TEORI PROBABILITAS
(SUATU PENGANTAR)

Oleh

DRS. SYAFRUDDIN
JURUSAN PENDIDIKAN DUNIA USAHA

FAKULTAS PENDIDIKAN ILMU PENGETAHUAN SOSIAL
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
PADANG
1992

KATA PENGANTAR

Keputusan untuk melakukan sesuatu tindakan, menyimpulkan sesuatu atau hal apapun tidak terlepas dari resiko ketidakpastian atau resiko kesalahan. Dalam analisis permasalahan secara statistik senantiasa berdasarkan data, kesimpulan atau keputusan yang diambil dinyatakan secara probabilistik.

Untuk memperoleh pembahasan khusus tentang konsep probabilistik ini, penulis diberi keuatan oleh Yang Maha Kuasa untuk menyusun sebuah buku yang berjudul: "TEORI PROBABILITAS (SUATU PENGANTAR)". Buku ini penulis harapkan dapat membantu semua pihak yang membutuhkan sebagai bahan bacaan.

Sampai saat terwujudnya buku ini penulis banyak mendapat bantuan yang berharga dari semua pihak, maka dalam kesempatan ini penulis tidak lupa menyampaikan ucapan terima kasih.

Penulis menyadari bahwa buku ini masih jauh dari kesempurnaannya, untuk itu penulis selalu menerima saran-saran atau kritikan-kritikan dari para pembaca guna penyempurnaan dimasa yang akan datang.

Padang, Nopember 1992.

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

Kita biasa mendengarkan antara lain tipis kemungkinan dia terpilih menduduki jabatan tertentu, berat dugaan saya dia tidak menempati janji, kemungkinan kesebelasan A menang melawan kesebelasan B dalam suatu pertandingan sepak bola, mungkinkah terjadi peningkatan penjualan barang "X" pada dua bulan yang akan datang dan sebagainya.

Dalam statistik dugaan atas peristiwa (event) yang akan terjadi itu disediakan suatu teori untuk mengetahui tingkat terjadinya suatu peritiwa yang disebut dengan Teori Probabilitas. Dengan adanya teori probabilitas ini akan memungkinkan manusia menentukan dugaan terjadi tidaknya suatu peristiwa secara lebih rasional.

Besar kecilnya kemungkinan terjadinya peristiwa ini dinyatakan dalam bentuk angka. Angka 0 (nol) artinya bahwa peristiwa tersebut tidak mungkin terjadi dan Angka 1 (satu) artinya bahwa peristiwa tersebut pasti terjadi. Dengan perkataan lain bila probabilitas sesuatu peristiwa mendekati 1 berarti peristiwa tersebut kemungkinannya semakin terjadi, sedangkan bila probabilitas semakin mendekati 0, berarti peristiwa tersebut kemungkinan tidak terjadi. Teori probabilitas merupakan dasar untuk memahami statistik induktif karena kesimpulan tentang populasi kadang-kadang diambil berdasarkan sampel dalam jumlah yang terbatas.

Awal pembahasan dalam buku ini mengemukakan tentang Pengertian Teori Probabilitas, Pendekatan Probabilitas, Ruang Sampel, Peristiwa-Peristiwa dan Aksioma-Aksioma Probabilitas, Marginal dan Joint Probabilitas, Hubungan antara Dua Variabel dan Teorema Bayes sebagai bagian dari Bab kedua.

Dalam uraian Distribusi Binomial diperlukan pengetahuan tentang Permutasi dan Kombinasi, ini disajikan pada Bab tiga.

Pada Bab empat dibahas Distribusi Teoritis, yang memungkinkan para pembuat keputusan memperoleh dasar-dasar logika yang kuat dalam mengambil suatu keputusan dan sangat berguna untuk dasar pembuatan ramalan-ramalan berdasarkan informasi yang terbatas atau pertimbangan-pertimbangan yang teoritis. Pembahasan Bab empat ini khusus untuk variabel random diskrit. Bab empat ini membicarakan tentang Pengertian, Distribusi Binomial, Rata-Rata dan Deviasi Standar Distribusi Binomial, Distribusi Multinomial, Distribusi Poisson dan Distribusi Hipergeometrik.

Bab terakhir membahas Distribusi Normal, yang merupakan distribusi probabiliti teoritis untuk variabel random kontiniu. Pembicaraan dalam Bab ke lima ini adalah tentang Pengertian, Ciri-ciri Kurva Normal, Distribusi Normal Standar dan Pendekatan Kurva Normal untuk Distribusi Binomial.

Setiap akhir Bab disajikan pula soal-soal yang berkaitan dengan materi yang disajikan dalam Bab tersebut.

BAB II

TEORI PROBABILITAS

A. Pengertian

Probabilitas merupakan istilah yang diambil dari kata "Probability". Kata-kata "probable" atau probably" yang dalam bahasa Indonesia diartikan sebagai "mungkin" atau "kemungkinan" yang sering digunakan dalam percakapan sehari-hari. Misalnya tipis kemungkinan dia terpilih dalam suatu jabatan tertentu, tipis kemungkinan dia akan mengujungi saya, tipis kemungkinan anda akan menjadi orang kaya, tipis kemungkinan kita bisa hidup sampai umur 60 tahun, berat dugaan saya anda pada besok pagi akan menerima kedatangan saya dan berbagai kemungkinan yang selalu menyertai kehidupan kita, yang merupakan ciri khas manusia normal.

Masalah sekarang adalah sejauh manakah kemungkinan-kemungkinan itu akan menjadi kenyataan?. Yakinkah anda bahwa kemungkinan yang salalu membututi anda selama ini akan menjadi kenyataan atau dengan kata lain bahwa segala kemungkinan yang membututi anda akan terjadi dengan pasti. Dengan konsep probabilitas besarnya kemungkinan akan terjadinya suatu peristiwa dapat diukur. Demikian pula besarnya ketidak pastian suatu keputusan dapat pula diukur. Keputusan untuk melakukan sesuatu tindakan, untuk penyimpulan sesuatu atau hal apapun tidak terlepas dari resiko ketidak pastian atau resiko kesalahan.

Dalam Statistika disediakan suatu teori untuk mengetahui kadar kemungkinan itu yang disebut dengan Teori Probabilitas.Dengan teori probabilitas memberikan cara pengukuran kuantitatif tentang tingkat kepastian terjadinya suatu peristiwa (Anto Dajan: 1984, hal 67).

Sebagaimana dikemukakan di atas bahwa kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (event) mempunyai tingkatan atau kadar, besar kecilnya kemungkinan itu sering dipergunakan untuk dasar pembuatan keputusan.Misalnya kemungkinan besar akan menempati janji maka seseorang memutuskan akan datang, kemungkinan besar penjualan akan meningkat maka perusahaan akan menambah produksi barang, kemungkinan besar perusahaan akan mengalami kerugian maka tenaga kerja yang melamar tidak diterima lagi.

Perkembangan teori probabilitas dimulai sejak abad ketujuh belas yang lalu. Orang-orang yang mempunyai andil dalam perkembangan teori probabilitas antara lain adalah para matematikawan Perancis bernama Blaise Pascal (1623-1662) dan Pierre Fermat (1601-1665). Mereka menjabarkan probabilitas secara tepat mengenai permainan judi yang bersangkutan dengan dadu.Selanjutnya berturut-turut muncul berbagai karya ilmiah dari Huygens (1657), J.Bernaulli (1713), De Moivre (1718) serta Bayes (1764). Karya mereka dalam perhitungan probabilitas berhubungan dengan teori permutasi dan kombinasi dari berbagai macam permainan dadu dan permainan kartu. Perlu diketahui pula bahwasanya probabilitas secara numerik mengenai berbagai macam dadu itu sebelumnya telah dihitung pula oleh Girolamo Cardono (1501 - 1576) dan oleh Galileo Galilei (1564 - 1642).

Dewasa ini, teori probabilitas menjadi salah satu alat dari Statistika Induktif, sehingga sulit kalau membicarakan statistika induktif tanpa memahami arti probabiliti. Pengetahuan mengenai teori probabilitas dapat memberikan interprestasi terhadap hasil yang diperoleh dalam statistika, karena banyak prosedur statistika yang menghasilkan kesimpulan-kesimpulan yang diambil dari sampel-sampel yang selalu dipengaruhi oleh variasi acak (random). Dengan bantuan teori probabilitas variasi acak tersebut dapat ditentukan secara numerik dalam menghasilkan kesimpulan-kesimpulan statistika. Teori probabilitas itu juga merupakan alat penting dalam bidang rekayasa, sains, obat-obatan, meteorologi, fotografi yang berasal dari kapal ruang angkasa, marketing, ramalan gempa bumi dan tingka laku manusia.

B. Pendekatan Probabilitas

Ada tiga pendekatan mengenai pengertian probabilitas yaitu (1) Pendekatan klasik atau a priori,(2) Pendekatan empiris dan (3) Pendekatan subjektif (Djarwanto PS: 1985, hal 2).

1. Pendekatan Klasik atau a priori.

Konsep dasar pendekatan klasik dari probabilitas adalah setiap peristiwa yang bakal terjadi dari suatu eksperimen mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi (<u>equally likely outcomes</u>).

<u>CONTOH 1</u>: Jika kita melambungkan sebuah mata uang logam satu kali, mata uang logam tersebut mempunyai dua bagian yang simetris yaitu bagian Muka (M) dan bagian Belakang (B), munculnya kedua bagian itu mempunyai kemungkinan yang sama. Kita mengatakan probabilitas terjadinya M atau P(M) adalah 1/2 dan probabilitas terjadinya B atau P(B) juga 1/2 atau dengan cara yang lebih ingkat kita nyatakan:

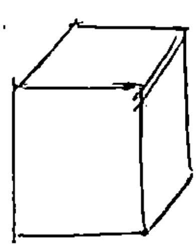
$$P(M) = 1/2$$

$$P(B) = 1/2$$

<u>CONTOH 2</u>: Jika kita melambungkan sebuah dadu satu kali, dimana mana dadu tersebut mempunyai 6 sisi yang sama besarnya maka kita dapat mengatakan bahwa probabilitas keluarnya setiap mata dadu adalah 1/6.

Luas Dadu:

1	2	3	4	5	6
1/6;	1/6;	1/6;	1/6;	1/6;	1/6



$P(1) = 1/6$ $P(4) = 1/6$

$P(2) = 1/6$ $P(5) = 1/6$

$P(3) = 1/6$ $P(6) = 1/6$

<u>CONTOH 3</u>: Sebuah kantong berisi 3 buah bola putih dan 7 buah bola kuning, kalau secara sembarangan diambil sebuah bola dari dalam kantong itu, maka probabi-

litas untuk mendapatkan bola putih sebesar 0,30 (30 %) dan untuk mendapatkan bola kuning sebesar 0,70 (70%).

Contoh-contoh di atas dapat diperbanyak dengan mudah dari peristiwa-peristiwa yang kita alami dalam kehidupan sehari-hari. Dan dari contoh-contoh itu dapat kita kemukakan pengertian probabilitas menurut pendekatan klasik yaitu probabilitas adalah kemungkinan terjadinya suatu peristiwa di antara keseluruhan peristiwa yang mungkin terjadi. Peristiwa disini adalah bersifat saling meniadakan (Mutually Exclusive) dan memiliki kesempatan yang sama untuk terjadi.

Rumus: $$\boxed{P(E) = \frac{X}{N}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{II(1)}$$

dimana:

P(E) = Probabilitas peristiwa E (Event)
X = Peristiwa yang diinginkan terjadi
N = Jumlah keseluruhan peristiwa

kalau kita menginginkan terjadi bukan peristiwa E, maka probabilitas bukan peristiwa E adalah:

Rumus: $$\boxed{P(\bar{E}) = 1 - P(E)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{II(2)}$$

$$P(\bar{E}) = \frac{N - X}{N} = \frac{N}{N} - \frac{X}{N} = 1 - \frac{X}{N}$$

$$\text{kalau } X = 0;\ P(E) = \frac{0}{N} = 0$$

$$\text{kalau } X = 1;\ P(E) = \frac{N}{N} = 1$$

$$\text{Jadi} \quad 0 < P(E) < 1$$

karena itu nilai suatu kemungkinan maksimum adalah 1 (100%) dan minimum 0 (0%),

Suatu peristiwa yang nilai kemungkinannya sama dengan 0 (nol) disebut dengan peristiwa yang mustahil terjadi. Misalnya kemungkinan munculnya dadu bermata 7, laki-laki melahirkan, manusia dapat hidup selama-lamanya, satu minggu delapan hari dan lain sebagainya yang mustahil terjadi.

Sebaliknya peristiwa yang nilai kemungkinannya sama dengan satu, maka disebut dengan peristiwa yang pasti terjadi. Misalnya kemungkinan semua makhluk hidup di dunia ini akan mati, ayam bertina akan bertelur, mata hari terbit sebelah timur, kuda cepat larinya dari kerbau, orang buta tidak dapat melihat, setelah makan pasti tidak lapar, mata dadu terdiri dari enam sisi, mata uang logam terdiri dari dua sisi dan sebagainya.

CONTOH 4: Seorang pimpinan perusahaan mengatakan bahwa dari 500 orang karyawannya, ada 100 orang karyawan yang tidak puas dengan layanannya. Berapakah probabilitas bahwa anggota karyawan itu tidak puas dengan layanan pimpinannya ?.

Jawab: Diket : N = 500

X = 100 A = Karyawan yang tidak puas

maka
$$P(A) = \frac{X}{N}$$

$$P(A) = \frac{100}{500} = 0,20 \text{ atau } 20\%.$$

Perhitungan probabilitas dengan pendekatan klasik yang dibahas di atas harus diketahui lebih dahulu peristiwa secara keseluruhan, yang dalam prakteknya sulit dilaksanakan.

2. Pendekatan Empiris

Ada banyak peristiwa yang probabilitasnya tidak dapat diukur/ditaksir dengan cara klasik, karena kita tidak dapat menentukan peristiwa-peristiwa elementer yang kemungkinan terjadinya. Berapa probabilitas seseorang akan mengenai botol yang akan ditembaknya dari jarak tertentu, tidak dapat kita tentukan sebelum dilakukan percobaan berulang-ulang. Jika dari 300 kali menembak botol, 160 kali yang mengenai sasaran, maka saat itu kita tafsirkan bahwa probabilitas mengenai botol atau P(X): adalah 160/300, atau dengan kalimat probabilitas mengenai botol (X) adalah banyak botol yang kena tembak (fi) di-bandingkan dengan jumlah botol (N). Secara singkat dapat ditulis:

$$P(X) = \frac{fi}{N} = \frac{160}{300} = 16/30 \quad \text{atau } 0,5333$$

Tetapi nilai taksiran P(X) yang lebih banyak tentulah jika N adalah besar, sehingga pengertian probabilitas menurut pendekatan empiris ini adalah suatu bilangan relatif/perbandingan/persentase yang menyatakan besarnya kemungkinan terjadinya suatu peristiwa yang sifatnya jangka panjang. Jika peristiwa itu disebut peristiwa X, maka probabilitas terjadinya peristiwa X dinyatakan P(X).

Rumus: $$P(X) = \lim_{N \to \infty} fi/N \qquad \text{II(3)}$$

dimana

P(X) = Probabilitas peristiwa X

fi = frekuensi peristiwa yang diinginkan terjadi

N = Jumlah keseluruhan peristiwa

maksud dari rumus II.3 di atas adalah bahwa probabilitas suatu peristiwa merupakan limit dari frekuensi relatif.

Probabilitas yang diperoleh taksirannya dengan cara melakukan lebih dahulu percobaan-percobaan atau menggunakan hasil percobaan masa lalu disebut dengan pendekatan empiris atau probabilitas statistik.

Untuk lebih jelasnya pemakaian rumus II(3) perhatikan tabel berikut.

Peristiwa (X)	Frekuensi	Frekuensi Relatif
X_1	f_1	f_1/n
X_2	f_2	f_2/n
X_3	f_3	f_3/n
X_4	f_4	f_4/n
X_5	f_5	f_5/n
.	.	.
.	.	.
.	.	.
X_t	f_t	f_t/n
Jumlah	$f_i = n$	$f_i / n = 1$

<u>CONTOH II.</u>: Tabel di bawah ini adalah Nilai mata kuliah Statistika Induktif dari 100 orang mahasiswa Jurusan PDU pada semester Juli-Desember 1990.

Nilai Sta.Induktif	Jumlah Mahasiswa
A	10
B	25
C	40
D	20
E	5
Jumlah	100

Tentukanlah probabilitas mahasiswa yang memperoleh nilai A, B, C, D dan nilai E !.

Nilai (X)	Frekuensi	Frekuensi Relatif
A	10	10/100
B	25	25/100
C	40	40/100
D	20	20/100
E	5	5/100
Jumlah	100	100/100 = 1

tentu P(nilai A) = 10/100

P(nilai B) = 25/100.

P(nilai C) = 40/100.

P(nilai D) = 20/100.

P(nilai E) = 5/100.

3. Pendekatan Subjektif

Menurut pendekatan ini probabilitas ditentukan berdasarkan perasaan atau kira-kira dari seseorang. Jadi cara ini dipengaruhi oleh pribadi seseorang sehingga bersifat subjektif. Pendekatan subjektif menitik berat-kan probabilitasnya di antara 0 dan 1 terhadap suatu peristiwa, sesuai dengan derajat kepercayaan akan terjadinya peristiwa itu. Setiap orang dapat berbeda derajat kepercayaannya terhadap suatu peristiwa, karena tergantung nilai, pengalaman, sikap dan lain-lain, sesuai dengan apa yang ia miliki baik berbentuk data kualitatif maupun kuantitatif. Akan tetapi, seseorang harus benar-benar berhati-hati dan konsisten dalam memberikan besarnya nilai probabilitas terhadap suatu peristiwa, kalau tidak, ia akan kehilangan arah dalam memberikan kesimpulan. Di dalam statistika derajat keyakinan (level of confidence) itu merupakan hal penting dalam memberikan keputusan secara statistika.

Misalnya jika peristiwa Y dan Z terjadi dalam suatu kondisi yang sama dan kita dua kali lebih yakin akan terjadinya peristiwa Y, maka Probabilitas peristiwa Y atau P(Y) = 2/3 dan P(Z) = 1/3.

Pendekatan klasik berbeda dengan pendekatan empiris, maka seringkali keduanya menghasilkan probabilitas yang tidak sama.

Menurut pendekatan klasik probabilitas munculnya bagian M sama dengan probabilitas munculnya bagian B dari pelemparan mata uang logam yang simetris atau P(M) = P(B)= 1/2. Jika mata uang logam itu dilemparkan 100 kali, maka diperkirakan akan mendapat 50 bagian M dan 50 bagian B. Hal yang sama juga ditemui dari pelemparan mata dadu, dimana sama besarnya probabilitas munculnya setiap sisi dadu {P(1)= 1/6; P(2)= 1/6; P(3)= 1/6; P(4)= 1/6; P(5)= 1/6 dan P(6)= 1/6}.

Tetapi kalau menurut pendekatan empiris mungkin saja dari 100 kali melempar mata uang logam diperoleh bagian M sebanyak 40 kali dan bagian B sebanyak 60. Jadi P(M)= 0,40 dan P(B)= 0,60. Mungkin juga diperoleh bagian M sebanyak 80 kali dan bagian B sebanyak 20 kali atau P(M)= 0,80 dan P(B)= 0,20; tergantung dari hasil pelemparan itu. Dengan demikian jelaslah bagi kita bahwa kedua pendekatan ini sering berbeda hasilnya kalau melemparkan hanya 100 kali.

Menurut Sutrisno Hadi (1986, hal 167) jika semakin besar frekuensi pelemparan mata uang, maka probabilitas yang dihasilkan (probabilitas empiris) akan semakin mendekati probabilitas klasik (teoritis) dan bisa saja sama kalau percobaan tersebut tidak terhingga.

C. Ruang Sampel

Seluruh kemungkinan-kemungkinan yang muncul dalam percobaan/eksperimen disebut dengan ruang sampel, karena terdiri dari segala sesuatu yang dapat terjadi. Sedangkan menurut J.Supranto (1986, hal 7) ruang sampel adalah himpunan dari seluruh kemungkinan hasil, yang terdiri dari beberapa titik sampel.

Ruang sampel disebut juga himpunan semesta atau himpunan pembicaraan tentang peristiwa-peristiwa yang mungkin terjadi. Tiap anggota ruang sampel disebut dengan titik sampel. Banyak titik sampel yang terjadi dari dua peristiwa adalah sama dengan hasil perkalian banyaknya kemungkinan yang mungkin terjadi dari masing-masing kejadian. Misalnya pada 2 buah mata uang logam yang dilambung bersama-sama, kita ketahui bahwa tiap mata uang logam itu hanya ada 2 bagian yang mungkin terlihat yaitu bagian Muka (M) dan bagian belakang (B) Maka banyak titik sampel dari dua mata uang yang dilambung bersama-sama itu adalah 2 x 2 = 4 buah titik sampel, perhatikan contoh berikut.

