= EDISI MATEMATIKA =

PENGANTAR TEORI HIMPUNAN DAN FUNGSI

O

l

e

h

RUSTAM NURDIN

Lektor Madya pada Jurusan Ilmu Pasti

FAKULTAS KEGURUAN ILMU EKSAKTA

INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

P A D A N G

1 9 7 2

- 0 -

KATA PENGANTAR

Teori himpunan atau set teori, yang memberikan teori, teori terhadap himpunan, yang merupakan landasan terhadap ilmu matematika lainnya.
Teori himpunan ini kami lengkapi dengan set Bilangan dan Fungsi , yang berlandasan kepada Set teori.
Buku ini sengaja kami susun untuk Permulaan Perguruan Tinggi, dan sebagai pegangan bagi guru dan calon guru sekolah menengah.

Ide-ide matematika dewasa ini, yaitu belajar dan berpikir secara matematik perlu dilandasi dengan himpunan halnya alam yang berada disekitar sendiri.

Kami merasa dalam penggarapan ini terdapat kekurangan- kekurangan disana sini, dan dengan demikian kami menurut pandangan dan saran-saran dari rekan-rekan untuk perbaikan.

Padang, 31 Desember 1972.
Yang menyusun,
Rustam Nurdin, Drs.

DAFTAR ISI

----=oOo=----

BAB.I

PENDAHULUAN

Fasal 1. Himpunan atau Set:

Himpunan atau Set : Teori Set atau konsepsi mengenai set, merupakan konsepsi dasar dalam semua cabang ilmu pasti.

Secara intuisi:

Suatu Set adalah daftar kumpulan atau kelas atau himpunan didefinisikan secara sempurna, yang terdiri dari obyek-obyek (=unsur unsur).

Set dapat merupakan apa saja: bilangan-bilangan, surat-surat, sungai-sungai dan sebagainya.

Objek-objek ini disebut unsur-unsur (= element-element) atau anggota-anggota dari set ini.

Contoh:

1. Bilangan-bilangan: 1 , 3, 7, dan 10.
2. Akar-akar dari persamaan : $x^2 - 3x + 2 = 0$
3. Huruf-huruf hidup dari alfabet.
4. Semua manusia yang masih hidup dibumi dan sebagainya.

Kita perhatikan set-set diatas, maka set-set yang bernomor ganjil adalah set yang telah ditentukan unsur-unsurnya.

Artinya telah ditentukan unsur-unsurnya secara jelas. Sedangkan yang bernomor genap, dinyatakan dengan menjebut sifat-sifat dari unsur-unsurnya artinya sifat-sifat atau aturan-aturan yang akan menentukan apakah sesuatu unsur itu merupakan anggota atau tidak.

Notasi:

Suatu set biasanya dinyatakan dengan huruf besar A, B, C atau D, dan sebagainya. Unsur-unsur dari set biasanya dengan huruf kecil, a, b, c, d, x, atau y dan sebagainya.

Jika set A terdiri dari unsur-unsur 1, 2, 3, 4, 5 kita tulis :

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5.\}$$

Cara menulis set yang demikian dinamakan bentuk daftar (tabular - form).

Kalau set itu ditentukan dengan menyebutkan sifat unsurnya umpama Set B terdiri dari semua bilangan genap maka tulis :

$$B = \{ x \ / \ x \text{ adalah semua bilangan genap} \}$$

dan kita baca : B adalah set dari bilangan x, sehingga x adalah - bilangan genap. Bentuk ini disebut dengan " set Builder form ".

Jika suatu objek merupakan unsur dari set A (umpama x) maka kita tulis $x \in A$, kita baca x adalah element dari himpunan dari set A atau x termasuk set A.

Kalau x bukan elemen A maka kita tulis $x \notin A$. Baca x bukan ele- men set A.

Contoh :

1. Misal $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
   Maka $1 \in A$, $2 \in A$ $6 \notin A$.
2. Misal $B = \{x / x$ adalah bilangan genap$\}$
   Maka :
   $3 \notin B$, $6 \in D$

Secara intuisi sebuah set adalah bilangan terhingga jika set itu terdiri dari unsur berbeda, yang jumlahnya tertentu, yakni ji ka kita menghitung jumlah unsur-unsurnya pada suatu saat kita - akan berhenti membilangnya.

Kalau kita demikian, set itu dikatakan tak terhingga. Sebenarnya adalah definisi yang lebih tepat mengenai set terhingga dan tak - terhingga, tetapi belum dibicarakan sekarang.

Contoh:

Misalkan M adalah set dari semua hari dalam seminggu. Maka unsur- nya adalah terhingga.

Misalkan N adalah set yang terhingga unsur-unsurnya.

Kesamaan Set.

Set A dikatakan sama dengan set B jika kedua himpunan mempunyai unsur yang sama. Yakni jika setiap unsur yang termasuk pada A juga termasuk pada B, dan jika setiap unsur yang termasuk pada B juga termasuk pada A.

dan kita tulis A = B.

Umpama :

$$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\} \quad \text{dan} \quad B = \{3,\ 1,\ 4,\ 2,\}$$

Maka A = B, karena masing-masing unsur dari A yaitu 1, 2, 3, 4 - termasuk pada B, dan sebaliknya.

Sebauh set tidak mengalami perobahan jika unsur-unsurnya dipertukarkan. Umpama $C = \{5,\ 6,\ 5,\ 7\}$ dan $D = \{7,\ 5,\ 7,\ 6\}$

Maka C = D

Perlu diperhatikan bahwa sesuatu set tidak mengalami perobahan apabila elemen-elemennya diulangi (repeated).

Umpama :

$$E = \{x\ /\ x^2 - 3x = -2\}$$

$$F = 2,1$$

dan $G = 1,\ 2,\ 2,\ 1,$ maka $E = F = G$

Set Nol.

Set kosong (empty set) yakni set yang tida ada anggota atau unsur-unsur sama sekali, set ini disebut juga set nol. Dan kita - nyatakan dengan simbol $\emptyset$. Umpamanya A adalah set dari semua manusia dari 2.000 tahun.

Maka A adalah set kosong.

Umpama set $B = \{x\ /\ x^2 = 4,\}$ x = adalah bilangan ganjil, maka set B adalah set kosong ($\emptyset$). Karena tidak ada x yang memenuhi pernyataannya.

Fasal 2 Subset:

Jika setiap unsur dalam set A, juga merupakan unsur dari set B, maka set A disebut subset dari B.

Secara khusus dapat kita nyatakan : A adalah subset dari pada B, jika $x \in A$, dan juga $x \in B$. Hubungan ini kita tuliskan $A \subset B$ - yang dapat dibaca : set A terletak dalam set B.

Umpama :

- Set $C = \{1, 3, 5\}$ adalah subset dari $D = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ karena setiap bilangan 1, 3, 5, yang terletak di C merupakan unsur dari D.
- Misalkan G = x / x bilangan genap, dan misalkan F = {x / x pangkat positif dari bilangan bulat 2} maka $F \subset G$ atau F terletak dalam G.

Definisi:

Dua buah set A dan B adalah sama yakni $A = B$, jika dan hanya jika $A \subset B$ dan $B \subset A$.

Jika $A \subset B$, maka kita dapat juga mengatakan B superset dari A, - atau B mencakup A dan notasi $B \supset A$.

Selanjutnya dapat pula kita tuliskan :

$A \not\subset B$ atau $B \not\supset A$, (dibaca A bukan subst dari B, bukan superset dari A).

Catatan :

- $\emptyset$ dianggap sebagai subset dari semua set $\emptyset \subset x$
- Jika $A \not\subset B$, maka sekurang-kurangnya ada satu unsur dari A yang tidak merupakan dari B.

Dua set A dan B dikatakan Comparabel, jika A subset B atau B subset A, yakni jika set yang satu merupakan subset dari yang lain.

Sebaliknya dua set A dan B dikatakan tidak komparabel, jika $A \not\subset B$ dan $B \not\subset A$.

Perlu diperhatikan bahwa, jika A dan B tidak komparabel, maka ada sekurang-kurangnya sebuah unsur dalam A yang bukan merupakan unsur dari B, dan juga ada unsur dari B yang bukan merupakan unsur dari A.

<u>Contoh</u> :

1. Misalkan $A = \{a, b\}$ $B = \{a, b, c\}$ maka A dan B komparabel, karena A adalah subset dari B.
2. Misalkan $R = \{a, b\}$ dan $S = \{c, d, e,\}$
   Maka R dan S tidak komparabel, karena :
   $a \in R$ dan $a \notin S$
   $c \in S$ dan $c \notin R$

<u>Dalil</u> :

Jika A subset dari B dan B subset dari C maka A adalah subset C, alat dengan notasi $A \subset B$, $B \subset C$, maka $A \subset C$.

<u>Bukti:</u>

Ingatlah bahwa kita harus memperlihatkan bahwa setiap unsur dari A merupakan unsur dari C.

$A \subset B$, maka x juga merupakan unsur dari B

Misalkan x sebuah unsur dari A atau $x \in A$, karena atau $X \in B$. Tapi dari hypotesa B C, juga setiap unsur dari B juga merupakan unsur dari C, yakni X C. Berhubung dengan itu menurut definisi A C.

<u>Set dari Set:</u>

Adakalanya dapat terjadi bahwa unsur-unsur dari sebuah set juga merupakan set, misalnya set dari semua subset dari A.

Untuk menghindarkan penyebut " set dari set " maka biasanya dipakai ucapan " famili set " yang lebih praktis atau class of set . Dalam hal ini dan untuk menghindarkan keraguan, biasanya kita juga memakai huruf:

Script letters (huruf skrip) : $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ untuk menyatakan famili atau kelas dari set, oleh karena huruf kapital telah kita tetapkan sebagai unsur-unsurnya. $\mathcal{A} = \{ A, B, C, \ldots\ldots\ldots\ldots \}$

<u>Contoh</u> :

1. Set $\{\{2,3\},\{2\},\{5,6\}\}$ adalah sebuah famili set, unsur-unsurnya adalah $\{2, 3\}$, $\{2\}$, $\{5, 6\}$.
2. Misalkan $A = \{2, \{1, 3\}, 4, \{2, 5\}\}$, maka dalam hal ini bukanlah merupakan famili set karena unsur-unsurnya sebagian merupakan set dan sebagian lagi bukan merupakan set.

<u>Set Universal.</u>

Dalam pemakaian teori set pada umumnya sesuatu set yang dibicarakan dianggap sebagai subset dari suatu set tertentu, set ini disebut set universal dan dinyatakan dengan U.

Umpama :

- dalam ilmu ukur dari r, set universal adalah set dari semua titik dari bidang datar.
- dalam membicarakan manusia sebagai penduduk daerah, maka universalnya terdiri dari semua manusia dibumi.

<u>Set Pangkat:</u>

Famili dari subset dari sesuatu set S disebut set pangkat - pangkat dari S, ini kita nyatakan dengan notasi 2^S

Contoh:

1. Misalkan $A = \{1, 3, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 7, 8\}$
   Maka A dan B bukan disjoin, karena letak pada kedua set itu yakni $7 \in A$, dan $7 \in P$.
2. A set dari bilangan-bilangan positif dan B set bilangan-bi - langan negatif, maka A dan B disjoint, karena tidak ada bi- langan yang sekali gus positif dan negatif.

3. Misalkan $E = \{x, y, z\}$, $F = \{r, s, t.\}$
   Maka E dan F adalah dijoint.

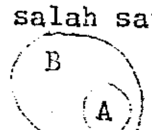
Fasal 3. Diagram Venn - Euler.

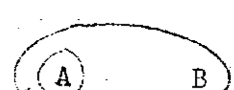
Suatu cara yang sederhana dan praktis untuk menyatakan hubungan-hubungan antara set-set ialah dengan memakai diagram Venn Euler atau disebut Venn saja.

Dalam hal ini suatu set dinyatakan dengan sesuatu luas bidang datar dengan bentuk sderhana yang biasanya dibatasi dengan sebuah lingkaran.

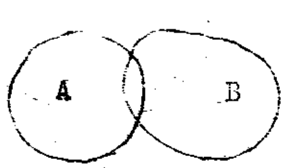
Contoh:

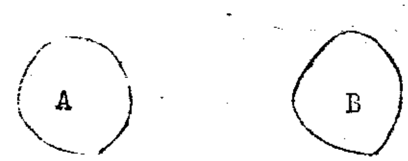
1. Misalkan A $\subset$ dan $A \neq B$ maka A dan B dapat dinyatakan dengan salah satu diagram yang berikut.



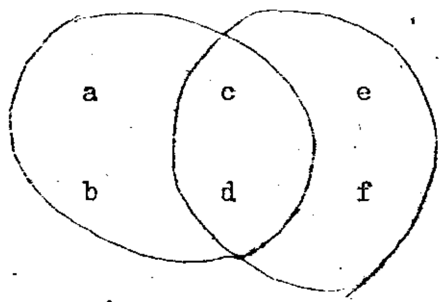


2. Misalkan A dan P tidak komperabel, maka A dan B dapat dinyatakan dengan diagram sebelah kanan, Jika A dan B disjoint atau diagram sebelah kiri jika A dah B tidak disjoint.



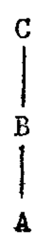


3. Misalkan A = {a, b, c, d}
B = {c, d, e, f}, maka A dan B
ini kita nyatakan dengan diagram dibawah.



Fasal 4. <u>Diagram garis</u>.

Suatu cara lain yang juga terpakai dan instruktif untuk meng gambarkan hubungan set-set, ialah dengan memakai diagram garis. Jika $A \subset B$, maka B kita tuliskan pada tempat yang lebih tinggi - dari A dan keduanya kita hubungkan dengan garis luas.

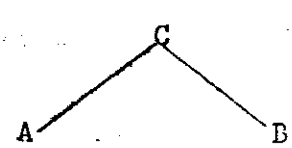


Jika $A \subset B$ dah $B \subset C$ kita tulis.

Contoh:

1. Misalkan $A = \{a\}$, $B = \{b\}$
$C = \{a, b\}$.

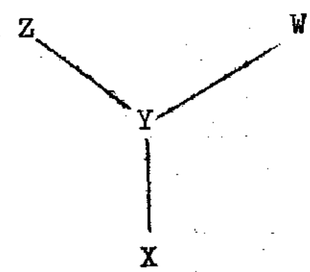
Maka diagram garis dari A, B dan C adalah



2. Misalkan $X = \{x\}$, $Y = \{x, y\}$ $Z = \{x, y\ z\}$
$W = \{x, y\ w\}$

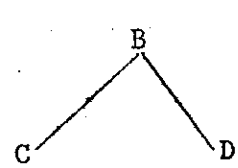
$Z = \{X, Y, Z\}$
$W = \{X, Y, W\}$

Maka diagram garis dari X, Y, dan W ialah :



Soal-soal.

1. Tulislah pernyataan berikut dengan mempergunakan teori set:
   a. X tidak temasuk pada A
   b. R merupakan superset dari S
   c. d anggota dari E
   d. F bukan subset dari G
   e. H tidak termasuk pada D
2. Set manakah yang terhingga ?
   a. Bulan-bulan dalam setahun
   b. $\{1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 100\}$.
3. Perhatikanlah diagram garis disamping. Tuliskanlah pernyataan pernyataan yang menghubungkan tiap pasang dari Set dalam diagram tersebut. Dan kemudian lukiskanlah pula dalam diagram Venn.



