksimum banyak daerah-daerah itu.
2. Perhatikanlah daerah bujur sangkar pertama. Tidak ada ditarik garis melaluinya, jadi berarti satu daerah, ini dimasukkan kedalam lembaran kerja.
3. Perhatikanlah daerah bujursangkar yang kedua. Daerah ini mempunyai 1 garis melaluinya, dari satu sisi kesisi yang lain, garis ini telah membagi daerah menjadi dua daerah. Informasi ini juga telah diisikan kedalam lembaran kerja.
4. Dalam gambar kerja, 2 garis telah ditarik. Paling banyak ada 4 daerah. Isikan data-data ini kedalam lembaran kerja.
5. Teruskan dengan cara kerja yang sama untuk 3 garis, 4 dan 5 garis. Isikan data itu kedalam lembaran kerja. Ingatlah bahwa kamu sedang mencari jumlah maksimum banyak daerah untuk masing-masing kasus.

Gambar	Jumlah garis	Jumlah maksimum daerah
	0	1
	1	2
	2	4
	3	?
	4	?

Gambar 13 - 1.

6.

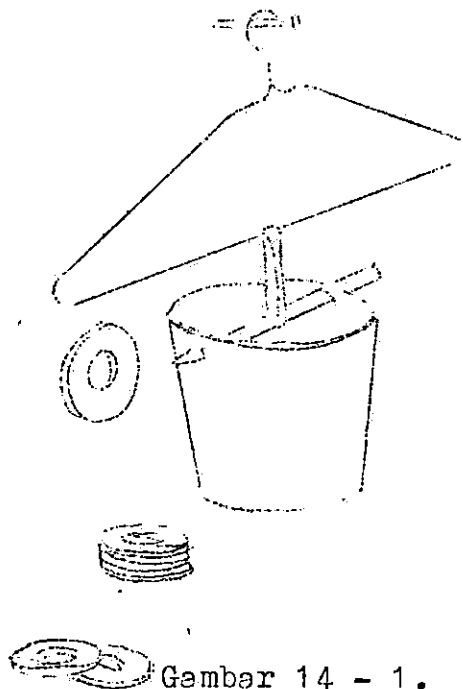
6. Ambillah bilangan-bilangan yang berada didalam kolom daerah itu. Himpunan bilangan apa yang kamu temukan.
7. (Boleh pilih). Jika kita mengurangkan perbedaan-perbedaan yang dijumpai dalam nomor 6 diatas, kita akan menemui seberisen nilai yang tetap. Ini menunjukan bahwa ada hubungan pangkat dua (kwadrat) arah yang dibentuk oleh garis-garis ini (r).
Dapatkan kamu temui rumus ini ?
Untuk guru : Rumus ini adalah :

$$r = \frac{n^2 + n + 2}{2}$$

KEGIATAN EMPAT BELAS.

R E N T A N G A N.

1. Sebuah penggantung pakaian tergantung pada paku dinding. Selembar karet yang tebal (atau pita karet tebal) digantung pada penggantung pakaian, dan sebuah gelas kertas kecil atau ember digantung pada pita karet itu (lihat gambar 14-1). Ukurlah jarak dari penggantung (titik A) sampai gelas kosong itu (titik B). Catatlah jarak ini pada lembaran datamu. Karena tidak ada cincin logam tipis didalam gelas, maka jarak ini dituliskan 0 didalam kolom W (jumlah cincin logam dalam gelas).

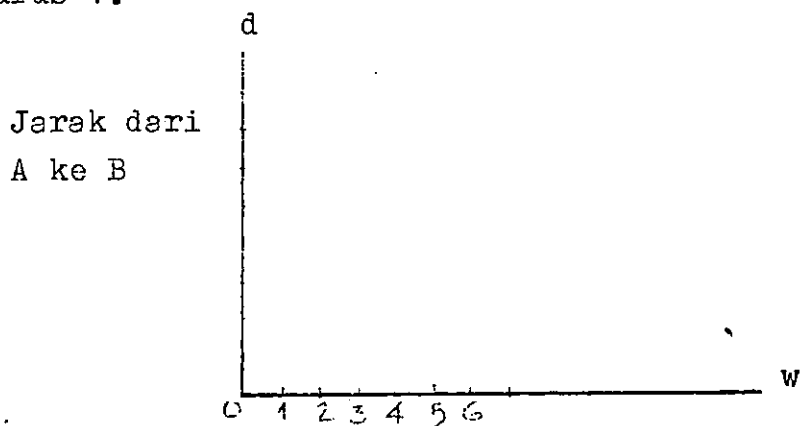


Gambar 14 - 1.

2. Tempatkan sebuah cincin logam yang kamu temui diatas meja kedalam gelas. Perhatikanlah bahwa berat yang ditambahkan ini telah meregang pita karet ini sedikit. Ukurlah antara jarak A ke B saat ini. Isikan hasil pengukuran itu kedalam lembaran datamu. Hubungkan dengan satu pada kolom W.
3. Tambahkan cincin logam yang lain kedalam gelas. Ulangi pengukuran seperti yang telah kamu perbuat pada nomor 2, dan tambahkan informasi ini kedalam lembaran datamu. Ulangi percobaan yang sama tambah, 3, 4 dan 5 cincin logam kedalam gelas. Isikan informasi itu kedalam lembaran data.

4.

4. Buatlah himpunan dari pasangan-pasangan yang berurutan dari informasi yang berada diatas lembaran data. Taroklah bilangan pertama dari masing-masing pasangan adalah jumlah cincin logam; bilangan kedua adalah jarak yang kamu ukur untuk setiap cincin logam itu. Ini akan memberikan himpunan pasangan-pasangan berurutan (w.d).
5. Gambarlah himpunan pasangan berurutan itu keatas sebuah kertas grafik, ambillah w sebagai sumbu datar; d sebagai sumbu tegak. Hubungkan titik-titik itu, apakah hasil yang kamu peroleh itu sebuah garis lurus ?.



Jumlah cincin gelang tipis dalam gelas

Gambar 14 - 2.

6. Dapatkah kamu tentukan aturan yang bersifat aljabar untuk pasangan-pasangan berurutan yang telah kamu tuliskan pada nomor 4 ?. Periksa aturan itu dalam bentuk $d = \square w$.
7. Seandainya kamu masukkan 10 buah cincin logam kedalam gelas itu. Berdasarkan aturan yang telah kamu temukan pada nomor 6, dapatkah kamu meramalkan jarak dari A ke B ?. Sekarang letakkan 10 cincin-cincin logam kedalam gelas, ukurlah jarak dari A ke B. Apakah ramalan itu benar ?.

Alat : Penggantung pakaian dari kayu; paku; gelas kertas atau ember kecil; 10 buah cincin logam tipis; penggaris; pita karet yang tebal atau sepotong selang karet.

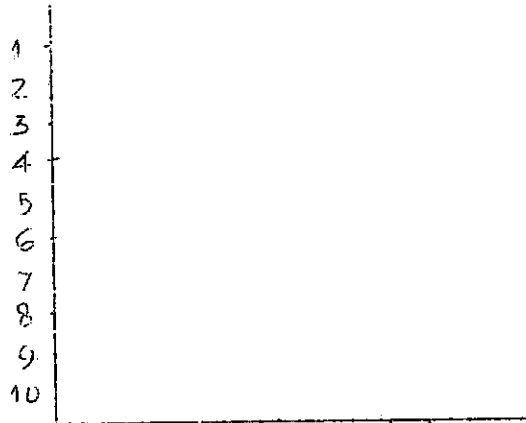
(Catatan : Jika ini tidak tersedia, sebagai gantinya dapat dipakai neraca pegas).

Lembaran Data

KEGIATAN LIMA BELAS.

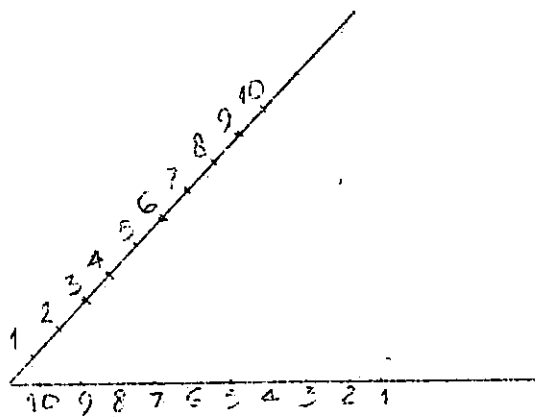
GAMBAR-GAMBAR GARIS.

1. Tariklah sebuah garis lurus dari titik 1 pada suatu garis lurus ketitik satu pada garis lurus yang lain pada gambar diatas lembaran kerja; dari titik 2 pada satu garis ketitik 2 pada garis yang lain dan seterusnya. Jarak antara dua titik yang berurutan itu adalah sama pada kedua garis. Perhatikanlah bahwa hasil gambar yang muncul merupakan garis lengkung, meskipun digambar hanya menggunakan garis-garis lurus.



Gambar 15 - 1.

2. Gunakan proses yang sama pada garis-garis gambar 15-2.

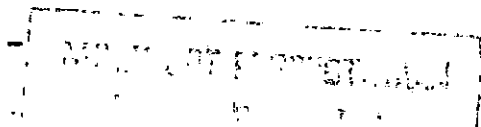


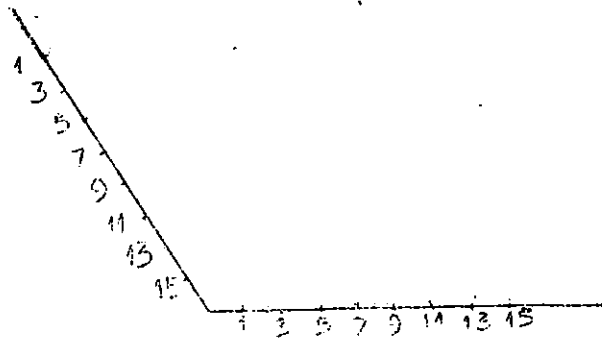
Gambar 15 - 2.

Perhatikanlah bahwa apabila sudut antara garis-garis itu berubah maka bentuk garis lengkung itu juga berubah.

3. Nah, lihatlah pada kurva yang sama dalam sudut tumpul, dengan menambah beberapa buah titik lagi. Ikuti prosedur yang sama seperti nomor 1. Apa yang terjadi pada garis lengkung itu ?

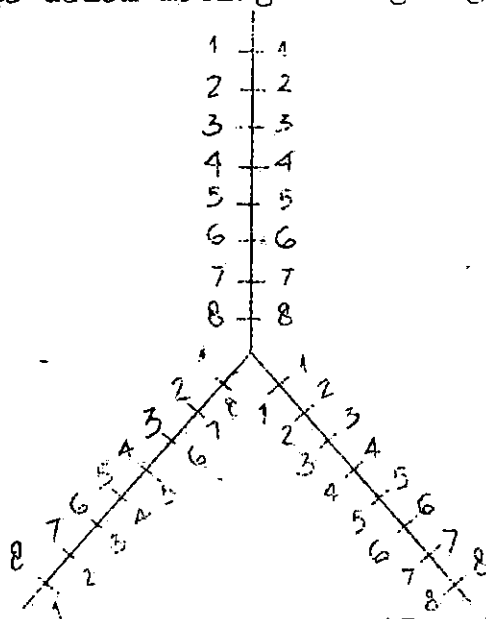
Gambar 15 - 3.



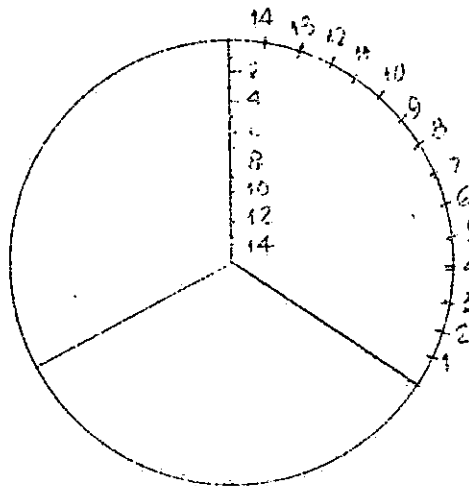


Gambar 15 - 3.

4. Disini lebih banyak gambar-gambar yang mungkin untuk kamu coba menurut polamu sendiri. Dalam setiap hal hubungan bilangan-bilangan yang serupa dalam masing-masing bagian (seksi).



Gambar 15 - 4



Gambar 15 - 5

5. Sekarang buatlah beberapa buah pola lagi menurut caramu sen diri. Berikan kepada teman disampingmu supaya mencoba pula. (Untuk guru) : Rancangan-rancangan yang sama dapat dibuat dengan paku-paku dan benang sulam diatas landasan Cardboard atau papan poster. Rancangan-rancangan lebih jauh disarankan dalam :

A HANDBOOK OF AIDS FOR TEACHING JUNIOR = SENIOR HIGH SCHOOL MATHEMATICS,

Oleh Stephen Krulik, WB Sanders Comapany,
Philadelphia 1971, pp 51 - 53.-

KEGIATAN ENAM BELAS.

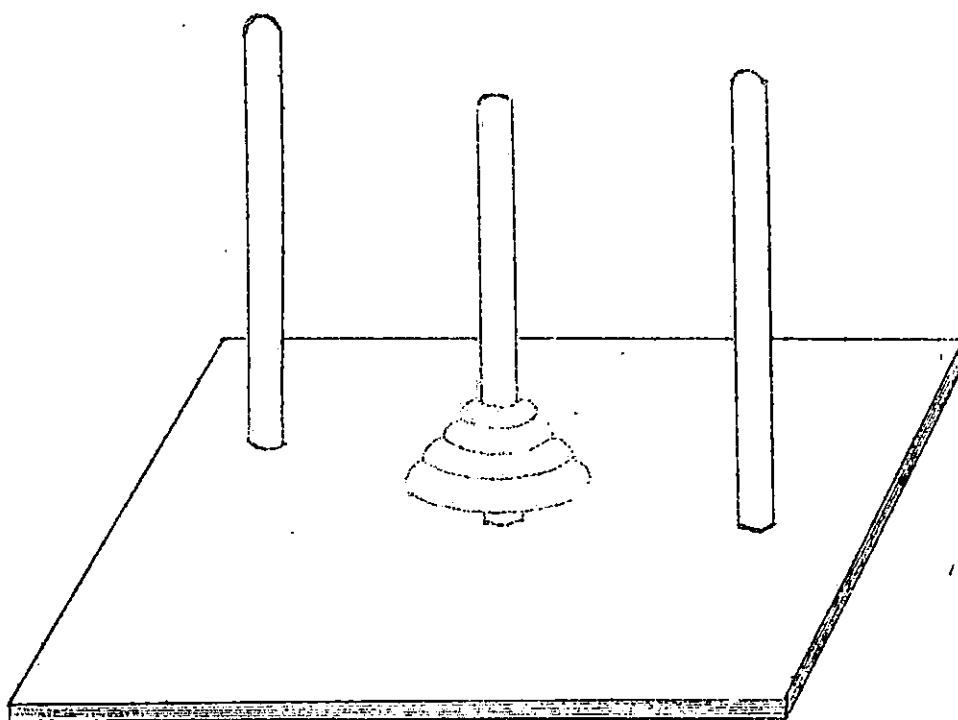
PERMAINAN MENARA.