<u>CONTOH 6</u>: Dua mata uang logam dilambungkan bersama-sama satu kali, maka hasilnya adalah:

<u>Mata Uang I : Mata Uang II: Sampel</u>

		M	MM	ruang sampel
Uang Logam	M	B	MB	titik sampel
	B	M	BM	
		B	BB	

<u>CONTOH 7</u>: Jika dilambungkan dua dadu yakni dadu A dan dadu B. Hasil eksperimen berupa pasangan angka (AB), maka kemungkinan hasilnya akan berjumlah 6 x 6 = 36 buah titik sampel.

Tabel kemungkinan-kemungkinan hasil melambung dua dadu

A/ B	1	2	3	4	5	6
1	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.5)	(1.6)
2	(2.1)	(2.2)	(2.3)	(2.4)	(2.5)	(2.6)
3	(3.1)	(3.2)	(3.3)	(3.4)	(3.5)	(3.6)
4	(4.1)	(4.2)	(4.3)	(4.4)	(4.5)	(4.6)
5	(5.1)	(5.2)	(5.3)	(5.4)	(5.5)	(5.6)
6	(6.1)	(6.2)	(6.3)	(6.4)	(6.5)	(6.6)

Dari tabel di atas dapat diambil bermacam-macam kesimpulan antara lain:

1. Probabilitas tiap titik sampel yang terdapat dalam ruang sampel pada tabel di atas adalah sebesar 1/36.
2. Titik sampel yang anggota-anggotanya sama pada kedua lemparan mata dadu yaitu: (1.1); (2.2); (3.3); (4.4); (5.5); (6.6).

   Probabilitas masing-masingnya = 6/36 = 1/6

3 Susunan ruang sampel, yang titik sampelnya beranggotakan dadu A bermata ganjil sedangkan dadu B bermata bilangan prima yaitu:

   S = {(A,B) / A = ganjil; B = prima}

   (1.2); (1.3); (1,5); (3.2); (3.3); (3.5); (5.2); (5.3); (5.5). Tentu probabilitas masing-masing titik sampel = 9/36 = 1/4.

4. Probabilitas titik sampel yang jumlah anggota-anggotanya > 8 = 15/36 = 5/12 (karena ada 15 buah titik sampel). Dan probabilitas titik sampel yang jumlah anggota-anggotanya < 5 = 10/36 = 5/18.

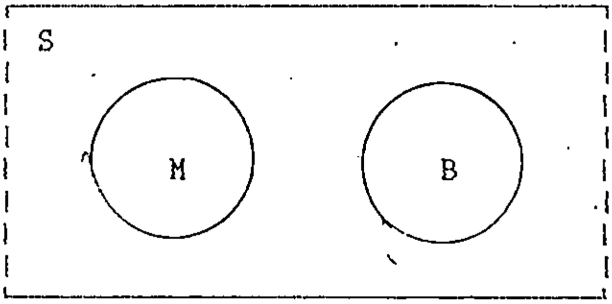
D. Peristiwa dan Aksioma Dasar Probabilitas

Hubungan antara terjadinya suatu peristiwa dengan peristiwa yang lain, di dalam statistika biasanya bersifat : (1) Saling meniadakan (Mutually Exclusive), (2)Independen, (3) Bersyarat (Conditional) dan (4) Bersamaan terjadinya (Inclusive or) (Djarwanto PS: 1985, hal 3).

1. Peristiwa Saling Meniadakan (Mutually Exclusive)

Dua peristiwa atau lebih disebut saling meniadakan jika terjadinya salah satu dari mereka tak memungkinkan terjadinya peristiwa lain atau dua buah peristiwa yang tidak mungkin terjadi serentak. Misalnya kalau perusahaan "A" memperoleh laba pada suatu periode, tidak mungkin pada periode yang sama terjadi kerugian; kalau seorang mahasiswa lulus dalam mata kuliah Statistik II tidak mungkin pula ia gagal pada waktu yang sama; kalau terjadi siang hari, pasti malam hari tidak akan terjadi pada waktu yang sama; kalau bagian M tampak di atas dari melambung satu mata uang logam, pasti bagian B tidak kelihatan.

Perhatikan diagram Venn berikut ini:



$S = N$

$P(M) = m/N$ $\quad$ $P(B) = b/N$

Jika M dan B adalah peristiwa-peristiwa yang saling meniadakan, maka M dan B tidak bersinggungan. Dua peristiwa yang demikian disebut juga dua peristiwa yang saling lepas (disjoint) seperti terlukis pada diagram Venn di atas, dimana M B = kosong, akibatnya P(M B) pun merupakan yang kosong sehingga dapat ditulis P(M B) = 0 dengan demikian diperoleh rumus berikut.

$$P(M \text{ atau } B) = P(M) + P(B) - 0$$

Rumus: $\boxed{P(M \text{ atau } B) = P(B) + P(B)}$ ....II(4)

Rumus di atas menggambarkan hukum penambahan dari probabilitas. Selanjutnya kalau ada beberapa peristiwa, atakan peristiwa A_1, A_2, A_3.......A_k; yang merupakan peristiwa yang saling meniadakan, maka akan kita peroleh rumus berikut.

$\boxed{P(A_1 \text{ atau } A_2 \text{ atau } A_3 \text{ atau } A_k) = P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+P(A_k)}$ .II(5)

<u>CONTOH 8</u>: Jika sebuah dadu dilambung satu kali, berapakah probabilitas:

a. munculnya mata dadu 1 atau mata dadu 5?.

b. munculnya mata dadu 2 atau 3 atau 4 ?.

Jawab:

a. $P(A_1 \text{ atau } A_5) = P(A_1) + P(A_5) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

b. $P(A_2 \text{ atau } A_3 \text{ atau } A_4) = P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)$

$= 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 = 1/6$

CONTOH 9: Jika E_1 adalah peristiwa penarikan AS dari suatu tumpukan kartu bridge dan E_2 adalah kejadian penarikan sebuah King, maka probabilitas dari penarikan salah satu AS atau satu king adalah:

$$P(E_1 \text{ atau } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$1/13 + 1/13 = 2/13$$

karena AS dan King keduanya tidak mungkin terambil pada satu kali penarikan dan karenanya merupakan peristiwa-peristiwa yang saling meniadakan.

2. Peristiwa Independen (Equally Likely)

Dua macam peristiwa atau lebih disebut Independen atau bebas jika terjadinya salah satu dari peristiwa itu atau tidak terjadinya, tidak akan mempengaruhi terjadinya peristiwa lain. Jika A dan B merupakan dua peristiwa yang Independent, maka terjadinya atau tidak terjadinya A tidak akan memperbesar atau memperkecil probabilitas terjadinya peristiwa B.

Peritiwa-peristiwa yang bebas sering disebut *bebas statistik, bebas stokastik atau bebas dalam pengertian probabilitas, tetapi yang banyak dipakai adalah bebas tanpa suatu keterangan.*

Misalnya lahirnya seorang anak laki-laki (perempuan) sebagai anak pertama dari seorang ibu tidak akan mempengaruhi probabilitas lahirnya anak laki-laki(perempuan) sebagai anak kedua dari ibu tersebut.

Peristiwa Independen tidak sama dengan peristiwa saling meniadakan. Pada peristiwa saling meniadakan P(M B)= 0, sedangkan pada peristiwa Independen justru P(M B) = 0.

Jadi jika M dan B dua buah peristiwa yang bebas maka probabilitas M dan B adalah:

Rumus. $\boxed{P(M \text{ dan } B) = P(M) \times P(B)}$ ....II(6)

Rumus di atas menggambarkan hukum perkalian dari probabilitas.

CONTOH 10 :Bila satu buah uang logam dilambungkan dua kali, A_1 = lambungan pertama dan A_2 = lambungan kedua. Berapakah probabilitas A_1 dan A_2?.

Jawaban: Matrik Peristiwa

Uraian	A_1	A_2
M	(M,A_1)	(M,A_2)
B	(B,A_1)	(B,A_2)

$P(M,A_1) = 1/4$ $\qquad$ $P(B,A_1) = 1/4$

$P(M,A_2) = 1/4$ $\qquad$ $P(B,A_2) = 1/4$

$$P(A_1) = P(M,A_1) + P(B,A_1) = 1/4 + 1/4 = 1/2$$

$$P(A_2) = P(M,A_2) + P(B,A_2) = 1/4 + 1/4 = 1/2$$

$$\text{jadi } P(A_1 \text{ dan } A_2) = P(A_1) \times P(A_2) = 1/2 \times 1/2 = 1/4$$

CONTOH 11: Dari hasil pengamatan lalu lintas dalam 10 menit di jalan simpang, terjadi lewat 4 sepeda motor yang terdiri atas 2 buah Honda (H) dan 2 buah Yamaha (Y). Maka probabilitas terjadinya kemunculan

H dan Y bersama-sama adalah:

$$P(H \text{ dan } Y) = P(H) \times P(Y) = 2/4 \times 2/4 = 4/16 = 1/4$$

Kalau meliputi beberapa buah peristiwa yang independen. Misalnya A_1, A_2 ....A_k merupakan n buah peristiwa yang independen, maka:

Rumus: $\boxed{P(A_1 \text{ dan } A_2 \text{ dan } A_k) = P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_k)}$ ..II(7)

3. Peristiwa Bersyarat (Conditional)

Dua macam peristiwa dikatakan mempunyai hubungan bersyarat jika peristiwa yang satu menjadi syarat terjadinya peristiwa yang lain. Misalnya seseorang diangkat menjadi manejer KUD terlebih dahulu ia harus mempunyai pengetahuan tentang KUD atau tamatan Fakultas Ekonomi, seorang mahasiswa ingin lulus pada mata kuliah Statistik II, terlebih dahulu harus lulus mata kuliah Statistik I.

Kita tulis A/B (baca A dengan syarat B): menyatakan peristiwa A terjadi dengan didahului terjadinya peristiwa B. Probabilitasnya ditulis P(A/B).

Rumus: $\boxed{P(A/B) = \dfrac{P(A \text{ dan } B)}{P(B)}}$ ....II(8)

dapat dirubah menjadi:

$$P(B) \,.\, P(A/B) = P(A \text{ dan } B)$$

$$P(B) \,.\, P(A/B) = P(A) \,.\, P(B)$$

$$P(A/B) = P(A)$$

CONTOH 12: Ada dua buah kotak yaitu kotak A dan kotak B yang berisi bola Hijau dan bola Merah seperti dalam tabel di bawah ini.

Bola	Kotak A	Kotak B	Jumlah
Hijau (H)	10	15	25
Merah (M)	20	40	60
Jumlah......	30	55	85

Ditanya: a. Tentukan probabilitas Kotak A dengan syarat di dalamnya terdapat Bola Hijau (H) ?.

b. Tentukan probabilitas Bola merah (M) dengan syarat tempatnya di dalam kotak B?.

Jawaban:

$$a.\ P(A/H) = \frac{P(A \text{ dan } H)}{P(H)} = \frac{10/85}{25/85} = 10/85 \times 85/25 = 10/25 = 2/5$$

$$b.\ P(M/B) = \frac{P(M \text{ dan } B)}{P(B)} = \frac{40/85}{55/85} = 40/85 \times 85/55 = 40/55 = 8/11$$

4. Peristiwa Bersamaan Terjadinya (Inclusive or)

Peristiwa Inclusive or adalah dua peristiwa atau lebih yang terjadi sendiri-sendiri atau serentak (bersamaan waktunya). Jika peristiwa itu A dan B maka: perhatikan gambar diagram venn berikut:

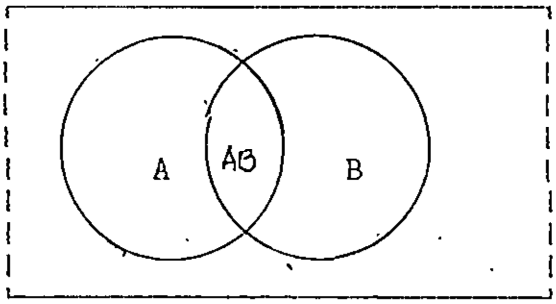
S = N titik sampel

A terdiri dari a titik sampel (merupakan sub set)

B terdiri dari b titik sampel (subset)

A   B terdiri dari c titik sampel (titik-titik sampel yang selain menjadi anggota A juga anggota B) yaitu

$P(A) = \frac{a}{N}$



$S = N$

$P(B) = \frac{b}{N}$

$P(A \quad B) = \frac{c}{N}$

daerah yang diarsir. Dari diagram di atas dapat diketahui:

$$P(A \quad B) = \frac{a+b-c}{N} = \frac{a}{N} + \frac{b}{N} - \frac{c}{N} = P(A)+P(B)-P(A \quad B)$$

A   B suatu himpunan bagian S yang elemen-elemennya menjadi anggota A atau anggota B atau anggota A dan B. Sehingga dari penjabaran di atas diperoleh rumus II.9:

Rumus: $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$ ...II(9)

Rumus ini disebut juga Aturan Umum dari penjumlahan probabilitas.

<u>CONTOH 13</u>:Jika E_1 adalah peristiwa penarikan suatu as dari suatu tumpukan kartu dan E_2 adalah kejadian penerikan suatu kartu daun, maka E_1 dan E_2 tidak saling terpisah karena as dari kartu daun dapat terambil. Jadi probabilitas penarikan salah satu as atau suatu kartu daun atau keduanya adalah:

Rumus: $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$

$$P(E_1 \text{ atau } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ dan } E_2)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

(Satu set kartu remi jumlahnya 52 buah kartu dengan empat warna atau jenis yaitu kriting, wajik, hati dan daun. Satu jenis terdiri atas 13 macam; mulai dari as, king, queen, jack, 10, 9, 8, ...2.

E. Marginal dan Joint Probabilitas

Dalam suatu percobaan yang dapat menghasilkan beberapa peristiwa atau kombinasi peristiwa-peristiwa seperti A, B, C dan seterusnya..., maka P(A), P(B), P(C) dan seterusnya itu disebut Marginal (Individual) Probabilitas dari peristiwa A, B, C dan seterusnya.

Sedangkan joint probabilitas merupakan sifat gabungan dari probabilitas.

<u>CONTOH 14</u>:

Uraian	A	B	Jumlah
C	10	15.	25
D	15	10	25
Jumlah......	25	25	50

Marginal Probabilitas:

* P(A) = P(AC) + P(AD) = 10/50 + 15/50 = 25/50 = 1/2

* P(B) = P(BC) + P(BD) = 15/50 + 10/50 = 25/50 = 1/2

* P(C) = P(CA) + P(CB) = 10/50 + 15/50 = 25/50 = 1/2

* P(D) = P(DA) + P(DB) = 15/50 + 10/50 = 25/50 = 1/2

Joint Probabilitas:

$P(J_1\ AC) + P(J_2\ AD) + P(J_3\ BC) + P(J_4\ BD) =$

$10/50 + 15/50 + 15/50 + 10/50 = 1$

F. Menentukan Hubungan antara Dua Variabel

Dengan teori probabilitas, kita dapat menentukan hubungan antara dua buah variabel secara sederhana. Misalnya ada 2 macam variabel yaitu jenis kelamin dan jenis pekerjaan. Jenis kelamin dikategorikan atas Laki-laki (L) dan Wanita (W) sedangkan jenis pekerjaan dikelompokkan atas Petani (Pt) dan bukan petani ($\overline{Pt}$). Maka cara menentukan hubungan antara variabel ini sebagai berikut.

Conditional Probabilitas: $P(L/Pt) = \dfrac{P(L \text{ dan } Pt)}{P(Pt)}$

Dependen Probabilitas: $P(L \text{ dan } Pt) = P(L/Pt).\ P(Pt)$

Independen Probabilitas: $P(L \text{ dan } Pt) = \underline{P(L)\ .\ P(Pt).}$

$P(L/Pt) \neq P(L)$ bila tidak sama kedua probabilitas ini berarti terdapat hubungan antara variabel yang diteliti.

$P(L/Pt) = P(L)$ bila sama kedua probabilitas ini berarti tidak terdapat hubungan antara variabel yang diteliti.

<u>CONTOH 15</u>: Dalam suatu penelitian diperoleh data mengenai jenis kelamin dan status sosial ekonomi (kaya dan miskin) terhadap 60 orang kepala keluarga (KK)

di desa A. Jumlah laki-laki 30 orang dan jumlah kepala keluarga yang kaya 20 orang, sedangkan laki-laki yang miskin berjumlah 15 orang. Pertanyaan:

a. Berapakah probabilitas KK yang kaya?.

b. Berapakah probabilitas wanita saja?.

c. Berapakah probabilitas laki-laki atau wanita

d. Berapakah probabilitas KK yang kaya dan miskin?.

e. Berapakah probabilitas laki-laki atau kaya?

f. Berapakah probabilitas KK yang kaya tetapi dengan syarat dia wanita?.

g. Apakah terdapat hubungan antara jenis kelamin dengan Status Sosial Ekonomi?.

Jawaban:

SSE JK	L	W	Jumlah
K	15	5	20
M	15	25	40
Jumlah..	30	30	60

Keterangan: JK = Jenis Kelamin
L = Laki-laki
W = Wanita
SSE = Status Sosial Ekonomi.
K = Kaya
M = Miskin

a. Probabilitas kepala keluarga yang kaya =

P(K) = 20/60 = 1/3

b. Probabilitas laki-laki: P(L) = 30/60 = 1/2

c. Probabilitas laki-laki atau wanita:

$P(L \text{ atau } W) = P(L) + P(W) = 30/60 + 30/60 = 1$

d. Probabilitas Kaya dan Miskin:

$P(K \text{ dan } M) = P(K) \times P(M) = 20/60 \times 40/60 = 800/3.600$

e. Probabilitas laki-laki atau kaya:

$P(L \text{ atau } K) = P(L) + P(K) - P(L \text{ dan } K)$

$= 30/60 + 20/60 - 15/60 = 35/60 = 7/12$

f. Probabilitas kaya dengan syarat wanita:

$$P(K/W) = \frac{P(K \text{ dan } W)}{P(W)} = \frac{5/60}{30/60} = 5/60 \times 60/30 = 1/6$$

g. Menentukan hubungan antara variabel jenis kelamin dengan Status Sosial Ekonomi:

Conditional Probabilitas: $P(K/W) = \frac{P(K \text{ dan } W)}{P(W)} = 1/6$

Dependen Probabilitas: $P(K \text{ dan } W) = P(K/W) \cdot P(W)$

Independen Probabilitas: $P(K \text{ dan } W) = \underline{P(K) \quad . \; P(W)} -$

$P(K/W) = 1/6$

$P(K) = 20/60 = 1/3$

$P(K/W) \neq P(W) \longrightarrow 1/6 = 1/3$

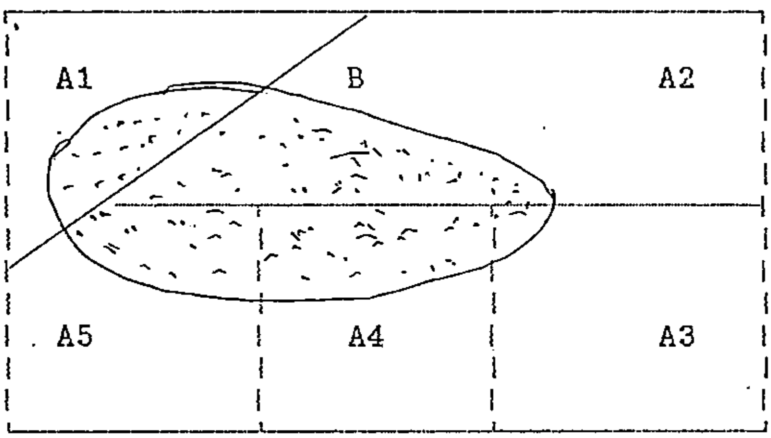
Jadi tidak sama diantara kedua probabilitas tersebut, ini berarti terdapat hubungan antara jenis kelamin dengan Status sosial ekonomi.

G. Teorema Bayes

Misalkan S merupakan ruang sampel dari suatu eksperimen dan perhatikanlah k buah peristiwa-peristiwa A_1, ..., A_k dalam S sehingga A_1, ... A_k adalah saling lepas dan $\ldots \underset{1=1}{A_j} = S$. Dikatakan bahwa peristiwa-peristiwa tersebut membentuk sebuah partisi dari S.

Jika k buah peristiwa-peristiwa A_1, ..., A_k membentuk sebuah partisi dari S dan jika B adalah sembarang peristiwa lain dalam S, maka peristiwa-peritiwa A_1B, A_2B, ..., A_kB akan membentuk partisi dari B, seperti gambar di bawah ini.