4. Apakah masing-masing pernyataan yang berikut benar atau salah:

a. $S \in 2^S$; b. $S \subset 2^S$

c. $\{S\} \in 2^S$; d. $\{S\} \subset 2^S$

Bahan - Bacaan.

1. Clarkson, Donald R and Hasan Robert S, Understanding to day's The Shoe String Pres, Inc, Handeh, Connecticue 1964.
2. Keedy, Mervin L, Number Systems : A Modern in troduction, Addison-Wesley (Canada) Limited, Don Mills, Ontarie, 1966.
3. Laffer II Walter B, Mathematics for general Aducation. Dichenson Publishing Company, Inc, Belmont, California, 1968.

--0--

BAB II

OPERASI-OPERASI DASAR MENGENAI SET

Pasal 1.

Operasi-operasi (Set Operation).

Dalam ilmu Hitung kita pelajari penjumlahan, pengurangan, perkalian, yakni terhadap setiap pasangan bilangan X dan Y, kita tetapkan bilangan X + Y yang disebut jumlah dari X dan Y, bilangan XY yang disebut hasil kali dari X dan Y.

Penetapan ini berturut-turut disebut: operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian bilangan-bilangan.
Dalam hal ini akan kita definisikan operasi-operasi mengenai set, yang disebut Union (penggabungan), intersection (perpotongan), dan difference (selisih).

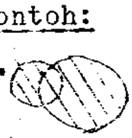
Operasi set ini akan bersamaan dengan operasi-operasi bilangan tersebut diatas.

Fasal 2.

Union (penggabungan atau jumlah).

Union dari set-set A dan B ialah set dari semua unsur-unsur yang termasuk pada A atau B, atau pada kedua-duanya. Union dari A dan B dinyatakan dengan notasi :

Contoh:

1.  Union dari A dan B kita nyatakan dengan diagram Venn, maka A U B adalah daerah yang diarsis.

2. Misalkan $S = \{a, b, c, d,\}$, $T = \{f, b, d, g,\}$ maka

$S \cup T = \{a, b, c, d, f, g\}$

3. Misalkan P adalah set dari bilangan-bilangan positif real dan misalkan Q set dari bilangan-bilangan negatif real, kecuali - nol. Maka P U Q adalah set dari semua bilangan real.

Union dari set A dan B dapat juga didefinisikan dengan persa maan yang berikut:

$$A \cup B = \{ X / X \in A \text{ atau } X \in B \}$$

Dalam beberapa buku, union dari A dan B dinyatakan dengan A+B dan disebut jumlah set teoritos (set teoritis sum) atau dengan ring - kas A ditambah B.

Fasal 3:

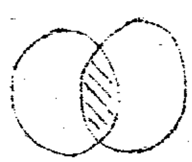
Interseksi (intersection).

Interseksi dari set-set A dan B ialah set dari unsur yang seka li gus termasuk pada A dan B (unsur sekutu dari A dan B), yaitu un sur yang sekaligus termasuk pada A dan sekaligus termasuk pada B.

Interseksi dari A dan B kita nyatakan dengan notasi

$A \cap B$ dan kita baca A interseksi B.

Contoh :

1. 

Pada gambar disebelah A interseksi B kita arsir, yakni yang merupakan daerah sekutu dari A dan B.

2. Misalkan V $= \{ 2, 4\ 6, 8 \ldots\ldots\ldots \}$ kelipatan dari bilangan dua dan W $= \{3, 6, 9 \ldots\ldots\ldots \}$ kelipatan dari bilangan 3 maka :

$V \cap W = \{6, 12, 18 \ldots\ldots\ldots\}$ dalam hal ini merupakan kelipatan dari bilangan C.

3. Misalkan S $= \{a, b, c, d,\}$ T $= \{r, b, d, s\}$

maka $S \cap T = \{b, d.\}$

Interseksi dari A dan B dapat pula didefinisikan dengan ringkas dengan persamaa :

$$A \cap B = \{ x \ / \ x \quad A, \ x \quad B \}$$

Disini tanda koma berarti " dan ".

Catatan :

1. Dari definisi interseksi langsung kita peroleh bahwa $A \cap B = B \cap A$

2. A dan B kedua-duanya mengandung $A \cap B$ sebagai subset yakni :
   $A \supset (A \cap B)$ atau $(A \cap B) \subset A$,
   $B \supset (A \cap B)$ atau $(A \cap B) \subset B$,

3. Jika set-set dari A dan B tidak mengandung unsur sekutu dengan kata lain, A dan B disjoint, maka interseksi dari A dan B merupakan Set kosong atau set nol. yakni $A \cap B = \emptyset$.
   Dalam beberapa buku terutama dalam buku-buku teori kemungkinan interseksi dari A dan B dinyatakan dengan AB yakni disebut hasil kali set teoritis dari A dan B atau dengan ringkas A kali B (A times B).

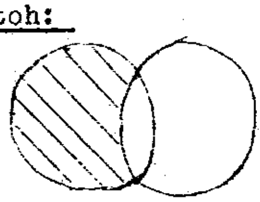
Fasal 4.

Selisih (Differense).

Selisih dari set-set A dan B adalah set dari unsur-unsur yang termasuk A tapi tidak termasuk pada B. Selisih dari A dan B kita nyatakan dengan notasi A - B dan kita baca A kuran B atau

" A difference B "

Contoh:

1. 

Dalam diagram Venn pada gambar disebelah, A - B kita arsir yakni daerah A yang tidak merupakan bagian daerah B.

2. Misalkan $S = \{a, b, c, d,\}$ $T = \{r, b, d, g\}$
Maka $S - T = \{a, c\}$
3. Misalkan R set dari bilangan-bilangan real dan Q set dari bilangan rasional, maka R - Q merupakan set dari bilangan irrasional.

$$\text{Real } (= R) \begin{cases} \text{Rasional} = Q \\ \text{Irrasional} = R = Q \end{cases}$$

Selisih dari set A dan B dapat pula kita definisikan secara - rinkas dengan persamaan :

$$A - B = \{ X / X \; A, \; X / B \}$$

Catatan:
1. Set A mengandung A - B sebagai subset atau A - B
2. Set-set - A - B, A ∩ B dan B - A adalah disjoint sesamanya - yakni setiap pasangan dari ketiga set tersebut mempunyai set nol sebagai interseksinya.

Selisih dari A dan B kadang-kadang dinyatakan dengan notasi :

$$A / B \quad \text{atau} \quad A \sim B$$

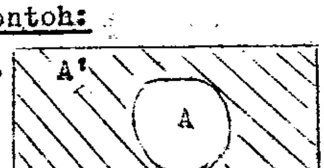
Fasal 5.

Complement (pelengkap).

Komplement dari set A adalah set dari unsur-unsur yang tidak termasuk pada A yakni selisih dari set universal U dan set A kita nyatakan dengan notasi :

$$A' = U - A .$$

Contoh:

1. 

Dalam diagram venn kita arsir A'Y yakni daerah yang berada diluar A. Disini Set Universal U kita anggap terdiri dari daerah suku empat.

2. Misalkan Universal U adalah set alfabet Latin dan misalkan

$T = \{a, b, c\}$ maka :

$T' = \{d, e, f, \ldots\ldots\ldots\ldots z\}$

3. Misalkan $E = \{2, 4, 6, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$ yakni set dari bilangan-bilangan genap maka $E' = \{1, 3, 5, \ldots\ldots\ldots\}$

Yakni set dari bilangan-bilangan ganjil/dengan catatan set universal disini adalah set dari bilangan-bilangan asli.

Komplement dari set A juga dapat didefinisikan secara ringkas dengan memakai persamaan :

$$A' = \{X \;/\; X \in A\}$$

Catatan:

1. Union dari set A dalam komplement A' merupakan set universal - yakni $A \cup A' = U$.

   Sesuatu set yang golongan komplementnya adalah disjoint atau:

   $$A \cap A' = \emptyset$$

2. Komplement dari set universal U adalah set kosong $\emptyset$ ada sebaliknya yakni $U' = \emptyset$, dan $\emptyset = U$.

3. Komplement dari komplement set A adalah set A sendiri.

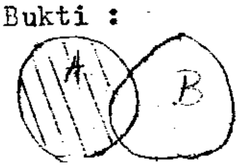
   Dengan ringkas:

   $$(A')' = A$$

Catatan berikutnya memperlihatkan bagaimana selisih dari dua buah set dapat didefinisikan dengan memakai complement dan integrasi dua buah set.

4. Selisih dua set A dan B sama dengan interseksi dari set A dan komplement set B, yakni $A - B = A \cap B'$

Bukti :



Dari catatan 4 dapat diteruskan langsung dari definisi sebagai berikut :

A - B diarsis

$$
\begin{aligned}
A - B &= \{X / X \in A, X \notin B\} \\
&= \{X / X \in A, X \in B'\} \\
&= \{X / X \in A, A \cap B'\} \\
&= A \cap B'
\end{aligned}
$$

Fasal 6.

Operasi untuk set-set komparable.

Operasi set-set yang berupa union, interseksi, selisih dua komplement mempunyai sifat-sifat sederhana, apabila set-set yang bersangkutan komparabel.

Dalil-dalil yang berikut dapat dibuktikan dengan mudah :

Dalil 1.

Misalkan A adalah subset dari B, maka interseksi dari A dan B ialah set A sendiri, yakni

$A \subset B$, maka $A \cap B = A$

Dalil 2.

Misalkan A adalah subset dari B, maka union dari A dan B adalah set B sendiri yakni:

$A \subset B$, maka $A \cup B = B$

Dalil 3.

Misalkan A adalah subset dari B, maka B' adalah subst dari A', yakni

$A \subset B$, maka $B' \subset A'$

Dalil 4.

Misalkan A adalah subset dari B, maka union dari A dan B- A adalah B sendiri, yakni :

$A \subset B$, maka $A \cup (B - A) = B$

Contoh Soal:

1. Misalkan U = {1, 2, 3, ... 8, 9,}

A = 1, 2, 3, 4

B = 2, 4 6, 8

C = 3, 4, 5, 6

Tentukanlah : a. A' b. B' c. (A C)

d. (A U B)' e. (A')'

f. (B - C)'

Penyelesaian :

a. Set A' terdiri dari unsur-unsur yang ada di U, tetapi tidak ada di A, jadi A' = {5, 6, 7, 8, 9}

b. Set yang terdiri dari unsur-unsur ada U tetapi tidak terdapat pada B, adalah B' = {1, 3, 5, 7, 9.}

c. (A∩C) = {3, 4} dan tentulah

(A∩C)' = {1, 2, 5, 6, 7, 8, 9}

d. (A U B) = {1, 2, 3, 4, 6, 8} dan tentulah

(A U B)' = {5, 7, 9,}

e. A' = 5,7,6,8,9, (A')' = {1, 2, 3, 4}

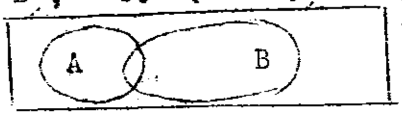
jadi (A')' = A

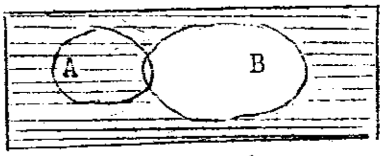
f. (B - C) = {2, 3} tentulah

(B - C) = {1, 3, 4, 5, 6, 7}

2 Pada diagram venn dibawah ini diarsirlah :

a. B', b. (A U B)' c. (B - A)' d. A' B'



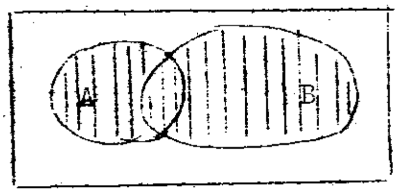


B' diarsirlah.

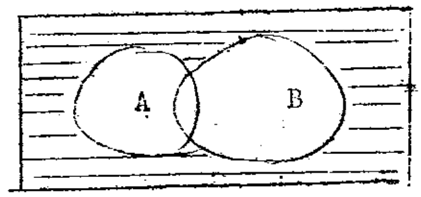
Penyelesaian :

a. Karena B' adalah komplement dari B yang terdiri dari unsur yang tidak termasuk pada B.

Arsirlah daerah bgian luar dari B.

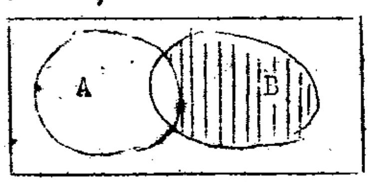


A U B diarsir

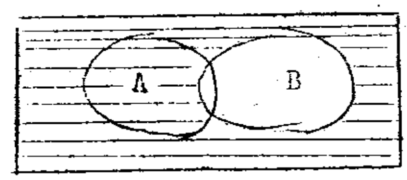


(A U B)' diarsir

c. Mula-mula arsirlah B - A, maka (B - A)' adalah daerah diluar B - A,

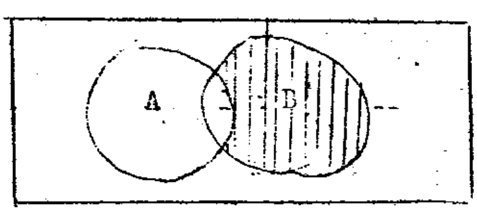


B - A

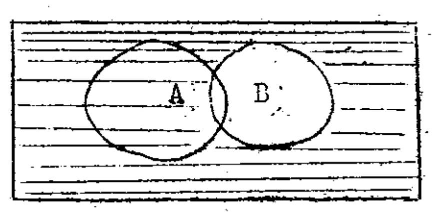


(B - A)' diarsir.

d. Mula-mula arsirlah A' , yaitu daerah diluar A dengan garis sejajar yang miring (//////) dan garis B' dengan garis sejajar - miring kekakan bawah (   ).



A' dan B' diarsir



A' - B'

Maka A' - B' adalah daerah yang berarsir silang. Bukanlah bahwa daerah (A - B)' adalah sama seperti daerah A' - B'.

3. Buktikanlah bahwa B - A adalah subset dari A',

Bukti :

Misalkan X termasuk pada B - A, maka $X \in B$ dan $X \notin A$, jadi X adalah anggota dari A'.

→ maka x ∈ A,

Karena X (B − A), maka X A, maka (B − A) A

4. Buktikan B − A' = B A.

Bukti :

B − A' = X / X B, X A'

= X / X B, X A

= B A.

Soal-soal.

1. Misalkan set universal adalah U = a, b, c, d, e, f, g

dan A = a, b, c, d, g.

B = a, c, e, g.