1. Permainan ini mempunyai 3 tongkat dan seperangkat pelat (cakram) yang ukurannya makin besar. Pelat-pelat ini diletakkan disalah satu diantara tiga tongkat dengan ukurannya makin lama makin besar. Objek permainan itu adalah memindahkan pelat itu dari satu tongkat ketongkat yang lain dengan gerakan sesedikit mungkin. Ada dua aturan :
 - (1). Hanya satu pelat dapat pada satu saat.
 - (2). Pelat yang lebih besar tidak dibolehkan sama sekali diatas pelat yang lebih kecil.
2. Tempatkan dua pelat diatas sebuah tongkat, dengan pelat yang lebih besar disebelah bawah. Berapa banyak gerakan yang dibutuhkan untuk melengkapi gerakan ketongkat yang lain ? (kamu bisa menggunakan tongkat ketiga untuk menolong dalam gerakan itu jika kamu butuhkan). Isikan informasi ini kedalam lembaran data.
3. Sekarang gunakan tiga pelat dengan ukuran yang berbeda. Ini akan membutuhkan 7 gerakan untuk melengkapi pemindahan itu ketongkat yang lain. Apakah kamu melihat pola itu sekarang ?.
4. Lakukan hal yang sama dengan 4 pelat. Berapa gerakan yang perlu ?.
5. Apakah kelihatan ada suatu hubungan antara banyak pelat yang digunakan (p) dan banyak gerakan paling sedikit yang diperlukan (n) ?. Adakah hubungan ini merupakan pangkat dua ?. Dapatkah kamu melahirkan pernyataan secara aljabar yang menghubungkan n dan p ?. Jika begitu ramalan berapa banyak gerakan yang perlu untuk memindahkan 5 pelat dari satu tongkat ketongkat yang lain. Setelah kamu buat ramalanmu, coba gunakan 5 pelat dan apakah dugaanmu benar.

(Untuk guru) : $n = 2^p - 1$.

Lembaran Data.

L E M B A R A N D A T A	
Jumlah pelat lingkaran (p)	Jumlah gerakan (n)
1	1
2	?
3	7
4	
5	



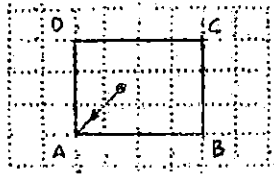
Gambar 16 - 1.

B A B.III
G E O M E T R I

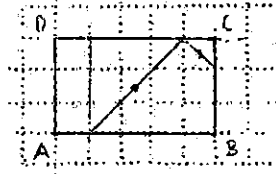
KEGIATAN TUJUH BELAS.

MATEMATIKA PADA MEJA BILYAR.

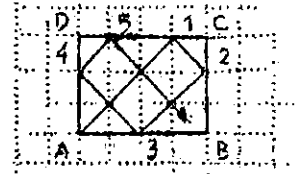
1. Kegiatan ini memperbincangkan gambar-gambar skala dari meja-bilyar yang khusus dari ukuran-ukuran yang berbeda. Perhatikan kita hanya terhadap empat kantong sudut A, B, C dan D. Bola akan selalu di "tembakkan" dengan sudut 45° dari sudut A.
2. Marilah kita lihat sebuah meja dengan lebar 3 satuan dan panjang 4 satuan (lihat gambar 17 - 1).



Gambar 17 - 1.



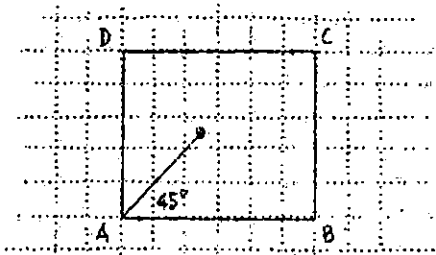
Gambar 17 - 2



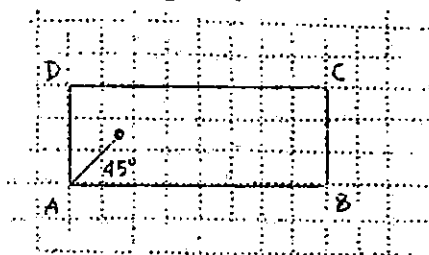
Gambar 17 - 3.

Menurut pikiranmu berapa banyak tumbukan yang terjadi sebelum bola itu jatuh kekantong ?.

3. Dizaman Yunani kuno, seorang ahli matematika yang masyhur yang bernama Hero telah menemukan bahwa sudut dimana bola itu menumbuk sisi adalah sama dengan sudut tatkala bola itu meninggalkan sisi itu. Sebagai hasilnya bola itu akan menumbuk sisi dengan sudut 45° . Marilah kita lihat apakah hal itu sungguh terjadi. Perhatikanlah gambar 17 - 2. Pada tumbukan pertama, berapa jauh dari D bola itu menumbuk meja sepanjang sisi CD ? Berapa jauhnya dari C titik tumbukan pertama ini ? Berapa panjang sisi AD? Berapa jauh dari C sepanjang sisi BC, titik tumbukan berikut ? Mari kita siapkan gambar itu.



Gambar 17 - 4.

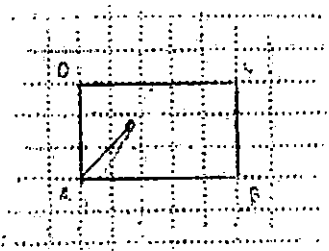


Gambar 17 - 5.

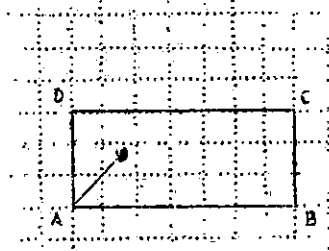
Kegiatan ini disarankan oleh artikel "Math On A Pool Table" by Nicholas Grant, in the March 1971 terbitan The Mathematics Teacher, page 255 - 257.

4.

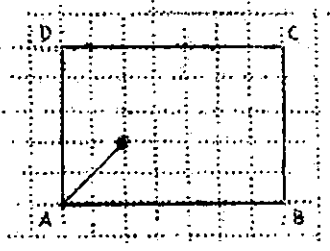
- 4. Gambar 17 - 4 memperlihatkan sebuah meja bilyar yang lebarnya 5 satuan dan panjangnya 6 satuan. Gambarkanlah lintasan bola dalam gambar ini sampai bola itu jatuh kedalam salah satu kantong. Masukkan informasi yang diperlukan itu kedalam lembaran data.
- 5. Gambar 17 - 5 memperlihatkan sebuah meja bilyar yang lebarnya 3 satuan dan panjangnya 8 satuan. Gambarkanlah lintasan bola diatas meja ini sampai jatuh kedalam suatu kantong. Isikan informasi kedalam lembaran data.
- 6. Lihatlah gambar datamu untuk ketiga meja bilyar pertama. Apakah selalu kelihatan bola itu jatuh kedalam kantong yang sama. Kantong yang mana ?



Gambar 17 - 6.



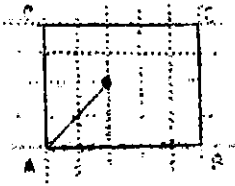
Gambar 17 - 7.



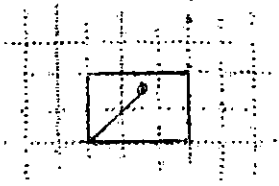
Gambar 17 - 8.

- 7. Gambar 17 - 6, 17 - 7 dan 17 - 8 memperlihatkan meja yang masing-masing 3 satuan dan 5 satuan, 3 satuan dan 7 satuan, 5 satuan dan 7 satuan. Lakukan percobaan yang sama dengan memakai gambar-gambar ini dan isikan informasi yang diperoleh kedalam lembaran data. Apakah bola itu selalu jatuh kedalam kantong yang sama untuk ketiga meja ini ? Kantong yang mana ?

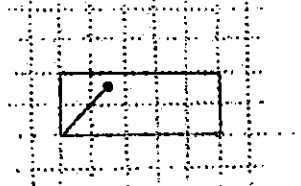
- 8. Disini ada 3 meja lagi untuk kamu uji. Dalam masing-masing gambar, lebarnya adalah bilangan genap. Lakukan percobaan yang sama untuk setiap meja ini dan isikan informasi itu kedalam lembaran data. Apakah bola itu selalu jatuh kedalam kantong yang sama untuk ketiga meja itu ? Kantong yang mana?...



Gambar 17 - 9.



Gambar 17 - 10.



Gambar 17 - 11.

9. Perhatikanlah dengan cermat lembaran data itu. Ada hubungan tertentu antara jumlah tumbukan (t) yang dibuat bola itu sebelum jatuh kedalam kantong, dan jumlah satuan panjang dan lebar meja bilyar itu. Dapatkah kamu menemukan aturan ini ? Tulislah aturan tumbukan sebagai rumus aljabar. (untuk guru : $t = p + l - 2$).
10. Jika lebar meja bilyar itu adalah bilangan ganjil dan panjangnya bilangan genap, kedalam kantong mana bola itu akan jatuh ? . Jika lebar meja ini bilangan ganjil dan panjangnya bilangan ganjil, kedalam kantong mana bola itu akan jatuh ? . Jika lebar meja bilyar itu bilangan genap dan panjangnya bilangan ganjil, kedalam kantong mana bola itu akan jatuh ? . Pernyataan-pernyataan yang tiga ini menghasilkan aturan kantong.
11. Coba kamu gunakan aturan tumbukan dan aturan kantong untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut :
- (a). Lebar meja 5 satuan dan panjangnya 11 satuan. Kedalam kantong mana bola itu jatuh ? . Berapa banyak tumbukan dibuatnya.
- (b). Lebar meja bilyar 7 satuan dan panjangnya 8 satuan. Kedalam kantong mana bola itu jatuh ? . Berapa tumbukan yang dibuatnya.
- (c). Panjang meja bilyar 10 satuan dan lebar 9 satuan. Kedalam kantong mana bola itu jatuh ? . Berapa tumbukan yang dibuatnya.

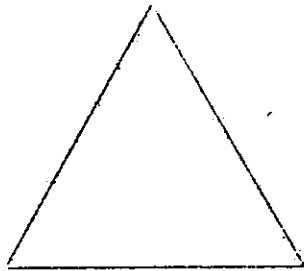
L E M B A R A N D A T A				
Nomor gambar	Jumlah satuan lebar	Jumlah satuan panjang	Jumlah tumbukan sebelum jatuh	Bola jatuh kedalam ktg.
17 - 1	3	4	5	B
17 - 4	5	6	9	B
17 - 5	3	8	9	B
17 - 6	3	5	6	C
17 - 7	3	7	8	C
17 - 8	5	7	10	C
17 - 9	4	5	7	D
17 -10	2	3	3	D
17 -11	2	5	5	D

KEGIATAN DELAPAN BELAS.

TESSALASI (PEMBENTUKAN BANGUNAN-BANGUNAN DARI BANGUNAN KECIL-PEN).

1. Perkataan tessalasi berasal dari bahasa latin kuno, kata mana berarti "menutup dengan ubin" anda akan bekerja dengan menggunakan ubin untuk menemukan berapa hubungan n antara gambar-gambar bidang yang dapat dibuat dari segitiga sama sisi dan dari segitiga siku-siku sama kaki.

Dengan menggunakan ubin-ubin yang bentuknya seperti segitiga sama sisi dalam gambar 18-1. Dapatkah kamu membuat salah satu bentuk yang tergambar dalam gambar 18 - 2 ?.



Gambar 18 - 1.

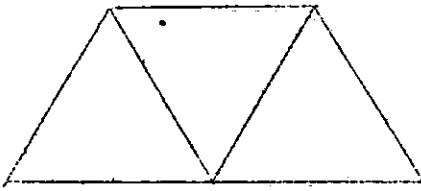
2. Bagaimana caramu membuat jajaran genjang itu ?
Tuliskan cara pemecahanmu !.
3. Bagaimana caramu membuat segi enam ?
Lukiskan cara pemecahanmu !.
4. Dapatkah kamu membuat segitiga sama sisi yang besar dengan menggunakan hanya 4 buah ubin kecil ?. Gambarkan hasil yang kamu peroleh.
5. Marilah kita lihat lebih teliti kepada segi enam yang telah kamu buat. Dapatkah kamu menemukan bentuk lain dalam daerah ini ?. Umpamanya, kamu dapat menemukan bentuk segitiga sama sisi. Dapatkah kamu menemukan yang lain-lainnya ?.
Gambarkanlah jawaban itu diatas kertas.



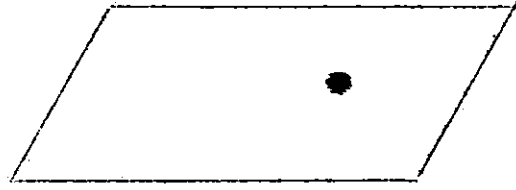
Segitiga sama sisi.



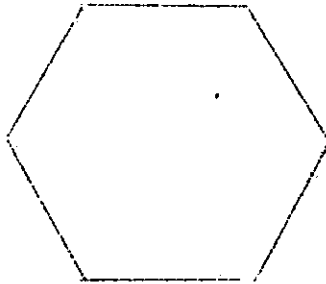
Belah ketupat.



Trapeسيوم.



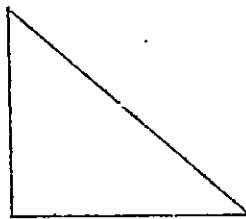
Jajaran genjang.



Segi enam beraturan.

Gambar 18 - 2.

6. Dengan menggunakan ubin yang bentuknya seperti segitiga siku-siku sama kaki dalam gambar 18-3, dapatkah kamu membuat sebuah bujur sangkar dengan hanya menggunakan 4 ubin ?
Dapatkah kamu membuat bujur sangkar yang lebih besar dengan menggunakan hanya 8 ubin ? Lukiskan jawabanmu.



Gambar 18 - 3.