Gambar: Interaksi B dengan peristiwa A_1, ..., A_5 dari sebuah partisi



Dengan demikian kita dapat menulis:

$$\boxed{B = (A_1B) \quad (A_2B) \quad (A_kB)} \quad \ldots\ldots II(10)$$

Akhirnya, jika $P(A_j) > 0$ untuk $j = 1, \ldots, k$, maka $P(A_j) = P(A_j)\ P(B/A_j)$ dan hal ini berakibat bahwa;

$$\boxed{P(B) = \sum_{j=1}^{k} P(A_j)\, P(B/A_j)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots II(11)$$

CONTOH 16 : Dua buah kotak berisi botol-botol berukuran besar dan berukuran kecil. Misalkan satu kotak tersebut berisi 70 botol berukuran besar dan 30 berukuran kecil, sedangkan kotak yang lain berisi 20 botol berukuran besar dan 40 botol berukuran kecil. Misalkan pula bahwa satu kotak dipilih secara acak dan kemudian sebuah botol dipilih secara acak dari kotak tersebut. Kita akan menentukan probabilitas bahwa botol ini berukuran besar.

penyelesaian: Misalkan A_1 adalah peristiwa bahwa kotak pertama terpilih, misalkan A_2 adalah peristiwa bahwa kotak kedua terpilih dan misalkan B adalah peristiwa bahwa sebuah botol berukuran besar yang terpilih. Maka;

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2)$$

Karena sebuah kotak terpilih secara acak,kita tahu bahwa $P(A_1) = P(A_2) = 1/2$. Selanjutnya probabilitas terpilihnya sebuah botol berukuran besar dari kotak pertama adalah sebesar $P(B/A_1) = 70/100 = 7/10$ dan probabilitas terpilihnya sebuah botol berukuran besar dari kotak kedua adalah sebesar $P(B/A_2) = 20/40 = 1/2$. Dengan demikian:

$$P(B) = 1/2 \,.7/10 + 1/2 \,.\, 1/2 = 24/40 = 3/5$$

atau.... $(0.5)(0.7) + (0.5)(0.5) = 0.60$

Sekarang kita dapat menyatakan hasil berikut, yang terkenal sebagai Teorema Bayes.

Teorema Bayes = Misalkan peristiwa-peritiwa $A_1, \ldots A_k$ membentuk sebuah partisi dari ruang sampel S sehingga $P(A_j) > 0$ untuk $j = 1,\ldots,k$, dan misalkan B adalah sembarang peristiwa demikian sehingga $P(B) > 0$, maka untuk $i = 1, \ldots k$,

$$\boxed{P(A_j)/B) = \frac{P(A_j)P(B/A_j)}{\sum_{j=1}^{k} P(A_j)P(B/A_j)}} \quad \ldots\ldots II(12)$$

Bukti: Dengan menggunakan definisi probabilitas bersyarat pembilang pada ruas kanan persamaan II(12) adalah sama dengan $P(A_jB)$ dan penyebutnya sama dengan $P(B)$. Dengan demikian terbuktilah teorema tersebut (John E.Freund dan Benjamin M.Perles: 1974, hal 116).

<u>CONTOH 17</u>: Suatu pabrik memproduksi semacam barang tertentu. Barang itu dihasilkan oleh tiga mesin A, B dan C yang berturut-turut sebanyak 40%, 20% dan 10% dari seluruh barang yang diproduksi pabrik tersebut. Persentase barang yang cacat yang dihasilkan (output) tiga mesin tadi berturut-turut adalah 5%, 7% dan 3%. Jika sebuah barang terpilih itu adalah rusak berasal dari mesin A.

Penyelesaian; Misalkan X adalah peristiwa bahwa sebuah barang rusak. Peluang bahwa barang itu rusak dihasilkan oleh mesin A adalah P(A/X). Menurut teorema Bayes,

$$P(A/X) = \frac{P(A)P(X/A)}{P(A)P(X/A) + P(B)P(X/B) + P(C)P(X/C)}$$

$$= \frac{(0,40)(0,05)}{(0,40)(0,05) + (0,20)(0,07) + (0,10)(0,03)}$$

$$= 0,5405$$

H. Soal-Soal

1. Apakah yang dimaksud dengan probabilitas menurut pendekatan klasik dan pendekatan empiris?.
2. Berapakah probabilitas maksimum suatu peristiwa?.
3. Berapakah probabilitas minimum suatu kejadian?.
4. Bila dalam jangka panjang ditemukan dua jenis peristiwa saja.
   a. Berapakah probabilitas total dari kedua peristiwa tersebut?.
   b. Berapakah probabilitas salah satu peristiwa itu?.
   c. Mungkinkah total probabilitas kedua peristiwa itu kecil dari satu?.
   d. Mungkinkah probabilitas salah satu peristiwa tersebut negatif?.
5. Tiga buah uang logam dilambung sekaligus, tentukanlah ruang sampel yang akan terjadi?.
6. Dua buah uang logam dan satu buah dadu dilambung bersama-sama. berapakah banyak titik sampel yang mungkin terjadi?.

7. Jelaskan tiga macam pendekatan dalam menentukan probabilitas terjadinya peristiwa-peristiwa?.
8. Kertas undian yang bernomor 10 s/d 20 masing-masing digulung agar dapat dikocok. Berapakah probabilitas untuk memenangkan salah satu nomor bilangan prima?.
9. Sepasang suami-istri yang telah berumah tangga lebih dari 40 tahun, mempunyai kemungkinan untuk hidup bersama selama 30 tahun lagi. Sedangkan nilai kemungkinan untuk sampai usia 30 tahun lagi tidak sama antara suami dan istri tersebut. Dua kejadian itu dapat digolongkan ke dalam peristiwa................?
10. Dari 120 kaleng susu yang dipilih secara acak, ternyata 20 kaleng rusak kalengnya (RK). Sepuluh (10) kaleng rusak isinya (RI). Yang rusak isinya dan rusak kalengnya sebanyak 5 kaleng.

    Pertanyaan:

    a. Berapakah probabilitas tidak rusak kalengnya (TRK)?
    b. Berapakah probabilitas tidak rusak isinya (TRI)?.
    c. Berapakah probabilitas tidak rusak isi atau rusak isi?
    d. Berapakah probabilitas tidak rusak kaleng dan rusak kaleng?.
    e. Berapakah probabilitas rusak isi dengan syarat rusak kaleng?.
    f. Berapakah probabilitas rusak kaleng atau tidak rusak isi?.

BAB III

PERMUTASI DAN KOMBINASI

Permutasi dan kombinasi merupakan konsep dasar yang sangat penting diketahui dalam rangka mempelajari teori probabilitas.

A. Permutasi

Kalau kita mempunyai tiga buah angka, yaitu 1, 2 dan angka 3; kita ingin mengetahui berapa buah susunan yang terdiri dari dua angka dapat diperbuat dari ketiga angka tadi, maka pertanyaan tersebut dapat dijawab sesudah melakukan penyusunan berikut.

12	21	31
13	23	32

ada enam buah susunan yang berbeda dapat dibentuk dari ketiga bilangan itu.

Contoh lain, kalau kita ingin memilih calon ketua dan wakil ketua suatu organisasi pemuda. Calon tersebut ada 4 orang yaitu A, B, C dan D. Ada beberapa buah susunan yang mungkin diperoleh dari 4 orang colon tersebut bila kesemua calon mempunyai kesempatan yang sama untuk menjadi ketua dan wakil ketua,

AB	AC	AD	BA
CA	DA	BC	BD
CB	DB	CD	DC

ada 12 pasangan (susunan) calon ketua dan wakil ketua organisasi pemuda tersebut yang akan dipilih.Hal susunan di atas tak lain dari pada permutasi. Jadi Permutasi adalah penyusunan obyek-obyek sejumlah n yang tiap-tiap kali diambil sejumlah X, dengan memperhatikan tata susunannya (Sutrisno Hadi: 1986, hal 207).

1. Prinsip Permutasi Dasar

Apabila suatu aksi I dapat dilakukan dengan x cara, kemudian suatu aksi II dapat dilakukan dengan s cara, kemudian suatu aksi III dapat dilakukan dengan t cara dan seterusnya, maka aksi-aksi tersebut secara berurutan dapat dilakukan dengan x . s . t . ... cara.

CONTOH 1. : Suatu tim bulutangkis mempunyai pemain pria 5 orang dan pemain wanita 3 orang. Berapa macam banyaknya ganda campuran yang bisa dibuat.

Jawab:

Untuk setiap ganda campuran berarti ada satu pria dan satu wanita.Sehingga kemungkinan-kemungkinan susunan dapat digambarkan sebagai berikut:

Pemain Pria	Pemain Wanita
P1	W1
P2	W2
P3	W3
P4	
P5	

kemungkinan susunan itu adalah:

P1W1	P1W2	P1W3
P2W1	P2W2	P2W3
P3W1	P3W2	P3W3

P4W1	P4W2	P4W3
P5W1	P5W2	P5W3

Jadi ada 15 kemungkinan ganda campuran. Kalau angka-angka besar akan tidak praktis membuat daftar susunan tersebut di atas, cukup dilakukan dengan singkat yaitu:

(5 x 3 = 15 ganda campuran)

2. Permutasi Total

Susunan dari sekumpulan obyek dengan urutan tertentu disebut suatu permutasi dari obyek-obyek tersebut. Misalnya diajukan pertanyaan-pertanyaan dalam beberapa cara bila 3 buah huruf yaitu X, Y dan Z dapat disusun dengan urutan tertentu pada sebuah garis ?. Dengan kata lain, ada berapa banyak permutasi untuk tiga buah huruf X, Y dan Z ?.

Jawabannya: ada 6 kemungkinan permutasi yaitu:

XYZ XZY YXZ YZX ZXY ZYX

Jalan lain untuk menjawab pertanyaan di atas dapat dilakukan dengan menggambarkan 3 buah kurung yang mewakili ketiga posisi untuk huruf-huruf yang akan disusun:

( ) ( ) ( )

Kemudian seolah-olah 3 buah aksi akan dilakukan. Aksi I ialah menempatkan sebuah huruf pada posisi pertama. Ini dapat dilakukan dengan tiga jalan yaitu dapat ditemukan huruf X, huruf Y atau huruf Z.

(3) ( ) ( )

Setelah aksi I dilakukan, aksi II dilakukan dengan menempatkan sebuah huruf pada posisi II. Setelah posisi pertama ditempati dengan sebuah huruf, maka hanya ada dua jalan untuk menempatkan sebuah huruf pada posisi kedua.

(3)   (2)   (   )

Setelah aksi II dilakukan, hanya ada satu jalan untuk menempatkan sebuah kurung pada posisi ketiga.

(3)   (2)   (1)

Dengan menggunakan Theorem diperoleh 3 x 2 x 1 atau 6 permutasi untuk ketiga buah huruf tersebut.

Untuk 4 buah huruf ada 4 x 3 x 2 x 1 atau 24 permutasi. Secara umum, untuk n buah huruf ada:

$n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$ permutasi

atau "n - faktorial" permutasi.

n - faktorial dituliskan dengan n!.

$$\boxed{n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1} \quad \text{III(1)}$$

Jumlah permutasi n obyek yang diambil semuanya untuk setiap kali adalah sama dengan n! ditulis:

$$\boxed{{}_nP_n = n!} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{III(2)}$$

dimana : $1! = 1$ $0! = 1$

3. <u>Permutasi Bagian</u>

Misalnya jumlah permutasi untuk 5 buah huruf a, b, c, d dan e, dimana setiap kalinya hanya diambil tiga buah huruf. Dalam hal ini disediakan 3 kurung untuk mewakili 3 posisi.

Untuk aksi I, ada 5 jalan

(5) ( ) ( )

Untuk aksi II, tinggal ada 4 jalan

(5) (4) ( )

Untuk aksi III, tinggal 3 jalan

(5) (4) (3)

Jadi jumlah permutasi untuk 5 buah huruf yang setiap kalinya diambil 3 buah huruf adalah 5 x 4 x 3 atau 60 permutasi.

Adapun jumlah permutasi dari obyek sejumlah n yang tiap-tiap kali mengambil sebanyak X itu diberi simbul $_nP_X$ dan dirumuskan:

$$_nP_X = (n)\ (n-1)\ (n-2)\ \ldots\ldots\ldots\ (n - X + 1)$$

atau

$$\boxed{_nP_X = \frac{n\,!}{(n - X)!}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{III(3)}$$

dimana:

$n\,! =$ disebut n faktorial

$n\,! = n(n-1)(n-2)\ \ldots\ldots\ldots$

$0\,! = 1$

<u>CONTOH 2</u>: Dalam sebuah mikrolet yang sedang mangkal tersedia 10 tempat duduk. Tiga orang calon penumpang memasukinya. Dalam berapa cara calon penumpang tersebut dapat mengambil tempat duduk?.

Jawab:

Diket. n = 10 X = 3

Rumus:
$$_{n}P_{X} = \frac{n\,!}{(n - X)!}$$

$$_{10}P_{3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10.9.8.7.6.5.....}{7.6.5...........} = 720$$

atau cara orang awam menjawabnya:

Penumpang ke-1 leluasa dapat memilih 1 dari 10 tempat duduk yang tersedia. Penumpang ke-2 terbatas hanya dapat memilih 1 dari (10-1) tempat duduk. Penumpang ke-3 terbatas hanya dapat memilih 1 dari (10-2) tempat duduk.

B. Kombinasi

Kalau pada permutasi letak dari objek diperhatikan tetapi pada kombinasi tidak diperhatikan. 12 dan 21 dipandang dua permutasi yang berlainan, tetapi dipandang sama secara kombinasi.

Kombinasi adalah seleksi terhadap objek-objek sejumlah **n** yang tiap-tiap kali diambil sebanyak **X**, tanpa memperhatikan tata susunannya (Sutrisno Hadi: 1986, hal 211).

Jadi suatu kombinasi adalah suatu kumpulan obyek tanpa memperhatikan bagaimana bentuk susunan atau urutan-urutan obyek-obyek tersebut. Jumlah kombinasi ini diberi simbul sebagai berikut:

$$_{n}C_{X} \quad \text{atau} \quad \binom{n}{X}$$

Kombinasi tingkat X dari n objek adalah suatu anak gugus yang terdiri dari X objek yang dipilih dari suatu gugus yang terdiri dari n objek. Yang menjadi masalah berapa jumlah kombinasi tingkat X yang mungkin disusun dari n buah objek?. Masalah tersebut dapat dipandang sebagai masalah menyusun suatu kombinasi dari n objek yang terdiri atas dua kelompok objek. Kelompok pertama terdiri dari X buah objek yang akan dipilih di dalam anak gugus. Kelompok kedua terdiri dari (n-X) buah objek yang tidak akan terpilih. Maka jumlah kombinasi yang mungkin disusun adalah:

$$\boxed{\binom{n}{X} = \frac{n!}{X!(n-X)!}} \quad \text{.......... III(4)}$$

dimana: $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ ....(n-k)$

X = jumlah yang membentuk satu kombinasi

n = banyak obyek (banyak benda).

Perbedaan antara permutasi dengan kombinasi dapat dikemukakan dalam contoh susunan angka-angka berikut:

	12	=	21		12	=	21
Permutasi	13	=	31	Kombinasi	13	=	31
	23	=	32		23	=	32

CONTOH 3 :Ada 5 kesebelasan sepak bola yang akan bertanding, katakanlah kesebelasan itu A, B, C , D dan E. Tentukanlah:

a. Berapa kali pertandingan yang harus dilaksanakan oleh panitia pertandingan?.

b. Berapa kali setiap kesebelasan main bertanding?.

Jawab: diket. $n = 5$
$X = 2$

a. rumus. $\binom{n}{X} = \dfrac{n!}{X!(n-X)!}$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5.4.3.2.1}{2.1(3.2.1)} = 10$$

b.

AB	BC	CD	DE
AC	BD	CE	
AD	BE		
AE			

Setiap kesebelasan main bertanding sebanyak 4 kali.

C. Kaitan Kombinasi dan Teori Binomial

Nilai $\binom{n}{X}$ disebut juga dengan koefisien binomial. Secara aljabar dibahas teori binomial;

$(p+q)^2 = (p+q)(p+q)= p^2 + 2pq + q^2$ atau

$(p+q)^3 = p^3 + 3pq^2 + q^3$

$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$

dan seterusnya...

Koefisien dari seluruh susunan binomium, terdiri dari $(p+q)$; $(p+q)^2$; $(p+q)^3$; $(p+q)^4$ ... yang merupakan segitiga Pascal,

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & 1 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

Dari binomial $(p+q)^2$ di atas di dapat koefisien $p^2 = \binom{2}{2} = \binom{2}{0} = 1$; koefiesien $pq = \binom{2}{1} = 2$ dan koefisien $q^2 = \binom{2}{0} = \binom{2}{2} = 1$. Alhasil secara keseluruhan $(p+q)^2$ dapat diuraikan dengan koefisien sebagai kombinasi $\binom{n}{X}$ berikut.

$$(p+q)^2 = \binom{2}{0}p^2 + \binom{2}{1}pq + \binom{2}{2}q^2 \text{ atau}$$

$$(p+q)^2 = \binom{2}{2}p^2 + \binom{2}{1}pq + \binom{2}{0}q^2$$
$$= p^2 + 2pq + q^2$$

dan disingkat menjadi $(p+q)^2 = \sum_{i=0}^{2} \binom{2}{X} p^X q^{2-X}$.

atau secara umum:

$$\boxed{(p+q)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{X} p^X q^{n-X}} \quad .III(5)$$

Pembahasan teori binomial ini ada kaitannya dengan Distribusi Binomial yang akan dibahas pada Bab IV.

D. Soal-Soal

1. Hitunglah permutasi dari:

a. ${}_5P_3$ b. ${}_{15}P_5$

b. ${}_3P_1$ c. ${}_{10}P_2$

2. Hitunglah kombinasi dari:

a. $\binom{6}{2}$ b. $\binom{30}{4}$

b. $\binom{15}{3}$ c. $\binom{4}{4}$

3. Pimpinan suatu perusahaan menginginkan lowongan pada jabatan mandor dan pembantu mandor segera diisi. Ada lima tenaga yang dapat dimutasikan. Bagaimana kemungkinannya kelima tenaga itu akan menduduki jabatan mandor dan pembantu mandor?.
4. Dari 4 Bank swasta yang ada di kota Padang, hendak diadakan merger yang menjadi dua 2 Bank saja. Bagaimanakah kombinasinya?.
5. Seorang juru potret dipanggil untuk mengambil gambar 10 orang olaragawan, dengan ketentuan setiap dua orang (pasangan) harus diambil gambarnya. Ada berapa gambar yang harus diambil?.
6. Dari 5 pasang suami-isteri hanya diperlukan 4 orang untuk dijadikan panitia suatu perayaan. Ada berapa banyak kemungkinan yang dapat dikemukakan sebagai calon panitia jika semuanya mempunyai kesempatan yang sama untuk dipilih sebagai panitia?.
7. Sehubungan dengan soal no.6 di atas, ada berapa banyak kemungkinan yang dapat dikemukakan jika kepanitiaan memerlukan susunan 3 pria dan 1 wanita?.
8. Jika anda duduk bertiga pada sebuah bangku panjang, maka urutan duduk anda dapat digolongkan (pilih salah satu).......? a. kombinasi b. permutasi.
9. Seorang ibu yang melahirkan anak 4 kali diantaranya satu kali melahirkan anak kembar, sehingga ibu tersebut memiliki 5 orang anak, yang terdiri atas 3 laki-laki dan 2 wanita. Susunan jenis kelamin anak-anak

tersebut dapat digolongkan suatu susunan (pilih salah satu).........?. a. kombinasi b. permutasi.

10. Suatu tim bulu tangkis mempunyai pemain pria 6 orang dan pemain wanita 4 orang. Berapa macam banyaknya ganda campuran yang bisa dibuat ?.

BAB IV

DISTRIBUSI TEORITIS

A. Pengertian

Kita telah mengenal arti dari Distribusi Frekuensi yaitu suatu daftar yang menunjukkan penggolongan sekumpulan data, di dalam mana telah termasuk penentuan berapa bilangan yang termasuk ke dalam setiap golongan.

Sedangkan Distribusi Probabilitas Teoritis (selanjutnya disebut dengan Distribusi Teoritis) adalah distribusi frekuensi relatif (dalam jangka panjang) yang dapat diharapkan berdasarkan kepada pengalaman yang terdahulu atau berdasarkan kepada pertimbangan-pertimbangan teoritis.

Kegunaan distribusi teoritis ini memungkinkan para pembuat keputusan untuk memperoleh dasar-dasar logika yang kuat di dalam membuat keputusan-keputusan, dan untuk dasar pembuatan ramalan-ramalan berdasarkan informasi yang terbatas serta untuk menghitung probabilitas terjadinya suatu peristiwa.

Ada dua macam sifat variabel yaitu variabel diskrit dan variabel kuntinum (J.Supranto:1986, hal 54). Variabel diskrit adalah variabel yang satuannya selalu merupakan bilangan bulat (tidak pecahan) atau bilangan cacah, misalnya jumlah manusia, mobil, binatang, bola dan sebagainya. Dan variabel kontinum adalah variabel yang satuannya merupakan bilangan pecahan, misalnya misalnya berat gula 1,50 kg; benang panjangnya 5,30 meter; IP mahasiswa 2,89 dan sebagainya. Dengan demikian distribusi teoritis ada dua macam pula yaitu distribusi teoritis dengan variabel diskrit dan distribusi teoritis dengan variabel kontinum.