C = b, e, f, g,

Tentukanlah :

a. A C =

b. C − B =

c. C − B =

d. B' =

e. B' A' =

f. A' − B.

g. B' C

h. (A − C)'

i. C' A

j. A A'

2. Buktikanlah bahwa A − B adalah superset dari A B

3. A B , mengakibatkan A B = A. B Buktikanlah

4. Buktikanlah dalil yang menyatakan bahwa :

A B , mengakibatkan A I = B

5. Buktikanlah bahwa dalil yang mrnyatakan bahwa :

A ∩ B = ∅ , maka B A' = I

6. Buktikanlah bahwa A' − B' = B − A

7. Jika A B = ∅ Buktikanlah bahwa A B' = B'

8. Buktikanlah dalil yang menyatakan bahwa : jika

A B mengakibatkan A (B − A) = B

9. Buktikan : A (B A) = (A B) (A C) yang disebut dengan sifat distributif.

10. Buktikan : (A B) C = A (B C) yang disebut dengan sifat assosiatif.

Bahan Bacaan.

1. Youse Bevan K, Algebra and the elementary function, Dickenson Publishing Company, Inc. Belmont, California 1966.
2. Yand, Andre'l, Introduction to University Mathematics, Dicken son Publishing Company, UQ, Belmont, California 1967.
3. Clarkson Donald and Hausen Robert S, Understanding to days - Mathematics, The Shoe String Prece, Inc Handen, Connection, - 1964.
4. Keedy, Mervin L, A Modern Introduction to Basic Mathematics, Addison Wesly Publishing Company, London 1963.-

---o0o---

BAB III

BILANGAN PRIM, PPB DAN KPT DALAM HIMPUNAN

Fasal 1. Bilangan Prim.

Bilangan prim adalah bilangan yang lebih besar dari satu yang hanya dapat dibagi oleh bilangan itu sendiri dan dengan satu. Atau bilangan yang hanya mempunyai dua faktor yaitu : bilangan itu sendiri dan satu. Bilangan satu bukanlah prim karena hanya mempunyai satu faktor.

Dua adalah bilangan prim karena mempunyai dua faktor yaitu satu dan dua, begitu juga 3, 5 dan sebagainya.

Bilangan yang bukan prim atau bilangan yang mempunyai lebih dari dua faktor disebut bilangan bangun, seperti : 4, 6, 8, 10 dan sebagainya.

Dibawah ini adalah tabel bilangan prim dari angka-angka satu sampai dengan 50.

2	3	5	7
11	13	17	25
29	31	37	41
43	47		

Fasal 2. Pembagi Persekutuan terbesar (PPB).

Bilangan yang lebih besar dari satu yang tidak merupakan bilangan prim adalah bilangan yang faktor-faktornya kumpulan dari bilangan prim.

Atau dengan kata lain bilangan itu dapat kita uraikan atas faktor-faktor prim seperti :

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$9 = 3 \cdot 3$$
$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$$
$$840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5$$
$$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 23$$

Dengan demikian jelas bagi kita bahwa faktor-faktor itu adalah faktor pembagian. Apabila sebuah bilangan dapat dituliskan faktor - primnya, maka faktor itu disebut faktor pelengkap dari bilangan - itu.

Misalnya :

2.3.5 adalah faktor pelengkap dari 30

2.2.3.5.7 adalah faktor pelengkap dari 420

Faktor pelengkap itu sering digunakan untuk memudahkan suatu pecahan.

Misalnya :

I. $\frac{24}{36} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

Jadi bilangan terbesar yang dapat membagi 24 dan 36 adalah 12 sehingga pecahan itu dapat dimudahkan menjadi $\frac{2}{3}$.

II. $\frac{373}{390} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 31}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 31}{5 \cdot 13} = \frac{62}{65}$

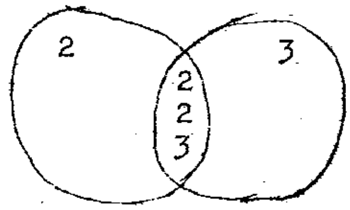
Pada contoh tersebut dapat pula kita katakan bahwa : Pembagi persekutuan terbesar dari 372 dan 390 adalah 2.3 atau 6.

Dari contoh-contoh diatas dapat kita simpulkan bahwa : PPB tersebut adalah <u>intersection</u> dari kedua faktor pelengkap pecahan itu

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ umpama set A

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ umpama set B

$A \cap B$, adalah $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

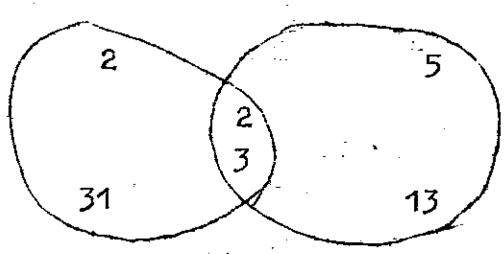


Jadi PPB dari 24 dan 36 adalah 12

$372 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 31$ set A

$390 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 15$ set. B

$A \cap B = 2 \cdot 3 = 6$



PPB dari 372 dan 390 adalah 6

Dengan mencari set bilangan pembagi juga dapat kita menentukan PPB

Misalnya :

30 dan 42

set pembagi tiga puluh = 1, 2 , 3 , 5 , 6 , 10 , 15 , 30

set pembagi empat puluh dua = 1 , 2 , 3 , 6, 7 , 14 , 21 , 42.

set persekutuan pembagi adalah 1 , 2 , 3 , 6.

Jadi PPB dari 30 dan 42 adalah 6.

Fasal 3. Kelipatan persekutuan terkecil.

Kalau kita hendak menjumlahkan sesuatu pecahan harus kita cari kelipatan persekutuan penyebutnya yang terkecil.

Seperti $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} =$

Kita tuliskan :

$$\frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

Bilangan 12 merupakan kelipatan persekutuan terkecil dari penyebut pecahan itu , karena 12 adalah bilangan yang terkecil yang habis - dibagi oleh tiga dan empat.

Penyebut persekutuan terkecil dari dua pecahan adalah keli - patan persekutuan dari kedua penyebutnya, seperti penyebut perse- kutuan terkecil dari pada $\frac{7}{10}$ dan $\frac{11}{60}$.

Pecahan itu dapat kita tuliskan dengan dengan menguraikan - penyebut kepada faktor pelengkap, seperti :

$$\frac{7}{90} = \frac{7}{2.5.3.3} \text{ dan } \frac{11}{60} \quad \frac{11}{2.2.3.5}$$

Kelipatan persekutuan terkecil dari 90 dan 60 adalah :

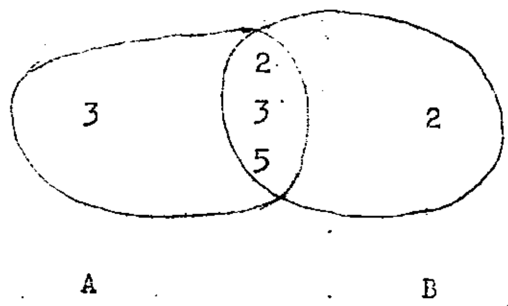
180 = 2 . 2 . 3 . 5 , sehingga pecahan itu menjadi :

$$\frac{7}{90} + \frac{11}{60} = \frac{7.2}{180} + \frac{11\,.\,3}{180} = \frac{47}{180}$$

Dari contoh-contoh diatas dapat pula kita ambil kesimpulan bahwa KPT adalah merupakan union dari kedua set faktor pelengkap kedua penyebut pecahan diatas.

$$90 = \{2,.5\ .3\ .3\} \quad \text{set A}$$
$$60 = \{2,.2\ .3.\ 5\} \quad \text{set B}$$

A $\cap$ B adalah 2 . 2 . 3 . 3 . 5 = 180



Contoh lain :

12 dan 18

12 = {2 . 2 . 3} set A
18 = {2 . 3 . 3} set B
A $\cup$ B = {2 . 2 . 3 . 3} = 36

Dengan menentukan set dari perkalian bilangan itu yang dapat untuk mencari KPT dari sepasangan bilangan, umpama : 6 dan 15 :
Set perkalian 6 = {6 . 12 . 18 . 24 . 30 . 36 . 42 ....}
Set perkalian 15 = {15. 30 . 45 . 60 . 75 . 90 . ...}
Set persekutuan perkaliannya adalah : {30 . 60 . 90. ....}
KPT dari 6 dan 15 adalah 30

Soal-soal

1. Tentukanlah bilangan-bilangan prim antara 50 dan 90.
2. Kenapa 1 tidak disebut bilangan prim.
3. Uraikanlah atas beberapa faktor prim dari :

a. 80 b. 325 c. 1700 d. 8778

4. Carilah KPT (Kelipatan persekutuan terkecil) dari:

a. 60 dan 126 b. 74 dan 102

c. 14 dan 42 dan 154 d. 30 dan 105 dan 40

e. 10, 105, 14 dan 15

Carilah PPB (Pembagi persekutuan terbesar)

a. 105 dan 180 b. 210 dan 385 c. 266 dan 151 d. 91 dan 95 e. 126 , 30 dan 105. 30 dan 105

f. 1540, 210, dan 1820 .

Bahan bacaan :

1. Keedy Mervin L, Number System, A. Modern Introduction, Addison Wesly (Canada) Limited, Don Hills, Ontario, 1965.

2. Keedy Mervin L, A Modern Introduction to Basic Mathematics, - Addison - Wesley Publishing Company, Inc, London 1963.

3. Clarkson Donald R and Hanson Rebert S, Understanding to day - Mathematics, The shoe String Press, Inc, Handen, Connecticut - 1964.

-0-

BAB IV

SET BILANGAN (SETS OF NUMBER)

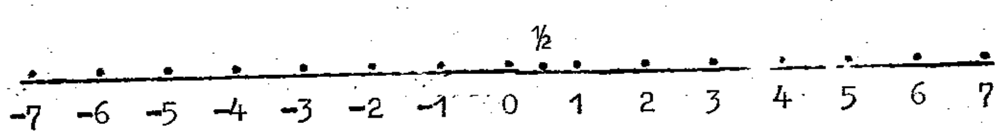
Fasal 1. Set Bilangan.

Meskipun teori set bersifat sangat umum, set-set yang penting yang kita temui dalam Ilmu Pasti elemnter ialah set dari bilangan-bilangan yang termasuk bagian-bagian sangat penting terutama sekali dalam analisa ialah set bilangan-bilangan nyata (real number) yang kita nyatakan dengan notasi R.

Dalam bab ini set (U) dari bilangan-bilangan (R) kita pandang sebagai set universal kembali bila bila dinyatakan sebaliknya. Pertama-tama kita akan meninjau kembali sifat-sifat permulaan dari bilangan-bilangan real sebelum kita memulaikan sifat-sifat dari teosi set kepada set bilangan-bilangan real serta sifat-sifatnya disebut sistim bilangan real (real number systim).

Fasal 2. Bilangan-bilangan real (Real number) = R.

Salah satu sifat bilangan real yang terpenting ialah bahwa bilangan-bilangan real yang terpenting ialah bahwa bilangan-bilangan real dapat dinyatakan dengan titik-titik pada sebuah garis lurus.



Gambar .-

Seperti terlihat pada gambar yang diatas kita pilih dengan sebuah titik sebagai titik pangkal untuk dinyatakan bilangan nol, dan sebuah titik lain biasanya sebelah kanan dari nol kita pilih untuk bilangan satu.

Maka terdapatlah suatu cara untuk memasangkan titik-titik pada garis lurus itu dengan bilangan-bilangan real. Setiap titik akan menyatakan sebuah bilangan real yang unik (Uniquc)dan setiap bilangan real akan dinyatakan pula oleh sebuah titik yang juga unik.
Garis ini disebut garis real (real line).
Berhubung dengan itu maka kita katakan titik dan bilangan dapat dipakai secara berganti-ganti.
Bilangan yang terletak sebelah kanan dari nol yakni positif (fositif number) dan bilangan yang terletak sebelah kiri dari nol disebut bilangan negatif (nigative number), bilangan nol sendiri tidak termasuk positif dan tidak pula negatif.

Fasal 3. Bilangan bulat (Integer)= I.

Bilangan-bilangan ialah bilangan-bilangan real ... -3, -2, -1 0, 1, 2, 3,........ . Bilangan bulat dinyatakan dengan huruf Z = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3......}.
Bilangan-bilangan bulat yang disebut "seluruh bilangan" (the whele numbers).
Salah satu sifat yang peting dari bilangan bulat ialah bahwa bilangan bulat bersifat tertutup (closed) dibawah operasi-operasi pen - jumlahan, perkalian dan pengurangan, yakni jumlah hasil kali dan selisih dari dua buah bilangan bulat juga bilangan bulat.

Perlu diperhatikan bahwa hsil bagi dau buah bilangan bulat pada umumnya tidak usah merupakan bilangan bulat (misalnya 3 dan 7, $\frac{3}{7}$), jadi bilangan-bilangan bulat tidak tertutup dibawah operasi pembagian.

Fasal 4. Bilangan-Bilangan Rasional (Rational Number) = Q.

Bilangan rasional ialah bilangan-bilangan nyata (real) yang dapat dinyatakan sebagai perbandingan dari dua buah bilangan bulat, set bilangan bulat rasional kita nyatakan dengan huruf Q, berhubung dengan itu :

$$Q = \{ x \,/\, x = p/q, \text{ dimana } p \quad z \quad \& \ q \quad z \}$$

Perlu diperhatikan bahwa setiap bilangan bulat juga merupakan bilangan rasional, karena misalnya :

5 = 5/1 , jadi z subset dari Q,

Bilangan rational bersifat closed tidak hanya dibawah operasi pembagian, kecuali bilangan nol. Dengan kata lain, jumlah hasil kali selisih dan hasil bagi (kecuali dengan nol) dari dua bilangan rasional juga merupakan bilangan rasional.

Fasal 5. Bilangan asli(Natural Number).

Set bilangan asli kita nyatakan dengan N, jadi :

$$N = \{1, \ 2, \ 3, \ \ldots\ldots\ldots\}$$

Bilangan-bilangan aslimerupakan sistem bilangan pertama yang dikenal diperkembangkan dan pada mulanya dipakai untuk menghitung Perhatikanlah hubungan-hubungan berikut diantara sistem bilangan yang tersebut diatas.

$$N \subset Z \subset Q \subset R$$

Bilangan-bilangan asli bersifat closed hanya dibawah operasi penjumlahan dan perkalian.

Selisih dan hasil bagi dua bilangan asli tidak perlu merupakan bilangan asli.

Fasal 6. Bilangan Prim (prime numbers).

Ialah bilangan asli p, (kecuali bilangan n satu (1) yang hanya dapat dibagi oleh satu dan p sendiri.

Beberapa bilangan Prime yang pertama ialah :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 dsb.

Persoalan Diskusi:

Fasal 1. sampai dengan fasal 6.

Pada soal dibawah ini misalkan R, Q, Q', Z, N, dan P masing-masing menyatakan bilangan-bilangan real, rasional, irrasional bulat asli dan prime.

Nyatakanlah apakah hal-hal tersebut dibawah ini benar atau tidak

1. $-7 \in N$

   Jawab :

   Tak benar, N hanya memuat bilangan bulat positif, -7 adalah negatif.

2. V 2 $\in$ Q'

   Jawab:

   Benar, V 2 tak dapat dinyatakan sebagai perbandingan dua bilangan bulat positif. Jadi V 2 bukan bilangan asli.

3. $4 \in Z$

   Jawab :

   Pada set bilangan bulat memuat keseluruhan bilangan positif dan negatif.