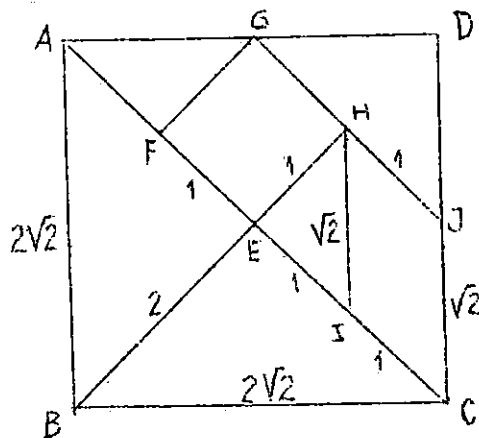
7. Dapatkah kamu membuat segitiga siku-siku yang lebih besar dengan menggunakan hanya 9 buah ubin ini ? Tuliskan pemecahanmu.

Alat : Satu tumpukan ubin yang bentuknya segitiga sama sisi dan sama besar (20 ubin yang terbuat dari plastik papan poster atau kayu); setumpukan ubin yang bentuknya segitiga siku-siku sama kaki dan sama besar. (20 ubin terbuat dari plastik yang sama, papan poster atau kayu).-

KEGIATAN SEMBILAN BELAS.

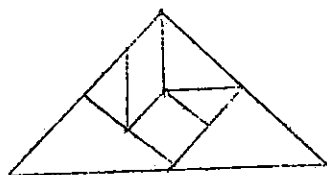
T A N G R A M.

1. Pada amplop yang ada diatas mejamu, kamu akan menemui satu set 7 lembar Tangram. Atau (jika satu set itu tidak tersedia) ambillah bujursengkar yang telah diberikan kepadamu. Masing-masing sisi pegangannya 4 inci gambarlah diagonal \overline{AC} . Sekarang letakan titik G dan J, masing-masing titik tengah sisi \overline{AD} dan \overline{CD} . Gambar segmen garis \overline{GJ} . Sekarang gambarlah diagonal \overline{BD} , berhenti sampai titik H yakni titik tengah segmen garis \overline{GJ} . Carilah titik tengah garis \overline{AE} (titik E) dan \overline{EC} (titik I) gambar segmen garis \overline{FG} dan \overline{HI} . Sekarang potonglah hati-hati ketujuh bagian itu. Ketujuh bagian ini menjadi himpunan Tangram.
- Kamu harus menggunakan ketujuh bagian Tangram ini kedalam setiap penyelidikan berikut.



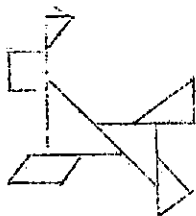
Gambar 19 - 1.

2. Inilah salah satu cara membuat segitiga berasal dari ketujuh lembaran Tangram. Dapatkah kamu membuat segitiga yang sama ? (gambar 19-2).



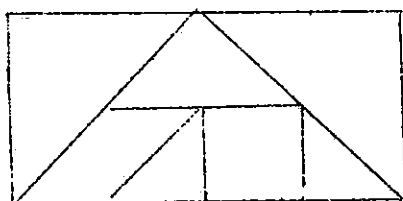
Gambar 19 - 2.

3. Lukisan 19-3 memperlihatkan sebuah gambar dengan jumping (lompatan anjing). Dapat kamu membuat gambar yang sama seperti ini dengan menggunakan Himpunan Tangram.



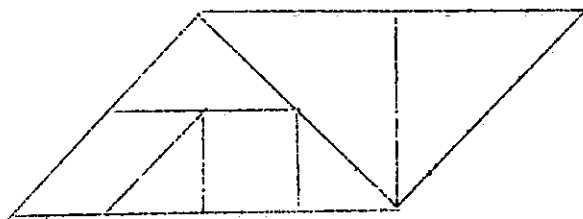
Gambar 19 - 3.

4. Letakkan kembali potongan-potongan tadi menjadi bentuk bujursangkar yang semula. Bisakah kamu memindahkan hanya dua bagian saja untuk mendapatkan sebuah segitiga ?. Salin hasilmu itu kedalam selembar kertas.
(Untuk guru : Pemecahannya seperti terlihat pada gambar 19 - 4).



Gambar 19 - 4.

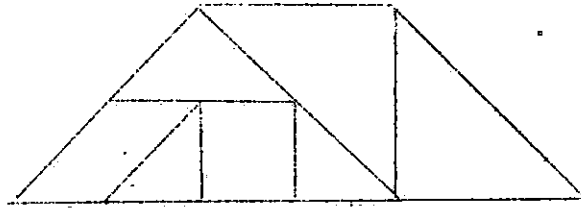
5. Dapatkah anda hanya memindahkan satu bagian saja dan mengubah segitiga menjadi jajaran genjang ?. Salin gambar hasilmu itu kedalam selembar kertas.
Untuk guru : Pemecahannya seperti terlihat pada gambar 19-5.



Gambar 19 - 5.

6.

6. Dapatkah kamu memindahkan hanya 1 lembar saja sehingga merubah jajaran genjang itu menjadi Trapesium ?. Salinlah gambar yang kamu peroleh kedalam selembar kertas.
Untuk guru : Pemecahan masalah ini seperti terlihat pada gambar 19 - 6.



Gambar 19 - 6.

7. Buatlah bentuk-bentuk yang lain dengan menggunakan ketujuh lembar himpunan trapesium itu. Salinlah gambar-gambar itu diatas kertas.
8. Sisi bujursangkar ABCD yang asli itu panjangnya adalah 4 inci. Dapatkah kamu mencari keliling masing-masing dari ketujuh lembaran himpunan Trangram itu ?.
9. Dapatkah kamu mencari jumlah satuan luas dalam daerah dari masing-masing ke 7 lembaran itu ?. Apakah jumlah luasnya sama dengan luas daerah bujursangkar yang asli ?.
10. (Boleh pilih). Andaikan luas bujursangkar EFGH yang kecil itu satu satuan bujursangkar. Dapatkah kamu mencari berapa satuan bujursangkar luas masing-masing lembaran himpunan Trangram itu ?. (lihat gambar 19 - 1).

Alat : Satu himpunan lembaran Trangram atau sebuah bujursangkar, karton sisi 4 inci; sebuah penggaris, gunting.-

KEGIATAN DUA PULUH.

GEOMETRI MELALUI LIPATAN KERTAS.

1. Lipatlah selembar kertas. Apakah kamu mendapat garis lurus?. Periksalah untuk meyakini bahwa garis itu garis lurus dengan menempatkan lipatan itu sepanjang penggaris.
2. Beri nama dua titik pada lembaran kertas. Sebutlah titik itu titik A dan titik B. Gambar sepotong garis \overline{AB} . Sekarang lipat kertas itu sehingga titik A dan titik B berimpit. Tandai diatas lipatan yang kamu hasilkan itu. Pilih sebuah titik diatas lipatan, umpama X. Gambarlah potongan garis \overline{AX} dan \overline{BX} . Pilihlah titik lain pada lipatan itu, sebut titik Y, Gambar potongan garis \overline{AY} dan \overline{BY} . Bandingkan panjang potongan-potongan itu.
3. Gambarlah sebuah sudut lancip diatas selembar kertas, sebutlah sudut itu P Q R, titik sudut di Q. Sekarang lipatlah kertas itu sehingga sisi P Q berimpit dengan sisi Q R. Buatlah lipatan sbut Q S; Tandailah titik itu titik T. Tariklah sebuah potongan garis dari T tegak lurus kesisi Q R. Tariklah potongan garis dari T, tegak lurus kesisi P Q. Ukurlah kedua potong garis yang tegak lurus ini. Sekarang pilihlah suatu titik lain pada Q S, yaitu titik U. Ulangi penyelidikan yang sama dengan kedua potongan garis tegak lurus yang ditarik dari U itu.
4. Gambarlah setengah lingkaran diatas kertasmu. Tandai dititik titik ujung diameter A dan B, pilihlah sebuah titik lain pada setengah lingkaran itu sendiri; sebutlah titik itu titik X. Lipatkanlah kertasmu untuk menentukan potongan garis \overline{AX} ; Lakukan dengan cara sama untuk menentukan potongan garis \overline{BX} . Sekarang ukurlah sudut A X B. Berapa derajat besarnya ?
5. Gambarlah segitiga R S T diatas selembar kertas. Dengan membuat titik-titik R dan S berimpit, kita dapat menarik sepanjang hasil garis lipatan itu untuk menentukan sumbu tegak lurus potongan garis R S. Tentukan ketiga sumbu tegak lurus itu, masing-masing ada satu untuk setiap sisi segitiga itu. Apakah ketiga sumbu tegak lurus ini bertemu pada satu titik?.

Apakah titik itu didalam atau diluar segitiga yang asli itu ?.

6. Gambarlah segitiga lain XYZ diatas selebar kertas. Dengan menggunakan ide lipat kertas pada nomor 3, kamu dapat membuat lipatan untuk menyatakan ketiga garis bagi sudut, sebuah garis bagi sudut bagi setiap sudut segitiga yang asli itu. Apakah ketiga garis ini bertemu pada sebuah titik ?. Apakah titik itu didalam atau diluar segitiga yang asli itu ?.
7. Gambarlah segitiga lain PQR, diatas kertasmu. Dapatkah kamu gunakan teknik lipat kertas untuk menentukan garis tinggi dari sudut-sudut itu. Apakah ketiga garis itu bertemu pada satu titik. Apakah titik itu didalam atau diluar segitiga yang asli itu ?.
8. Sekarang gambarlah segitiga siku-siku diatas kertasmu dan pakailah lipat kertas untuk ketiga garis tinggi sudut-sudut itu? Apakah ketiga garis itu berpotongan disatu titik ?.Dimana ?.
9. Dapatkah kamu menggunakan lipat kertas untuk memperlihatkan bahwa ketiga garis merdia sebuah segitiga berpotongan disatu titik umum ?.

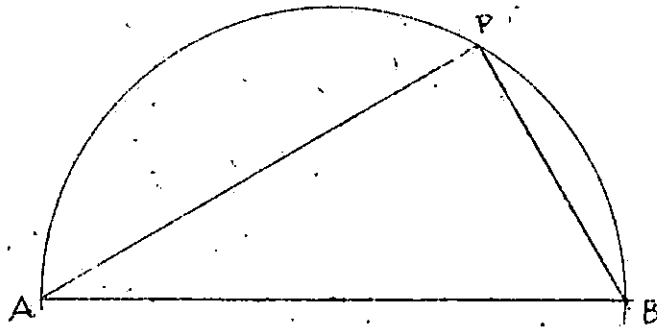
Alat : Berapa lembar kertas yang dapat dilipat dengan mudah dan memperlihatkan lipatan yang tajam, penggaris, busur derajat.

(Untuk guru : Untuk lebih memahami masalah lipat kertas dalam kelas belajar geometri lihatlah : Paper Folding For Mathematics Class by Onowan Johnson, National Council of Techers of Mathematics, Washington. DC 1957).-

KEGIATAN DUA PULUH SATU.

SEGITIGA SIKU-SIKU.

1. Gambarlah beberapa buah segitiga siku-siku diatas selembarnya kertas grafik. Gunakanlah penggaris dan bujursangkar-bujursangkar pada kertas grafik untuk membuat sudut betul-betul sudut siku-siku. Ukurlah panjang ketiga sisi masing-masing segitiga siku-siku itu. Sudut yang mana selalu didepan sisi yang terpanjang ?. Sisi yang terpanjang itu disebut hypotenusa segitiga siku-siku itu.
2. Gambarlah sebuah segitiga yang panjang sisinya 3, 4 dan 5-satuan. Ukurlah derajat sudut yang dikandung oleh sudut yang terbesar dari segitiga siku-siku ini. Berapa derajat sudut yang dikandungnya ?.
3. Gambarlah sebuah segitiga yang panjang sisi-sisinya 5, 12 dan 13 satuan. Ukurlah jumlah derajat yang dikandung oleh sudut yang terbesar dari segitiga siku-siku ini. Berapa derajat sudut yang dikandungnya ?.
4. Gambarlah sebuah empat persegi panjang yang memiliki sisi-sisinya sepanjang 6 dan 8 satuan. Gambarlah sebuah diagonal. Berapa satuan panjang diagonal itu ?. Potonglah daerah empat persegi panjang ini. Sekarang potonglah sepanjang diagonal. Kamu akan mendapat dua segitiga. Apakah kedua segitiga ini tepat cocok bila yang satu diatas yang lain ?. Ukurlah masing-masing sudut yang terbesar didalam segitiga ini !. Berapa derajat yang dikandung sudut ini ?. Segitiga jenis apakah segitiga-segitiga itu ?.
5. Gambarlah setengah lingkaran dengan \overline{AB} sebagai diameter. Pilihlah sebarang titik pada lingkaran selain A dan B. Sebutlah titik ini P. Seperti terlihat dalam gambar 21 - 1, gambarlah sebuah segitiga dengan menghubungkan titik A, B dan P. Ukurlah sudut dalam yang terbentuk oleh AP dan BP. Berapa derajatkah yang terkandung sudut ini ?. Segmen garis yang mana yang merupakan hypotenusa segitiga ini ?.



Gambar 21 - 1.

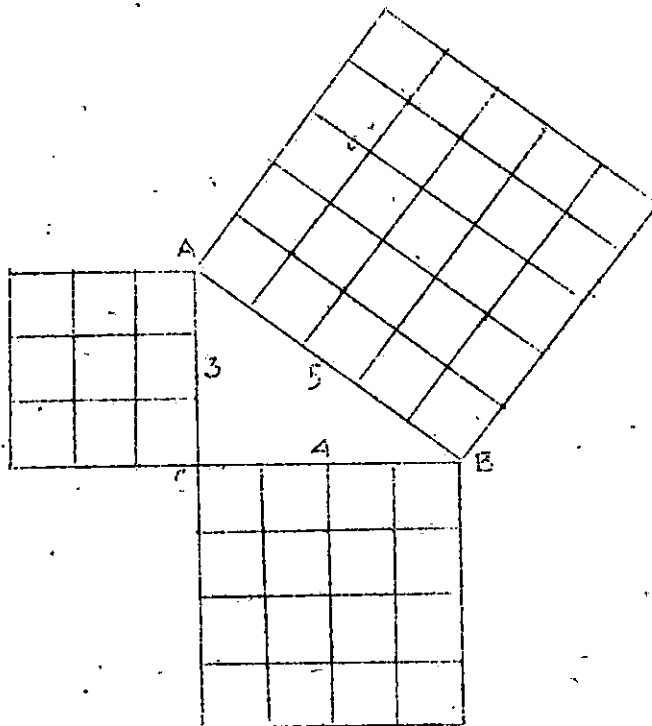
6. Gambarkanlah sebuah setengah lingkaran lain. Sebutkan titik-titik ujung diameter setengah lingkaran ini C dan D. Pilihlah sebuah titik pada setengah lingkaran setelah C dan D, sebutlah titik ini Q. Gambarkanlah potongan garis C Q dan D Q untuk membentuk sudut C D Q. Ukurlah sudut yang terbesar pada segitiga C D Q. Berapa derajatkah yang dikandung sudut ini ? Dapatkah kamu mengira, apa yang terjadi, setiap saat anda membentuk sebuah segitiga dengan menggunakan sebuah titik pada setengah lingkaran dan titik-titik ujung diameter sebagai titik sudut.