Pada Bab empat ini akan dibahas distribusi teoritis bersifat diskrit, yang terdiri dari distribusi Binomial, Poisson dan distribusi Hipergeometrik.

B. Distribusi Binomial

Distribusi Binomial adalah salah satu distribusi probabilitas teoritis dengan variabel random diskrit. Penemunya adalah James Bernaulli, sehingga distribusi ini disebut juga dengan distribusi Bernaulli.

Distribusi Binomial didasarkan atas suatu eksperimen (percobaan) yang bersifat independen dan tiap percobaan menghasilkan 2 macam hasil yang berbeda. Dalam teori probabilitas, istilah eksperimen tidak usah harus diartikan eksperimen dalam laboratorium. Tetapi segala tindakan yang menyerupai eksperimen dapat juga dianggap suatu eksperimen dalam arti statistik. Penulis akan kemukakan beberapa contoh mengenai eksperimen (percobaan) demikian:

1. Pelemparan uang logam dapat menghasilkan muka gambar atau bukan muka gambar.
2. Hasil pertandingan Bulu tangkis dapat digolongkan ke

dalam menang atau kalah.

3. Pelemparan mata dadu dapat menghasilkan sisi genap dan ganjil.
4. Semacam obat diberikan kepada pasien, maka adakalanya pasien tersebut sembuh atau tidak sembuh setelah makan obat tersebut.

Dalam analisis statistik, eksperimen (percobaan) yang memiliki dua macam hasil alternatif seperti di atas ternyata sangat penting dan banyak sekali kegunaannya.

Percobaan-percobaan di atas seringkali terdiri dari beberapa kali percobaan yang identik, bahkan percobaan itu dapat diulang hingga berkali-kali. Misalnya melemparkan satu uang logam tiga kali, melemparkan mata dadu lima kali. Betapapun juga, hasil percobaan hanyalah ada 2 macam saja. Secara statistik kita selalu menyatakan salah satu dari kedua hasil percobaan dengan istilah SUKSES, sedangkan hasil yang lain dengan istilah GAGAL.

Pada umunya suatu eksperimen (percobaan) dikatakan eksperimen Binomial, kalau mempunyai 4 syarat berikut (J.Supranto: 1986, hal 96):

1. Banyaknya percobaan merupakan bilangan tertentu.
2. Setiap percobaan mempunyai dua hasil yang dikategorikan atas sukses (S) dan gagal(G). Keadaan ini disebut sebagai keadaan dikhotom misalnya:

- lulus	tidak lulus
- senang	tidak senang
- puas	tidak puas

- muka gambar — tidak muka gambar
- Hidup — mati
- Sakit — sehat

3. Probabilitas sukses sama pada setiap percobaan (disimbulkan dengan "p").
4. Percobaan-percobaan tersebut harus bebas (independen) satu sama lain, artinya hasil percobaan yang satu tidak mempengaruhi yang lain.

Di bawah ini dikemukakan contoh eksperimen Binomial:

CONTOH 1: Kembali kita melambung mata uang logam sebanyak 2 buah sekaligus. Bagian Muka disingkat dengan M dan bagian belakang disingkat dengan B. Bila probabilitas munculnya bagian M dinyatakan dengan p dan probabilitas munculnya bagian B dinyatakan dengan 1-p atau q, maka:

		ruang sampel	Prob. Sampel	sukses (X)	P(X)
M	M	MM	pp	2	$p^2 = 1(1/2)^2(1/2)^{2-2} = 1/4$
	B	MB	pq	1	$2pq = 2(1/2)\ (1/2)^{2-1} = 1/2$
B	M	BM	qp	1	
	B	BB	qq	0	$q^2 = 1(1/2)^0(1/2)^{2-0} = 1/4$
					Jumlah......1.

terbukti......... $P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X\ (1-p)^{n-X}$

dan diperoleh rumus distribusi binomial berikut:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X (1-p)^{n-X} \quad \text{atau}$$

$$\boxed{P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X (q)^{n-X}} \quad \text{..............IV(1)}$$

dimana : $P(X,n)$ = Probabilitas X sukses dari n

$\binom{n}{X}$ = Koefisien Binomial (lihat bab II)

p = Probabilitas sukses

q = Probabilitas gagal

<u>CONTOH 2</u>: Tiga buah mata uang logam dilemparkan satu kali, maka akan diperoleh bermacam-macam peristiwa dan probabilitas masing-masing peristiwa seperti tabel berikut.

ruang sampel	Prob. Sampel	Sukses (X)	$P(X,n)= \binom{n}{X}(p)^X(q)^{n-X}$
MMM	p^3	3	$P(3,3)= \binom{3}{3}(1/2)^3(1/2)^{3-3} = 1/8$
MMB	$p^2(1-p)$	2	
MBM	$p^2(1-p)$	2	$P(2,3)= \binom{3}{2}(1/2)^2(1/2)^{3-2} = 3/8$
BMM	$p^2(1-p)$	2	
MBB	$p(1-p)^2$	1	
BMB	$p(1-p)^2$	1	$P(1,3)= \binom{3}{1}(1/2)^1(1/2)^{3-1} = 3/8$
BBM	$p(1-p)^2$	1	
BBB	$(1-p)^3$	0	$P(0,3)= \binom{3}{1}(1/2)^0(1/2)^{3-0} = 1/8$
			Jumlah ......= 1

Penjabaran dan perhitungan probabilitas di atas dapat disajikan dalam bentuk Daftar, yang disebut dengan Daftar Distribusi Probabilitas seperti di bawah ini

Daftar Distribusi Probabilitas

Banyaknya M (X)	Frekuensi	Probabilitas
0	1	1/8
1	3	3/8
2	3	3/8
3	1	1/8

Suatu cara yang efektif untuk menghitung hasil distribusi binomial dapat dilakukan dengan bantuan sebuah tabel distribusi probabilitas binomial yang disajikan pada lampiran I di akhir buku ini.

Cara melihat tabel distribusi binomial itu adalah:

n	X	p= 0,01;	0,05;	0,10;	0,20;	0,30;	... ;	0,50
3	0							0,1250
	1							0,3750
	2							0,3750
	3							0,1250

jadi tentukan lebih dahulu n (jumlah peristiwa), X (yang diinginkan sukses) dan p (probabilitas) sukses.

Untuk contoh 2 di atas kita dengan muda melihat tabel binomial saja, tanpa menghitungnya.

$$P(0,3) = 0,1250$$

$$P(1,3) = 0,3750$$

$$P(2,3) = 0,3750$$

$$P(3,3) = 0,1250$$

<u>CONTOH 3</u>: Seorang manejer perusahaan melakukan penelitian tentang efektivitas promosi yang dilakukannya. Sebelum dilakukan promosi ternyata untuk setiap 10 orang yang ditawarkan 3 diantaranya bersedia membeli.

Pertanyaan:

1. Berapakah probabilitas tidak seorangpun membeli?
2. Berapakah probabilitas hanya satu orang membeli?.
3. Berapakah probabilitas paling banyak 2 orang yang bersedia membeli?.
4. Berapakah probabilitas paling sedikit 7 orang bersedia membeli?.
5. Berapakah probabilitas antara 3 sampai dengan 6 orang bersedia membeli?.

Jawab:

Diketahui: $n = 10$

$p = 3/10 = 0,30$

$q = 1-0,30 = 0,70$

Rumus: $$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X\ (q)^{n-X}$$

1. $X = 0$; maka $P(0,10) = \binom{10}{0}(0,3)^0(0,7)^{10-0} = 0,0282$

2. $X = 1$; maka $P(1,10) = \binom{10}{1}(0,3)^1(0,7)^{10-1} = 0,1211$

3. X < 2; maka

$$P(0,10) = \binom{10}{0}(0,3)^{0}(0,7)^{10-0} = 0,0282$$

$$P(1,10) = \binom{10}{1}(0,3)^{1}(0,7)^{10-1} = 0,1211$$

$$P(2,10) = \binom{10}{2}(0,3)^{2}(0,7)^{10-2} = 0,0282$$

Jumlah P(<2,10)..............= 0,3828

4. X > 7; maka P(7,10) = 0,0090

P(8,10) = 0,0014

P(9,10) = 0,0001

P(10,10)= 0,0000

Jumlah P(>7,10) = 0,0105

5. antara 3 sampai dengan 6. maka P(3,10) = 0,2668

P(4,10) = 0,2001

P(5,10) = 0,1029

P(6,10) = 0,0368

P(3< X < 6) = 0,6066

<u>CONTOH 4</u>: Lima buah mata dadu dilambung sekaligus berapakah probabilitas memperoleh 2 buah mata dadu ganjil?.

Jawab:

Diketahui: n= 5

p= 1/2 X = 2

Rumus:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^{X}(q)^{n-X}$$

$$P(2,5) = \binom{5}{2}(1/2)^2(1/2)^{5-2} = 0,3125$$

<u>CONTOH 5</u>: Si A ingin memilih satu diantara 2 buah kendaraan Bus (Bus I & II) yang ingin ditumpanginya untuk pergi ke Jakarta. Bus I mempunyai roda 4 buah dan Bus II mempunyai roda 6 buah. Berdasarkan pengalaman si A, kemungkinan roda Bus I akan meletus diperjalanan 1/5. Sedangkan Bus II kemungkinan meletusnya 1/4. Seandainya kalau 50 % dari roda masing-masing bus sudah meletus diperjalanan. Bus manakah yang sebaiknya dipilih oleh si A untuk pergi ke Jakarta?.

Jawab:

Diket.:	p bus I = 1/5 = 0,20	; bus II = 0,25
	n bus I = 4	; bus II = 6
	X = 50% dari 4 = 2	; X = 50% x 6=3
	maka X = 0,1,2	; maka X=0,1,2,3

Rumus:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X (q)^{n-X}$$

Perhitungan Bus I

$$P(0,4) = \binom{4}{0}(0,20)^0(0,80)^{4-0} = 0,3277$$

$$P(1,4) = \binom{4}{1}(0,20)^1(0,80)^{4-1} = 0,4096$$

$$P(2,4) = \binom{4}{2}(0,20)^2(0,80)^{4-2} = 0,2048$$

Probabilitas meletus roda bus I= 0,9421

Perhitungan Bus II

$$P(0,6) = \binom{6}{0}(0,25)^0(0,75)^{6-0} = 0,1780$$

$$P(1,6) = \binom{6}{1}(0,25)^1(0,75)^{6-1} = 0,3560$$

$$P(2,6) = \binom{6}{2}(0,25)^2(0,80)^{6-2} = 0,2966$$

$$P(3,6) = \binom{6}{3}(0,25)^3(0,75)^{6-0} = 0,1318$$

Probabilitas meletus roda bus II= 0,9624

Kesimpulan: Bus yang dipilih oleh si A untuk pergi ke Jakarta adalah Bus I, karena probabilitas meletus rodanya lebih kecil dari Bus II.

C. Rata-rata dan Deviasi Standar Distribusi Binomial

Dari distribusi binomial kita dapat menghitung rata-rata dan deviasi standarnya.

Rata-rata hitung dari suatu distribusi frekuensi (mean dari grouped data) adalah:

$$X = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i} \quad \text{dimana} \quad \sum Fi = N$$

ini berasal dari:

$$\frac{F_1X_1}{N} + \frac{F_2X_2}{N} + \frac{F_3X_3}{N} \dots \frac{F_kX_k}{N}$$

dimana F_i adalah frekuensi dari X_i.

Rumus rata-rata di atas dapat dirubah menjadi:

$$X = \sum X_i \frac{F_i}{N}$$

$\frac{F_i}{N}$ adalah frekuensi relatif dari X_i

Kita masih ingat pengertian probabilitas bahwa:

$$P(X_i) = \underset{N \Rightarrow}{\text{limit}} \; F_i/N \qquad\qquad N = n$$

sehingga didapat rumusan rata-rata distribusi binomial:

$$\boxed{\bar{X} = \sum X_i \, . \, P(X_i)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV(2)}$$

ingat $\bar{X} = \mu$

di dalam distribusi binomial, X_i menunjukkan jumlah SUKSES 0, 1, 2, 3, 4,... dan n;
dan $P(X_i)$ adalah probabilitas untuk mendapatkan "X_i Sukses dari n percobaan". Dengan demikian secara sederhana rata-rata dari distribusi binomial dihitung dengan rumus:

$$\boxed{\mu = np} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV(3)}$$

Deviasi standar distribusi frekuensi, dituliskan dengan rumus:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_i - \mu)^2 \, F_i}{N}}$$

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - \mu)^2 F_1}{N} + \frac{(X_2 - \mu)^2 F_2}{N} + \ldots \frac{(X_k - \mu)^2 F_k}{N}$$

atau boleh ditulis seperti berikut:

$$\sigma^2 = (X_1 - \mu)^2 \frac{F_1}{N} + (X_2 - \mu)^2 \frac{F_2}{N} + (X_k - \mu)^2 \frac{F_k}{N}$$

sehingga menjadi

$$\sigma^2 = \sum (X_i - \mu)^2 . P(X_i)$$

$$\boxed{\sigma = \sqrt{(X_i - \mu)^2 \cdot P(X_i)}} \quad \ldots\ldots \quad IV(4)$$

secara singkat dapat ditulis:

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} \quad \text{atau} \quad \boxed{\sigma = \sqrt{npq}} \quad \ldots\ldots \quad IV(5)$$

<u>CONTOH 6:</u> Hitunglah rata-rata dan deviasi standar dari pelambungan 3 buah mata uang logam sekaligus dengan rumus IV.2; IV.3; IV.4 dan IV.5 !

X_i	$P(X_i)$	$X_i.P(X_i)$	$(X_i - \mu)$	$(X_i - \mu)^2$	$(X_i - \mu)^2.P(X_i)$
0	0,1250	0,0000	-1,50	2,25	0,2813
1	0,3750	0,3750	-0,50	0,25	0,0938
2	0,3750	0,7500	0,50	0,25	0,0938
3	0,1250	0,3750	1,50	2,25	0,2813
Jumlah		1,5000	0		0,7502

dengan rumus IV(2): $\bar{X} = \mu = \sum X_i . P(X_i) = 1,5$

dengan rumus IV(3): $\mu = np \qquad n = 3 \; ; \; p = 0,50$

$\mu = 3\ (0,50) = 1,5$

dengan rumus IV(4): $\sigma = \sqrt{(X_i - \quad)^2 . P(X_i)}$

$= \quad 0,7502$

$= 0,866$

dengan rumus IV(5): $\sigma = \sqrt{npq}$

$\sigma = \sqrt{3(0,50)(0,50)}$

$\sigma = \sqrt{0,75}$

$\sigma = 0,866$

CONTOH 7: Bila dilambung 10 buah mata dadu sekaligus. Berapakah rata-rata dan deviasi standar kalau yang tampak di atas mata dadu 3?.

Jawab:

Diket: $n = 10$

$p = 1/6 = 0{,}16667$

$\mu = np$

$\mu = 10\ (0{,}1667)$

$\mu = 1{,}6667$

$\sigma = \sqrt{npq}$

$\sigma = \sqrt{10(1/6)(5/6)}$

$\sigma = \sqrt{1{,}3889}$

$\sigma = 1{,}1785$

CONTOH 8: Pengalaman masa lalu menunjukkan bahwa 4 dari 10 orang pengunjung ke suatu toko sepatu bata tertarik untuk membeli. Berapakah rata-rata dan deviasi standar kalau 100 orang pengunjung tertarik untuk membeli sepatu bata.

Jawab:

Diket. $n = 100$

$p = 4/10 = 0{,}40$

$\mu = np$

$\mu = 100\ (0{,}40) = 40$ orang

$\sigma = \sqrt{npq}$

$\sigma = \sqrt{100(0{,}4)(0{,}6)}$

$\sigma = 4{,}8990$

D. Distribusi Multinomial

Perluasan dari distribusi binomial adalah distribusi multinomial (Sudjana: 1989, hal 132).

Bila dalam suatu percobaan dapat terjadi peristiwa peristiwa X_1, X_2, X_3 ... X_k yang matually exclusive dan exhaustive",dimana probabilitasnya masing-masing p_1, p_2, p_3, ...p_k = 1. Maka probabilitas munculnya peristiwa-peristiwa itu masing-masing sebanyak X_1, X_2, X_3 ... X_k kali dalam n kali percobaan ($X_1 + X_2 + X_3 + \ldots X_k = n$):

$$\boxed{P(X_1, X_2, \ldots X_k) = \frac{n!}{X_1!, X_2!, \ldots X_k!} (p_1)^{X_1} (p_2)^{X_2} \ldots (p_k)^{X_k}} \quad \ldots \text{IV(6)}$$

<u>CONTOH 9:</u> Pabrik Semen Padang memakai mesin jenis AL untuk memproduksi semen, menghasilkan 80 % berkualitas baik, 15 % kurang baik dan 5 % berkualitas buruk. Dari sampel sebanyak 12 zak semen. Berapakah probabilitas diperoleh hasil yang berkualitas baik sebanyak 7 zak; kurang baik 3 zak dan yang berkualitas buruk 2 zak semen?.

Jawab: Diket. n = 12

baik (X_1)= 7	$p(X_1)$= 0,80
kurang baik (X_2)= 3	$p(X_2)$= 0,15
Buruk (X_3)= 2	$p(X_3)$= 0,05

$$P(X_1, X_2, \ldots X_k) = \frac{n!}{X_1!, X_2!, \ldots X_k!} (p_1)^{X_1} (p_2)^{X_2} \ldots (p_k)^{X_k}$$

$$P(7,3,2) = \frac{12!}{7!.\ 3!.\ 2!.}(0,80)^7(0,15)^3(0,05)^2$$

$$= 7.920\ (0,2097)(0,0034)(0,0025)$$

$$= 0,0141.$$

CONTOH 10: Di dalam suatu kotak terdapat 50 buah kalereng yang terdiri atas 3 macam warna. 25 buah diantaranya berwarna merah, 10 buah berwarna putih dan 15 buah berwarna Biru. Berapakah probabilitas kalau terpilih 10 buah kalereng merah, 6 buah kalereng putih dan 4 buah kalereng Biru ?.

Jawab: Diket. n = 20

p(merah) = 25/50 = 0,50	merah = 10 buah
p(putih) = 10/50 = 0,20	putih = 6 buah
p(biru) = 15/50 = 0,30	biru = 4 buah

Rumus:

$$P(X_1,X_2,\ldots X_k) = \frac{n!}{X_1!,\ X_2!,\ldots X_k!}(p_1)^{X_1}\ (p_2)^{X_2}\ \ldots (p_k)^{X_k}$$

$$P(10,6,4) = \frac{20}{10!.\ 6!.\ 4!}(0,50)^{10}\ (0,20)^6\ (0,30)^4$$

$$= 38.798.760\ (0,0010)(0,0001)(0,0081)$$

$$= 0,0314$$

E. Distribusi Poisson

Apabila n sangat besar jumlahnya dan X_i kecil,maka sulit kita memakai distribusi binomial dalam menghitung probabilitas. Misalnya dari 400.000 orang pembaca surat kabar Haluan di kota Padang, berapa orang kemungkinannya yang tertarik akan suatu iklan yang ada dalam surat kabar itu? atau dari 200.000 buah hasil produksi, yang cacat hanya 5 buah. Kita dapat bayangkan sukarnya untuk menghitung nilai probabilitas. Dalam hal demikian untuk menghitung nilai probabilitas akan lebih mudah dengan menggunakan Distribusi Poisson. Distribusi ini pertama kali ditemukan dan dikembangkan oleh Simoon Denis Poisson (1781-1840) bangsa Perancis.

Distribusi Poisson disebut juga sebagai distribusi untuk peristiwa-peristiwa yang jarang terjadi (distribution of rate events) dan merupakan salah satu distribusi teoritis dengan variabel random diskrit (Anto Dajan: 1984, hal.159).

Secara ringkas penulis kemukakan beda pemakaian Distribusi Poisson dengan Distribusi Binomial yaitu:

		Dist.Poisson	:	Dist.Binomial
Jumlah data	:	$\geq$ 30 atau	:	< 30
Probabilitas Sukses	:	kecil sekali mendekati nol	:	$\leq$ 1
rata-rata (np)	:	< 20	:	$\geq$ 20

Rumus:

$$\boxed{P(X_i) = \frac{\mu^X . e^{-\mu}}{X!}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV(7)}$$

dimana:

X = variabel random diskrit 0,1,2,3 ...

X! = X(X-1)(X-2) ...

e = 2,71828 bilangan natural

μ = np

<u>CONTOH 11</u>: Pengalaman masa lalu menunjukkan bahwa 2% dari bola bulu tangkis buatan pabrik "Z" tidak bisa dipakai (cacat). Kalau dugaan itu benar maka tidak lebih dari 5 buah bola dari 200 buah yang dibeli adalah cacat. Berapakah probabilitas bola bulu tangkis yang cacat itu?.