4. $9 \in P$

   Jawab :

   $9 \in P \longrightarrow$ tidak benar, 3 membagi 9 jadi 9 bukan prime

5. $3\pi \in Q$

   Jawab :

   Tak benar tak rasional begitu pula 3π.

6. $-6 \in Q$

   Jawab :

   Benar, bilangan rasional meliputi bilangan bulat. Juga $-6 = (\frac{-6}{1})$.

7. $11 \in P$

Jawab : Benar 11 tidak mempunyai pembagi lain kecuali 11 dan
Jadi 11 bilangan prime.

8. $\frac{1}{2} \in Z$

Jawab :

Tidak benar, $\frac{1}{2}$ bukan bilangan bulat.

9. $\sqrt{5} \in Q'$

Jawab:

Tidak benar $\sqrt{5}$ bukan bilangan real, karena itu khususnya bukanlah bilangan rasional.

10. $1 \in R$

Jawab:

Benar, 1 adalah bilangan real.

11. $\sqrt[3]{8} \in N$

Jawab :

Benar $\sqrt[3]{8} = 2$ adalah merupakan bilangan bulat positif.

12. $\sqrt{9/4} \in Q'$

Jawab :

Tidak benar $\sqrt{9/2} = 3/2$ adalah bilangan rasional.

13. $-Z \in Z$

Jawab :

Z adalah terdiri dari sebuah bilangan positif dan Negatif, Jadi pernyataan ini adalah benar :

14. $\pi^2 \in R$

Jawab :

Benar, π adalah bilangan real dan tentu juga π^2

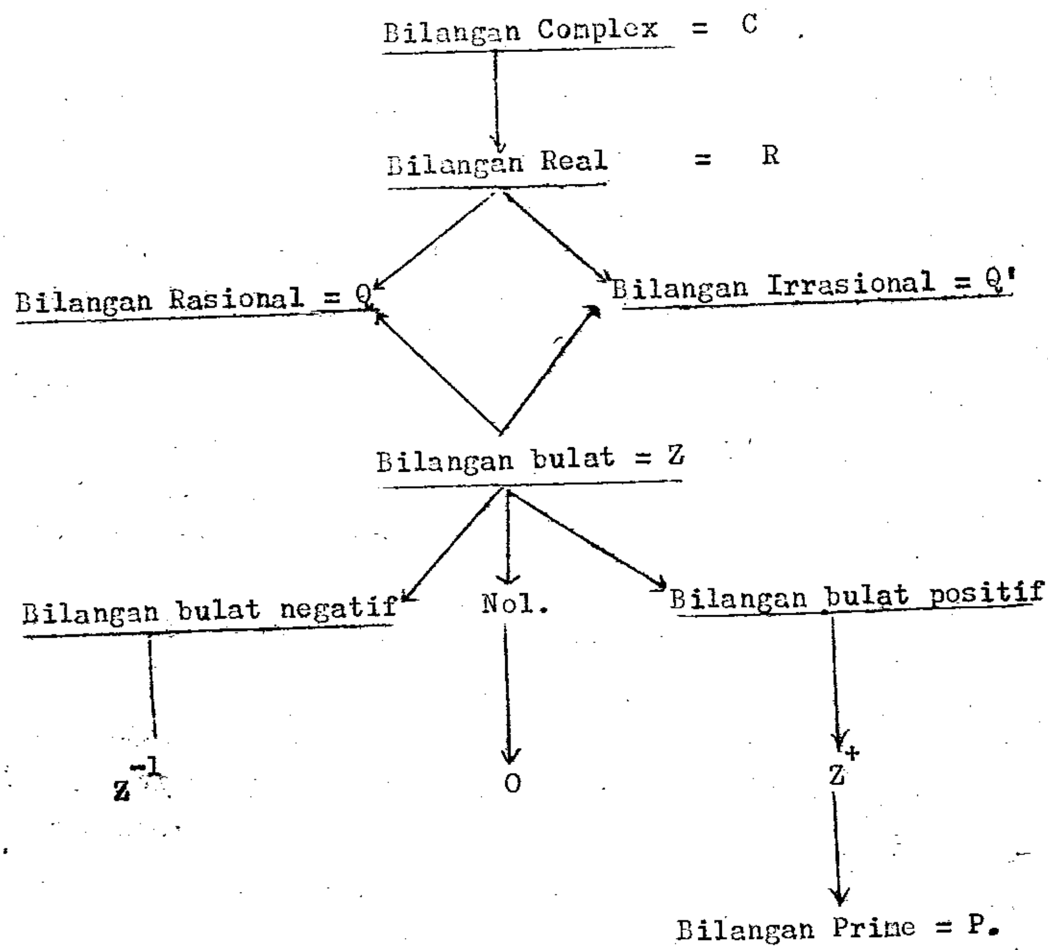
15. $\sqrt{-4} \in R$

Jawab :

Tak benar, karena $\sqrt{-4} = 21$ buku real.

Diagram garis dari sistim-sistim bilangan

(Line diagram of the number)



Pada lampiran diatas adalah merupakan diagram garis dari bermacam-macam bilangan yang telah kita bicarakan tadi (untuk lengkapnya diagram itu juga merupakan bilangan-bilangan komplex = C, yakni bilangan yang berbentuk a + b dimana a dan b real, perlu diingat bahwa set bilangan complex merupakan superset dari set bilangan-bilangan real.

$$C \supset R \supset Q \supset Z \supset P$$

Soal-soal Tambahan.

1. Termasuk kemanakah anggota berikut terhadap masing-masing set R, Q, Q', dan P

a. $-\frac{3}{4}$ b. 13 c. $\sqrt{-7}$

Jawab :

a. $-3/4 \in Q$ yaitu bilangan rasional, karena terdiri dari perbandingan dua bilangan bulat − 3 dan 4.
Juga. $-3/4 \subset R$ karena $Q \subset R$.

b. $13 \in P$ karena pembagi-pembagi dari 13 saja. 13 juga termasuk pada N, Z, Q, dan R karena P adalah subset daru masing masing set diatas.

c. $\sqrt{-7}$ bukan bilangan real, karena itu tidak termasuk pada salah sat set yang diberikan.

2. Misal $E = \{2, 4, 6, \ldots\}$ dan $F = \{1, 3, 5, \ldots\ldots\}$ apakah E dan F tertutup dibawah operasi penjumlahan dan perkalian ?

Jawab :

a. Jumlah dua bilangan genap adalah bilangan genap, jadi E tertutup dibawah operasi penjumlahan.

b. Hasil kali dua bilangan genap adalah bilangan genap, dan hasil kali dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil, jadi kedua set E dan F adalah tertutup dibawah operasi perkalian.

3. Isikanlah diantara pasangan-pasangan berikut notasi yang benar $<, >$ atau $=$.

a.	3	9	b.	−4	−8
c.	3^2	7	d.	−5	3
e.	3^2	9	f.	$-\pi$	$\pi/2$

Jawab : Kita tulis

$a < b$ jika $b - a$ positif
$a > b$ jika $b - a$ negatif
$a = b$ jika $b - a$ nol.

maka :

a. $3 > -9$ b. $-4 \quad -8$

b. $3^2 > 7$ d. $-5 \quad 3$

c. $3^2 = 9$ f. $-\pi \quad \pi/2$

4. Tuliskanlah kembali tanpa harga mutlak.

a. $x \quad 3$, b. $x - 2 \quad 5$

c. $2x + 3 \quad 7$

<u>Jawab.</u>

a. $-3 < x < 3$

b. $-5 < x - 2 < 5$ atau $-3 < x < 7$

c. $-7 < 2x + 2 < 7$ atau $-10 < 2x < 4$

5. Tulislah dengan memakai tanda mutlak :

a. $-2 < x < 6$

b. $4 < x < 10$

<u>Jawab:</u>

Pertama-tama ingatlah kita menuliskan kembali ketidaksamaan - itu sehingga sesuatu bilangan dan bilangan negatifnya terdapat pada ujung ketidak samaan itu.

a. Tambahkan 2 pada masing-masing ruas daru $-2 < x < 6$ maka terdapatlah $-4 < x - 2 < 4$ yang akivalent $|x - 2| < 1$

b. Tambahkan -7 pada masing-masing ruas dari $4 < x < 10$ maka terdapatlah $-3 < x - 7 < 3$yang akivalent $|x - 7| \quad 3$

Apakah pernyataan berikut :

a. Selalu benar.

b. Kadang-kadang benar.

c. Tidak benar benar sama sekali

1. Jika A terhingga, A terbatas.
2. Jika A subset dari -23 , 79 , A terhingga.
3. Jika A subset dari -27 , 79 , A tak terhingga.

Jawab :

1. Selalu benar.
2. Kadang-kadang benar.
3. Tidak benar.

Bahan bacaan.

1. Foster E. Groosnikele and Leo Y. Brueckner, Discovering Meanings in Arithmatic, Holt, Rine hart and Winston, New York 1959.
2. Youse Bevan K. Algebra and the Elementary Function, Dichenson Inc, belmont, California, 1966.
3. Donald R. Clarkson and Robert S. Hansen, Understanding To day's Mathematics, The shoe storing Press, Inc, Hamden, Cannecti ent 1964.
4. Drs. Rustam Nurdin, Metoda Pengajaran Matematika, FKIE-IKIP Padang 1972.
5. Walter B. Lafter II, Mathematics for General Education, Dicken - son Publishing Company, Inc, Belmont California 1968.
6. W.W. Sawyer, The Searc for Pattern, Penguin Books Ltd. Australia 1970.

-0-

BAB V

OPERASI DAN SIFAT-SIFAT OPERASI DALAM SET BILANGAN

Fasal 1. Desimal dari bilangan-bilangan real.

Setiap bilangan real dapat dinyatakan dengan sebuah pecahan (desimal yang tak berakhir/non terminating desimal). Menyatakan sebuah bilangan rasional p/q secara desimal dapat dilakukan dengan membagi pembilang p dengan penyebut q.
Jika pembagian itu berakhir seperti pada 3/8 = 0,375 maka kita dapat menulisnya sebagai 3/8 = 0,374999. Jika pembagian p oleh q tidak berakhir, maka telah diketahui bahwa sejumlah bilangan tertentu akan berulang secara terus menerus secara continu.

Misalnya 2/11 = 0,181818 ....

Sekarang kita nyatakan fakta yang utama yang berhubungan dengan desimal dan bilangan real. Bilangan-bilangan rasional dapat dinyatakan bilangan desimal dimana sejumlah bilangan tertentu diulang (berulang) secara kontinu, sedang bilangan irrasional dapat dinyatakan dengan pecahan desimal yang tidak berkesudahan.

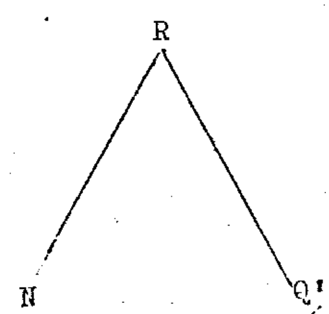
Contoh.:

1. Lukislah diagram garis, set bilangan-bilangan R, N, dan Q'.

   Penyelsaian :

   Kedua set N dan Q' adalah subset dari R. Namun demikian N dan Q tidak komparabel.

   Karena itu diagram garis itu sebagai disebelah :



Contoh :

2. Nyatakan apakah pernyataan berikut benar atau tidak a. $\pi \in Q$.

   Jawab:

   Tidak benar π tak rasional.

   b. $\sqrt{-3} \in R$.

   Jawab:

   Tak benar : $\sqrt{-3} = i\sqrt{3}$ bukanlah bilangan real.

   c. $-3 \in N$

   Jawab.

   Tak benar N hanya memuat bilangan bulat positif -7 = negatif.

Fasal 2.

Ketidak samaan.

Pengertian "urutan " (order) diperkenalkan didalam sistim bilangan real dengan sistim bilangan berikut :

Definisi :

Bilangan real a dikatakan lebih kecil dari bilangan real b, ditulis $a < b$ jika $b - a$ merupakan sebuah bilangan positif. Sifat sifat yang berikut mengenai hubungan $a < b$ dapat dibuktikan.

Misal : a, b dan c bilangan-bilangan real, maka berlaku :

P_1 (Properti)	$a < b$		$a = b$ atau $b < a$
P_2 jika	$a < b$		$a < c$ $a < c$
P_3 jika	$a < b$	&	c pos $\longrightarrow a + c < bc$
P_4 jika	$a < b$	&	c pos $\longrightarrow ac < bc$
P_5 jika	$a < b$	&	c neg $\longrightarrow bc < ac$

Secara ilmu ukur jika $a < b$ maka garis pada real titik a terletak sebelah kiri dari b.

$a < b$ juga kita nyatakan sebagai a kecil dari b.

$b > a$ dan kita baca b lebih besar dari a.

$a < b$ (a is less them b)

$b > a$ (b is greater them a.)

$a \leq b$ (a atau $b \geq a$ jika

$a < b$ atau $a = b$ yakni jika a tidak lebih besar dari

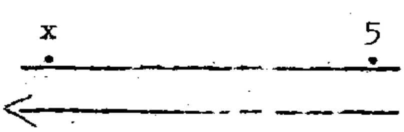
a (a is not greater them b).

Contoh

1 - 1 $2 < 5$, $-6 \leq -3$ dan $4 \leq 4$,

5 -8.

1 - 2 notasi x 5 berarti x merupakan bilangan real yang lebih cil dari 5 jadi x terletak sebelah kiri dari pada garis real.



Catatan :

2 - 1 Perlu kita perhatikan bahwa pengertian urutan jika $a \leq b$ - didefinisikan dengan memakaikan pengertian-pengertian bilangan-bilangan positif. Sifat dasar dari bilangan-bilangan positif yang dipakai untuk membuktikan hubungan a b ialah bahwa bilangan positif bersifat tertutup (Closet) - dibawah operasi penjumlahan atau perkalian; tapi pula faktor terakhir ini dihubungkan dengan baik sekali bersifat closet dibawah operasi-operasi penjumlahan atau perkalian.

2 - 2 Pernyataan yang berikut adalah benar bila a, b dan c bilangan-bilangan real.

1. $a \leq a$
2. $a \leq b$ & $b \leq a$ $\quad a = b$
3. $a \leq b$ & $b \leq c$ $\quad a \leq c$

Fasal 3.

Harga Mutlak (absolute value).

Harga mutlak dari sebuah bilangan real x yang dinyatakan oleh / x / didefinisikan dengan rumus :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika} \quad x \geqslant 0 \\ -x & \text{jika} \quad x < 0 \end{cases}$$

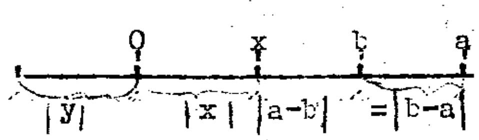
yakni jika positif atau nol maka harga mutlak :

$$x = x \quad (\quad |x| = x)$$

jika x negatif $|x| = -x$.

Akibatnya harga mutlak dari sesuatu bilangan yang bukan negatif, dengan kata lain $|x| \geqslant 0$ untuk setiap $x \in z$.