Alat : Kertas grafik, penggaris, busur derajat, gunting.-

KEGIATAN DUA PULUH DUA

SEGITIGA SIKU-SIKU.

1. Gambarlah sebuah segitiga siku-siku yang sisinya 3, 4 dan 5 satuan. Ukurlah besar sudut pada sudut terbesar untuk meyakinkan bahwa sudut itu 90° . Beri namalah hypotenusa segitiga ini.
2. Bentuklah sebuah bujursangkar pada setiap sisi seperti terlihat pada gambar 22 - 1. Gunakan ubin bujursangkar yang kecil yang telah disediakan, untuk membuat bujursangkar-bujursangkar ini (lihat gambar 22 - 1). Hitunglah jumlah ubin di dalam daerah bujursangkar yang kamu buat pada hypotenusamu. Berapa banyak ubin satuan ini dikandungnya ?. Sekarang hitunglah banyak ubin bujursangkar pada setiap derajat pada sisi (kaki) segitiga itu. Berapa banyak ubin satuan yang di kandung masing-masing daerah ini ?.



Gambar 22 - 1.

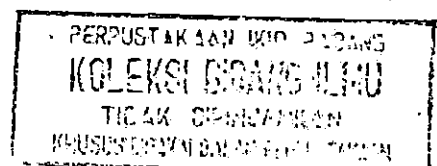
3. Jumlahkan banyak bujursangkar satuan dalam bujursangkar pada suatu sisi dengan banyaknya bujursangkar satuan dalam bujursangkar sisi yang lain. Bagaimana jumlah ini dibandingkan dengan banyaknya bujursangkar satuan dalam daerah bujursangkar pada hypotenusa ?.

4. Gambarlah sebuah segitiga siku-siku yang sisinya 6, 8 dan 10 satuan panjang. Ukurlah besar sudut terbesar secara hati-hati untuk memastikan bahwa dia adalah segitiga siku-siku. Sekarang buatlah bujursangkar pada setiap sisi-sisi itu seperti yang pernah kamu lakukan pada nomor 2, hitunglah ubin satuan luas dalam bujursangkar pada kakinya dan jumlahkan keduanya, Sekarang hitunglah jumlah ubin satuan luas pada bujursangkar di hypotenusa.
5. Lakukan percobaan yang sama lagi menggunakan panjang-panjang yang diberikan tabel berikut, lengkapi tabel tersebut waktu kamu melakukan pekerjaan.

Panjang sisi segitiga siku-siku.	Banyaknya bujursangkar satuan pada hypotenusa.	Banyaknya bujursangkar satuan pada hypotenusa,	Banyaknya bujursangkar satuan pada kaki*2.	Kolom 3 + kolom 4
3 - 4 - 5				
5 - 12 - 13				
6 - 8 - 10				
8 - 15 - 17				
9 - 12 - 15				

6. Tanpa menggunakan segitiga siku-siku, dapatkan kamu menerka berapa banyak ubin satuan luas yang ada dalam daerah bujursangkar yang dibuat pada hypotenusa sebuah segitiga siku-siku yang sisi-sisinya 7, 24 dan 25.
7. Dalam bahasanmu sendiri dapatkan kamu katakan apa yang telah kamu dapatkan sebagai dalil geometri ?.

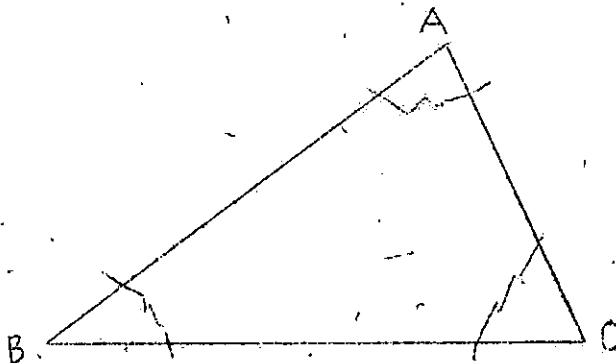
Alat: Kertas grafik, penggaris, busur derajat, ubin satuan yang kecil (hendaknya cocok dengan satuan kertas grafik) terbuat dari plastik atau karton.-



KEGIATAN DUA PULUH TIGA.

JUMLAH SUDUT-SUDUT SEGITIGA.

1. Potonglah sebuah segitiga dari kertas konstruksi yang ada diatas mejamu. Berilah tanda dari ketiga sudut ini, dengan A, B dan C. Potonglah ketiga titik sudut ini seperti gambar 23-1. Tempatkan ketiga sudut itu sedemikian rupa sehingga mereka bersisian dan mempunyai satu titik pertemuan. Apa yang kamu amati tentang jumlah ketiga sudut ini ?.



Gambar 23 - 1.

2. Gambarlah dengan hati-hati dan potonglah sebuah segitiga siku-siku pada kertas konstruksi. Ulangi penelitian yang kamu buat pada nomor 1 dengan menggunakan segitiga siku-siku ini. Apa yang dapat kamu katakan (jelaskan) tentang jumlah ketiga sudut segitiga siku-siku ini ?.
3. Guntinglah sebuah segitiga tumpul dan ulangi penyelidikan yang sama.
4. Dapatkah kamu mengatakan sebuah hukum tentang jumlah sudut-sudut sebuah segitiga ?.
5. Guntinglah sebuah segiempat dari kertas konstruksi. Gunting keempat sudut segiempat itu dan tempatkan sedemikian rupa sehingga bersisian dan mempunyai satu titik pertemuan. Apakah yang kamu lihat tentang jumlah keempat sudut-sudut ini ?. Cobalah penelitian yang sama dengan segiempat lain yang kamu inginkan. Dapatkah kamu mengatakan suatu hukum tentang jumlah sudut-sudut sebuah segiempat ?.
6. Dengan menggunakan ide yang telah kamu nyatakan, pada nomor 4 jawablah pertanyaan berikut :

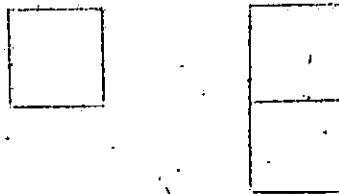
- a. Dua sudut sebuah segitiga besarnya 45° dan 95° . Tentukan besar sudut ketiga.
 - b. Dua sudut sebuah segitiga besarnya 75° dan 15° . Berapa besar sudut ketiga ?.
 - c. Dua sudut segitiga besarnya 60° dan 60° . Berapa besar sudut ketiga ?.
7. Dengan menggunakan ide yang telah kamu nyatakan pada nomor 5, jawablah pertanyaan ini :
- a. Tiga sudut dari segi empat besarnya 85° , 50° dan 105° . Carilah besar sudut yang keempat.
 - b. Tiga sudut segiempat masing-masing 90° . Carilah besar sudut keempat.
 - c. Tiga sudut segiempat 70° , 70° dan 110° . Carilah besar sudut keempat.

Alat : Kertas konstruksi, gunting dan penggaris.-

KEGIATAN DUA PULUH EMPAT.

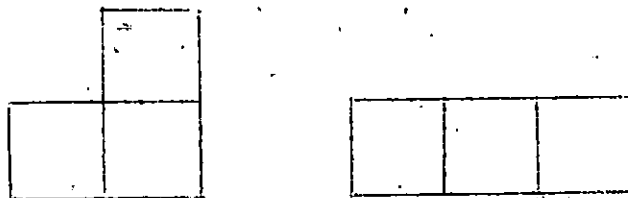
PENTOMINO.

1. Marilah kita lihat beberapa pola yang dapat dibuat dengan menghubungkan daerah bujursangkar bersama-sama sehingga masing-masing mempunyai satu sisi persekutuan dengan yang lainnya. Satu daerah bujur sangkar disebut monomino. Adalah satu jenis yang hanya dapat diatur dengan satu cara. Jika kita menghubungkan dua daerah bujursangkar dengan sebuah sisi bersekutu maka kita akan memperoleh domino. Sekali lagi hanya ada satu bentuk poliomino yang dibentuk dengan dua daerah bujursangkar.



Gambar 24 - 1.

2. Misalkan kita membentuk sebuah himpunan tromino yakni gambar yang dibuat dari 3 daerah bujursangkar. Ini dapat diatur hanya dua cara yang mungkin :



Gambar 24 - 2.

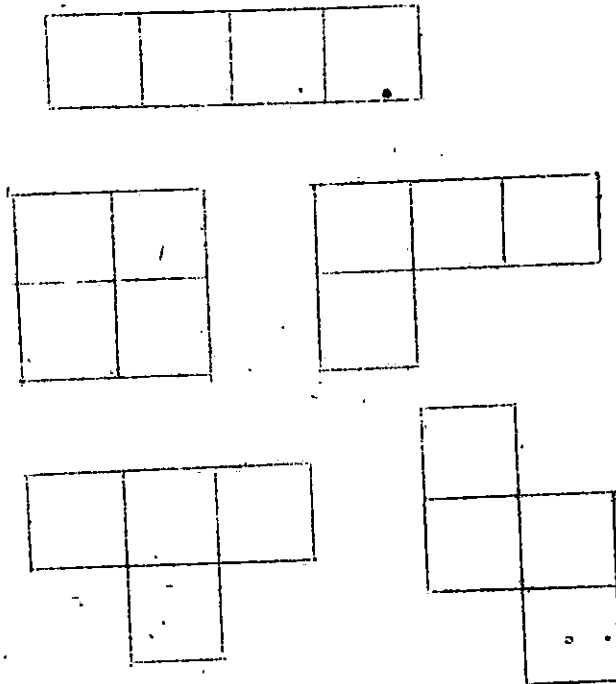
Tidak peduli cara mana yang kita pakai untuk memutar atau membalikkan gambar ini. Namun hanya mempunyai dua tromino yang dapat kita buat.

3. Pikirkanlah sebuah tetromino, sebuah gambar yang dibentuk dari empat daerah bujursangkar yang dihubungkan seperti cara sebelumnya. Berapa bentuk yang ada menurut pikiranmu untuk gambar-gambar ini ?.

Perkiraan : ada tetromino. Sekarang cobalah buat yang sebenarnya bentuk-bentuk tetromino itu dengan menggunakan ubin bujursangkar yang kecil yang ada dimejamu. Gambar-

kanlah bentuk-bentuk yang kamu peroleh itu. Apakah kamu menemukan tepat lima buah ?. Jika tidak, coba kembali dan lihat apakah ada salah satu yang tertinggal.

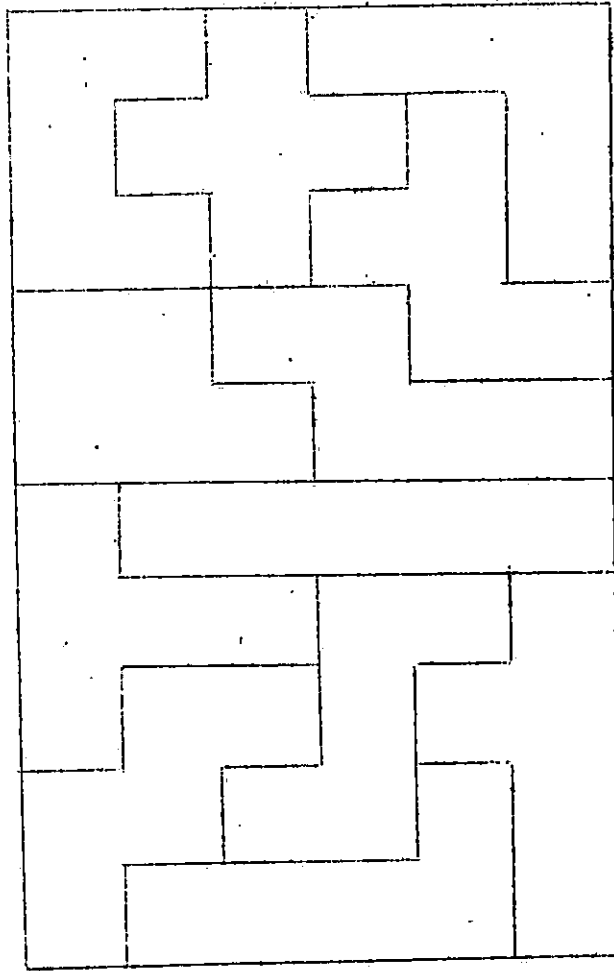
(Untuk guru : Bentuk-bentuk 5 tetromino itu terdapat pada gambar 24 - 3).



Gambar 24 - 3.

4. Sekarang dengan menggunakan daerah bujursangkar yang kecil, bentuklah semua pentomino yang mempunyai 5 daerah bujursangkar yang dihubungkan seperti yang sudah-sudah, Setelah kamu membuat sebuah bangun pentomino itu, buatlah gambarnya pada kertas grafik yang ada dimejamu. Lihatlah berapa banyak yang dapat kamu temui ?.
5. (Boleh pilih) Ambillah kedua belas bentuk pentomino yang telah kamu temui di nomor 4 tadi. Dapatkah kamu menyusun ini untuk membentuk sebuah bangun persegi panjang ?. Kamu mesti menggunakan semua pentomino itu.
(Untuk guru : Agaknya ada lebih dari 2000 cara menyusun kedua belas pentomino ini untuk membangun 6 kali 10 satuan yang berbentuk empat persegipanjang. Salah satu susunan itu

seperti pada gambar 24 - 4.



Gambar 24 - 4.

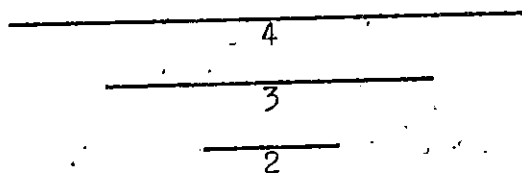
Material lebih lanjut tentang polymino, lihat HAND BOOK OF AIDS FOR TEACHING JUNIOR-SENIOR HIGH SCHOOL MATHEMATICS. Stephen Krulik, W.B. Saunders Company, Philadelphia 1971, halaman 93 - 96.