Jawab: Diket. $n = 200$ $\quad p = 2\% = 0{,}02$

$$\mu = 200(0{,}02) = 4$$

$$X = 0,1,2,3,4 \text{ dan } 5$$

Rumus:

$$P(X_i) = \frac{\mu^X . e^{-\mu}}{X!}$$

$$P(0) = \frac{4^0 . 2{,}71828^{-4}}{0!} = \frac{4^0 \dfrac{1}{2{,}71828^4}}{1} = 0{,}0183$$

$$P(1) = \frac{4^1 . 2{,}71828^{-4}}{1!} = \frac{4^1 \dfrac{1}{2{,}71828^4}}{1} = 0{,}0183$$

$$P(2) = \frac{4^2 . 2{,}71828^{-4}}{2!} = \frac{4^2 \dfrac{1}{2{,}71828^4}}{2.1} = 0{,}1465$$

$$P(3) = \frac{4^3 . 2{,}71828^{-4}}{3!} = \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}1954$$

$$P(4) = \frac{4^4 . 2{,}71828^{-4}}{4!} = \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}1954$$

$$P(5) = \frac{4^5 . 2{,}71828^{-4}}{5!} = \ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}1563$$

Total $P(X \leq 5) = 0{,}7852$

Hasil perhitungan ini dapat mempergunakan tabel distribusi Poisson pada Lampiran II halaman akhir buku ini.

CONTOH 12: Dealer sepeda motor merk "Honda" mengiklankan Honda Astria Prima pada salah satu surat kabar di kota Padang untuk dijual. Surat kabar tersebut mempunyai 500.000 orang pembaca setiap hari. Jika kemungkinan 1 dari 100.000 orang pembaca terpengaruh oleh iklan untuk membeli sepeda motor itu. Berapakah:

1. rata-rata diharapkan akan terpengaruh untuk membeli?.
2. probabilitas hanya 1 orang terpengaruh untuk membeli?.
3. probabilitas sebanyak-banyaknya 2 orang terpengaruh untuk untuk membeli?.
4. probabilitas paling sedikit 14 orang terpengaruh untuk membeli?.
5. probabilitas antara 2 - 4 orang terpengaruh membeli?

Jawab:

Diket. $n = 500.000$

$p = 1/100.000 = 0,00001$

1. $\mu = np$. $\mu = 500.000(0,00001) = 5$

Rumus:

$$P(X_i) = \frac{\mu^X . e^{-\mu}}{X!}$$

2. $X = 1$

$$P(1) = \frac{5^1 . 2,71828^{-5}}{1!} = 0,0337$$

3. $X \leq 2$

$$P(0) = \frac{5^0 . 2,71828^{-5}}{0!} = 0,0067$$

$$P(1) = \frac{5^1 . 2,71828^{-5}}{1!} = 0,0337$$

$$P(2) = \frac{5^2 . 2,71828^{-5}}{2!} = 0,0842$$

$$P(X \leqslant 2) = 0,1246$$

4. $X \geqslant 14$

$$P(14) = \frac{5^{14} . 2,71828^{-5}}{14!} = 0,0005$$

$$P(15) = \frac{5^{15} . 2,71828^{-5}}{15!} = 0,0002$$

$$P(16) = \frac{5^{16} . 2,71828^{-5}}{16!} = 0,0000$$

$$P(X \geqslant 14) = 0,0007$$

untuk P(17) dan seterusnya tidak usah ditulis karena hasilnya 0 (nol). Dalam matematik bilangan nol tidak berarti kalau dijumlahkan dengan bilangan lain.

5. antara 2 - 4 $(2 < X < 4)$

$$P(2) = \frac{5^2 . 2,71828^{-5}}{2!} = 0,0842$$

$$P(3) = \frac{5^3 . 2,71828^{-5}}{3!} = 0,1404$$

$$P(4) = \frac{5^4 . 2,71828^{-5}}{4!} = 0,1755$$

$$P(2 \leqslant X \leqslant 4) = 0,4001$$

F. Distribusi Hipergeometrik

Bila pengambilan sampel dari populasi dilakukan dengan sistem pemulihan (With Replecement) secara random, maka dipakai distribusi binomial untuk menghitung probabilitinya. Tetapi bila pengambilan sampel tidak dikembalikan (With out Replecement) maka dipakai perumusan Distribusi Hipergeometrik berikut.

$$\boxed{P(a,b) = \frac{\binom{a+c}{a}\binom{b+d}{b}}{\binom{N}{a+b}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV(8)}$$

dimana: $a \leq a+c$
$b \leq b+d$

<u>CONTOH 13</u>: Dalam suatu kardus terdapat 20 kaleng susu susu, diantaranya 5 kaleng sudah kedaluwarsa (tidak boleh diedarkan lagi atau sudah rusak). Jika dari kardus itu telah terjual sebanyak 10 kaleng.

Pertanyaan:

1. Berapa kalengkah susu yang tidak rusak isinya?.
2. Mungkinkah susu yang terjual itu rusak semuanya?.
3. Mungkinkah susu yang rusak terjual semuanya?.
4. Berapakah probabilitas susu yang terjual itu tidak satupun yang rusak?.
5. Berapakah probabilitas susu yang terjual paling sedikit rusak 4 kaleng?.
6. Berapakah probabilitas susu yang terjual itu paling banyak rusak 2 kaleng?.

Jawab:

	R	TR	
J	0	10	10
TJ	5	5	10
	5	15	20

	R	TR	
J	1	9	10
TJ	4	6	10
	5	15	20

	R	TR	
J	2	8	10
TJ	3	7	10
	5	15	20

	R	TR	
J	3	7	10
TJ	2	8	10
	5	15	20

	R	TR	
J	4	6	10
TJ	1	9	10
	5	15	20

	R	TR	
J	5	5	10
TJ	0	10	10
	5	15	20

J = Terjual R = Rusak

TJ= Tidak terjual TR = Tidak rusak

1. Jumlah kaleng susu yang tidak rusak isinya= 15
2. Tidak mungkin. Sebab jumlah yang rusak 5 kaleng.
3. Mungkin saja. Sebab Jumlah yang terjual 10 kaleng.
4. probabilitas tidak satupun yang rusak=

$$P(0,10)=\frac{\binom{5}{0}\binom{15}{10}}{\binom{20}{10}} = \frac{(1)(3.003)}{(184.756)} = 0,0163$$

5. probabilitas paling sedikit 4 kaleng susu yang rusak

$x < 4$: 0 1 2 3 4 5

$$P(4,6) =\frac{\binom{5}{4}\binom{15}{6}}{\binom{20}{10}} = \frac{(5)(5.005)}{(184.756)} = 0,1354$$

$$P(5,5) = \frac{\binom{5}{5}\binom{15}{5}}{\binom{20}{10}} = \frac{(1)(3.003)}{(184.756)} = 0,0163$$

$$\underline{\hspace{2cm}} +$$

$$P(x<4) = 0,1517$$

6. probabilitas paling banyak 2 kaleng susu yang rusak

$$x > 2 : \underbrace{0 \quad 1 \quad 2} \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$P(0,10) = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots = 0,0163$$

$$P(1,9) = \frac{\binom{5}{1}\binom{15}{9}}{\binom{20}{10}} = \frac{(5)(5.005)}{(184.756)} = 0,1354$$

$$P(2,8) = \frac{\binom{5}{2}\binom{15}{8}}{\binom{20}{10}} = \frac{(10)(6.435)}{(184.756)} = 0,3483$$

$$\underline{\hspace{2cm}} +$$

$$P(x>2) = 0,5000$$

G. Soal-Soal

1. Apakah yang dimaksud dengan variabel diskrit dan varaibel kontinum?.
2. Sebutkan syarat-syarat suatu eksprimen dikatakan eksperimen binomial!.
3. Ada Dua peristiwa yaitu: berlaba, dan meruginya suatu perusahaan pada waktu yang berbeda. Dapatkah peristiwa-peristiwa tersebut dikatakan eksperimen binomial?. (Ya atau tidak, jelaskan secara ringkas).

4. Seorang agen asuransi jiwa menjual polis pada 5 orang yang usia dan keadaan kesehatannya sama.Menurut tabel <u>martality probability</u> bahwa seseorang dalam usia ini akan hidup 30 tahun lagi adalah 0,30. Hitunglah probabiliti:

   a. Semua orang masih hidup ?.

   b. Paling sedikit 3 orang masih hidup?

   c. Hanya 2 orang yang masih hidup?.

   d. Tidak ada yang hidup?.

5. Diketahui bahwa dari calon-calon mahasiswa yang memasuki jurusan PDU tahun 1988/1989 sebanyak 20 persen diterima. Dari 10 orang calon yang dipilih secara acak kemudian diselidiki, berapakah probabilitas dari 10 orang calon mahasiswa yang diselidiki tersebut:

   a. tidak seorangpun yang diterima?

   b. paling sedikit 3 orang yang diterima?

   c. paling banyak 6 orang yang diterima?.

   d. Buatlah distribusi binomial!.

6. Di suatu rumah sakit, ternyata probabilitas bayi perempuan lahir 40 persen dari jumlah bayi yg lahir. Pada suatu hari lima orang suami muda sama-sama menunggu kelahiran bayinya di rumah sakit itu. Pertanyaan:

   a. Seandainya ke lima-limanya menginginkan bayi perempuan, berapakah probabilitas ke 5 suami itu memperoleh bayi perempuan masing-masingnya?.

   b. Berapakah probabilitas setinggi-tingginya 3 orang dari suami itu memperoleh bayi perempuan?

c. Berapakah probabilitas sekurang-kurangnya 2 orang dari suami tersebut memperoleh bayi laki-laki?.

7. Bila dilambung mata uang 400 kali berapakah rata-rata memperoleh gambar burung dan berapakah simpangan baku nya dari melambung mata uang itu.

8. Berdasarkan soal no.6,berapakah rata-rata dan deviasi standar untuk memperoleh bayi perempuan?.

9. Berdasarkan data yang ada pada kantor BPS cabang Padang, diketahui 20% perusahaan yang ada di kota Padang memperoleh laba pada tahun 1980, 70 persen tidak berlaba dan tidak merugi; dan hanya 10 persen perusaan menderita kerugian.Bila diambil sampel secara random sebanyak 10 buah perusahaan. Berapakah probabiliti: 5 buah perusahaan berlaba 4 buah pulang pokok dan satu buah perusahaan yang menderita kerugian.

10. Seorang pejabat Departemen Koperasi menyatakan bahwa penduduk di daerahnya rata-rata sudah mengenal koperasi. Kemungkinan seorang anggota koperasi di daerah tersebut adalah 60%. Apabila ada seseorang ingin mengetahui/menyelidiki mengenai pernyataan tersebut. Berapakah kemungkinan dari 20 orang penduduk dijumpai akan terdapat 12 orang anggota koperasi?.

11. Apa beda distribusi binomial dan distribusi Poisson?. (jelaskan secara ringkas).

12. Menurut data yang ada pada kantor kepolisian di negara "Antabaranta". Banyak kematian karena kecela-

kaan lalu lintas tiap tahun 4 dari 100.000 orang penduduk. Hitunglah probabilitas bahwa di suatu kota dengan 50.000 orang penduduk terdapat:

a. 10 orang kematian karena kecelakaan lalu lintas?

b. antara 3 sampai dengan 7 orang kematian?.

c. lebih dari dua orang kematian.?.

d. tidak seorangpun yang meninggal karena kecelakaan?

e. Paling banyak 5 orang yang meninggal?.

13. Antara jam 14.oo sampai jam 16.oo wib, rata-rata banyaknya panggilan telepon setiap menit yang masuk papan penghubung suatu perusahaan adalah 2,5. hitunglah probabilitas bahwa selama waktu tertentu akan terdapat: a. tidak ada panggilan telepon.?.

b. dua panggilan telepon?. e. 4 panggilang telp.?

c. > 6 panggilan telepon? f. antara 2 - 5 ?

d. < 5 panggilan telepon?. g. >16 panggilan telp?

14. Secara rata-rata terdapat dua orang dalam setiap 5.000 orang melakukan kesalahan dalam perhitungan pajak pendapatannya. Jika diambil 10.000 lembar isian pajak secara random untuk diteliti, tentukanlah probabiliti akan terdapat 3, 7, 0 dan 8 lembar yang salah perhitungannya?.

15. Dari hasil suatu penelitian diperoleh penemuan bahwa terdapat 10 orang manejer perusahaan besar di kota AB Jumlah yang berpenghasilan tinggi adalah 5 orang dan sama banyak dengan yang berpenghasilan rendah. Kemudian jumlah manejer yang tamatan Perguruan tinggi 5

orang sama banyak pula dengan tamatan di bawah perguruan tinggi. Pertanyaan:

a. Berapakah jumlah maksimum dari mereka yang berpenghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?.

b. Berapakah probabilitas tidak seorangpun yang berpenghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?.

c. Berapakah probabilitas paling banyak dua orang yang penghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?.

d. Berapakah probabilitas paling sedikit 4 orang yang berpenghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?

e. Buatlah tabel distribusi hipergeometrik!.

BAB V

DISTRIBUSI NORMAL

A. Pengertian

Distribusi normal adalah distribusi probabilitas yang banyak dipakai dalam Statistik, oleh karena berbagai eksperimen mengikuti distribusi probabilitas yang normal atau yang sangat mendekati distribusi normal.

Studi mengenai distribusi normal dimulai sejak abad ke-17 oleh Abraham De Moivre (1667-1745) seorang pakar matematika bangsa Inggris, Pierre Laplace telah mengenal distribusi normal sebelum tahun 1775. Selanjutnya Carl Gauss (1777-1855) meneruskan studi mengenai distribusi normal dan mempublikasikan hasilnya pada awal abad ke-19, tepatnya pada tahun 1809. Untuk menghormati karya Carl Gauss ini, maka distribusi normal disebut juga distribusi Gauss. Kemudian pada abad ke-19, Francis Galton seorang pakar bangsa Inggris melakukan penelitian terus-menerus mengenai gejala-gejala alam dan gejala-gejala psikologis, yang hasilnya menunjukkan bahwa gejala-gejala tersebut mengikuti hukum-hukum distribusi normal.

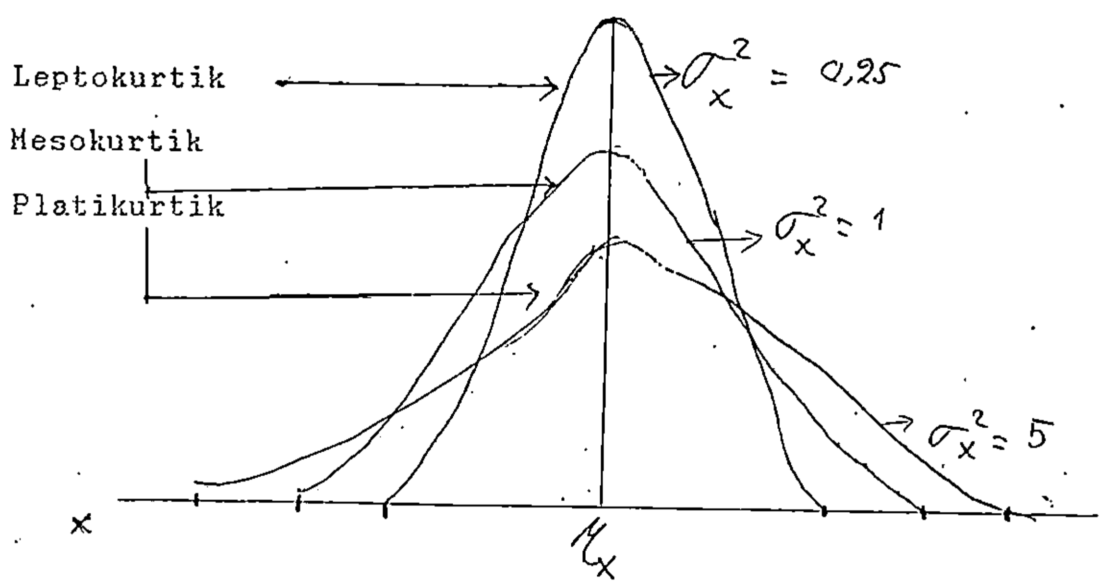
Menurut Anto Dajan (1984, hal 172) bahwa distribusi normal merupakan distribusi teoritis dari variabel random yang kontinyu. Kurva dari distribusi normal disebut kurva normal yang simetris berbentuk genta dan memiliki fungsi frekuensi:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \, e^{-(1/2\sigma_X^2)(x - \mu_X)^2} \qquad \ldots\ldots\ V(1)$$

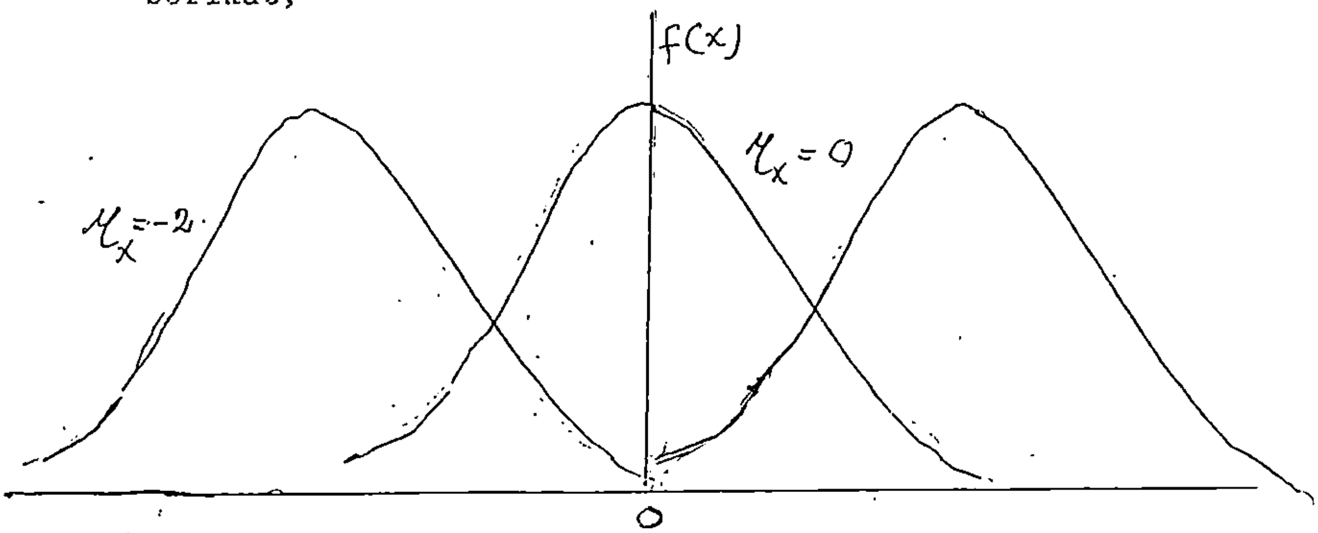
Fungsi f(x) di atas dinamakan fungsi kepekatan normal.

Rumus V.1 di atas tergantung pada dua parameternya yaitu rata-rata (μ_X) dan varian (σ_X). Dengan kata lain distribusi normal umum merupakan sekeluarga kurva yang berparameter dua buah dan kedua parameter di atas harus diberi harga yang tertentu pula.