Secara ilmu ukur harga mutlak x adalah jarak dari titik x pada garis terhadap titik pangkat, yakni titik nol.



selanjutnya jarak antara 2 titik (2 bilangan real) a dan b : ialah $|a - b| = |b - a|$.

Contoh :

$2 - 1| - 2| = 2\ |7| = 7$; $-\pi| = \pi$

$|3 - 8| = |-5| = 5$ $|-3 -4| = -|-7| = 7.$

$|8 - 3| = |5| = 5$

2 _ 2 Pernyataan $|x| < 5$ dapat diartikan bahwa jarak x ketitik, - pangkal kurang dari 5. Jadi x harus terletak antara - 5 dan 5 dengan kata lian $|x| < 5$ dan $-5 < x < 5$ mempunyai arti identik sedemikian pula.

$|x| \leq$ dan $-5 \leq x \leq 5$

Fasal 4 <u>Interval.</u>

Perhatikan set-set bilangan-bilangan yang berikut :

$$A_1 = \{ x \;/\; 2 < x < 5 \}$$
$$A_2 = \{ x \;/\; 2 \leq x \leq 5 \}$$
$$A_3 = \{ x \;/\; 2 < x \leq 5 \}$$
$$A_4 = \{ x \;/\; 2 \leq x < 5 \}$$

Keempat set diatas hanya mengandung titik-titik yang terletak antara 2 dan 5 dengan kemungkinan perkalian titik-titik dan / atau 5. Set-set ini kita sebut interval-interval dengan 2 dan 5 sebagai titik ujung dari masing-masing interval.

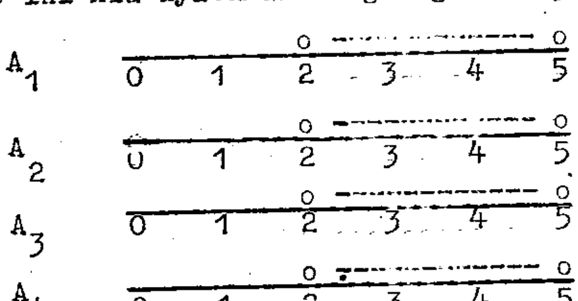
A_1 disebut interval terbuka (open interval) karena interval tersebut tidak mengadung kedua titik ujung.

A_2 disebut interval tertutup karena kedua titik ujung termasuk interval tersebut (Closet interval).

A_3 disebut interval terbuka tertutup (open closet)

A_4 disebut interval tertutup terbuka (Closet open)

Set ini kia nyatakan dengan gambar pada garis real sebagai berikut.



Perlu kita perhatikan bahwa setiap diagram diatas titik ujung 2 dan 5 kita lingkari dari sigmen garis antara kedua titik unjung itu kita tebalkan.
Jika sebuah interval mengandung sebuah titik ujung, hal ini kita nyatakan dengan menggelapkan lingkaran titik ujung tersebut.

Oleh karena manakah interval sering kita temui dalam ilmu - pasti, maka notasi yang lebih pendek terasa sangat diperlukan untuk menyatakan interval. Secara spacifik interval-interval tersebut diatas kita tulis dengan notasi berikut :

$A_1 = (2,5)$ $\qquad$ $A_2 = [2, 5]$

$A_3 = (2,5]$ $\qquad$ $A_4 = [2, 5]$

Perlu kita perhatikan bahwa kurung biasa (pren thesis) dipakai - untuk menyatakan titik unjung terbuka, yakni titik ujung yang tidak termasuk interval itu dan kurung siku (brocket) dipakai untuk menyatakan titik ujung tertutup.

1. Sifat-sifat Interval.

Misalkan 1 adalah famili semua interval pada garis real. kedalam I ini kita masukkan juga set nol (Q) dan n titik-titik tunggal a yang dapat terpandang sebagai interval antara a dan a, maka interval tersebut mempunyai sifat-sifat sebagai beri - kut :

1. Intersection dari 2 buah interval adalah merupakan sebuah interval juga.

   $A \in I, \quad B \in I \rightarrow A \cap B \in I$

2. Union dari 2 interval yang tidak disjoint merupakan sebuah interval.

   $A \in I, \quad B \in I, \quad A \cap B \neq \emptyset \longrightarrow A \cup B \in I$

3. Selisih dari 2 interval yang tidak komparabel adalah - merupakan sebuah interval yakni :

$A \subseteq I, \qquad B \subseteq I \qquad A \not\subset B$

$B \subset A \longrightarrow A - B \subseteq I$

Contoh :

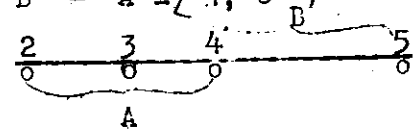
Misalkan $A = [2, 4]$, $B = (3, 8)$

$A \cap B = (3 , 4)$

$A \cup B = [2,8]$

$A - B = [2, 3]$

$B - A = [4, 8]$



2. Interval tak terhingga (infinite-interval).

Set dalm bentuk yang berikut

$A = \{ x \ / \ x > 1 \}$

$B = \{ x \ / \ x \geq 2 \}$

$C = \{ x \ / \ x < 3 \}$

$D = \{ x \ / \ x \leq 4 \}$

$E = \{ x \ / \ x \in R \}$

Disebut interval tak terhingga (infinitif-interval) dan dinyatakan dengan notasi).

$A = (1, \infty)$

$B = ([2, \infty)$

$C = (-\infty, 3)$

$D = (-\infty, 4)$

$E = (-\infty, +\infty)$

Interval tak terhingga ini dinyatakan pada garis real 1 sebagai berikut :

A −1 0 1 2 3 4 5

B −1 0 1 2 3 4 5

C −1 0 1 2 3 4 5

D −1 0 1 2 3 4 5

E −1 0 1 2 3 4 5

Soal-soal.

1. Lukiskan pemecahan set bilangan yang memenuhi pernyataan dibawah ini dengan sebuah garis bilangan :

   a. $|x| < 6$ b. $|x| \geq 3$ c. $x - 5 < 7$

   d. $3x - 5 < 13$ e. $x + 3 \geq 6$ f. $5x + 7 \geq 2$

2. Buktikan jika a dan b adalah bialangan real, maka

$$|a| \quad |b| = |ab|$$

3. Buktikan jika a dan b adalah bilangan real, dan $b \neq 0$ maka

$$|a| \quad |b| = |a/b| .$$

4. Jika $a < c < b$ dan $a < d < b$ maka $|c - d| < b - a|$
5. Hitunglah harha x yang memenuhi himpunan bilangan dibawah ini :
   a. $|x + 4| = 7$
   b. $|5x - 17| = 13$
   c. $|3x + 11| = 4$
   d. $|x + 1| + x| = 7$
   e. $|x + 1| + |x| > 3$
   f. $|2x + 3| - |3x + 1| = 15$
   g. $|3 - x| + |2x + 3| < 2$

h. $|3x - 2| + |3x + 1| = 3$

i. $|2x - 1| + |3x + 5| > 14$

j. $|x + 1|\,|x - 3| = 2$

k. $|x^2 + 4| + |x^2 + 9| > 10$

Bahan bacaan :

1. Youse Bovan K. Algebra and the Elementary Functions, Dickeuson Publishing Company, Inc, Belmont, California 1966.
2. Keedy Mervin L. Number System A Modern Introduction, Addison Wesley Publishing Company, Inc, Reading, Massachusett, USA, 1966.
3. Keedy Mervin L. A. Modern Indtroduction to Basic, Mathematics, Addison Wesley Publishing Company, Inc, Reading, Massachusetts USA 1963.
4. Andre L. Yaudle, Introduction to University Mathematics, Dickenon Publishing Company, Inc, Belmont, California 1967.

-0-

BAB VI

F U N G S I

Fasal 1

Difinisi Fungsi.

1. Misalkan bahwa setiap umur dalam set A, ditentukan sebuah unsur yang unik dalam set B dengan sesuatu cara tertentu. Penetapan yang demikian kita sebut fungsi. Jika kita misalkan f menyatakan penetapan tersebut, maka kita tulis umpamanya.

   $f(- 3) = 9$ atau $f (-3)$

2. Misalkan terhadap semua negara didunia f menentukan ibukota negara itu :

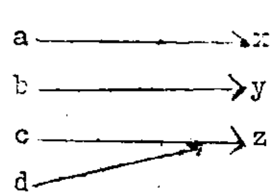
   Disini Domain dari A adalah set dari negara-negara didunia. Bayangan negara Perancis misalnya adalah Paris, yakni f (perancis) = Paris.

3. Misalkan $A = \{-1 , 1\}$. Misalkan terhadap setiap bilangan rasional dalam set R, f menentukan bilangan satu dan terhadap bilangan irrasional dalam R menntukan bilangan -1 .

   Maka dalam hal ini, $f : A \longrightarrow R$ A dari f dapat kita definisikan dengan ringkas dan jelas, sebagai berikut :

$$f(x) \begin{cases} = 1 \text{ jika } x \text{ rasional} \\ = -1 \text{ jika } x \text{ irrasional} \end{cases}$$

4. Misalkan $A = \{a, b, c, d,\}$ dan $B = \{x, y, z\}$ maka kita dapat mendefinisikan fungsi A ke B dengan memakai diagram, misalnya sebagai berikut :



Perlu diperhatikan, bahwa fungsi-fungsi dari contoh-contoh diatas didefinisikan dengan rumus-rumus tertentu. Tetapi ini tidak perlu selalu seperti terlihat dalam contoh-contoh lainnya. Peraturan-peraturan korespondensi yang mendefinisikan fungsi-fungsi dapat berupa diagram seperti contoh 4) dan dapat pula bersifat geografis seperti contoh 2).

Fasal 2. <u>Pemetaan, operator dan transformasi.</u>

Jika A dan B adalah set-set yang bersifat umum, tidak perlu elemennya merupakan set dari bilangan-bilangan, maka sebagai fungsi $f : A \dashrightarrow B$ disebut juga " pemetaan " dari A ke B dan notasinya adalah :

$f \; : \; A \longrightarrow B$ Notasi Pemetaan.

dalam hal ini dibaca f memetakan A ke B. Kita dapat pula menyatakan sebuah mapping atau fungsi dari A ke B dengan notasi :

$$A \xrightarrow{\quad f \quad} B$$

atau dengan diagram : Notasi Mapping

$$A \xrightarrow{\qquad\qquad f \qquad\qquad} B$$

Jika Domain dan Co- domain dari suatu fungsi f merupakan set yang sama misalnya :

$$f \; : \; A \longrightarrow A$$

Maka dalam hal ini, f disebut juga operator atau transformasi pada A, sebagaimana akan terlihat kemudian, operator merupakan masalah-masalah fungsi khusus yang penting.

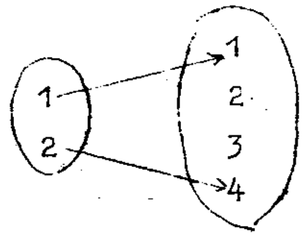
Fasal 3.

Kesamaan Fungsi.

Jika F dan G adalah fungsi-fungsi yang didefinisikan pada domain yang sama D dan jika f (a) = g (a) untuk setiap a$\in$D, maka fungsi-fungsi f dan g sama dan kita tulis f = g.

Contoh :

1. Misalkan f(x) ; x ——→x² dimana x adalah bilangan real. Misalkan g(x) = x² dimana x adalah bilangan komplexs. Maka fungsi f tidak sama dengan fungsi g karena, mempunyai domain yang berada.
2. Misalkan fungsi f didefinisikan dengan diagram yang berikut :



Misalkan fungsi f didefinisikan dengan g (x) = x², dimana domain dari g adalah set {1, 2}

Maka f = g, karena kedua-duanya mempunyai domian yang sama, dan f dan g menentukan bayangan yang sama terhadap setiap umur didalam domian itu.

3. Misalkan f : R——→R , dan g : R———→ R

f didefinisikan dengan f (x) = x² dan g(x) = y²

Maka f dan g adalah fungsi yang sama, yakni f = g.

Perlu diperhatikan bahwa x dan y merupakan variabel-variabel yang domain tidak mengalami perobahan walaupun x dan y diganti dalam rumus-rumus yang mendefinisikan fungsi-fungsi itu.

4. Misalkan fungsi-fungsi f_1 , f_2 , f_3 , f_4 dan R ke R didefinisikan dengan :

a). $f_1(x) = x^2$

b). $f_2(x) = y^2$

c). $f_3(x) = z^2$

d). f_4 menetapkan setiap bilangan real, kwadrat bilangan itu.

Fungsi-fungsi manakah yang sama ?

Penyelesaiannya:

Semua fungs-fungsi diatas sama satu sama lain. Huruf-huruf - yang dipakai secara variabel yang domain. Setiap fungsi menetapkan bilangan yang sama, terhadap setiap bilangan real.

Fasal 4.

Range dari sebuah fungsi.

Misalkan f sebuah fungsi dari A ke B. Setiap unsur dari B tidak perlu merupakan bayangan dari sesuatu unsur A. Range dari fungsi f kita definisikan sebagaimana pula dari unsur-unsur B yang semua merupakan bayangan dari sekurang-kurangnya satu unsur dari A.

Range dari $f : A \longrightarrow B$ kita nyatakan dengan f(A).

Perlu diperhatikan, bahwa f(A) adalah subset dari B, yakni :

$$f(A) \subset B$$

Contoh :

1. Misalkan fungsi $f : R \longrightarrow R$, didefinisikan dengan rumus rumus $f(x) = 0$. Kama range dari f, terdiri dari bilangan real positif dan nol.

2. Diketahui A = a, b, c, d, dan B = a, b, c,

   Misalkan $f : A \longrightarrow B$

   Maka f (A) = b, c.

Fasal 5.

Fungsi satu-satu.

Misalkan f menyatakan pemetaan A ke B. Maka f disebut fungsi satu-satu, jika unsur-unsur yang berbeda pula dari A dengan perkataan lain jika tidak ada dua unsur A yang berbeda, mempunyai bayangan yang sama. Untuk lebih jelasnya $f : A' \longrightarrow B$ adalah fungsi satu-satu jika $f(a) - f(a')$ mengakibatkan $a = a'$ atau secara - akivalen, $a \neq a'$ mengakibatkan $f(a) \neq f(a')$.

Contoh : 1. Misalkan fungsi $f : R \longrightarrow R$ didefinisikan dengan rumus $f(x) = x^2$. Maka f bukanlah fungsi satu-satu, karena bayangan dari dua bilangan real yang berbeda, 2 dan -2 dalam hal ini merupakan bilangan yang sama, = yaitu 4.

2. Misalkan fungsi $f : R \longrightarrow R$ didefinisikan dengan rumus $f(x) = x^3$, Maka f adalah fungsi satu-satu karena pangkat dari dua bilangan real yang berbeda yang merupakan bilangan real yang berbeda.

3. Misalkan $x = \{-1, 1\} = \{x / -1\ x\ 1\}$ $B = 1,3$ dan $c = -3,-3$. Misalkan pula fungsi-fungsi f_1 $f_1 : A \longrightarrow R$, $f_2 : B \longrightarrow R$, $f_3 : C \longrightarrow R$, didefinisikan dengan aturan berikut terhadap setiap bilangan, ditetapkan bilangan kwadrat pada Codomain. Fungsi-fungsi manakah yang merupakan fungsi satu-satu.