Alat: Kertas grafik, bujursangkar kecil dari karton, oagtak atau beberapa material keras lain.-

KEGIATAN DUA PULUH LIMA.

SIMILARITAS/SEBANGUN.

1. Guntinglah sebuah segitiga dari karton yang ada dimejamu tandailah sudut-sudutnya dengan A, B dan C. Lukiskan gambar segitiga itu dengan menggambar sekeliling daerah segitiga yang telah kamu potong itu. Sekarang potong ketiga sudut segitiga itu.
2. Gunakanlah ketiga sudut yang telah kamu temukan pada nomor 1 sebagai pola. Gambar segitiga yang lain yang mempunyai sudut sama besar dengan nomor 1. Buatlah panjang masing-masing sisi segitiga lebih panjang dari semula. Apakah kamu mendapatkan sebuah segitiga. Apakah segitiga ini sebangun dengan segitiga yang pertama ?.
3. Gunakanlah ketiga sudut yang telah kamu temukan pada nomor 1 diatas sebagai pola. Gambarlah segitiga yang lain yang mempunyai sudut seperti nomor 1 diatas. Buatlah panjang masing-masing sisi lebih pendek dari segitiga semula. Apakah kamu mendapatkan sebuah segitiga ?. Apakah segitiga itu sebangun dengan segitiga yang pertama dan segitiga kedua ?. Dapatkah kamu menggambarkan segitiga yang sudutnya sama besar seperti ketiga segitiga ini, yang mana segitiga ini tidak sebangun segitiga pertama ?.
4. Ambillah dua dari tiga sudut A, B dan C. Buatlah sebuah segitiga yang menggunakan kedua sudut ini sebagai pola. Apakah segitiga ini sebangun dengan segitiga ABC yang asli ?. Dapatkah kamu membuat seperti ini lagi dengan menggunakan dua buah sudut yang lain ?. Apakah segitiga ini juga sebangun dengan segitiga ABC semula ?. Dapatkah kamu membuat sebuah segitiga yang tidak sebangun, tetapi mempunyai dua sudut yang sama ukurannya dengan segitiga ABC ?.



Gambar 25 - 1.

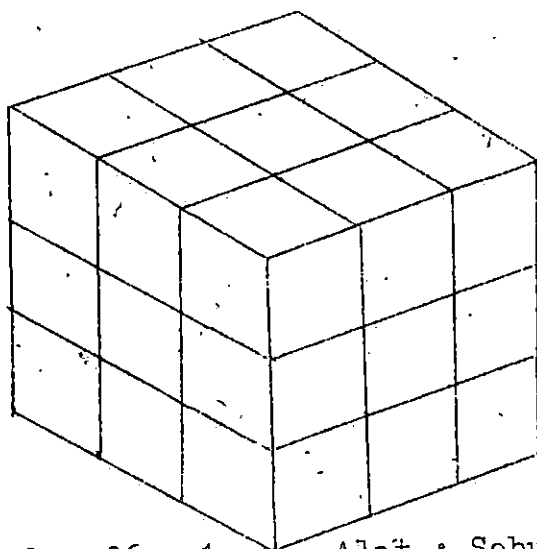
5. Pada gambar 25-1 diperlihatkan tiga segement garis dengan panjang garis yang ditentukan. Buatlah sebuah segitiga yang sisi-sisinya sama panjang dengan yang ditentukan itu. Sekarang buatlah segitiga yang lain yang sisi-sisinya adalah separoh panjang masing-masing ketiga potong garis itu. Apakah kedua segitiga ini sebangun ?.
6. Ukurlah besar derajat masing-masing sudut kedua segitiga yang telah kamu buat pada nomor 5. Apakah sudut-sudut ini mengandung besar sudut yang sama ?.
7. Buatlah sebuah segitiga yang sisi-sisinya masing-masing dua kali semula (pada gambar 25-1). Apakah sudut ini sama dengan yang telah kamu bentuk pada nomor 5 ?.
8. Ukurlah besar sudut pada masing-masing sudut segitiga yang baru saja kamu buat. Apakah masing-masing sudut ini sama besar dengan sudut dari segitiga nomor 5 ?. Dapatkah kamu membentuk sebuah ide tentang segitiga-segitiga sebangun, ukuran sudut-sudutnya, dan panjang sisi-sisinya ?.

Alat : Papan poster, sepasang penggaris, busur derajat dan jangka.-

KEGIATAN DUA PULUH ENAM.

K U B U S.

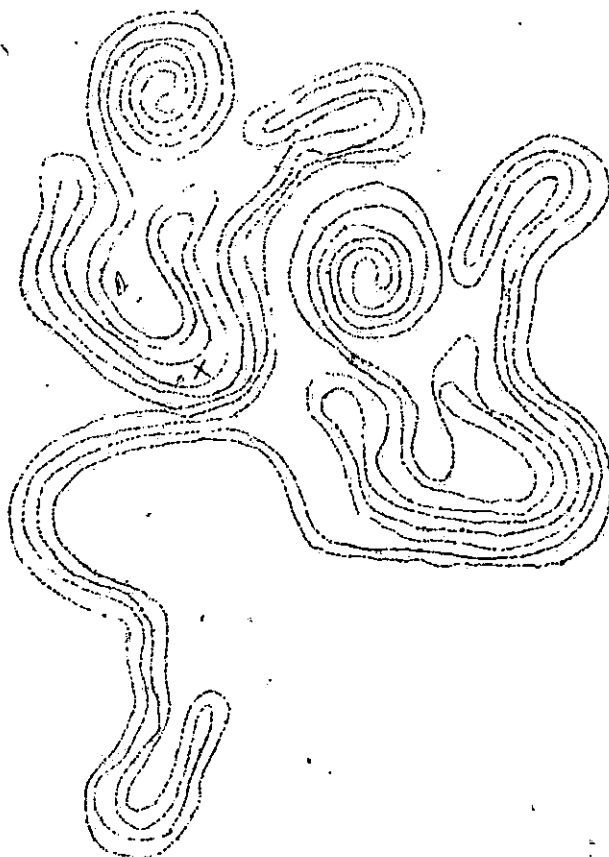
1. Pada meja kerjamu ada sebuah kotak yang penuh dengan kubus kayu yang kecil. Setiap ukuran panjang kubus ini adalah satu-satuan. Volume kubus ini didapat dengan mengalikan jumlah satuan dari panjangnya dengan jumlah satuan lebarnya dan satuan tingginya ($V = p.l.t$). Jadi volume masing-masing kubus kayu kecil ini adalah 1 kubik inci atau $1'' \times 1'' \times 1''$. Ini disebut satuan volume. Dapatkah kamu membuat sebuah kubus yang sisinya dua kali dari sebuah kubus satuan? Berapa kubus satuan yang perlu? Berapa volume kubus yang baru ini?
2. Dapatkah kamu membuat kubus lain yang baru dari kubus yang telah dibuat pada nomor 1 diatas? Berapa banyak kubus yang kamu gunakan? Berapa panjang kubus baru ini dan berapa volumenya?
3. Disini ada sebuah kubus yang telah dicat biru dan kemudian dipotong-potong menjadi 27 buah kubus yang lebih kecil. (lihat gambar 26-1). Dapatkah kamu menceraikan berapa banyak yang telah dicat diantara enam permukaan ini semua? Berapa banyak yang sudah dicat pada tiga permukaan? Berapa banyak yang telah dicat pada dua permukaan? Berapa banyak yang telah dicat pada hanya satu permukaan?



Gambar 26 - 1.

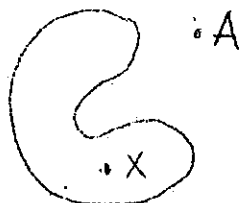
Alat : Sebuah kubus kayu yang kecil.

3. Gambar 27-7 memperlihatkan kurva tertutup sederhana. Sekarang ada sedikit lebih sulit untuk memutuskan apakah titik X didalam atau diluar kurva. Coba kamu terka.



Gambar 27 - 7.

4. Marilah kita coba menemukan suatu cara sederhana untuk mengatakan apakah sebuah titik berada didalam atau diluar sebuah kurva tertutup sederhana. Pilihlah suatu titik A, yang mudah terlihat berada diluar kurva. Gambarlah sebuah garis lurus dari titik X ketitik A. Berapakah garis ini menyeberangi kurva ?. (lihat gambar 27-8).

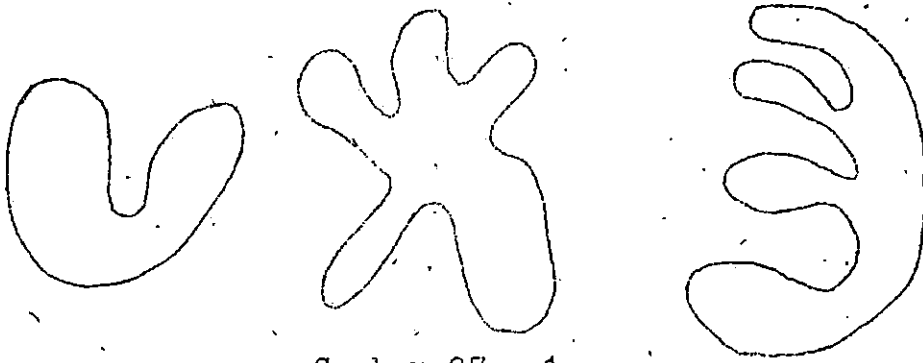


Gambar 27 - 8.

B A.B.IV
T O P O L O G I

KEGIATAN DUA PULUH TUJUH.
DIDALAM ATAU DILUAR.

1. Setiap gambar pada gambar 27 - 1 disebut kurva tertutup sederhana. Disebut sederhana karena setiap gambar itu dibuat dengan sebuah garis kontinu yang tidak memotong dirinya sendiri.



Gambar 27 - 1.

Gambar yang diperlihatkan pada 27-2 bukan kurva tertutup sederhana, sebab sebuah garis kontinu memotong dirinya sendiri.

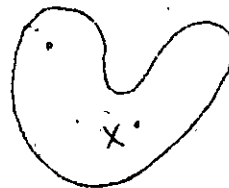


Gambar 27 - 2.

2. Pada setiap gambar 27-3 sampai 27-6, ada sebuah kurva tertutup sederhana. Ada juga sebuah titik yang diberi tanda X. Apakah titik X didalam atau diluar kurva ?. Isikan jawabmu ke dalam lembaran data.



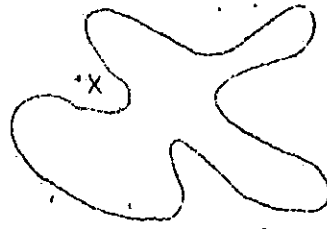
Gambar 27 - 3.



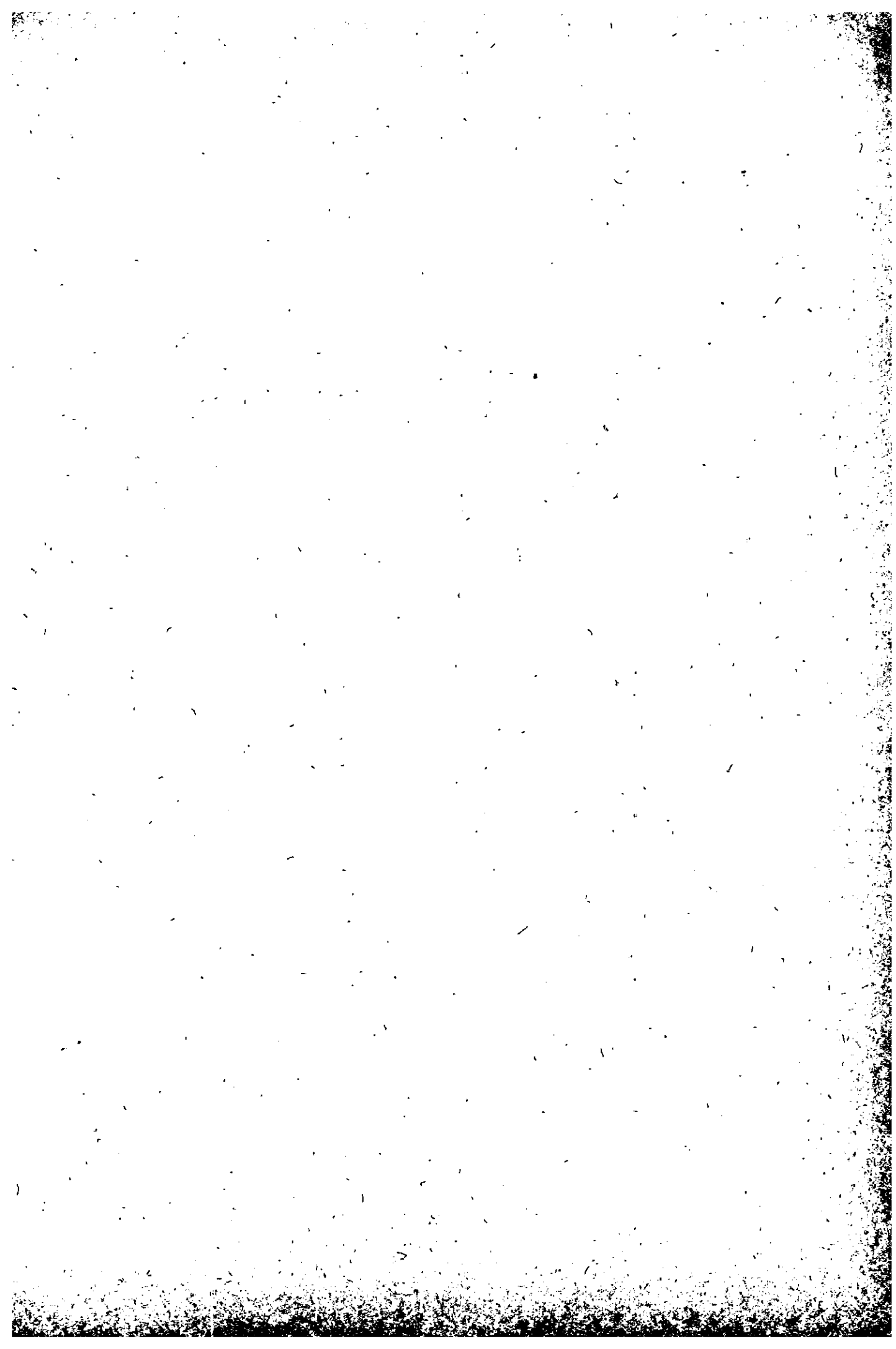
Gambar 27 - 4.