Suatu distribusi normal dapat dibedakan dari distribusi normal yang lain atas dasar perbedaan rata-ratanya atau variannya atau kedua-duanya. Jika μ_X. sudah tertentu tanpa menentukan σ_X^2..,maka kita akan memperoleh serangkaian keluarga distribusi normal yang memiliki rata-rata yang sama dengan varian yang berbeda seperti gambar di bawah ini;



Sebaliknya, jika σ^2_x sudah tertentu sedangkan μ_x tidak ditentukan kita kan peroleh serangkaian keluarga kurva normal yang memiliki bentuk yang sama dengan lokasi yang berbeda sepanjang sumbu X seperti dalam gambar berikut;



B. **Ciri-Ciri Kurva Normal**

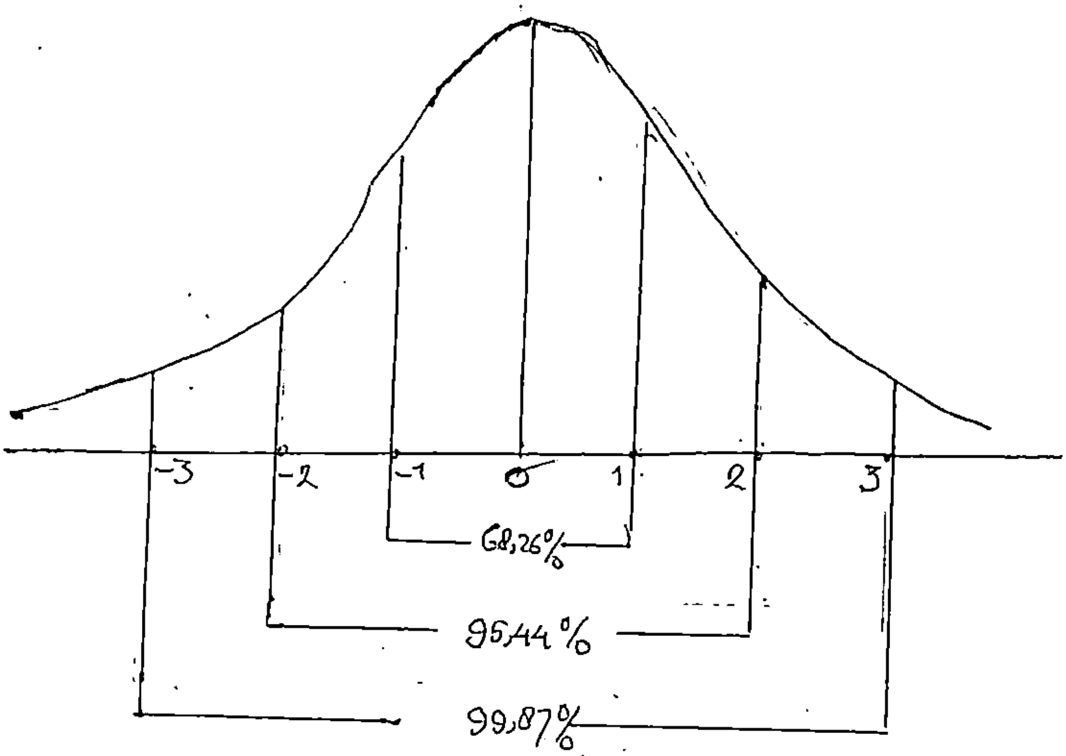
Berikut dikemukakan ciri-ciri kurva normal yaitu;

1. Kurvanya berbentuk garis lengkung yang halus dan berbentuk seperti genta.
2. Simetris terhadap mean ($\bar{X}$) = μ.
3. Kedua ekor/ujungnya semakin mendekati sumbu absisnya tetapi tidak pernah memotong.
4. Jarak titik belok kurva tersebut dengan sumbu simetrisnya sama dengan σ.
5. Luas daerah di bawah lengkungan kurva tersebut dari $-\infty$ sampai $+\infty$ sama dengan 1 atau 100%.

C. Distribusi Normal Standar

Cara menghitung probabilitas distribusi kontinum dilakukan dengan jalan menentukan luas di bawah kurvanya, tetapi fungsi frekuensi yang dikemukakan di atas tidak memiliki integral yang sempurna sehingga probabilitasnya dihitung dengan menggunakan distribusi normal standar.

Kurva dari distribusi normal standar adalah kurva normal yang sudah dirubah menjadi distribusi nilai Z (Zerro), dimana distribusi tersebut akan mempunyai μ.=0 dan deviasi standar σ = 1. Nilai Z adalah angka yang menunjukkan penyimpangan suatu nilai variabel (X) dari mean (μ) dihitung dalam satuan deviasi standar (σ).
Di bawah ini dikemukakan contoh kurva normal standar.



Rumus $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$ .... V(2)
(John E.Freund dan Benjamin H.Perles: 1974, hal 148)

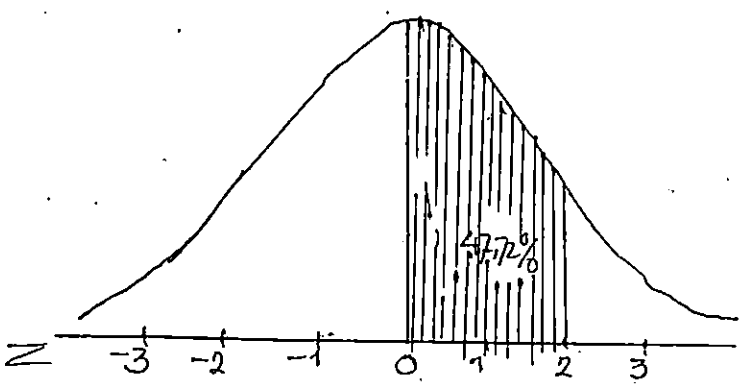
Luas seluruh kurva normal adalah 100 %, setengah kurva 50 %, luas nilai Z antara -1 sampai 1 adalah 68,26 %, luas antara -2 sampai 2 adalah 95,44 % dan luas antara -3 sampai 3 adalah 99,87 %.

Untuk mengetahui berbagai luas di bawah lengkungan kurva normal standar sudah tersedia tabelnya yakni Tabel Luas Kurva Normal Standar (pada Lampiran III).

<u>CONTOH 1</u> : Misalnya dipunyai kurva normal dengan $\mu = 100$ dan $\sigma = 15$.

a. Hitunglah luas kurva normal antara 100 - 130

P(100 <X< 130)

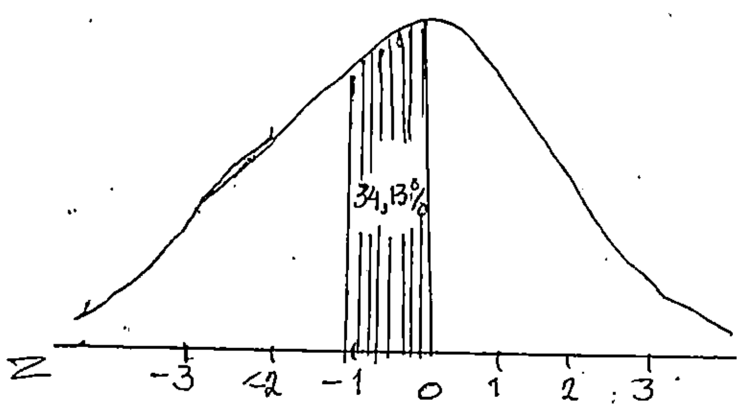


$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{130 - 100}{15} = 2$$

menurut tabel luas nya= 0,4772 atau 47,72 %.

b. Hitunglah luas kurva normal antara 85 - 100

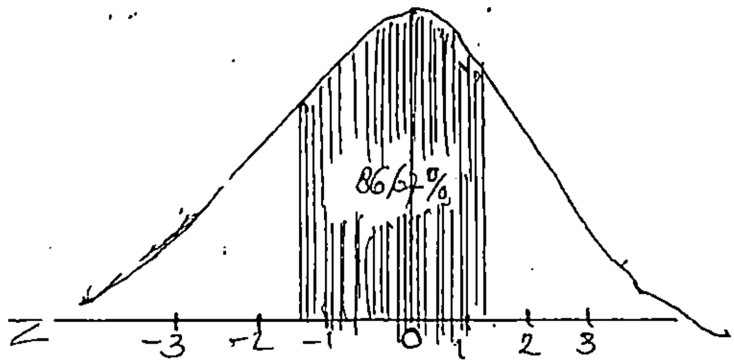


$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{85 - 100}{15} = -1.$$

menurut tabel luas nya= 0,3413 atau 34,13 %

c. Hitunglah luas kurva normal antara 75 - 120



$$Z_1 = \frac{75 - 100}{15} =$$
$$= -1,67$$

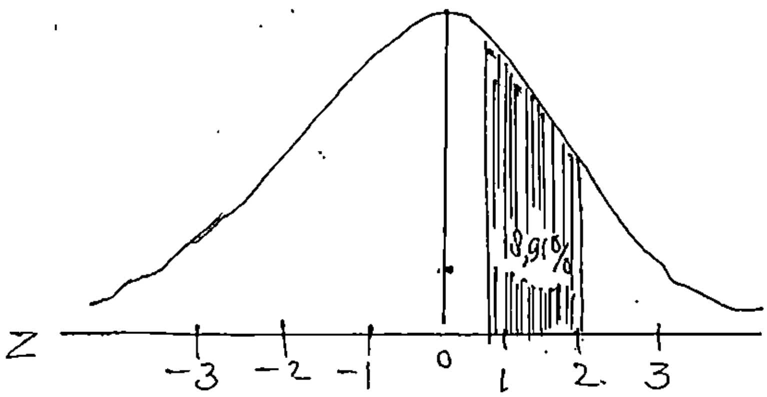
luasnya 0,4525

$$Z_2 = \frac{120 - 100}{15}$$
$$= 1,33$$

luasnya 0,4082

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4525 + 0.4082 = 0,8607 atau 86,07%.

d. Hitunglah luas kurva normal antara 112 - 130



$$Z_1 = \frac{112 - 100}{15}$$
$$= 0,80$$

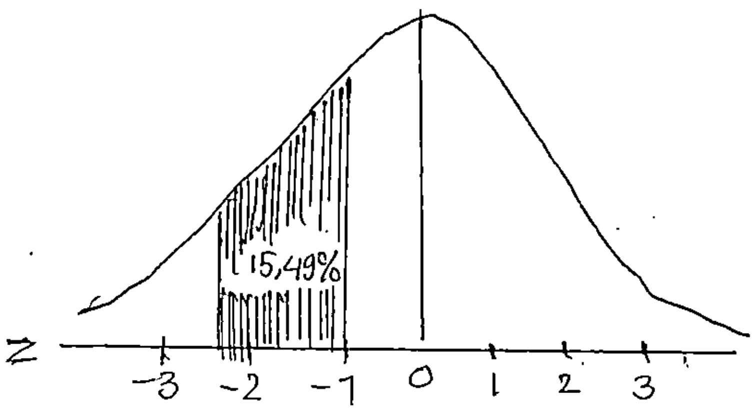
luasnya 0,2881

$$Z_2 = \frac{130 - 100}{15}$$
$$= 2$$

luasnya 0,4772

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4772 - 0,2881 = 0,1891 atau 18,91%.

e. Hitunglah luas kurva normal antara 60 - 85



$$Z_1 = \frac{60 - 100}{15}$$
$$= -2,67$$

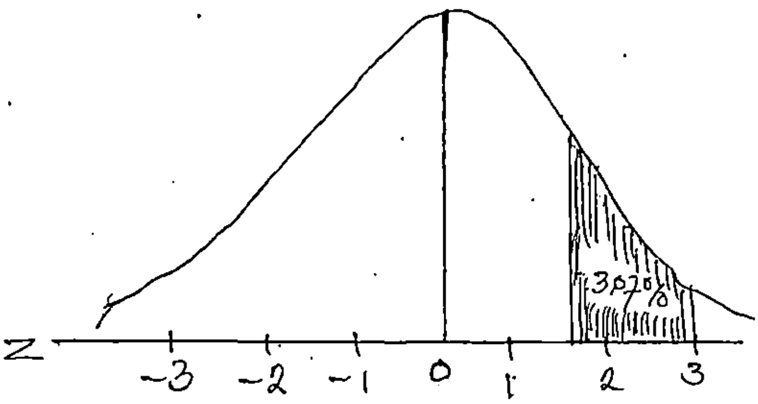
luasnya 0,4962

$$Z_2 = \frac{85 - 100}{15}$$
$$= -1$$

luasnya 0,3413

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4962 - 0.3413 = 0,1549 atau 15,49%

f. Hitunglah luas kurva normal 128 kekanan. Di sini sama saja menghitung probabilitas untuk nilai X yang sama atau lebih besar dari 128. P(X < 128).



$$Z = \frac{128 - 100}{15}$$

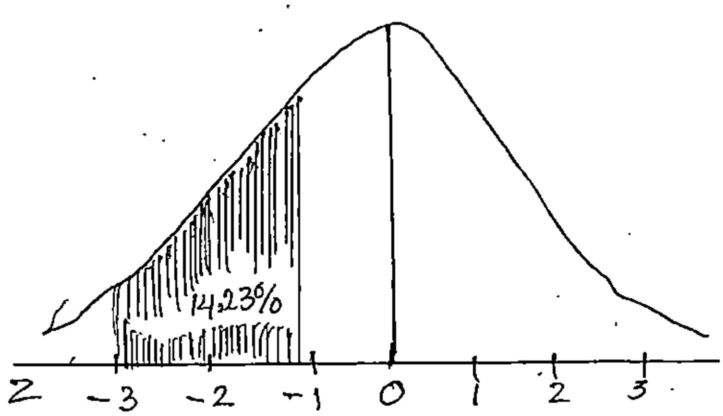
$= 1,87$

luasnya 0,4693

JADI 0,5 - 0,4693=

= 0,0307 atau 3,07%

g. Hitunglah luas kurva normal 84 ke kiri!



$$Z = \frac{84 - 100}{15}$$

$= -1,07$

luasnya 0,3577

JADI 0,5 - 0,3577=

0,1423 atau 14,23%

<u>CONTOH 2</u>: Toko buku sebuah universitas sering menghadapi masalah mengenai persediaan sejenis buku yang harus dipesan dari penerbit. Jika pesanan terlalu sedikit, penerbit mengenakan biaya tambahan, sedangkan bila pesanan terlalu banyak buku-buku tersebut mungkin tidak akan terjual semua.

Seandainya jumlah mahasiswa yang mengambil kuliah

Statistika I berdistribusi normal di universitas tersebut, dengan rata-rata 150 orang mahasiswa persemester dan simpangan baku 20 orang mahasiswa. Berapa banyak buku Statistika harus dipesan oleh toko buku tersebut, jika ia mengharapkan bahwa tidak lebih dari 5 % kemungkinan kehabisan persediaan?.

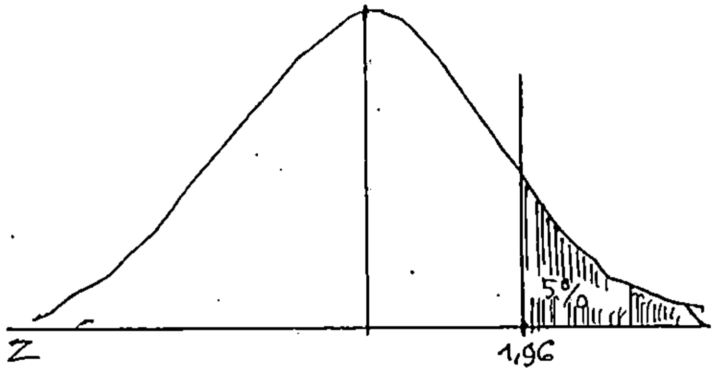
Jawab: Diket: $\mu = 150$

$\sigma = 20$ $\qquad$ Z = 1,96 (100% - 5% = 95%).

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$1{,}96 = \frac{X - 150}{20}$$

$$1{,}96(20) = X - 150$$



X = 150 + 39,2 = 189,2 ...... Jadi = 190 buah buku.

<u>CONTOH 3</u>: Jarak rata-rata yang dapat ditempuh dengan satu satu liter bensin dari sepeda motor-sepeda motor yang diselidiki adalah 38 km per jam dengan deviasi standar 6 km per jam. Dengan menganggap bahwa distribusi jarak yang dapat ditempuh setiap pemakaian satu liter bensin dari sepeda motor itu mendekati distribusi normal, maka diminta;

a. Berapa persen dari sepeda motor tersebut yang hanya dapat mencapai maksimal 30 km per jam setiap pemakaian satu liter bensin?.

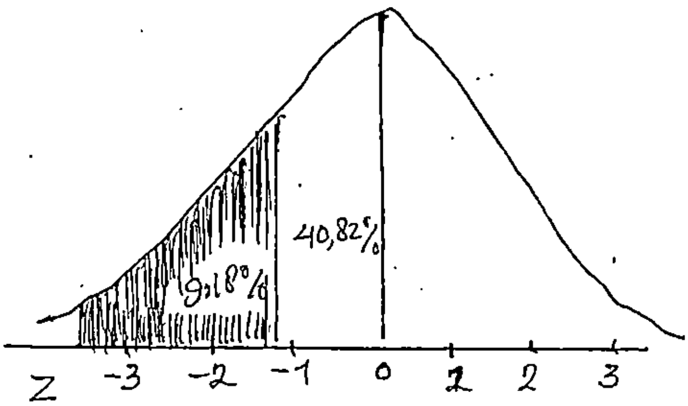
b. Berapa persen yang dapat mencapai antara 25 km sampai 35 km per jam?.

c. Berapa persen yang dapat mencapai lebih dari 50 km per jam?.

d. Sepuluh persen (10%) dikatakan sepeda motor yang berbahan bakar hemat, berapakah jarak minimalnya?.

Jawab:

a. persentase sepeda motor yang dapat mencapai maksimal 30 km per jam setiap pemakaian satu liter bensin adalah;



$$Z = \frac{X -}{}$$

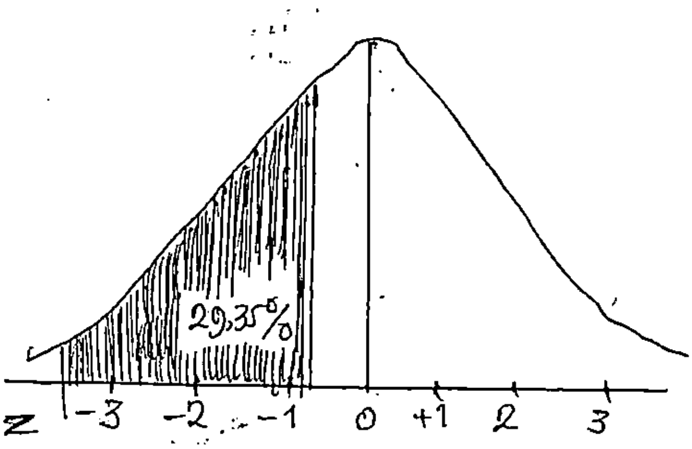
$$Z = \frac{30 - 38}{6} = \frac{-8}{6}$$

$Z = -1,33$

Luasnya = 0,4082

jadi 0,5 - 0,4082 = 0,0918 atau 9,18%.

b. persentase yang dapat mencapai antara 25 km sampai 35 km per jam adalah;



$$Z_1 = \frac{25 - 38}{6} = \frac{-13}{6}$$

$= -2,17$

Luasnya = 0,4850

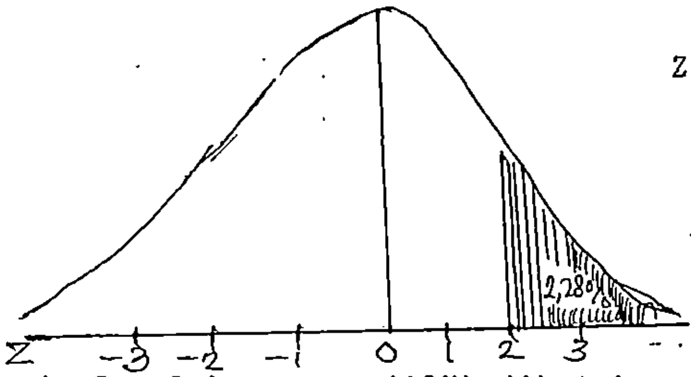
$$Z_2 = \frac{35 - 38}{6} = \frac{-3}{6}$$

$= -0,50$

luasnya = 0,1915

jadi luasnya = 0.4850 - 0.1915 = 0,2935 atau 29,35%

c. Persentase yang dapat mencapai lebih dari 50 km/jam =



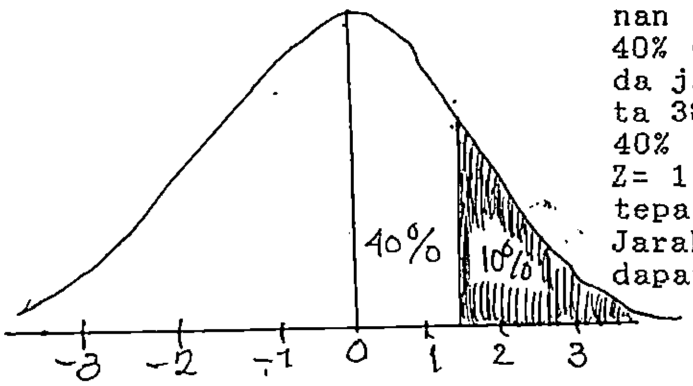
$$Z = \frac{50 - 38}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Luasnya = 0,4772

jadi = 0.5 - 0.4772 =

0,0228 atau 2,28%

d. Sepuluh persen (10%) dikatakan sepeda motor yang berbahan bakar hemat, jarak minimalnya adalah =



10% berbahan bakar hemat berarti terletak pada ujung kanan kurva. Ini berarti luas 40% (50% - 10%) terletak pada jarak berapa dari rata-rata 38 km. Berdasarkan tabel 40% terletak pada nilai Z= 1,28 (bila tidak ada yang tepat diambil yang mendekati). Jarak minimal yang ditanyakan dapat dihitung dengan;

$$1{,}28 = \frac{X - 38}{6} = 1{,}28\ (6) = X - 38$$

7,68 = X - 38. Tentu X =45,68 km/jam (jarak minimal)

D. Pendekatan Kurva Normal Untuk Distribusi Binomial

Apabila p sama dengan 1/2 dan n adalah besar, maka distribusi binomial akan mendekati distribusi normal. Di dalam prakteknya, daerah kurva normal dapat dipergunakan untuk menghitung probabilitas binomial, walaupun n adalah relatif kecil dan p tidak sama dengan 1/2.