Penjelasan:

Fungsi $f_1 : A \longrightarrow R$, bukan fungsi satu-satu, karena $f(½) = f(-½)$ yakni kedua bilangan yang berbeda pada domain diterima terhadap - bilangan yang sama. Fungsi $f_2 : B \longrightarrow R$ adalah satu-satu karena kwadrat dari bilangan-bilangan positif berbeda, tidaklah sama. Fungsi $f_3 : C \longrightarrow R$ satu-satu karena kwadrat bilangan negatif yang berlainan tidaklah sama.

4. Tentukanlah suatu interval terbesar D dimana rumus $f(x) = x^2$ mendifinisikan fungsi satu-satu.

Penyelesaian :

Dalam interval D hanya mengandung bilangan-bilangan positif atau negatif saja, tetapi tidak kedua-duanya, fungsi itu satu-satu.

Fasal 6.

Fungsi On - to (surjective).

Misalkan f adalah suatu fungsi dari A ke B . Maka fungsi f(A) dari fungsi f adalah subset dari B.

Yakni f(A) B. Jika f(A) = B, yakni jika setiap unsur dari B merupakan bayangan dari R sekurang-kurangnya satu unsur dari A maka kita katakan " f adalah fungsi dari A on-to B" atau " f menentukan A on-to B " atau"f adalah satuan fungsi yang sama " atau " f adalah fungsi dari A ke B yang on-to ".

Contoh :

1. Misalkan fungsi f ; A ------> R didefinisikan dengan rumus f(x) ------> x^2 , maka f bukanlah satu fungsi yang on-to karena bilangan-bilangan negatif tidak merupakan f, yakni tidak bilangan negatif yang merupakan kwadrat dari bilangan real.
2. Misalkan f : A ------> R, dimana A = a, b, c, d dan B= a, b,

   Oleh karena f (A) = b, c dan B diketahui, maka range dari f telah sama dengan Co-domain dari f bukanlah satu fungsi yang satu.
3. Misalkan fungsi f : A -----> B. Tentukanlah f (A) yakni range dari fungsi f, jika f adalah suatu fungsi on-to.

Fasal 7.

Fungsi Satuan.

Misalkan A adalah sesuatu set. Dan f : A ------> A didefinisikan dengan rumus f(x) = x. Yakni f adalah fungsi yang menentukan - bayangan setiap unsur dari A adalah unsur itu sendiri, maka f disebut fungsi satuan atau transformasi satuan pada set A. Fungsi - ini sering juga dinyatakan dengan notasi.

$$I \text{ atau } I_A$$

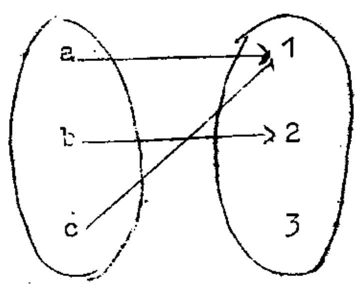
Yakni $I(a) = a$ atau $I_a(a) = a$

Fasal 8.

Fungsi-fungsi yang konstan.

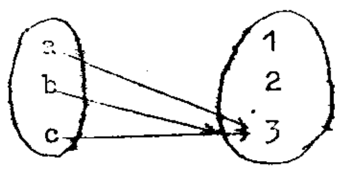
Fungsi dari A ke B disebut fungsi konstan, jika unsur b B yang mana ditetapkan untuk setiap unsur dari A dengan perkataan - lain f : A ----> B adalah fungsi konstan, jika range dari fungsi f, hanya terdiri dari satu unsur saja.

Contoh : 1. Misalkan fungsi f didefinisikan dengan diagaram berikut:



Maka f bukanlah suatu fungsi konstan, karena range dari fungsi f mengandung lebih dari satu unsur yakni 1 dan 2.

2. Misalkan fungsi didefinisikan dengan diagram berikut:



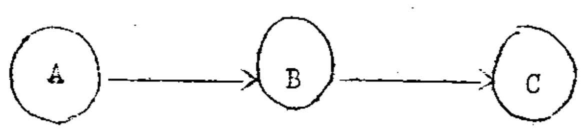
Maka f adalah suatu fungsi konstan karena 3 ditetapkan untuk setiap unsur di A.

3. Misalkan fungsi f : R------→R didefinisikan dengan rumus f(x) = 5. Maka f adalah fungsi yang konstan karena tiga - ditetapkan untuk setiap unsur dari dari set bilangan R .
4. Dapatkah sesuatu fungsi konstan merupakan fungsi satu-satu Jika domain suatu fungsi mempunyai satu unsur tunggal, - fungsi itu akan merupakan fungsi konstan dan juga satu - satu.

Fasal 9.

Fungsi Prodak.

Misalkan f adalah suatu fungsi dari A ke B dan misalkan g adalah suatu fungsi dari B, yakni Co-domain dari fungsi f ke C. Fungsi tersebut kita gamabarkan sebagai berikut :



Misalkan a ∈ A. Maka bayangannya yaitu f (a) terletak di B yang merupakan domain dari g. Berhubung dengan itu, kita dapat - mengemukakan bayangan dari f(a) dibawah mapping g, yakni kita - dapat menentukan.

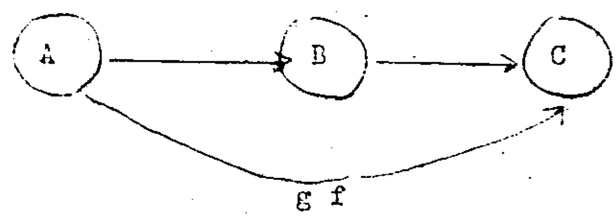
$$g \quad f (a)$$

Jadi kita mempunyai sebuah aturan yang menetapkan sesuatu unsur yang bersangkutan yakni $\{g\ \{f(a)\}$ untuk setiap unsur a A . Dengan perkataan lain kita mempunyai sebuah fungsi yang langsung dari A ke C.

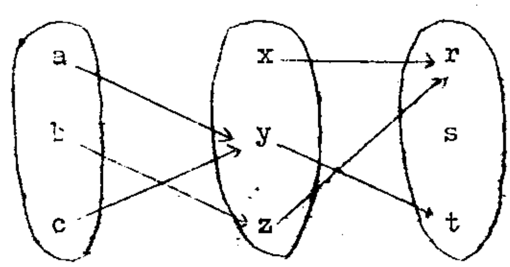
Fungsi yang baru ini disebut fungsi prodak atau fungsi gabungan dari f dan g dinyatakan dengan notasi.

$g = f$ atau gf

Ringkasnya jika $f (A) \longrightarrow B$ dan $g : B \longrightarrow C$, maka kita definisikan fungsi $(g.f) : A \longrightarrow C$ dengan $(g,f)(a) = g\, f (a)$.
Disini tanda berarti "sama"
Dengan demikian diagram tadi dapat kita lengkapkan sebagai berikut :



Contoh : 1. Misalkan $f : A \quad B$ dan $g ; B \quad C$ didefinisikan dengan diagram :



Maka menurut definisi $(g.f) : A \dashrightarrow C$, kita hitung sebagai berikut :

$$(g.f) \ (a) \equiv g(f(a)) = g\ (y) = t$$
$$(g.f) \ (b) \equiv g(f(b)) = g\ (z) = r$$
$$(g.f) \ (c) \equiv g(f(c)) = g\ (y) = t$$

Perlu diperhatikan bahwa fungsi (g.f) adalah eqivalent dengan mengikuti tanda panah dari A ke C dalam diagram fungsi f dan g.

2. Untuk setiap bilangan real misalkan f menetapkan bilangan kwadratnya yakni $f(x) \quad x^2$. Untuk setiap bilangan real misalnya g menetapkan bilangan itu ditambah 3. yakni misalkan $g(x) = x + 3$, maka kita hitung :

   $(g.f)(z) = g(f(z)) = g(4) = 4 + 3 = 7$

   $(f.g)(z) = f(g(z)) = f(5) = 25.$

Perlu diperhatikan bahwa fungsi tersebut diatas dapat kita tetapkan rumus umum sebagai berikut :

$$(g.f)(x) \equiv g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 3$$
$$(f.g)(x) \equiv f(g(x)) = f(x+3) = x^2 + 6x + 9.$$

Catatan :

Misalkan $f : A \longrightarrow B$, maka $I_B \, , f = f$ dan
$f \, . \, I_B = f$

Yakni prodak dari sesuatu fungsi dan fungsi satuan, adalah fungsi itu sendiri.

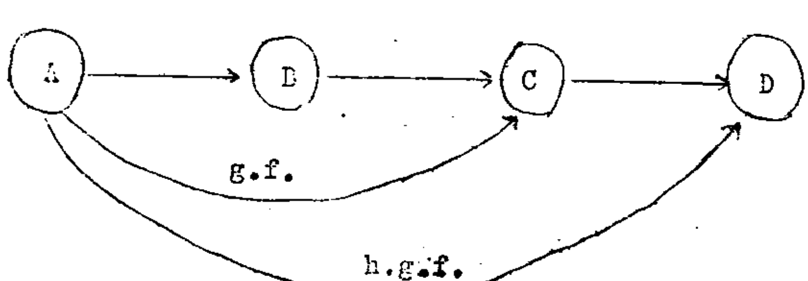
Fasal 17

Sifat Assosiatif dari fungsi Prodak.

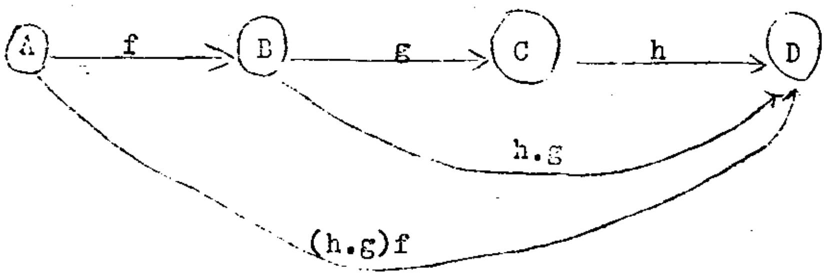
Misalkan fungsi $f : A \longrightarrow B$, $g : B \longrightarrow C$

$h : C \longrightarrow D$. Maka dari gambar dibawah terlihat bentuk fungsi prodak :

$(g.f) : A \longrightarrow C$ dan $h(g.f) + A \longrightarrow D$



Demikian pula sebagai terlihat pada gambar dibawah ini dapat kita bentuk fungsu prodak (h.g.) : B ------ D dan h.g : A -------- D



kedua-duanya yakni h. g. : B ------> D dan (h.g.) f : A-----> D adalah fungsu daru A ke D

Sebuah dalil utama mengenai fungsi menyatakan bahwa kedua fungsi tersebut sama, khususnya :

Dalil 3 - 1

Misalnya f : A ------> B, g : B ------> C , h : C ----------> D.

maka :

$(h.g).f = h (g.f)$

Berhubung dengan dalil sebelumnya dapatlah kita tulis

$(h.g)f$; A -----> B tanpa pemakaian tanda kurung.

Fasal 11.

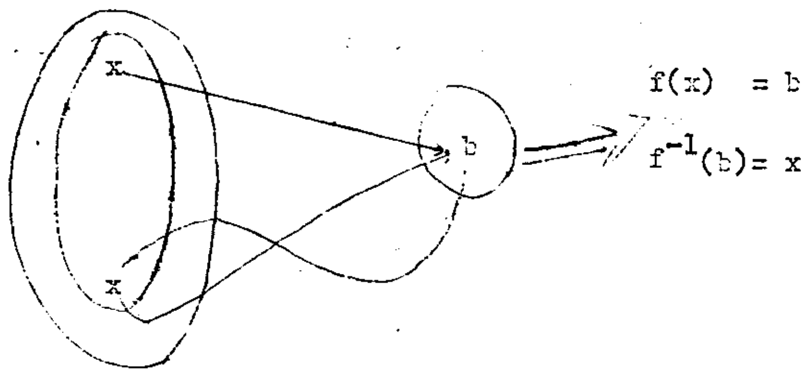
Invers dari sesuatu fungsu.

Misalkan f adalah sesuatu fungsi dari A ke B dan misalkan B B, maka h yang dinyatakan dengan $f^{-1}(b)$, terdiri dari unsur-unsur di A yang mempunyai b sebagai bayangan.

Ringkasnya jika f : A -----> B, maka :

$$f^{-1}(b) = \{ x / x A, f(x) = b \}$$

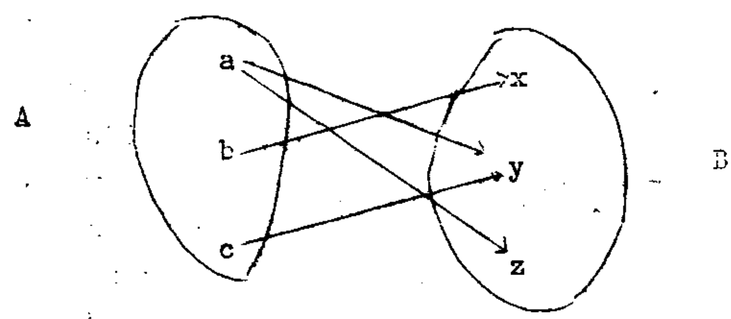
dengan perkataan lain $f^{-1}(b)$ ialah set dari semua unsur x sehingga $f(x) = b$



Perlu diperhatikan bahwa $f^{-1}(b)$ selalu merupakan subset dari A - dengan "f invers ".

Contoh :

1. Misalkan fungsi f : A ------ B, didefinisikan dengan - diagram :



Maka $f^{-1}(x) = \{b, c\}$ karena b dan c keduanya mempunyai x sebagai titik bayangan. Demikian pula : $f^{-1}(y) = \{a\}$ Karena hanyalah a yang dipetakan kepada y. Invers dari unsur z, yakni $f^{-1}(z)$ adalah set kosong $\emptyset$, karena tidak ada unsur-unsur dari A yang dipetakan kepada z.

2. Misalkan f adalah fungsi dari bilangan kompleks, yakni f : C -------> C , dimana f didefinisikan dengan rumus f (x) = x^2, maka $f^{-1}(-3) = \{i\sqrt{3}\ ,\ -i\sqrt{3}\}$ karena kwadrat dari masing-masing bilangan itu adalah -3, dengan perkataan lain,

$f(x) / i \vee 3) = -3$

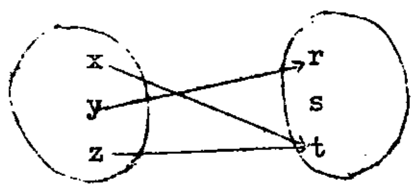
Sekarang kita luaskan definisi dari invers sebuah fungsi. Misalkan $f : A \longrightarrow B$ dan misalkan D merupakan subset dari B, yakni $D \subseteq B$. Maka invers dari D dibawah mapping f yang menyatakan dengan $f^{-1}(D)$ terdiri dari unsur-unsur di A yang dipetakan kepada sesuatu unsur di D secara On - to.