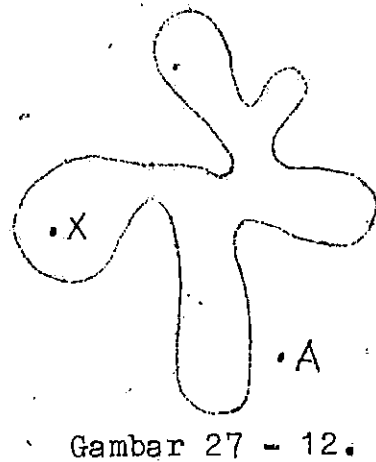
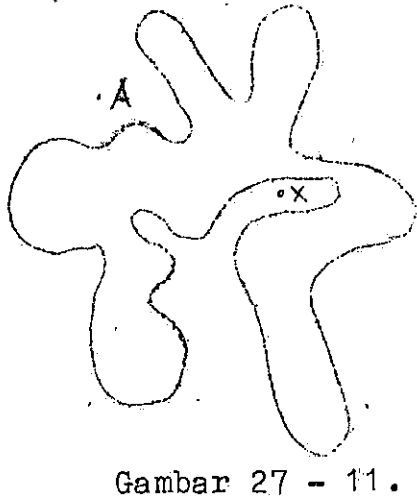
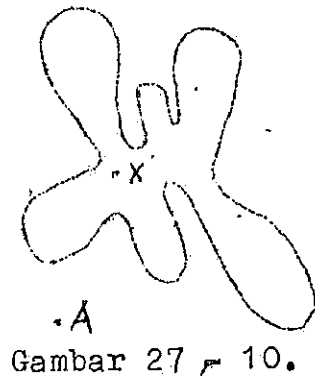
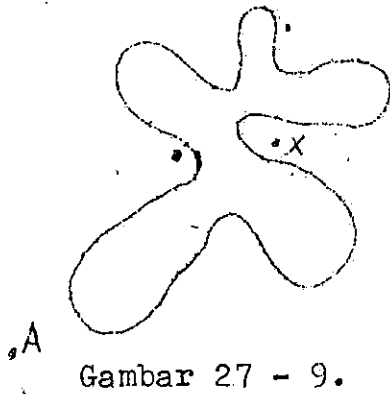
Gambar 27 - 5.



Gambar 27 - 6.



Buatlah tes yang sama pada sebuah gambar 27 - 9 sampai 27-12.
Isikan informasi itu kedalam lembaran data.



5. Lihatlah lebih teliti kepada lembaran datamu.

G a m b a r	Berapa kali potongan garis AX melintasi kurva.	Tempat titik X (dalam atau luar)
27 - 3		
27 - 4		
27 - 5		
27 - 6 dst.		

Bila jumlah kali memotong garis lurus AX melalui kurva adalah ganjil, apakah titik X didalam atau diluar kurva ?. Apabila jumlah kali memotong garis lurus AX melalui kurva adalah bilangan genap, apakah titik X didalam atau diluar kurva ?.

6.

6. Seorang ahli matematika Perancis yang bernama Jordan telah menemukan tes yang meyakinkan ini untuk menentukan apakah sebuah titik X berada didalam atau diluar sebuah kurva tertutup sederhana.

Nah, gambarlah sebuah garis lurus dari titik X kesuatu titik yang kita ketahui berada diruangan luar.

Jika potongan garis ini memotong kurva sederhana itu sebagai perkalian bilangan genap, maka titik X berada disebelah luar kurva, jika dia memotong kurva itu sebagai bilangan ganjil, maka titik itu berada dalam kurva.

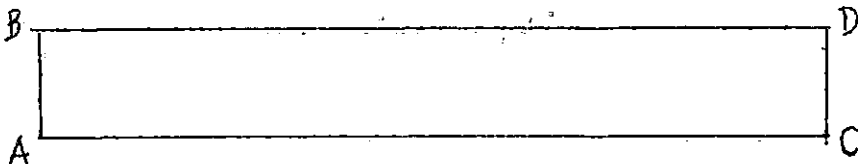
Sekarang coba kembali ke gambar 27-7. Apakah titik X didalam atau diluar kurva ?. Gambarlah potongan garismu dengan hati-hati. Kemudian hitung berapa kali garis ini memotong kurva itu ?. Apakah titik X berada didalam atau diluar kurva ?.

7. Gambarlah beberapa kurva tertutup kontinu yang sederhana untuk teman disampingmu untuk dikerjakan. Buatlah gambar itu sekomplek yang kamu ingini, tetapi kurva-kurva itu tidak berpotongan satu sama lain. Kamu menunjukkan titik X hendaknya dengan keyakinan, dan kerjakanlah hati-hati.-

KEGIATAN DUA PULUH DELAPAN.

LOOP BERSISI SATU.

1. Seorang ahli matematika Jerman bernama August Mobius (1790-1868) menjadi tertarik kepada bentuk yang tidak biasa dan sifat-sifat gambar dalam topologi. Untuk dia kita memberi nama Mobius Strip kepada sebuah gambar bersisi satu. Potonglah kertas pita menjadi 12 sampai 14 inci panjangnya dan lebarnya 1 inci.
2. Ambillah sebuah diantara pita itu dan rekatkan ujungnya bersama untuk membuat sebuah loop. Caranya adalah pegang pita seperti terlihat pada gambar 28-1 dan rekat ujung-ujungnya sehingga A dan C berimpit satu sama lain dan B jadi satu lin jaringan pintu loop itu.



Gambar 28 - 1.

3. Warnailah sebuah sisi kertas itu jangan sampai ketepi sisi pita itu. Berapa sisi yang dimiliki loop ini.
4. Gambarlah sebuah garis sepanjang sebuah sisi loop itu antara pinggirnya. Potong sepanjang garis ini. Lukiskan apa yang terjadi ketika kamu memotong itu !.
5. Ambillah pita lain yang telah kamu sediakan sebelum kamu melekatkan ujung-ujung itu sekarang, buatlah setengah lingkaran untuk pita itu. Dengan kata lain sekarang lekatkan A ke D dan B ke C inilah yang disebut Mobius Strip, warnai satu sisi dari kertas ini jangan sampai menyentuh satu pinggirpun. Teruskan sejauh yang kamu bisa. Berapa banyak sisi yang dimiliki pita itu ?.
6. Gambarlah sebuah garis setengah jalan antara pinggir-pinggir itu, sepanjang satu sisi loop itu. Potong sepanjang garis ini. Lukiskan apa yang terjadi ketika kamu memotong ini.
7. Ambillah pita kertas yang lain dan buat Morbius Strip dengan

membuat setengah putaran sebelum merekat A dengan B dan B dengan C seperti kamu lakukan pada nomor 5.

Gambarlah sebuah garis sepanjang sisi loop ini.

Tetapi kira-kira sepertiga jarak dari salah satu pinggir.

Ketika kamu berkeliling, kamu akan berlawanan tempat dimana kamu mulai. Potonglah sepanjang garis ini, selalu tetap sepertiga dari jarak pinggir. Terus potong sampaikan kembali dari mana kamu mulai.

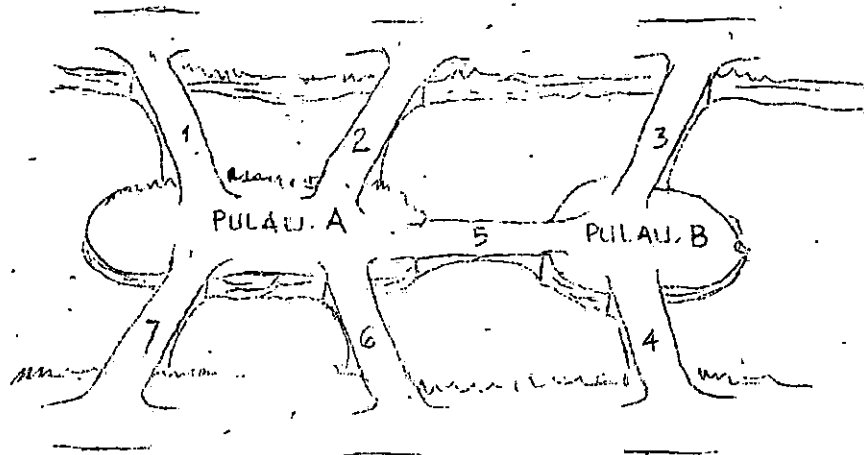
Alat : Sepasang gunting, kertas putih, pita perekat, kapur warna.-

KEGIATAN DUA PULUH SEMBILAN.

JARINGAN-JARINGAN.

1. Kota Koenigsberg di Jerman tua termasyhur karena 7 jembatannya. 6 dari jembatan ini terbentang dari satu masing-masing tepi sungai Preger kemasing-masing dari dua buah pulau, sedangkan jembatan yang 7 menghubungkan kedua pulau itu (lihat gambar 29 - 1).

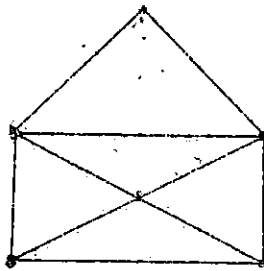
Sejarah menceritakan kepada kita bahwa walikota dari kota tersebut menawarkan anak gadisnya untuk kawin dengan siapa saja yang dapat berjalan melalui ketujuh jembatan itu hanya satu kali, tak pernah menyeberangi jembatan yang sama. Berita ini menarik banyak pria yang mencoba. Dapatkah anda melakukannya? Coba tandai jalanmu dengan pensil.



Gambar 29 - 1.

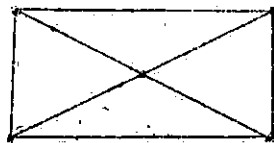
2. Banyak orang merasa bahwa itu tak mungkin dilakukan, tetapi mereka tidak yakin dan mereka tidak tau caranya. Masalah ini menarik perhatian Leonart Euler (1707 - 1783) seorang ahli matematika Swiss, yang mencari pemecahan matematika tanpa pernah sama sekali melancong ke Kwengskerg. Sebelum dia memulai pekerjaannya, dia telah menemukan beberapa aturan. Marilah kita lihat apa yang dapat kamu lakukan terhadap apa yang dia sebut sebagai jaringan ini. Jaringan itu adalah suatu gambar yang terbuat dari komponen garis yang disebut arc (busur) dan sebarisan titik yang disebut pojok atau titik sudut. Dapatkah kamu menjelajahi semua jaringan dalam

gambar 29 - 2 tanpa mengangkat pensilmu dari kertas dan tanpa melintasi suatu garis lebih dari satu kali.



Gambar 29 - 2.

Apa dan bagaimana tentang jaringan pada gambar 29-3 ?

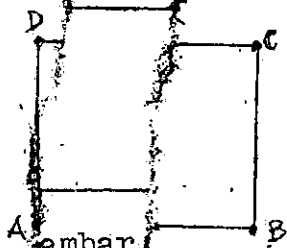


Gambar 29 - 3.

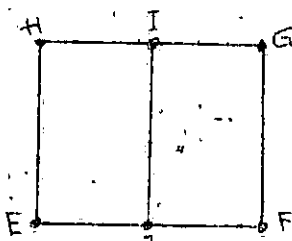
3. Marilah kita periksa jaringan-jaringan ini lebih teliti. Perhatikan bahwa masing-masing jaringan itu terbuat dari titik-titik dan potongan-potongan garis (busur = arc). Busur-busur itu berhubungan dengan titik sudut. Kita akan menyebut sebuah titik sudut sebagai "titik sudut ganjil" jika busur yang nomor ganjil datang dari dia dan juga sebaliknya untuk nomor genap. Coba kamu jejak masing-masing itu secara lengkap. Tanpa mengangkat pensilmu dari kertas, dan tanpa menjalani suatu busur dua kali. Kemudian isikanlah kedalam lembaran data berikut;

Jaringan	Banyak titik sudut nomor ganjil.	Banyak titik sudut nomor genap.	Dapat dijajaki dlm. garis kontinu.
29 - 2	4	2	
29 - 3	1	4	
29 - 4			
29 - 5			
29 - 6			
dst.			

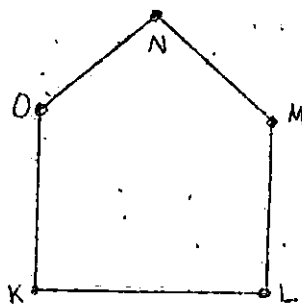
Gambar



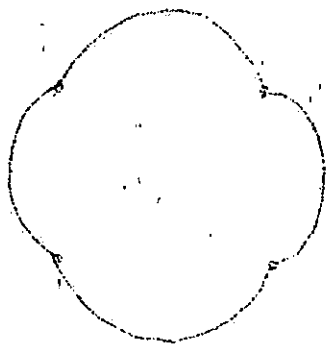
Gambar 29 - 4.



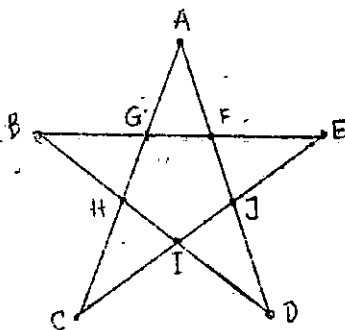
Gambar 29 - 5.



Gambar 29 - 6.



Gambar 29 - 7.

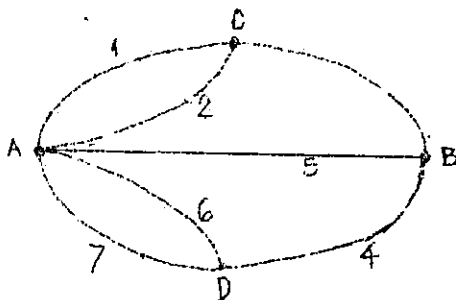


Gambar 29 - 8.

4. Apa yang kamu catat tentang sebuah jaringan dengan semua titik sudut genap ?. Apa yang kamu catat tentang sebuah jaringan dengan semua titik sudut ganjil ?.
5. Jika sebuah jaringan mengandung tepat dua sudut ganjil, dapatkan dijelajahi satu kali coba ?. Dapatkan kamu kembali ketitik mulamu ?.
6. Jika sebuah jaringan mengandung 4, 6 atau 8 titik sudut ganjil, dapatkan dijelajahi hanya satu kali saja ?.
7. Euler menemukan dua aturan :
 - a. Suatu jaringan dapat dijelajahi tepat satu kali jalan jika hanya punya sudut genap.
 - b. Suatu jaringan dapat dijelajahi tepat hanya satu kali jalan jika ada dua titik sudut ganjil.