Oleh karena distribusi binomial mempunyai variabel diskrit, sedangkan distribusi normal bervariabel kontinyu, maka dalam menggunakan distribusi normal untuk memecahkan persoalan binomial perlu diadakan penyesuaian sebagai berikut : *untuk harga variabel X batas bawah diundurkan 0,5 dan harga variabel X batas atas dimajukan pula 0,5.*

CONTOH 4: Besarnya probabilitas untuk memperoleh 4 buah permukaan A dalam 10 kali lemparan dari mata uang logam yang masih baik, dapat dihitung sebagai berikut:

$n = 10, \quad X = 4 \quad \text{dan} \quad p = 1/2$

$$P(4;10) = \binom{10}{4} (1/2)^4 (1/2)^6 = 210(0,0625)(0,0156)$$

$$= 0,2048$$

Apabila kita gunakan kurva normal:

$\mu = np = 10\ (1/2) = 5$

$\sigma = \sqrt{np\ (1 - p)} = \sqrt{10\ (1/2)\ (1/2)} = 1,58$

$$Z_1 = \frac{3,5 - 5}{1,58} = \frac{-1,5}{1,58} = -0,95$$

$$Z_2 = \frac{4,5 - 5}{1,58} = \frac{-0,5}{1,58} = -0,32$$

Luasnya masing-masing adalah 0,3289 dan 0,1255. Jadi luas 3,5 sampai 4.5 = 0,3289 - 0,1255 = 0,2034.

Perbedaan antara hasil rumus binomial dengan kurva normal adalah 0,2048 - 0,2034 = 0,0014 (karena pembulatan dan dapat diabaikan).

<u>CONTOH 5</u>: Sebuah mesin pencetak menghasilkan cetakan yang rusak sebanyak 12%. Dari sampel sebesar 300 unit barang cetakan dari proses produksi yang sedang berjalan, tentukanlah probabilitas:

a. yang rusak 40 unit barang?.

b. yang rusak antara 35 sampai 40 unit barang?.

c. yang rusak paling banyak 30 unit barang?.

d. 41 atau lebih akan rusak?.

Jawab: diket: $n = 300$

$$p = 12\%$$

$$\mu = np = 300(12\%) = 36$$

$$\sigma = \sqrt{np\ (1 - p)}$$

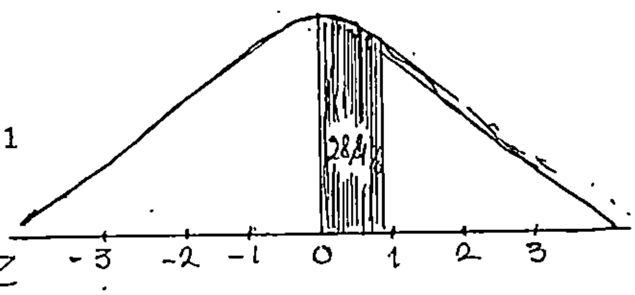
$$= \sqrt{36\ (88\%)}$$

$$= \sqrt{31,68} = 5,63$$

a. probabilitas yang rusak 40 unit barang adalah

$$Z = \frac{40,5 - 36}{5,63} = \frac{4,5}{5,63}$$

$$= 0,80 \ldots \text{ luasnya } 0,2881$$



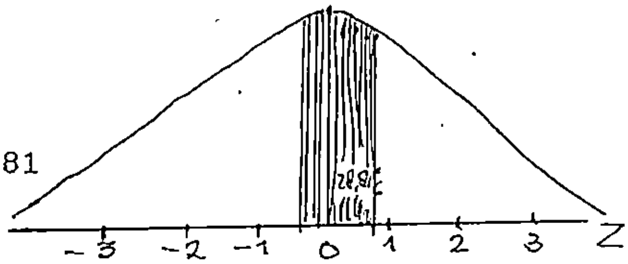
b. Probabilitas rusak antara 35 sampai 40 unit adalah;

$$Z_1 = \frac{34,5 - 36}{5,63} = \frac{-1,5}{5,63}$$

$$= -0,27 \ldots \text{ luasnya } 0,1064$$

$$Z_2 = \frac{40,5 - 36}{5,63} = \frac{4,5}{5,63}$$

$= 0,80$ ... luasnya 0,2881



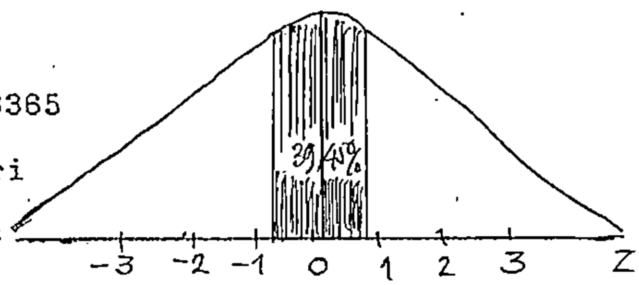
Jadi luas antara 34,5 - 40,5 adalah 0,2881 + 0,1064= 0,3945 atau 39,45%

c. Probabilitas rusak paling banyak 30 unit adalah;

$$Z = \frac{30,5 - 36}{5,63} = \frac{-5,5}{5,63}$$

$= -0,98$. luasnya 0,3365

Jadi luas 30,5 ke kiri adalah 0,5 - 0,3365 = 0,1635 atau 16,35%.

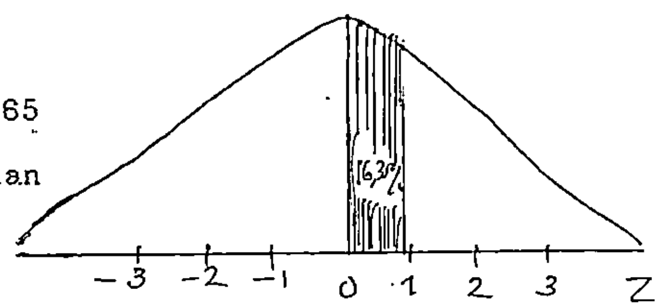


d. Probabilitas 41 unit atau lebih akan rusak adalah;

$$Z = \frac{41,5 - 36}{5,63} = \frac{5,5}{5,63}$$

$= 0,98$ ..luasnya 0,3365

Jadi luas 41,5 ke kanan adalah 0,5 - 0,3365 = 0,1635 atau 16,35 %.



E. Soal-Soal

1. Hitunglah luas kurva normal yang terletak:

   a. ke kiri dari Z = 1,87

   b. ke kanan dari Z = 2,23

c. antara $Z = 0,54$ dan $Z = 1,92$

d. antara $Z = -1,04$ dan $Z = 1,34$

2. Apabila suatu distribusi normal mempunyai rata-rata 75 dan deviasi standar 16,8. Hitunglah:
   a. luas kurva normal antara 75 dan 86,4
   b. luas kurva normal dari 83,5 ke kanan
   c. luas kurva normal dari 68,2 ke kiri
   d. luas kurva normal 100 ke kanan
3. Hitunglah nilai Z apabila:
   a. luas kurva normal antara 0 dan Z adalah 0,3598
   b. luas kurva normal ke kanan dari Z adalah 0,2032
   c. luas kurva normal ke kiri dari Z adalah 0,8765
   d. luas kurva normal antara -Z dan Z adalah 0,9621
4. Lama hidup dari sejenis produk perusahaan tertentu hampir berdistribusi normal dengan rata-rata 5 tahun dan deviasi standar 2 tahun. Jika produk itu diberi garansi untuk satu tahun, berapa persenkah dari penjualan semula akan mendapat penggantian?.
5. Andaikan masa pakai sejenis barang yang diproduksi oleh sebuah perusahaan berdistribusi secara normal dengan rata-rata 63 bulan dan simpangan baku 5 bulan. Berdasarkan kepada masa pakai barang tersebut dibuat penggolongan atas kualitas I, II dan kualitas III, di mana barang yang masa pakainya di atas atau sama dengan 20% tertinggi termasuk kualitas I. Berapakah masa pakai terendah dari barang yang termasuk kualitas I tersebut?.

6. Dari 1.000 orang calon mahasiswa baru tahun 1985 yang ingin memasuki jurusan PDU FPIPS IKIP Padang, mengingat terbatasnya fasilitas dan demi pertimbangan mutu hanya akan diterima 120 orang. Dari nilai testing masuk diketahui bahwa nilai rata-ratanya 60 dan deviasi standar 10. Seandainya hasil test masuk tersebut mendekati distribusi normal, ditanyakan;
   a. Berapa hasil tes masuk minimal yang dicapai calon yang diterima di jurusan PDU?.
   b. Seandainya 5% dari calon yang mempunyai nilai tes baik akan diberikan keringanan SPP pada tahun pertama, berapakah nilai tes minimal dari calon mahasiswa yang mendapatkan keringanan SPP tersebut?.
7. Apabila 4% pita kaset yang diproduksi oleh suatu perusahaan adalah cacat,berapakah probabilitasnya bahwa dalam suatu sampel random 100 buah pita kaset hasil produksi perusahaan tersebut;
   a. 5 buah pita kaset cacad
   b. antara 2 dan 3 pita kaset cacad
   c. kurang dari 4 buah pita kaset cacat
8. Suatu perusahaan ingin mempromosikan produk barunya dan ternyata diketahui bahwa 20% rumah tangga yang dikunjungi oleh salesman membeli produk baru tersebut. Jika salesman mengunjungi 30 rumah tangga, tentukanlah probabilitas bahwa 10 atau lebih rumahtangga akan membeli produk baru tersebut?. Gunakan pendekatan distribusi normal.

9. Jika warna favorit dari 65% kelompok masyarakat adalah biru, berapa probabilitas bahwa dalam sampel sebanyak 1.000 orang, lebih dari 680 orang menyukai warna biru?. Pergunakan pendekatan kurva normal.

10. Suatu penelitian menunjukkan bahwa 25 % dari pemakai obat baru "M" menderita efek sampingan yang gawat. Jika seorang dokter telah memberikan obat itu kepada 30 orang pasien. Tentukanlah probabilitas yang mengalami efek sampingan yang gawat antara 2 orang dan 10 orang !.

KEPUSTAKAAN

Dajan, Anton. (1984). Pengantar Metode Statistik. Jilid II. Jakarta: LP3ES.

Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). Business Statistics. NJ.: Prentice-Hall, Inc.

Hadi, Sutrisno. (1986). Statistik 2. Yogyakarta: Yayasan Penerbit Fakultas Psikologi. UGM. Yogyakarta.

J.Wonnacott, Ronald. (1989). Pengantar Statistika. Jld.I (terjemahan). Jakarta: Erlangga.

N, Siregar, Kemal. (1984). Bio Statistik. Jakarta: UI.

PS, Djarwanto. (1985). Statistik Induktif. Yogyakarta: Badan Penerbit Fakultas Ekonomi. UGM. Yogyakarta.

Sudjana. (1989). Metoda Statistik. Bandung: Tarsito.

Supranto, J. (1986). Statistik Teori dan Aplikasi. Jilid II. Jakarta: Erlangga.

LAMPIRAN I. :

TABLE

BINOMIAL PROBABILITIES

n	x	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
2	0	0.902	0.810	0.640	0.490	0.360	0.250	0.160	0.090	0.040	0.010	0.002
	1	0.095	0.180	0.320	0.420	0.480	0.500	0.480	0.420	0.320	0.180	0.095
	2	0.002	0.010	0.040	0.090	0.160	0.250	0.360	0.490	0.640	0.810	0.902
3	0	0.857	0.729	0.512	0.343	0.216	0.125	0.064	0.027	0.008	0.001	
	1	0.135	0.243	0.384	0.441	0.432	0.375	0.288	0.189	0.096	0.027	0.007
	2	0.007	0.027	0.096	0.189	0.288	0.375	0.432	0.441	0.384	0.243	0.135
	3		0.001	0.008	0.027	0.064	0.125	0.216	0.343	0.512	0.729	0.857
4	0	0.815	0.656	0.410	0.240	0.130	0.062	0.026	0.008	0.002		
	1	0.171	0.292	0.410	0.412	0.346	0.250	0.154	0.076	0.026	0.004	
	2	0.014	0.049	0.154	0.265	0.346	0.375	0.346	0.265	0.154	0.049	0.014
	3		0.004	0.026	0.076	0.154	0.250	0.346	0.412	0.410	0.292	0.171
	4			0.002	0.008	0.026	0.062	0.130	0.240	0.410	0.656	0.815
5	0	0.774	0.590	0.328	0.168	0.078	0.031	0.010	0.002			
	1	0.204	0.328	0.410	0.360	0.259	0.156	0.077	0.028	0.006		
	2	0.021	0.073	0.205	0.309	0.346	0.312	0.230	0.132	0.051	0.008	0.001
	3	0.001	0.008	0.051	0.132	0.230	0.312	0.346	0.309	0.205	0.073	0.021
	4			0.006	0.028	0.077	0.156	0.259	0.360	0.410	0.328	0.204
	5				0.002	0.010	0.031	0.078	0.168	0.328	0.590	0.774
6	0	0.735	0.531	0.262	0.118	0.047	0.016	0.004	0.001			
	1	0.232	0.354	0.393	0.303	0.187	0.094	0.037	0.010	0.002		
	2	0.031	0.098	0.246	0.324	0.311	0.234	0.138	0.060	0.015	0.001	
	3	0.002	0.015	0.082	0.185	0.276	0.312	0.276	0.185	0.082	0.015	0.002
	4		0.001	0.015	0.060	0.138	0.234	0.311	0.324	0.246	0.098	0.031
	5			0.002	0.010	0.037	0.094	0.187	0.303	0.393	0.354	0.232
	6				0.001	0.004	0.016	0.047	0.118	0.262	0.531	0.735
7	0	0.698	0.478	0.210	0.082	0.028	0.008	0.002				
	1	0.257	0.372	0.367	0.247	0.131	0.055	0.017	0.004			
	2	0.041	0.124	0.275	0.318	0.261	0.164	0.077	0.025	0.004		
	3	0.004	0.023	0.115	0.227	0.290	0.273	0.194	0.097	0.029	0.003	
	4		0.003	0.029	0.097	0.194	0.273	0.290	0.227	0.115	0.023	0.004
7	5			0.004	0.025	0.077	0.164	0.261	0.318	0.275	0.124	0.041
	6				0.004	0.017	0.055	0.131	0.247	0.367	0.372	0.257
	7					0.002	0.008	0.028	0.082	0.210	0.478	0.698
8	0	0.663	0.430	0.168	0.058	0.017	0.004	0.001				
	1	0.279	0.383	0.336	0.198	0.090	0.031	0.008	0.001			
	2	0.051	0.149	0.294	0.296	0.209	0.109	0.041	0.010	0.001		
	3	0.005	0.033	0.147	0.254	0.279	0.219	0.124	0.047	0.009		
	4		0.005	0.046	0.136	0.232	0.273	0.232	0.136	0.046	0.005	
	5			0.009	0.047	0.124	0.219	0.279	0.254	0.147	0.033	0.005
	6			0.001	0.010	0.041	0.109	0.209	0.296	0.294	0.149	0.051
	7				0.001	0.008	0.031	0.090	0.198	0.336	0.383	0.279
	8					0.001	0.004	0.017	0.058	0.168	0.430	0.663
9	0	0.630	0.387	0.134	0.040	0.010	0.002					
	1	0.299	0.387	0.302	0.156	0.060	0.018	0.004				
	2	0.063	0.172	0.302	0.267	0.161	0.070	0.021	0.004			
	3	0.008	0.045	0.176	0.267	0.251	0.164	0.074	0.021	0.003		
	4	0.001	0.007	0.066	0.172	0.251	0.246	0.167	0.074	0.017	0.001	
	5		0.001	0.017	0.074	0.167	0.246	0.251	0.172	0.066	0.007	0.001
	6			0.003	0.021	0.074	0.164	0.251	0.267	0.176	0.045	0.008
	7				0.004	0.021	0.070	0.161	0.267	0.302	0.172	0.063
	8					0.004	0.018	0.060	0.156	0.302	0.387	0.299
	9						0.002	0.010	0.040	0.134	0.387	0.630
10	0	0.599	0.349	0.107	0.028	0.006	0.001					
	1	0.315	0.387	0.268	0.121	0.040	0.010	0.002				
	2	0.075	0.194	0.302	0.233	0.121	0.044	0.011	0.001			
	3	0.010	0.057	0.201	0.267	0.215	0.117	0.042	0.009	0.001		
	4	0.001	0.011	0.088	0.200	0.251	0.205	0.111	0.037	0.006		
	5		0.001	0.026	0.103	0.201	0.246	0.201	0.103	0.026	0.001	
	6			0.006	0.037	0.111	0.205	0.251	0.200	0.088	0.011	0.001
	7			0.001	0.009	0.042	0.117	0.215	0.267	0.201	0.057	0.010
	8				0.001	0.011	0.044	0.121	0.233	0.302	0.194	0.075
	9					0.002	0.010	0.040	0.121	0.268	0.387	0.315
	10						0.001	0.006	0.028	0.107	0.349	0.599

Sumber: Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). *Business Statistics*. NJ.: Prentice-Hall, Inc. Hal. 338-343.

TABLE

BINOMIAL PROBABILITIES (*Continued*)

n	x	p = 0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
11	0	0.569	0.314	0.086	0.020	0.004						
	1	0.329	0.384	0.236	0.093	0.027	0.005	0.001				
	2	0.087	0.213	0.295	0.200	0.089	0.027	0.005	0.001			
	3	0.014	0.071	0.221	0.257	0.177	0.081	0.023	0.004			
	4	0.001	0.016	0.111	0.220	0.236	0.161	0.070	0.017	0.002		
	5		0.002	0.039	0.132	0.221	0.226	0.147	0.057	0.010		
	6			0.010	0.057	0.147	0.226	0.221	0.132	0.039	0.002	
	7			0.002	0.017	0.070	0.161	0.236	0.220	0.111	0.016	0.001
	8				0.004	0.023	0.081	0.177	0.257	0.221	0.071	0.014
	9				0.001	0.005	0.027	0.089	0.200	0.295	0.213	0.087
	10					0.001	0.005	0.027	0.093	0.236	0.384	0.329
	11							0.004	0.020	0.086	0.314	0.569
12	0	0.540	0.282	0.069	0.014	0.002						
	1	0.341	0.377	0.206	0.071	0.017	0.003					
	2	0.099	0.230	0.283	0.168	0.064	0.016	0.002				
	3	0.017	0.085	0.236	0.240	0.142	0.054	0.012	0.001			
	4	0.002	0.021	0.133	0.231	0.213	0.121	0.042	0.008	0.001		
	5		0.004	0.053	0.158	0.227	0.193	0.101	0.029	0.003		
	6			0.016	0.079	0.177	0.226	0.177	0.079	0.016		
	7			0.003	0.029	0.101	0.193	0.227	0.158	0.053	0.004	
	8			0.001	0.008	0.042	0.121	0.213	0.231	0.133	0.021	0.002
	9				0.001	0.012	0.054	0.142	0.240	0.236	0.085	0.017
	10					0.002	0.016	0.064	0.168	0.283	0.230	0.099
	11						0.003	0.017	0.071	0.206	0.377	0.341
	12							0.002	0.014	0.069	0.282	0.540
13	0	0.513	0.254	0.055	0.010	0.001						
	1	0.351	0.367	0.179	0.054	0.011	0.002					
	2	0.111	0.245	0.268	0.139	0.045	0.010	0.001				
	3	0.021	0.100	0.246	0.218	0.111	0.035	0.006	0.001			
	4	0.003	0.028	0.154	0.234	0.184	0.087	0.024	0.003			
	5		0.006	0.069	0.180	0.221	0.157	0.066	0.014	0.001		
	6		0.001	0.023	0.103	0.197	0.209	0.131	0.044	0.006		
	7			0.006	0.044	0.131	0.209	0.197	0.103	0.023	0.001	

n	x	p = 0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
13	8			0.001	0.014	0.066	0.157	0.221	0.180	0.069	0.006	
	9				0.003	0.024	0.087	0.184	0.234	0.154	0.028	0.003
	10				0.001	0.006	0.035	0.111	0.218	0.246	0.100	0.021
	11					0.001	0.010	0.045	0.139	0.268	0.245	0.111
	12						0.002	0.011	0.054	0.179	0.367	0.351
	13							0.001	0.010	0.055	0.254	0.513
14	0	0.488	0.229	0.044	0.007	0.001						
	1	0.359	0.356	0.154	0.041	0.007	0.001					
	2	0.123	0.257	0.250	0.113	0.032	0.006	0.001				
	3	0.026	0.114	0.250	0.194	0.085	0.022	0.003				
	4	0.004	0.035	0.172	0.229	0.155	0.061	0.014	0.001			
	5		0.008	0.086	0.196	0.207	0.122	0.041	0.007			
	6		0.001	0.032	0.126	0.207	0.183	0.092	0.023	0.002		
	7			0.009	0.062	0.157	0.209	0.157	0.062	0.009		
	8			0.002	0.023	0.092	0.183	0.207	0.126	0.032	0.001	
	9				0.007	0.041	0.122	0.207	0.196	0.086	0.008	
	10				0.001	0.014	0.061	0.155	0.229	0.172	0.035	0.004
	11					0.003	0.022	0.085	0.194	0.250	0.114	0.026
	12					0.001	0.006	0.032	0.113	0.250	0.257	0.123
	13						0.001	0.007	0.041	0.154	0.356	0.359
	14							0.001	0.007	0.044	0.229	0.488
15	0	0.463	0.206	0.035	0.005							
	1	0.366	0.343	0.132	0.031	0.005						
	2	0.135	0.267	0.231	0.092	0.022	0.003					
	3	0.031	0.129	0.250	0.170	0.063	0.014	0.002				
	4	0.005	0.043	0.188	0.219	0.127	0.042	0.007	0.001			
	5	0.001	0.010	0.103	0.206	0.186	0.092	0.024	0.003			
	6		0.002	0.043	0.147	0.207	0.153	0.061	0.012	0.001		
	7			0.014	0.081	0.177	0.196	0.118	0.035	0.003		
	8			0.003	0.035	0.118	0.196	0.177	0.081	0.014		
	9			0.001	0.012	0.061	0.153	0.207	0.147	0.043	0.002	
	10				0.003	0.024	0.092	0.186	0.206	0.103	0.010	0.001
	11				0.001	0.007	0.042	0.127	0.219	0.188	0.043	0.005
	12					0.002	0.014	0.063	0.170	0.250	0.129	0.031
	13						0.003	0.022	0.092	0.231	0.267	0.135
	14							0.005	0.031	0.132	0.343	0.366
	15								0.005	0.035	0.206	0.463