Ringkasnya :

$$f^{-1}(D) \longrightarrow \{ X / X \in A,\ f(X),\ (X) \in D \}$$

Contoh :

1. Misalkan fungsi $f : A \longrightarrow B$ didefinisikan dengan diagram :



Maka $f^{-1}\{r, s\} = y$, karena hanyalah y saja yang dipetakan kepada x r atau s

Demikian pula $f^{-1}(\{r, t\}) = \{x, y, z\} = A$, karena setiap unsur di A mempunyai r atau t sebagai bayangannya.

2. Misalkan $f : R \longrightarrow R$ didefinisikan dengan rumus :

$f(x) = x^2$ dan misalkan $D = [4, 9] = x / 4 \leqslant x \leqslant 9$.

Maka : $f^{-1}(D) = \{ x / -3 \leqslant x \leqslant -2 \}$ atau $\{ 2 \leqslant x \leqslant 3 \}$.

3. Misalkan $f : A \longrightarrow B$ dan misalkan f mempunyai fungsi invers $f^{-1} : B \longrightarrow A$ Nyatakanlah oleh dua sifat yang dipunyai fungsi f.

Fungsi f harus mempunyai dua sifat yaitu satu-satu dan on-to.

Fasal 12.

Fungsi Invers.

Misalkan f merupakan suatu fungsi dari A ke B. Pada umumnya $f^{-1}(b)$ dapat terdiri dari satu dan lebih dari satu unsur malahan boleh merupakan set kosong $\emptyset$.

Sekarang jika $f : A \longrightarrow B$ merupakan fungsi satu-satu, on-to, maka untuk setiap unsur $b \in B$, invers dari $f^{-1}(b)$ akan terdiri dari suat suatu unsur tunggal di A.

Karena itu ia mempunyai suatu cara yang menetapkan terhadap setiap $b \in B$, suatu unsur $f^{-1}(b)$ yang unik di A.

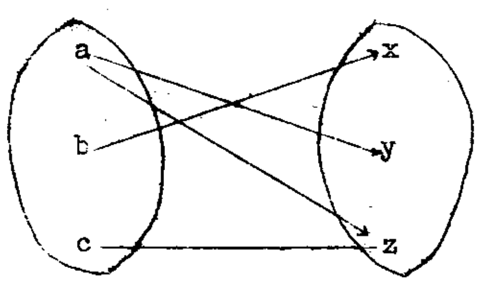
Sesuai dengan itu f^{-1} adalah suatu fungsi dari B ke A dapat kita - tulis :

$$f^{-1}\ B \longrightarrow A$$

Dalam hal ini bila $f : A \longrightarrow B$ adalah fungsi satu-satu dan on-to kita katakan f^{-1} adalah fungsi invers dari f.

Diskusi dan contoh :

1. Misalkan fungsi $f : A \longrightarrow B$, didefinisikan dengan diagram :



Perlu diperhatikan bahwa f adalah satu-satu dan on-to. Oleh karena itu fungsi Invers f^{-1} jika ada ditanyakan f^{-1} $B \longrightarrow A$ dengan diagram :

Dalil 3 - 2.

Misalkan fungsi $f : A \longrightarrow B$, adalah satu-satu dan on-to yakni fungsi invers $f^{-1}B$ ---- A ada. Maka fungsi prodak $(f^{-1}.f\ )$ $: A \longrightarrow A$ adalah fungsi satuan pada A dan fungsi prodak. $(f.f^{-1}) : B \longrightarrow B$ adalah fungsi satuan pada B.

Dalil 3 - 3.

Misalkan $f : A \longrightarrow B$ dan $g : B \longrightarrow A$. Maka g adalah fungsi invers dari f, yakni $g = f^{-1}$

Jika fungsi prodak $(g.f) : A \longrightarrow A$ adalah fungsi satuan pada - A dan (f.f) : B adalah fungsi satuan pada B.

Kedua syarat-syarat itu adalah perlu dalam 3 - 3 seperti akan kita lihat dari

Contoh : 1. Misalkan A = x,y dan B=a, b, c,

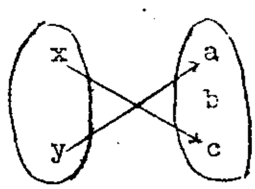
Misalkan $f : A$ ---- B, dan $g : B \longrightarrow A$, maka adalah fungsi invers.

Definisikanlah suatu fungsi $f : A \longrightarrow B$ dengan - diagram (a) dibawah ini, kemudian definisikan suatu fungsi $: B \longrightarrow A$ dengan diagram (b). Kita hitung : $f : A \longrightarrow A$.

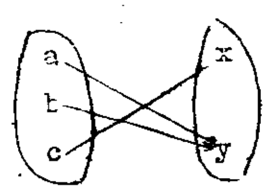
$(g.f)\ (x) = g(f(x)\ ) = g\ (\ c\ ) = x$

$(g.f)\ (y) = g(fy) \quad = g(\ a\ ) \ = y$

Oleh karena itu fungsi prodak (g.f) adalah fungsi satuan pada A. Tetapi bukanlah fungsi satuan pada B, yang bukanlah suatu fungsi on-to.



(a)



(b)

Soal-soal Tambahan:

1. Misalkan fungsi $f : R \longrightarrow R$ didefinisikan dengan $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

   Hitunglah :

a. $f(-3)$	i. $f(2x-3)$
b. $f(2) - f(-4)$	j. $f(2x-3) + f(x+3)$
c. $f(y)$	k. $f(x^2 - 3x + 2)$
d. $f(a^2)$	l. $f(f(x))$
e. $f(x^2)$	m. $f(f(x+1)$
f. $f(y-z)$	n. $f(x+h) - f(x)$
g. $f(x+z)$	o. $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$
h. $f(x+3)$	

Penyeleasaian:

a. $f(-3) = (-3)^2 - 3(-3) + 2 = 9 - 9 + 2 = 20$

b. $f(2) = 2^2 - 3(2)(2) + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$

$f(-4) = (-4)^2 - 3(-4) + 2 = 30$, maka

$f(2) - f(-4) = 0 - 30 = -30.$

c. $f(y) = y^2 - 3(y) + 2 = y^2 - 3y + 2$

d. $f(a^2) = (a^2)^2 - 3(a^2)^2 + = a^4 - 3a^2 + 2$

e. $f(x^2) = (x^2)^2 - 3x^2 + 2 = x^4 - 3x^2 + 2$

f. $f(y-z) = (y-z)^2 - 3(y-z) + 2$

$= y^2 - 2yz + z^2 - 3y + 3z + 2$

g. $f(x+h) = (x+h)^2 - 3(x+h) + 2$

$= x^2 + 2xh + h^2 - 3x - 3h + 2$

h. $f(x+3) = (x+3)^2 - 3(x+3)$

$= x^2 + 3x + 2$

i. $f(2x-3) = (2x-3)^2 - 3(2x-3) + 2 =$

$= 4x^2 - 12x + 9 - 6x + 9 + 2$

$= 4x^2 - 18x + 20.$

j. Dengan menggunakan h dan i

$f(2x+3) + f(x+3) = 4x^2 - 18x + 20 + x^2 + 3x + 2$

$= 5x^2 - 15x + 30.$

k. $f(x^2 - 3x + 2) = (x^2 - 3x + 2) - 3(x^2 - 3x + 2) + 2$

$= x^4 - 6x^3 - 10x^2 - 3x.$

l. $f(f(x) = f(x^2 - 3x + 2) = x^4 - 6x^3 + 10x^2 - 4x$

m. $f(f(x+1) = f((x+1)^2) - 3(x+1) + 2).$

$= f(x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 + 2)$

$= f(x^2 - x) = (x^2 - 2)^2 - 3(x^2 - 3) + 2$

$= x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3x + 2$

n. Dengan mempergunakan g maka $f(x+h) - f(x)$

$= (x^2 + 2hhx + h^2 - 3x - 3x - 3x - 3x + 2$

$= (x^2 - 3x + 2)$

$= 2xh + h^2 - 3h.$

o. $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = \dfrac{2xh + h^2 - 3h}{h} = 2x + h - 3.$

2. Definikanlah kembali fungsi-fungsi berikut dengan memakai rumus - rumus :

   a. Terhadap setiap bilangan real, misalkan f menetapkan kwadratnya ditambah tiga.

   b. Terhadap setiap bilangan real, misalkan g menetapkan bilangan itu, ditambah harga mutlaknya.

   c. Terhadap setiap bilangan real yang lebih besar atau sama dengan tiga, misalkanlah menetapkan pangkat tiganya dan setiap bilangan yang lebih kecil dari pada tiga, misalkan menetapkan bilangan empat.

Jawab.

a. $f(x) = x^3 + 3$

b. $g(x) = x + x$

c. $h(x) =$ x^3 jika x 3

x^4 jika x 3

Bahan Bacaan.

1. Bevan K. Yone, Algebra and the Elementary Function, Dichemon Publishing Company, Inc, Delmont, California 1966.
2. Andre L. Yande, Introduction to University Mathematics, Dichenson Publishing Company Inc, Belmont, California - 1967.
3. Keedy Mervin L. Number System A Modern Introduction, Addison - Weesley Publishing Company, Inc, Reading, Massachusetts, USA, 1966.
4. Keedy Mervin L. A. Modern Introduction To Basc Mathematik, Addison Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, USA, 1962.

-0-

BAB.VII

PERKALIAN DAN GRAFIK FUNGSI

Fasal 1.

Pasangan berurut (Ordered Pairs)

Sepasang Objek, umumnya a dan b, disebut pasangan berurut ordered pairs) apabila kita dapat membedakan salah satu dari objek tersebut sebagai objek pertama dan yang lain sebagai objek - kedua.

Jika kita tentukan a sebagai objek kedua, maka pasangan berurut ditulis sebagai = (a, b).

Dua pasangan berurut adalah sama d, h. d - a = c dan b = d.

Contoh :

1. Pasangan berurut (2,3) dan 3,2 adalah berbeda.
2. Titik pada bidang cartesis seperti terlihat pada gambar 5 - 1 berikut ini menggambarkan pasangan berurut dan bi - langan-bilangan nyata atau real.
3. Set (2,3) tidak merupakan pasangan berurut karena disini tidak dibedakan unsur-unsurnya antara objek pertama dan kedua.
4. Unsur-unsur pertama dan unsur kedua dari pasangan berurut, mungkin saja sama, umpamanya:

   (1,1) , (4,4) , (5,5).

   Notasi (a,b) juga digunakan untuk penulisan suatu interval terbuka (open interval). Apakah (a,b) suatu pasang beru- rut ataukah suatu interval terbuka.

   Dapat dijelaskan dari hubungan kalimat persoalan yang di hadapi.

Catatan :

Suatu pasangan berurut (a,b) dapat didefinisikan secara kasar sebagai berikut :

$$(a,b) = a . b.$$

Dari Definisi ini sifat dasar dari bilangan berurut dapat dibuktikan = (a, b) = (c, d).

Fasal 2.

Set Perkalian (Products Sets)

Jika a dan b adalah dua buah set maka set perkalian (products sets) dari A dan B ialah set yang unsur-unsurnya terdiri dari pasangan berurut (a,b) sedemikian rupa hingga :

a A dan b B

Set perkalian A dan B itu ditulis sebagai berikut :

A X B dibaca A silang B (A Cross B).

Secara ringkas :

A X B = (a . b) (a A , b B)

Contoh :

2- 1 Jika A = 1, 2, 3 dan B = a, b. maka set perkalian A X B = (1,a), (1,b), (2,a) , (2,b) ,(3,a) (3,b).

2 - 2 Jika W = s, t. Maka W X W = (s,s),(s,t), (t,s), (t,t).

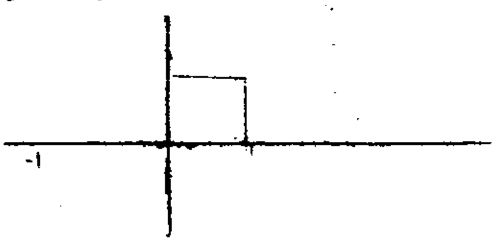
2 - 3 Bidang cartesis yang diperlihatkan pada gambar 5-1 adalah set perkalian dari bilangan real (nyata) sesamanya i,e,RXR. Set perkalian A X B juga disebut perkalian . Cartesis (Cartesion product) dari A dan B, pemberian nama ialah setelah ahli Ilmu Pasti " Descartes " untuk pertama kali menyelidiki set R X R sebagai pada gambar 5 - 1 disebut bidang cartesion (Cartesis Plane). A X B Merupakan M X n unsur i, e, n - n unsur-unsur apabila A atau B set kosong, maka A kali B juga set kosong, akhirnya apabila A atau B infinite set maka A X B infenite.

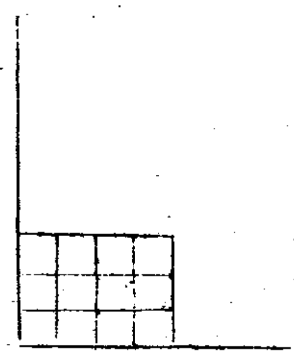
5 - 3 Perkalian cartesis dari dua buah set tidak comutatif A X B $\neq$ B X A, kecuali A = B atau salah satu dari faktor itu tidak set kosong.

Fasal 3.

Diagram koordinat (Coordinat Diagram).

Kita telah kenal dengan bidang Carteus R X R seperti yang diperlihatkan pada gambar 5 - 1 dibawah ini. Tiap-tiap titik P menggambarkan pasangan berikut (a,b) dari bilangan nyata (real) garis vertikal melalui P memotong garis horizontal pada a dan garis horizontal pada P memotong set vertikal pada b seperti pada gambar 5 - 1.





Dengan cara yang sama perkalian cartesis tiap dua buah set, bila set itu tidak mempunyai unsur tidak begitu banyak dapat digambarkan pada suatu diagram coordinat.
Disini unsur A ditentukan pada sumbu horizontal dan unsur-unsur B ditentukan pada sumbu vertikal.

Contohnya.

Jika $A = \{a, b, c, d,\}$ dan $B = \{x, y, z.\}$

Maka diagram koordinat dari A X B diperlihatkan pada gambar diatas Perhatikanlah bahwa garis-garis vertikal yang melalui unsur B berpotongan pada 13 titik ini menggambarkan A X B. Titik P adalah pasangan berurut (c, y).

Fasal 4.

Grafik Fungsi. Graph of afunction).

Misalkan f adalah suatu fungsi dari A ke B secara simbolis $f : A \longrightarrow B$. Grafik fungsi dari fungsi f yang disimbolkan dengan f ialah :

Set yang unsur-unsurnya terdiri dari semua pasangan berurut (a,b) sedemikian rupa sehingga A dan b = f (a), secara ringkas dapat ditulis.

$$f = \{ (a,b) / a \quad A, b = f (a) \}$$

Perlu diperhatikan bahwa f, grafik dari $f : A \longrightarrow B$ adalah subset dari A X D.