Sekarang marilah kembali kepada persoalan kita yang semula tentang jembatan dari Koenigsberg. Pertama Euler telah membuat gambaran itu menjadi jaringan ketujuh jembatan menjadi busur. Sedangkan pulau dan tepi sungai sebagai titik sudut. Dalam hal ini dia mengubah gambar 29 - 1 menjadi ja-

ringan, seperti gambar 29 - 9.



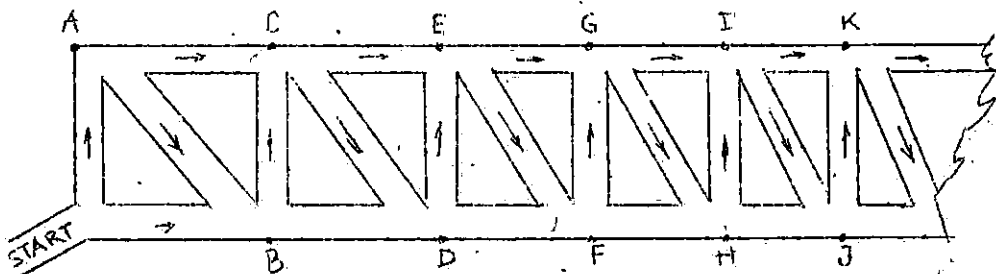
Gambar 29 - 9.

Sekarang, gunakanlah pengetahuan anda tentang jaringan,
Perhatikanlah apakah masalah jembatan Koennigsberg dapat di-
selesaikan atau tidak.-

KEGIATAN TIGA PULUH.

JALAN-JALAN SATU JALAN.

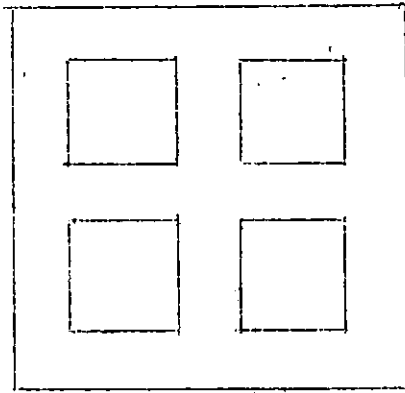
1. Dalam persoalan tipe jaringan ini, kita tertarik untuk merencanakan rute yang berbeda dari titik mula kesuatu titik lain dalam peta itu. Berapa banyak jalan yang kamu pikirkan jika berangkat dari titik awal (START) ke I ?.
2. Marilah mulai menggambar ini hati-hati. Berapa banyak rute yang berbeda yang ada untuk mencapai A dari START ? . Berapa banyak rute yang berbeda untuk mencapai B dari titik awal ?.
3. Berapa banyak lintasan yang berbeda yang dapat kamu jelajahi mulai dari START ke C ? . Berapa banyak lintasan yang berbeda yang dapat kamu jelajahi mulai dari titik awal ke D ? . Adakah suatu pola lain yang dikembangkan ? . Jika ada apa pola itu ? .
4. Berapa banyak lintasan yang ada menurut perkiraanmu jika menjelajahi mulai dari titik awal ke E ? . Coba tuliskan lintasan-lintasan ini dan cocokkan ramalanmu! .
5. Dapatkah kamu meramalkan berapa banyak rute yang berbeda yang anda mulai dari titik awal ke F ? . Coba temukan masing-masing ini dan cocokkan ramalanmu.
6. Dapatkah kamu meramalkan berapa banyak rute (lintasan) yang ada bila menjelajahi mulai dari titik awal ke I ? .



Gambar 30 - 1.

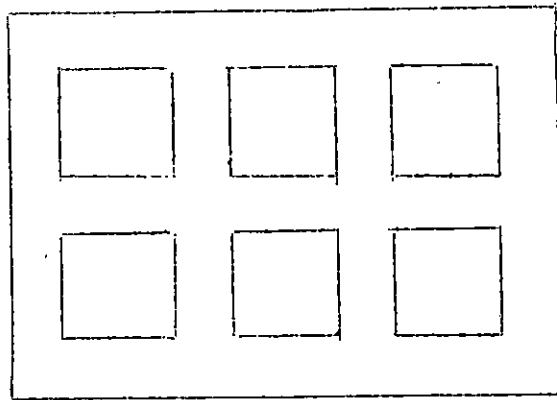
7. Pada gambar 30 - 2 dalam berapa cara yang berbeda kamu dapat menjalani dari A ke B dengan tidak lebih dari empat blok perjalanan ? .

Gambar 30-2.



Gambar 30 - 2.

8. Pada gambar 30-3 dalam berapa cara yang berbeda dapat kamu jalani dari P ke Q dengan tidak lebih dari lima blok perjalanan ?.

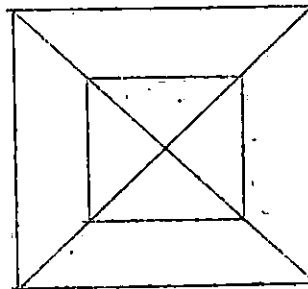
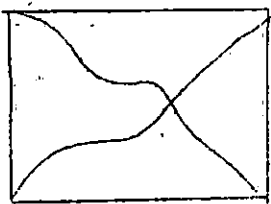


Gambar 30 - 3.

KEGIATAN TIGA PULUH SATU.

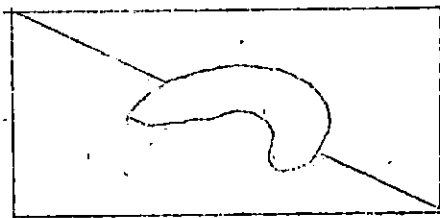
MASALAH EMPAT WARNA.

1. Ketika seorang pembuat peta, membuat sebuah peta, dia selalu mewarnai negeri-negeri yang berurutan satu sama lain dengan warna yang berbeda. Jika negeri-negeri hanya bertemu pada satu titik maka tidak dipikirkan batas yang umum dan negeri-negeri itu dapat berbeda dengan warna yang sama. Karena cetak warna sangat mahal, maka sipembuat peta mencoba menggunakan sedapat mungkin sedikit warna. Pada gambar-31-1 membutuhkan hanya dua warna, warnailah gambar-gambar itu dengan menggunakan hanya dua warna, sehingga tidak ada negeri dengan batas bersama mempunyai warna sama.



Gambar 31 - 1.

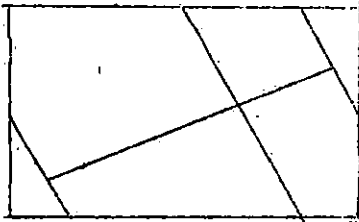
2. Berapa jumlah warna paling sedikit untuk dapat mewarnai peta pada gambar 31-2 sehingga negeri-negeri yang mempunyai warna yang berbeda ?.



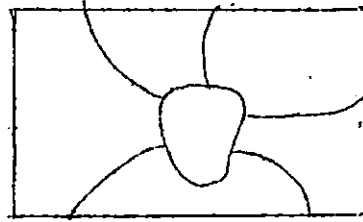
Gambar 31 - 2.

3. Sekarang warnailah peta-peta pada gambar 31-3 dengan cara yang sama. Terus ikuti berapa banyak warna yang kamu gunakan

untuk terus menjaga bahwa negeri-negeri yang mempunyai batas bersama digambar dengan warna yang sama. Ingatlah supaya menggunakan warna berbeda yang paling sedikit.

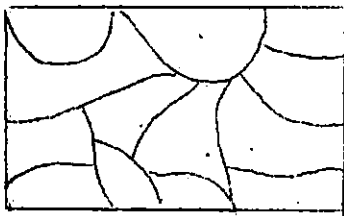


Gambar 31 - 3.

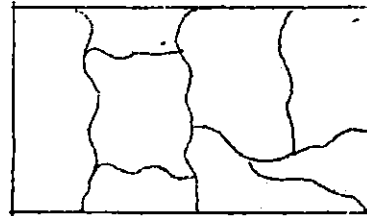


Gambar 31 - 4.

4. Berapa banyak warna yang harus kamu pergunakan pada gambar 31-3. Berapa banyak yang kamu butuhkan pada peta dalam gambar 31-4.
5. Sekarang cobalah peta ini (lukisan 31-5 dan 31-6). Terus ikuti jumlah warna paling sedikit yang harus kamu gunakan pada masing-masing gambar.



Gambar 31 - 5.



Gambar 31 - 6.

6. Apakah kamu pikir bahwa selalu mungkin untuk mewarnai sebuah peta dengan tidak lebih dari empat warna ?.

Seperti yang sudah, tak seorangpun dapat menggambar sebuah peta menghendaki lebih dari empat warna. Perhatikanlah jika kamu dapat menggambar sebuah peta yang menghendaki lebih dari empat warna. Butlah sekomplit yang ingin kamu buat, dan ingat bahwa kamu menggambar negeri yang cukup besar untuk diwarnai. Kemudian berikan peta yang telah kamu buat itu kepada temanmu disamping.-

B A B. V

PROBABILITAS DAN STATISTIK.

KEGIATAN TIGA PULUH DUA.

S A M P E L.

1. Jangan tengok kedalam amplop yang ada dimejamu sampai ada pengarahannya kepadamu.
2. Bukalah amplop yang bertulisan A (jangan melihat kedalam amplop). Ambillah dan keluarkan sebuah sampel dari 10 bilah. Hitung jumlah bilah masing-masing menurut warnanya dan catatlah hasilmu pada lembaran data. Kembalikan bilah itu kedalam amplop. Kocok amplop itu.
3. Ulangi dengan prosedur yang sama seperti langkah 2 untuk 9 kali percobaan atau lebih. Setiap waktu tetap catat secara hati-hati berapa banyak bilah itu dari masing-masing warna yang terkandung pada sampelmu.
4. Amplop yang bertulisan A mengandung tepat 100 bilah. Berapa dari bilah ini adalah merah, beberapa yang lain adalah putih. Berdasarkan sampel 10 itu, berapa banyak yang berwarna merah dari 100 bilah itu? Menurut pikiranmu berapa banyak yang berwarna putih?
5. Tumpahkan ke 100 bilah itu diatas mejamu. Hitung jumlah bilah kecil berwarna merah. Bagaimana tepatnya perkiraan mu itu?
6. Letakkan semua bilah itu kembali kedalam amplop. Sekarang ambil pula amplop B (jangan lihat kedalam amplop). Isikan bilah dari amplop kedalam amplop A. Kocoklah amplop A sehingga cukup mencampur bilah itu.
7. Masukkan tanganmu kedalam amplop A dan keluarkan satu sampel dari sepuluh bilah. Hitung jumlah bilah berwarna merah pada sampelmu itu. Kembalikan kesepuluh bilah tadi kedalam amplop dan kocok kembali. Catat hasilmu dalam lembaran data.
8. Ulangi langkah tujuh sebanyak 10 kali. Setiap kali catat berapa banyak bilah berwarna merah yang berada dalam sampel.
9. Amplop B mengandung 100 bilah. Berdasarkan hasil sampelmu be-

rapa banyak yang berwarna merah dari 200 bilah didalam amplop itu ?. Berapa banyak yang putih ?. Dapatkah kamu mener-ka berapa banyak yang merah dan berapa yang putih yang ber-ada dalam amplop B sebelum kamu isikan kedalam amplop A ?.

10. Tuangkanlah semua bilah itu keatas mejamu. Hitunglah jumlah bilah yang merah dan bilah yang putih yang berada mula-mula sekali dalam amplop A (lihat langkah 5). Isikan kembali ke-dalam amplop A dan singkirkan amplop A kesamping.
11. Sekarang hitung bilah yang masih tersisa. Berapa banyak bi-lah yang berasal dari amplop B yang berwarna merah ?. Berapa yang berwarna putih ?. Apakah ramalanmu berdasarkan sampelmu mendekati benar ?. Apakah "Sampling" ini suatu teknik yang baik untuk dipakai?.

Alat : 2 amplop yang bertulisan A atau B. Amplop A berisikan 50 bilah yang berwarna putih dan 50 yang merah. Amplop B berisi 100 bilah yang merah.-

KEGIATAN TIGA PULUH TIGA.

PAKU PAYUNG.

1. Diatas mejamu ada sebuah cangkir yang ada beberapa buah paku payung didalamnya. Pegang cangkir kertas ini kira-kira 6 inci diatas mejamu. Tumpahkan paku payung itu keatas meja dengan hati-hati. Berapa banyak paku yang menghadap keatas ? Berapa banyak yang menghadap kebawah ?.



Menghadap keatas.



Menghadap kebawah.

Gambar 33 - 1.

2. Jika kita jatuhkan hanya satu buah paku payung, apakah kamu mengira bahwa paku payung itu akan menunjuk keatas atau menunjuk kebawah ? Coba jatuhkan hanya satu buah paku. Apakah ramalanmu benar ?.
3. Kamu akan melakukan suatu percobaan untuk menolong membuat perkiraan yang lebih baik dari yang telah kamu lakukan, sekurang-kurangnya dugaanmu akan memiliki alasan yang matematis dibelakangnya. Isilah kembali cangkir kertas pada nomor 1 dengan tepat 10 paku payung. Tempatkan paku-paku yang lain kesamping. Kocoklah cangkir itu dengan baik tanpa ada sebuahpun paku yang terjatuh keluar. Peganglah cangkir itu kira-kira 6 inci diatas mejamu dan tumpahkan semua paku itu keluar. Berapa buah yang menghadap keatas ? Berapa buah yang menghadap kebawah ?.
4. Ulangi langkah ketiga sembilan kali lagi. Setiap kali hitunglah jumlah paku yang menghadap keatas dan yang menghadap kebawah. Catatlah terus jumlah ini. Sekarang jumlahkan semua hasilnya. Kamu telah menjatuhkan total 100 buah paku payung. Berapa yang menghadap keatas ? Berapa yang menghadap kebawah ?.

5.