TABLE FACTORIALS

n	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5,040
8	40,320
9	362,880
10	3,628,800
11	39,916,800
12	479,001,600
13	6,227,020,800
14	87,178,291,200
15	1,307,674,368,000

TABLE BINOMIAL COEFFICIENTS

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

LAMPIRAN II :

Table :

Poisson probability distribution [$p(x)$]

Example:

$$\mu = 0.40$$
$$p(x = 2) = 0.0536$$
$$p(x < 2) = p(x \leq 1) = 0.2681 + 0.6703 = 0.9384$$
$$p(x \geq 4) = 0.0007 + 0.0001 = 0.0008$$

	μ									
x	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
0	.9048	.8187	.7408	.6703	.6065	.5488	.4966	.4493	.4066	.3679
1	.0905	.1637	.2222	.2681	.3033	.3293	.3476	.3595	.3659	.3679
2	.0045	.0164	.0333	.0536	.0758	.0988	.1217	.1438	.1647	.1839
3	.0002	.0011	.0033	.0072	.0126	.0198	.0284	.0383	.0494	.0613
4	.0000	.0001	.0003	.0007	.0016	.0030	.0050	.0077	.0111	.0153
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0012	.0020	.0031
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

	μ									
x	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
0	.3329	.3012	.2725	.2466	.2231	.2019	.1827	.1653	.1496	.1353
1	.3662	.3614	.3543	.3452	.3347	.3230	.3106	.2975	.2842	.2707
2	.2014	.2169	.2303	.2417	.2510	.2584	.2640	.2678	.2700	.2707
3	.0738	.0867	.0998	.1128	.1255	.1378	.1496	.1607	.1710	.1804
4	.0203	.0260	.0324	.0395	.0471	.0551	.0636	.0723	.0812	.0902
5	.0045	.0062	.0084	.0111	.0141	.0176	.0216	.0260	.0309	.0361
6	.0008	.0012	.0018	.0026	.0035	.0047	.0061	.0078	.0098	.0120
7	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0011	.0015	.0020	.0027	.0034
8	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0006	.0009
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0000	.0002

	μ									
x	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50	2.60	2.70	2.80	2.90	3.00
0	.1225	.1108	.1003	.0907	.0821	.0743	.0672	.0608	.0550	.0498
1	.2572	.2438	.2306	.2177	.2052	.1931	.1815	.1703	.1596	.1494
2	.2700	.2681	.2652	.2613	.2565	.2510	.2450	.2384	.2314	.2240
3	.1890	.1966	.2033	.2090	.2138	.2176	.2205	.2225	.2237	.2240
4	.0992	.1082	.1169	.1254	.1336	.1414	.1488	.1557	.1622	.1680
5	.0417	.0476	.0538	.0602	0668	.0735	.0804	.0872	.0940	.1008
6	.0146	.0174	.0206	.0241	.0278	.0319	.0362	.0407	.0455	.0504
7	.0044	.0055	.0068	.0083	.0099	.0118	.0139	.0163	.0188	.0216
8	.0011	.0015	.0019	.0025	.0031	.0038	.0047	.0057	.0068	.0081
9	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011	.0014	.0018	.0022	.0027
10	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

	μ									
x	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90	4.00
0	.0450	.0408	.0369	.0034	.0302	.0273	.0247	.0224	.0202	.0183
1	.1397	.1304	.1217	.1135	.1057	.0984	.0915	.0850	.0789	.0733
2	.2165	.2087	.2008	.1929	.1850	.1771	.1692	.1615	.1539	.1465
3	.2237	.2226	.2209	.2186	.2158	.2125	.2087	.2046	.2001	.1954
4	.1733	.1781	.1823	.1858	.1888	.1912	.1931	.1944	.1951	.1954

Sumber : Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). Business Statistics. NJ.: Prentice-Hall, Inc. Hal. 344-351.

Table (continued)

	μ									
x	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90	4.00
5	.1075	.1140	.1203	.1264	.1322	.1377	.1429	.1477	.1522	.1563
6	.0555	.0608	.0662	.0716	.0771	.0826	.0881	.0936	.0989	.1042
7	.0246	.0278	.0312	.0348	.0385	.0425	.0466	.0508	.0551	.0595
8	.0095	.0111	.0129	.0148	.0169	.0191	.0215	.0241	.0269	.0298
9	.0033	.0040	.0047	.0056	.0066	.0076	.0089	.0102	.0116	.0132
10	.0010	.0013	.0016	.0019	.0023	.0028	.0033	.0039	.0045	.0053
11	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0009	.0011	.0013	.0016	.0019
12	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

	μ									
x	4.10	4.20	4.30	4.40	4.50	4.60	4.70	4.80	4.90	5.00
0	.0166	.0150	.0136	.0123	.0111	.0101	.0091	.0082	.0074	.0067
1	.0679	.0630	.0583	.0540	.0500	.0462	.0427	.0395	.0365	.0337
2	.1393	.1323	.1254	.1188	.1125	.1063	.1005	.0948	.0894	.0842
3	.1904	.1852	.1798	.1743	.1687	.1631	.1574	.1517	.1460	.1404
4	.1951	.1944	.1933	.1917	.1898	.1875	.1849	.1820	.1789	.1755
5	.1600	.1633	.1662	.1687	.1708	.1725	.1738	.1747	.1753	.1755
6	.1093	.1143	.1191	.1237	.1281	.1323	.1362	.1398	.1432	.1462
7	.0640	.0686	.0732	.0778	.0824	.0869	.0914	.0959	.1002	.1044
8	.0328	.0360	.0393	.0428	.0463	.0500	.0537	.0575	.0614	.0653
9	.0150	.0168	.0188	.0209	.0232	.0255	.0281	.0307	.0334	.0363
10	.0061	.0071	.0081	.0092	.0104	.0118	.0132	.0147	.0164	.0181
11	.0023	.0027	.0032	.0037	.0043	.0049	.0056	.0064	.0073	.0082
12	.0008	.0009	.0011	.0013	.0016	.0019	.0022	.0026	.0030	.0034
13	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009	.0011	.0013
14	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002

Table · *(continued)*

	μ									
x	5.10	5.20	5.30	5.40	5.50	5.60	5.70	5.80	5.90	6.00
0	.0061	.0055	.0050	.0045	.0041	.0037	.0033	.0030	.0027	.0025
1	.0311	.0287	.0265	.0244	.0225	.0207	.0191	.0176	.0162	.0149
2	.0793	.0746	.0701	.0659	.0618	.0580	.0544	.0509	.0477	.0446
3	.1348	.1293	.1239	.1185	.1133	.1082	.1033	.0985	.0938	.0892
4	.1719	.1681	.1641	.1600	.1558	.1515	.1472	.1428	.1383	.1339
5	.1753	.1748	.1740	.1728	.1714	.1697	.1678	.1656	.1632	.1606
6	.1490	.1515	.1537	.1555	.1571	.1584	.1594	.1601	.1605	.1606
7	.1086	.1125	.1163	.1200	.1234	.1267	.1298	.1326	.1353	.1377
8	.0692	.0731	.0771	.0810	.0849	.0887	.0925	.0962	.0998	.1033
9	.0392	.0423	.0454	.0486	.0519	.0552	.0586	.0620	.0654	.0688
10	.0200	.0220	.0241	.0262	.0285	.0309	.0334	.0359	.0386	.0413
11	.0093	.0104	.0116	.0129	.0143	.0157	.0173	.0190	.0207	.0225
12	.0039	.0045	.0051	.0058	.0065	.0073	.0082	.0092	.0102	.0113
13	.0015	.0018	.0021	.0024	.0028	.0032	.0036	.0041	.0046	.0052
14	.0006	.0007	.0008	.0009	.0011	.0013	.0015	.0017	.0019	.0022
15	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009
16	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001

	μ									
x	6.10	6.20	6.30	6.40	6.50	6.60	6.70	6.80	6.90	7.00
0	.0022	.0020	.0018	.0017	.0015	.0014	.0012	.0011	.0010	.0009
1	.0137	.0126	.0116	.0106	.0098	.0090	.0082	.0076	.0070	.0064
2	.0417	.0390	.0364	.0340	.0318	.0296	.0276	.0258	.0240	.0223
3	.0848	.0806	.0765	.0726	.0688	.0652	.0617	.0584	.0552	.0521
4	.1294	.1249	.1205	.1161	.1118	.1076	.1034	.0992	.0952	.0912
5	.1579	.1549	.1519	.1487	.1454	.1420	.1385	.1349	.1314	.1277
6	.1605	.1601	.1595	.1586	.1575	.1562	.1546	.1529	.1511	.1490
7	.1399	.1418	.1435	.1450	.1462	.1472	.1480	.1486	.1489	.1490
8	.1066	.1099	.1130	.1160	.1188	.1215	.1240	.1263	.1284	.1304
9	.0723	.0757	.0791	.0825	.0858	.0891	.0923	.0954	.0985	.1014
10	.0441	.0469	.0498	.0528	.0558	.0588	.0618	.0649	.0679	.0710
11	.0244	.0265	.0285	.0307	.0330	.0353	.0377	.0401	.0426	.0452
12	.0124	.0137	.0150	.0164	.0179	.0194	.0210	.0227	.0245	.0263
13	.0058	.0065	.0073	.0081	.0089	.0099	.0108	.0119	.0130	.0142
14	.0025	.0029	.0033	.0037	.0041	.0046	.0052	.0058	.0064	.0071

	μ									
x	6.10	6.20	6.30	6.40	6.50	6.60	6.70	6.80	6.90	7.00
15	.0010	.0012	.0014	.0016	.0018	.0020	.0023	.0026	.0029	.0033
16	.0004	.0005	.0005	.0006	.0007	.0008	.0010	.0011	.0013	.0014
17	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0006
18	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002
19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

	μ									
x	7.10	7.20	7.30	7.40	7.50	7.60	7.70	7.80	7.90	8.00
0	.0008	.0007	.0007	.0006	.0006	.0005	.0005	.0004	.0004	.0003
1	.0059	.0054	.0049	.0045	.0041	.0038	.0035	.0032	.0029	.0027
2	.0208	.0194	.0180	.0167	.0156	.0145	.0134	.0125	.0116	.0107
3	.0492	.0464	.0438	.0413	.0389	.0366	.0345	.0324	.0305	.0286
4	.0874	.0836	.0799	.0764	.0729	.0696	.0663	.0632	.0602	.0573
5	.1241	.1204	.1167	.1130	.1094	.1057	.1021	.0986	.0951	.0916
6	.1468	.1445	.1420	.1394	.1367	.1339	.1311	.1282	.1252	.1221
7	.1489	.1486	.1481	.1474	.1465	.1454	.1442	.1428	.1413	.1396
8	.1321	.1337	.1351	.1363	.1373	.1381	.1388	.1392	.1395	.1396
9	.1042	.1070	.1096	.1121	.1144	.1167	.1187	.1207	.1224	.1241
10	.0740	.0770	.0800	.0829	.0858	.0887	.0914	.0941	.0967	.0993
11	.0478	.0504	.0531	.0558	.0585	.0613	.0640	.0667	.0695	.0722
12	.0283	.0303	.0323	.0344	.0366	.0388	.0411	.0434	.0457	.0481
13	.0154	.0168	.0181	.0196	.0211	.0227	.0243	.0260	.0278	.0296
14	.0078	.0086	.0095	.0104	.0113	.0123	.0134	.0145	.0157	.0169
15	.0037	.0041	.0046	.0051	.0057	.0062	.0069	.0075	.0083	.0090
16	.0016	.0019	.0021	.0024	.0026	.0030	.0033	.0037	.0041	.0045
17	.0007	.0008	.0009	.0010	.0012	.0013	.0015	.0017	.0019	.0021
18	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0006	.0006	.0007	.0008	.0009
19	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0003	.0004
20	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002
21	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

	μ									
x	8.10	8.20	8.30	8.40	8.50	8.60	8.70	8.80	8.90	9.00
0	.0003	.0003	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0001	.0001
1	.0025	.0023	.0021	.0019	.0017	.0016	.0014	.0013	.0012	.0011
2	.0100	.0092	.0086	.0079	.0074	.0068	.0063	.0058	.0054	.0050
3	.0269	.0252	.0237	.0222	.0208	.0195	.0183	.0171	.0160	.0150
4	.0544	.0517	.0491	.0466	.0443	.0420	.0398	.0377	.0357	.0337
5	.0882	.0849	.0816	.0784	.0752	.0722	.0692	.0663	.0635	.0607
6	.1191	.1160	.1128	.1097	.1066	.1034	.1003	.0972	.0941	.0911
7	.1378	.1358	.1338	.1317	.1294	.1271	.1247	.1222	.1197	.1171
8	.1395	.1392	.1388	.1382	.1375	.1366	.1356	.1344	.1332	.1318
9	.1256	.1269	.1280	.1290	.1299	.1306	.1311	.1315	.1317	.1318
10	.1017	.1040	.1063	.1084	.1104	.1123	.1140	.1157	.1172	.1186
11	.0749	.0776	.0802	.0828	.0853	.0878	.0902	.0925	.0948	.0970
12	.0505	.0530	.0555	.0579	.0604	.0629	.0654	.0679	.0703	.0728
13	.0315	.0334	.0354	.0374	.0395	.0416	.0438	.0459	.0481	.0504
14	.0182	.0196	.0210	.0225	.0240	.0256	.0272	.0289	.0306	.0324
15	.0098	.0107	.0116	.0126	.0136	.0147	.0158	.0169	.0182	.0194
16	.0050	.0055	.0060	.0066	.0072	.0079	.0086	.0093	.0101	.0109
17	.0024	.0026	.0029	.0033	.0036	.0040	.0044	.0048	.0053	.0058
18	.0011	.0012	.0014	.0015	.0017	.0019	.0021	.0024	.0026	.0029
19	.0005	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009	.0010	.0011	.0012	.0014
20	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0005	.0006
21	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0002	.0003
22	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001

Table (continued)

	μ									
x	9.10	9.20	9.30	9.40	9.50	9.60	9.70	9.80	9.90	10.00
0	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000
1	.0010	.0009	.0009	.0008	.0007	.0007	.0006	.0005	.0005	.0005
2	.0046	.0043	.0040	.0037	.0034	.0031	.0029	.0027	.0025	.0023
3	.0140	.0131	.0123	.0115	.0107	.0100	.0093	.0087	.0081	.0076
4	.0319	.0302	.0285	.0269	.0254	.0240	.0226	.0213	.0201	.0189
5	.0581	.0555	.0530	.0506	.0483	.0460	.0439	.0418	.0398	.0378
6	.0881	.0851	.0822	.0793	.0764	.0736	.0709	.0682	.0656	.0631
7	.1145	.1118	.1091	.1064	.1037	.1010	.0982	.0955	.0928	.0901
8	.1302	.1286	.1269	.1251	.1232	.1212	.1191	.1170	.1148	.1126
9	.1317	.1315	.1311	.1306	.1300	.1293	.1284	.1274	.1263	.1251

	μ									
x	9.10	9.20	9.30	9.40	9.50	9.60	9.70	9.80	9.90	10.00
10	.1198	.1210	.1219	.1228	.1235	.1241	.1245	.1249	.1250	.1251
11	.0991	.1012	.1031	.1049	.1067	.1083	.1098	.1112	.1125	.1137
12	.0752	.0776	.0799	.0822	.0844	.0866	.0888	.0908	.0928	.0948
13	.0526	.0549	.0572	.0594	.0617	.0640	.0662	.0685	.0707	.0729
14	.0342	.0361	.0380	.0399	.0419	.0439	.0459	.0479	.0500	.0521
15	.0208	.0221	.0235	.0250	.0265	.0281	.0297	.0313	.0330	.0347
16	.0118	.0127	.0137	.0147	.0157	.0168	.0180	.0192	.0204	.0217
17	.0063	.0069	.0075	.0081	.0088	.0095	.0103	.0111	.0119	.0128
18	.0032	.0035	.0039	.0042	.0046	.0051	.0055	.0060	.0065	.0071
19	.0015	.0017	.0019	.0021	.0023	.0026	.0028	.0031	.0034	.0037
20	.0007	.0008	.0009	.0010	.0011	.0012	.0014	.0015	.0017	.0019
21	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0006	.0006	.0007	.0008	.0009
22	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0004
23	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
24	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001

Table *(concluded)*

	μ									
x	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0010	.0004	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
3	.0037	.0018	.0008	.0004	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
4	.0102	.0053	.0027	.0013	.0006	.0003	.0001	.0001	.0000	.0000
5	.0224	.0127	.0070	.0037	.0019	.0010	.0005	.0002	.0001	.0001
6	.0411	.0255	.0152	.0037	.0048	.0026	.0014	.0007	.0004	.0002
7	.0646	.0437	.0281	.0174	.0104	.0060	.0034	.0019	.0010	.0005
8	.0888	.0655	.0457	.0304	.0194	.0120	.0072	.0042	.0024	.0013
9	.1085	.0874	.0661	.0473	.0324	.0213	.0135	.0083	.0050	.0029
10	.1194	.1048	.0859	.0663	.0486	.0341	.0230	.0150	.0095	.0058
11	.1194	.1144	.1015	.0844	.0663	.0496	.0355	.0245	.0164	.0106
12	.1094	.1144	.1099	.0984	.0829	.0661	.0504	.0368	.0259	.0176
13	.0926	.1056	.1099	.1060	.0956	.0814	.0658	.0509	.0378	.0271
14	.0728	.0905	.1021	.1060	.1024	.0930	.0800	.0655	.0514	.0387
15	.0534	.0724	.0885	.0989	.1024	.0992	.0906	.0786	.0650	.0516
16	.0367	.0543	.0719	.0866	.0960	.0992	.0963	.0884	.0772	.0646
17	.0237	.0383	.0550	.0713	.0847	.0934	.0963	.0936	.0863	.0760
18	.0145	.0256	.0397	.0554	.0706	.0830	.0909	.0936	.0911	.0844
19	.0084	.0161	.0272	.0409	.0557	.0699	.0814	.0887	.0911	.0888
20	.0046	.0097	.0177	.0286	.0418	.0559	.0692	.0798	.0866	.0838
21	.0024	.0055	.0109	.0191	.0299	.0426	.0560	.0684	.0783	.0846
22	.0012	.0030	.0065	.0121	.0204	.0310	.0433	.0560	.0676	.0769
23	.0006	.0016	.0037	.0074	.0133	.0216	.0320	.0438	.0559	.0669
24	.0003	.0008	.0020	.0043	.0083	.0144	.0226	.0329	.0442	.0557
25	.0001	.0004	.0010	.0024	.0050	.0092	.0154	.0237	.0336	.0446
26	.0000	.0002	.0005	.0013	.0029	.0057	.0101	.0164	.0246	.0343
27	.0000	.0001	.0002	.0007	.0016	.0034	.0063	.0109	.0173	.0254
28	.0000	.0000	.0001	.0003	.0009	.0019	.0038	.0070	.0117	.0181
29	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0011	.0023	.0044	.0077	.0125
30	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0013	.0026	.0049	.0083
31	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0007	.0015	.0030	.0054
32	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0004	.0009	.0018	.0034
33	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0010	.0020
34	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0012
35	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0007
36	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004
37	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002
38	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
39	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

LAMPIRAN III:

TABLE

THE STANDARD NORMAL DISTRIBUTION

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4946
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Sumber: Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). Business Statistics. NJ.: Prentice-Hall, Inc. Hal.325.