Contoh:

1. Jika fungsi A ; $A \longrightarrow B$ didefinisikan dengan diagram Tentulah f (a) = 2, f(b) = 3, f(c) = 2, f(d) = 1
   Sehingga diperoleh grafik fungsi f ialah :
   $$f = \{(a,2), (b,3) , (c,2),(d,1) \}$$
2. Jika $W = \{1, 2, 3, 4\}$ dan fungsi $f : W \longrightarrow R$ didefinisikan dengan $f(x) = x + 3$.
   Maka grafiknya fungsi;
   $$f = \{ (1,4),(2,5),(3,6),(4,7)\}$$
3. Jika N adalah bilangan 2 natural dan g
   $$N \longrightarrow N$$
   didefinisikan oleh $g(x)= x^3$ grafik dari
   $$g = (1,1), (2,8), (3,27), (4,64)..............$$

Fasal 5.

Sifat-sifat Grafik suatu fungsi.

Misalkan $f : A \longrightarrow B$ kita dapat menyebutkan dua sifat dari fungsi f : .

- Untuk tiap-tiap unsur a A ditentukannya elemen (unsur) di B.
- Dimana hanya satu unsur di B yang ditentukan untuk tiap - tiap x A.

Dari kemungkinan sifat ini, grafik f dari f mempunyai dua sifat :

Sifat 1. Untuk tiap-tiap a A, ada pasangan berurut (a,b) f

Sifat 2. Tiap-tiap a A yang menyatakan unsur pertama f, hanya ada satu pasangan berurut, demikianlah (a,b) f, (a,c) f - maka b = c.

Pada contoh-contoh berikut ini misalkan A = 1,2,3,4 dan
B = 3,4,5,6

set dari pasangan berurut (1,5), (2,3), (3,6), (4,6), (2,4) tidak merupakan grafik fungsi dari A ke B.

Karena bertentangan sifat 2, demikian 2 A menyatakan unsur-unsur pertama dari pasangan berurut (2,3) dan (2,4) yang berbeda.

Gravik dan koordinat diagram :

Misalkan f grafik suatu fungsi f : A ----- B f yang menyatakan subset dari A X dapat dinyatakan i.c grafik pada koordinat diagram A X B.

2. Jika f(x) = x2 didefinisikan pada interval x 4.

Maka grafik f dinyatakan pada gambar dibawah.

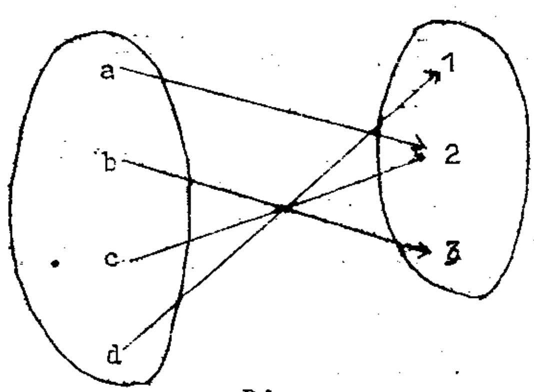
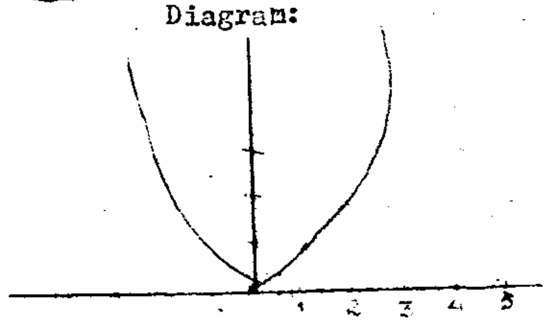
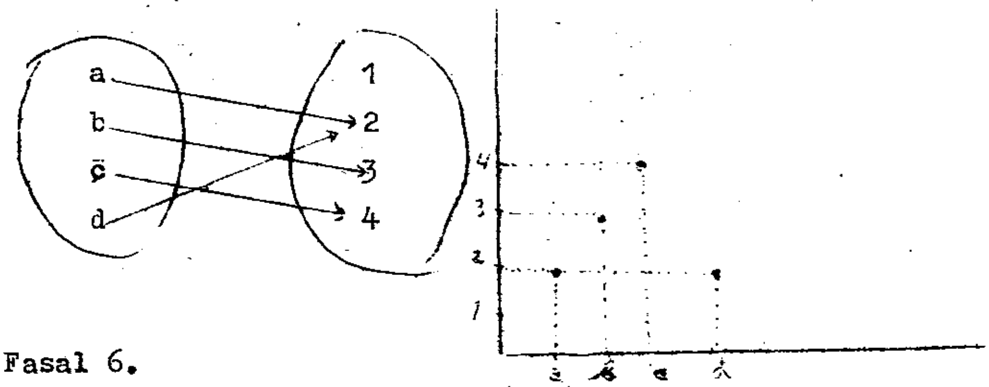


Diagram:



3. Misalkan fungsi f : A ---- B didefinisikan oleh diagram dibawah.

Disini f grafik fungsi f unsur-unsurnya terdiri dari pasangan berurut (a,2), (b,3), (c,4) dan (d,2) demikianlah f telah dinyatakan oleh koordinat diagram A X B seperti pada gambar disampingnya.



Fasal 6.

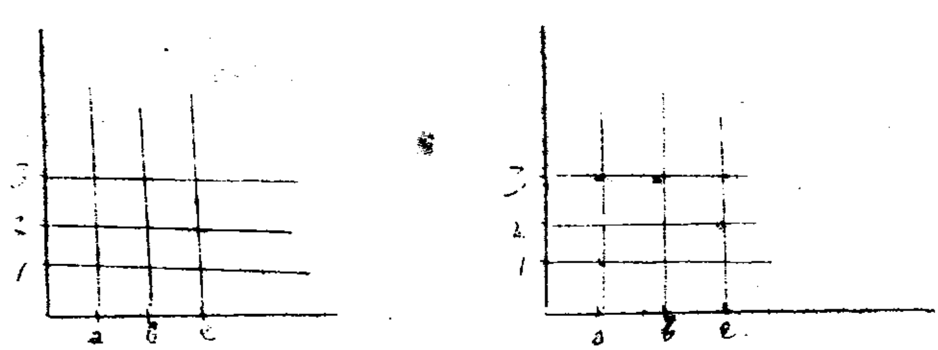
Sifat grafik fungsi pada diagram koordinat

Sifat grafik fungsi pada diagram koordinat jika f mempunyai dua sifat yang telah disebut pada fasal diatas, maka A X B mempunyai dua sifat pula.

Sifat 1. Tiap-tiap garis vertikal harus memiliki sekurang-kurangnya satu titik pada f.

Sifat 2. Tiap garis vertikal harus memiliki hanya satu titik pada f.

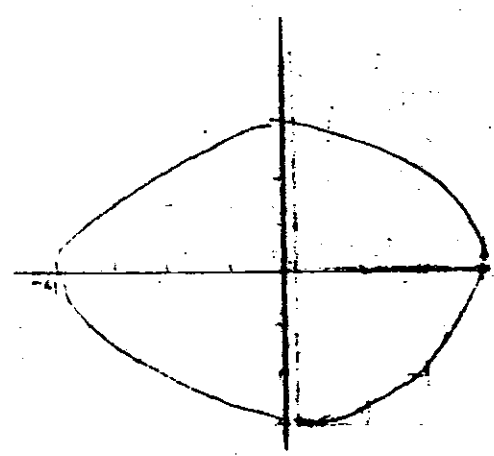
Contoh : 1. Misalkan A = a, b, c, dan B = 1, 2, 3, bicarakan set set dua titik pada dua koordinar diagram A X B disebelah.



Pada (1) garis vertikal melalui b mempunyai sebagai unsur set hingga set dari titik-titik itu bukanlah grafik fungsi dari A ke B.

Pada (2) garis vertikal melalui a mempunyai dua titik set hingga set dati titik ini adalah grafik fungsi dari A ke B.

Lingkaran : $x^2 + y^2 = 9$ digambarkan dibawah ini tidaklah grafik - suatu fungsi karena ada garis-garis vertikal yang memiliki lebih dari 1 titik pada lingkaran.



$x^2 + y^2 = 9.$

Fungsi dari berbagai set dari pasangan berurut :

(fungsi A set of ordered Pairs)

Misalkan f sub set A X B , product Cartesis dari set A dan B dan misalkan pada f memenuhi kedua sifat-sifat yang telah dibicarakan diatas:

Sifat 1. Untuk tiap-tiap a A adalah pasangan berurut (a,b)a.

Sifat 2. Dua pasangan berurut yang mempunyai unsur pertama tidak ada .... ?

Demikianlah kita mempunyai suatu aturan yang memberikan untuk - tiap-tiap unsur a A unsur b B sebagai yang ternyata pada pa - sangan berurut (a,b) = f ^{3}.

Sifat 1. Memastikan pada tiap-tiap unsur pada A mempunyai bayangan dari sifat 2 memastikan bahwa bayangan itu untuk(tinggal) berhubungan f..........

Dari kemungkinan antara fungsi-fungsi f = f = A dan sub set dari A X B memenuhi sifat 1 dan sifat 2 diatas,

Kita mendifinisikan lagi suatu fungsi sebagai berikut :

Definisi :

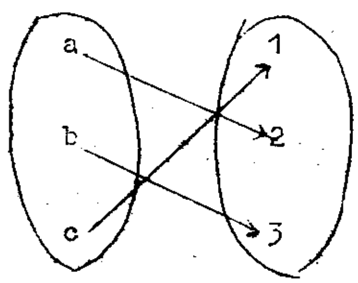
Suatu fungsi f dari A ke B adalah subset dari A A B dimana untuk tiap-tiap a A yang menyatakan sebagai unsur pertama pad. satu dan hanya satu pasangan berurut kepunyaan f.

Demikianlah definisi fungsi ini kelihatannya dapat dibuat yang mempunyai suatu keb.ikan karena tidak mempunyai istilah seperti assing rule correspondence.

Contoh :

Misalkan A = {a, b, c,} dan B = {1, 2, 3} lanjutnya misalkan f = {(a,2) , (a,1), (b,2)}

Karena f memenuhi sifat 1 dan sifat 2 maka f adalah fungsi dari A ke B yang juga diekskraksi pada diagram berikut ini :



Misalkan V = {1, 2, 3} dan W = {a, c, a, o, u} yang misalkan f = {(1,a) , (2,8), (3,2), (2,10)} demikianlah f bukan suatu fungsi dari V karena dua pasangan element (unsur) pertama yang sama.

Bila f merupakan fungsi dari V ke W tentukanlah kedua unsur e dan u tidak ditentukan unsur 2 V.

Misalkan L = (1, 2, 3, 4) dan T = (1, 3, 5,)

Misalkan f = (1,1) , (2,3), (4,3).

Maka tidak suatu fungsi dari S ke T karena 3 S tidak menyatakan sebagai unsur pertama pada tiap pasangan berurut kepunyaan f.

Secara ilmu ukur atau geometrical kesimpulan definisi diatas dapat dinyatakan :

Sifat :

Misalkan f adalah set dari titik-titik, pada koordinat diagram A X B, apabila tiap garis vertikal mengandung satu titik dari f dan g adalah fungsi dari A ke B.

Sifat :

Jika fungsi f : A -- B adalah fungsi satu-satu dan on-to, - maka infer fungsi f diatas terdiri dari semua pasangan yang dikalikan. Secara specifik ditulis

$$f = (b , c) \quad (a , b) \quad f$$

<u>Set Perkalian yang lebih umum.</u>

(product in general)

Karena set perkalian dapat diperluas melebihi dari dua set . perkalian cartesius dari set A, B dan C ditulis seperti A X B X C terdiri dari semua ordered tripcet (tiga unsur berurut).

(a , b , c) dimana a A b B . dan c C

Analog perkalian cartesius dari u, A_1 A2 .... A_n ditulis de - ngan A_1 X A_2 X .... A_n, terdiri dari ordered X triples mempunyai suatu pengertian dalam tanggapan yang terang demikianlah ia terdiri dari unsur .... dimana selalu satu ditentukan sebagai unsur pertama.

Contoh :

- Pada demensionil euclidean geometry tiap-tiap titik menggambarkan suatu ordered triples.

  Yaitu : komponen a, komponen y dan komponen z

- Misalkan $A = \{a,b\}$ $B = \{1,2,3\}$ dan

  $C = \{x, y\}$

  Maka $A \times B \times C = \{(a,1,x), (a,1,y), (a,2,x), (a,3,x), (a,3,x), (a,3,y), (b,1,x), (b,1,y), (b,2,x), (b,3,x), (b,3,y)\}$.

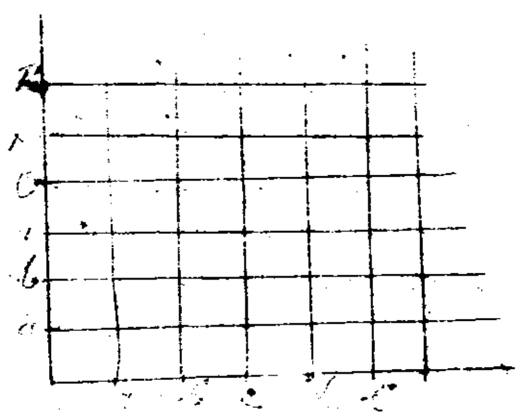
Soal-soal.

1. Misalkan $W = \{$Yohn, Yims, Tom$\}$ dan

   $V = \{$Betty, Merry$\}$

   Tentukanlah $W \times V$

2. Tentukanlah pasangan berturut yang sesuai pada titik P titik P_1, P_2 P_3 seperti yang terjadi pada diagram koordinat $A \times B$ Pada gambar dibawh ini. Disini $A = \{a,b,c\}$ dan $B = \{a,b,c,i,o,u\}$



3. Umpama $A = \{a,b\}$, $B = \{2,3\}$ dan $C = \{3,4\}$

   Tentukanlah :

   (1) $A \times (B \cap C)$

   (2) $(A \times B) \cap (A \times C)$

   (3) $A (B \cap C)$

   (4) $(A \times B) \cap (A \times C)$

4. Buktikan :

A ⊂ B dan C ⊂ D , akibatnya

(A C) ⊂ (D X D)

Umpamakan A = 1, 2, 3

B = 2, 4 dan

C = 3, 4, 5

Tentukanlah :

A X BC

5. Buktikanlah :

A X (B ∩ C) = (A X B) ∩ (A X C) .

Bahan Bacaan:

1. Donald R. Clarkson and Robert S Hansen, Understanding To Days Mathematiks, The Shoe String Press, Inc, Handen, Connectiaut, 1964.
2. Welter B Laffer II, Mathematics For General Education, Dickenson Publishing, Company, Inc, Belmont, California 1968.
3. Bran K Yaise, Algebra and the Elementry Function, Dickenson Publishing, Company, Inc. Belmont, California 1966.
4. Andre L. Yandl, Introduction to Univerty Mathematics, Dickenson Publishing Company, Inc, Belmont, California, 1967.
5. Keedy Marvin L. Number System A: A Modern Introduction, Addison-Wesley Publishing Company Inc. Reading Messachusets, USA, 1966.
6. Keedy Mervin L, An Introduction To Basic Mthematics, Addison Wessley Publishing Company, Inc Reading, Massachusets USA, 1963.
7. Howard Eves, An Introduction to the History of Mathematics, Wolt, Rinehart and Winston, Inc, 1964.

--=00=--