5. Berdasarkan apa yang baru saja kamu ungkapkan didalam langkah 4, apakah paku payung memiliki kesempatan lebih baik yang menghadap keatas atau menghadap kebawah ?. Lihat kembali langkah 2. Apa dugaanmu yang mula-mula itu benar ?. Seandainya kamu mentos 1000 paku payung, berapa banyak yang kamu harapkan yang menghadap keatas ?.
6. Kamu telah melakukan eksperimen dalam "probabilitas" atau "kesempatan" (probability or chance). Probabilitas itu kemungkinan terjadinya sesuatu dituliskan dalam desimal atau pecahan yang mempunyai nilai antara 0 dan 1. Jika suatu kejadian mempunyai probabilitas 0, berarti terkaan pernah kejadian. Jika suatu kejadian mempunyai probabilitas 1 berarti pasti akan terjadi. Jika suatu kejadian yang mempunyai probabilitas $\frac{5}{9}$ berarti akan terjadi 5 kali diantara 9 kali percobaan. Jika suatu kejadian mempunyai probabilitas $\frac{1}{2}$ berarti akan terjadi satu kali diantara dua kali percobaan. Ini tidak berarti bahwa probabilitas menyatakan suatu angka yang pasti dari peristiwa akan terjadi. Makin banyak kamu coba percobaan, makin dekat kamu kepada percobaan yang aktual yang dinyatakan oleh probabilitas itu.
7. Kamu mempunyai empat kartu dimejamu, menurut perkiraanmu berapa probabilitas sekop berada diatas?. Buat suatu terkaan. Sekarang kocok keempat kartu itu hati-hati. Tempatkan mukanya kebawah (keatas meja). Sekarang balikkan kartu yang diatas. Letakkan turus diatas lembaran datamu kartu as yang keluar. Sekarang dengan hati-hati kocok kartu kembali, ulangi percobaan itu sehingga jumlahnya 20 kali. Setiap kali buatlah turus pada lembaran data yang memperlihatkan as yang mana yang berada diatas tumpukan itu.

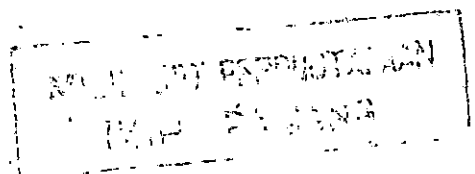
LEMBARAN DATA.

As sekop
As jantung
As diamon
As Klarer

Jika kamu membalikkan kartu yang diatas itu sebanyak 20 kali penyebut bilangan pecahan probabilitas itu akan 20 kali. Jumlah percobaan yang mana as sekop berada diatas akan menjadi pembilang pecahanmu. Tulislah bilangan pecahan probabilitas untuk setiap kartu as yang empat itu. Berapa probabilitas dari as jantung yang berada diatas tumpukan kartu itu. Tambahkan keempat pecahan probabilitas itu semua. Berapa jumlahnya ?.

8. Berapa probabilitas kamu akan hidup sampai berumur 250 tahun? Berapa probabilitas seorang laki-laki akan mati pada suatu hari ?. Berapa probabilitas paku payung yang dijatuhkan ketika menghadapi keatas ?.
9. Alfabet terdiri dari 26 huruf, jika kamu mengambil sebuah huruf dari sebuah topi yang berisi semua huruf alfabet itu, berapa probabilitas bahwa huruf yang kamu ambil itu adalah huruf X ?. Berapa probabilitas bahwa huruf yang kamu ambil itu salah satu dari lima huruf hidup ?.

Alat : Sebuah cangkir kertas, dua buah paku payung, empat buah kartu.-



KEGIATAN TIGA PULUH EMPAT.

MENGGULINGKAN SEBUAH DADU.

1. Seandainya kamu menggulingkan sebuah dadu. Angka berapa yang kamu harapkan bahwa dadu itu menghadap keatas ?. Cobalah lakukan, yakni : gulingkan sebuah dadu. Apakah angka yang keluar? Mari kita lihat nanti jika kita dapat membentuk suatu percobaan yang menolong kita meramalkan angka berapa yang menghadap keatas pada sebuah dadu.
2. Gulingkan dadu itu diatas mejamu, sebanyak 60 kali. Setiap waktu dadu itu mendarat/diam buatlah tanda didalam kotak tertentu pada lembaran data.

LEMBARAN DATA					
1	2	3	4	5	6

Sekarang hitunglah jumlah tanda setiap kotak dan tempatkan jumlah ini dibawah kotak yang sesuai. Jumlahkan besarnya. Apakah kamu dapatkan 60 ?.

3. Waktu kamu mentos dadu angka mana yang paling banyak frekwensinya menghadap keatas ?. Berapa kali menghadap keatas itu ?. Tempatkan angka ini sebagai bilangan atas (pembilang) suatu pecahan . Jadikan bilangan bawah (penyebut) dari pecahan ini bilangan 60, banyak kali kamu menggulingkan dadu itu. Pecahan ini menyatakan probabilitas dari angka tertentu yang menghadap keatas.
4. Dapatkah kamu menuliskan kemungkinan masing-masing angka yang menghadap keatas sebagai pecahan yang penyebutnya 60 ? . Bilangan yang mana nampaknya paling sedikit keluar ? . Bagaimana

na cara mengetahuinya ?.

5. Jika kamu mengulang percobaan ini. Apakah kamu mengharapkan pecahan yang sama untuk dihasilkan ? . Kenapa ? .
6. Jumlahkan keenam pecahan yang telah kamu tulis pada nomor 4. Berapa jumlah probabilitas itu ? .
7. Berapa banyak pilihan yang berbeda yang kamu peroleh dari percobaan ini? . Masing-masing dari 6 cara mata dadu keluar disebut Outcome (keluar). Jika keenam muka dadu itu mempunyai kemungkinan yang sama untuk keluar, berapa probabilitas mata dadu keluar dengan angka 6 menghadap keatas ? . Bagaimana kamu bisa mengatakan masing-masing dari probabilitas ini yang sama sebagai pecahan yang kurang dari 1 .
8. Seandainya teman disampingmu telah menggulingkan dadu 60 kali, apakah artinya ini ? . Apakah kamu ingin menggunakan dadu ini didalam main dadu yang jujur ? .
9. (Boleh pilih). Kombinasikan jumlah yang kamu peroleh dalam percobaan nomor 2 dengan keempat murid lain. Sekarang kamu akan memperoleh jumlah 300 gulingan dadu. Gunakan jumlah yang baru ini, tuliskan pecahan yang mana sekarang menyajikan probabilitas masing-masing angka yang menghadap keatas. Apakah kamu memperhatikan tentang angka-angka ini ? . Jika kamu telah menggulingkan dadu 1000 kali, probabilitas masing-masing angka yang menghadap keatas mendekati $1/6$. Dapatkah kamu menerangkan ini ? .
10. Jika kamu menggulingkan dadu, berapa probabilitas mendapat angka genap. Berapa angka genap yang mungkin pada dadu itu ? . Periksa lembaran data pada nomor dua. Carilah jumlah bilangan genap tambahkan dan tempatkan hasil itu diatas angka 60. Pecahan ini menyatakan probabilitas gulingan sebuah bilangan genap.
11. Berapa banyak bilangan-bilangan yang mungkin bisa kamu dapatkan satu kali gulingan pada dadu. Berapa banyaknya bilangan

genap. Tuliskan yang penyebutnya adalah jumlah angka probabilitas. Apakah jawabanmu sama dengan jawaban nomor 10 ?
Kenapa ?.

12. Berapa kali kamu menggulingkan dadumu, sebelum ke enam angka keluar sekurang-kurangnya satu kali. Coba lakukan ini gunakan lembaran data seperti pada nomor 2 untuk mencatat hasilmu, setiap kamu menggulingkan dadumu, buatlah tanda tally di dalam kotak yang sesuai. Segera kamu membuat satu turus dalam setiap kotak, kamu kerjakan lagi jumlahkan turus itu. Berapa banyak gulingan yang perlu ?.
13. Ulanglah percobaan pada nomor 12 lagi, apakah kamu mendapat hasil yang sama ?. Coba untuk ketiga kalinya. Berapa jumlah rata-rata gulingan yang perlu untuk mendapatkan masing-masing angka keluar sekurang-kurangnya satu kali ?.

Alat : sebuah dadu.-

KEGIATAN TIGA PULUH LIMA.

TOS MATA UANG LOGAM.

1. Jika kamu mentos sebuah mata uang dan membiarkannya jatuh bagaimana dia terletak ? . Kepalanya atau ekornya ? . Toslah sebuah mata uang didepanmu. Apakah mata uang itu mendarat se^{ba}gai yang kamu duga terjadi ? . Apakah dia selalu mendarat dengan cara ini ? . Berapa banyak kemungkinan keluar ketika mata uang itu di Tos ? . Apa mata yang keluar itu ? .
2. Sekarang toslah mata uang sebanyak 10 kali, berapa kali dia mendarat dengan kepala keatas ? . Berapa kali dia mendarat dengan ekor keatas ? . Yang mana menurut pendapatmu kemungkinan terjadi lebih baik, uang itu mendarat dengan kepala keatas atau ekor keatas ? . Kenapa ? .
3. Toslah mata uang 20 kali lagi, gabungkan jumlah yang kamu peroleh sekarang dengan yang di nomor 2 diatas. Berapa banyak ekor yang menghadap keatas ? . Apakah jumlah kepala kira-kira sama dengan jumlah ekor ? . Tuliskan suatu pecahan yang pembilangnya menyatakan jumlah kepala dan penyebutnya adalah 30. Kenapa kamu pilih 30 ? . Apakah sama dengan pecahan yang pembilangnya adalah jumlah ekor yang menghadap keatas ? . Apakah pecahan ini hampir bersamaan harganya. Berapa jumlahnya ? .
4. Seandainya kamu sudah mentos satuan mata uang 80 kali. Berapa banyak dari 80 tos itu menurut perkiraan anda, yang keluar kepala ? . Berapa pula banyak ekornya ? . Jika kamu tos mata uang sebanyak 100 kali dan yang keluar kepalanya 90 kali. Apakah kamu pikir ada sesuatu kesalahan dengan mata uang itu? Seandainya mata uang itu diatas 100 kali dan mendarat dengan ekor yang menghadap keatas. Sebanyak 61, apakah kamu pikir ada sesuatu kesalahan dengan mata uang itu ? Kenapa ? .
5. Jika kamu tos mata uangmu sebanyak 1000 kali. Apakah kamu mengharapkan kepala mendekati 500 dan ekor 500, Kenapa ? .
6. (Boleh pilih). Gabungkan datamu dengan data beberapa orang temanmu. Apakah jumlah kepala dan jumlah ekor mendekati sama ? Jika banyak tos makin membesar, apakah probabilitas ke-

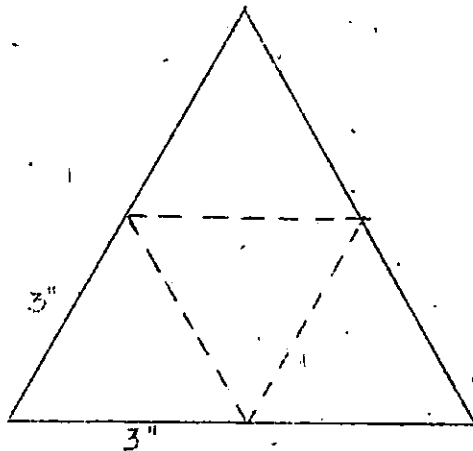
pala yang ditemui (didapat) mendekati bilangan pecahan tertentu ? . Berapa bilangan pecahan itu ? . Bagaimana tentang pecahan yang menyatakan probabilitas dari ekor yang didapat ? . Apakah yang akan kamu katakan tentang probabilitas memperoleh atau ekor dari mentos satu uang logam ? .

Alat : sebuah mata uang logam yang fair.-

KEGIATAN TIGA PULUH ENAM.

PROBABILITAS.

- Potonglah pola sebuah bidang empat biasa yang kamu temui di atas mejamu. Lipatlah dan kumpulkan model itu menjadi sebuah polyhedron bidang empat, warnai masing-masing keempat bidang dengan warna yang berbeda, merah, biru, kuning, hijau.



Gambar 36 - 1.

- Gulingkan dadu empat mukamu itu sebanyak 20 kali. Catat berapa kali setiap warna sisi yang menghadap kebawah dengan turus pada ruangan yang sesuai pada lembaran datamu.

LEMBARAN DATA			
Merah	Biru	Kuning	Hijau

3,

3. Berdasarkan 20 gulinganmu yang mana dari warna yang kamu rasmalkan akan mendarat dengan muka menghadap kebawah paling banyak/sering ?. Seperberapa dari 20 yang menyatakan probabilitas bahwa muka kuning akan menghadap kebawah ?. Bagaimana pula dengan muka yang hijau ?. Dan bagaimana pula dengan muka yang merah, biru ?. Berapa jumlah keempat pecahan ini ?. Jumlahkanlah dan periksa jawabanmu.
4. Gulingkan dadu tetrahedron yang lain 20 kali. Catat seperti nomor 2. Apakah kamu memperoleh hasil yang mendekati sama ?. Tuliskan pecahan yang menyatakan probabilitas warna-warna dari setiap muka yang menghadap kebawah untuk 20 percobaan ini.
5. Sekarang gabungkan hasil dari 40 gulingan dadu tetrahedron itu. Dengan menggunakan pecahan yang penyebutnya 40, ambillah probabilitas warna dari setiap muka yang menghadap kebawah dari gulingan dadu itu. Apakah pecahan-pecahanmu masing-masing hampir sama dengan $\frac{1}{4}$ untuk setiap warna ?. Untuk masing-masing warna apakah gulingan dadu itu sampling yang baik, yang fair ?. Kenapa kamu tidak mendapatkan angka makin lama makin mendekati $\frac{1}{4}$ untuk setiap warna jika kamu menggulingkan dadu 100 kali ?. Apakah kamu akan memperoleh makin mendekati lagi jika kamu menggulingkan dadu 1000 kali?.
6. Potonglah dadu tetrahedron kedua dari pola itu. Sekarang buat sepasang dadu tetrahedron dengan memberi tanda setiap muka dari masing-masing dadu dengan angka 1, 2, 3 dan 4. Berapa semuanya kombinasi yang mungkin pada satu kali gulingan dari dua dadu ini ?. (Ini disebut ruang sampel). Dalam persoalan ini, ruang sampel mengandung enam belas elemen.

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4

Angka-angka mana yang paling banyak frekwensinya muncul ?.
Jumlah angka yang mana yang muncul paling kecil frekwensi ?.

7.

7. Gulingkan sepasang dadu tetrahedromu itu sebanyak 32 kali, catat jumlah muka dadu dengan muka menghadap kebawah. Gunakan turus.
8. Angka-angka yang mana yang paling banyak frekwensinya muncul ? Jumlah angka yang mana yang muncul paling kecil frekwensinya ? Dalam beberapa cara yang berbeda, kemungkinannya berguling ke jumlah 5. Berapa kemungkinan dadu berguling ke jumlah 5. Berapa probabilitasnya berguling ke jumlah 8 ?, ke jumlah 2 ? Dapatkah kamu menuliskan sebuah pecahan untuk menyatakan probabilitas dari setiap bilangan yang ditemui dalam percobaan ? Apakah probabilitas ini berjumlah satu ?

Alat : Dua buah tetrahedron karton, kapur warna, (merah, biru, kuning dan hijau).-