GEOMETRI MELUKIS LANJUTAN

OLEH :

Dra. Elita Zusti Jamaan
Drs. Nurlius

Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
IKIP Padang
1994

KATA' PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Ilahi, karena dengan rahmat dan hidayahNya penulisan buku " Geometri Melukis Lanjutan " dapat diselesaikan.

Buku ini dihadirkan ke hadapan pembaca yang berminat untuk mempelajari lebih jauh yang berkaitan dengan Geometri Melukis.

Dalam buku yang terdiri dari tiga bab ini, dibahas beberapa hal penting untuk belajar geometri melukis lebih lanjut. Bab I buku ini mengenai menurunkan bidang-bidang tegak lurus bidang-bidang proyeksi, Bab II tentang menurunkan bidang-bidang sembarang, bentukan-bentukan besar sebenarnya serta gaya gabung perputaran dan Bab terakhir tentang prisma dan limas.

Dalam hal ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih kepada semua pihak yang telah memberi sumbangan pikiran baik langsung maupun tidak langsung, sehingga selesai jugalah penulisan buku ini.

Dengan adanya buku ini penulis berharap agar pembaca dapat mengambil manfaatnya. Kritik dan saran yang membangun senantiasa dinantikan dan dihargai demi kesempurnaan buku ini.

Padang, Oktober 1994

P e n u l i s

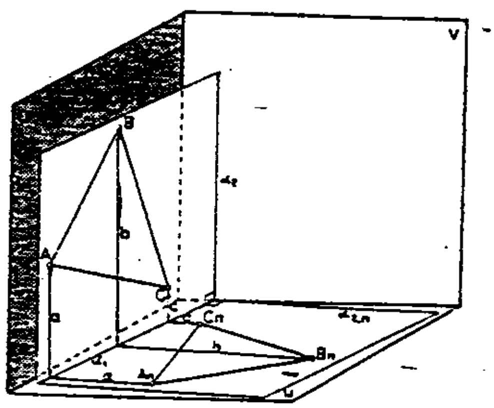
DAFTAR ISI

BAB I

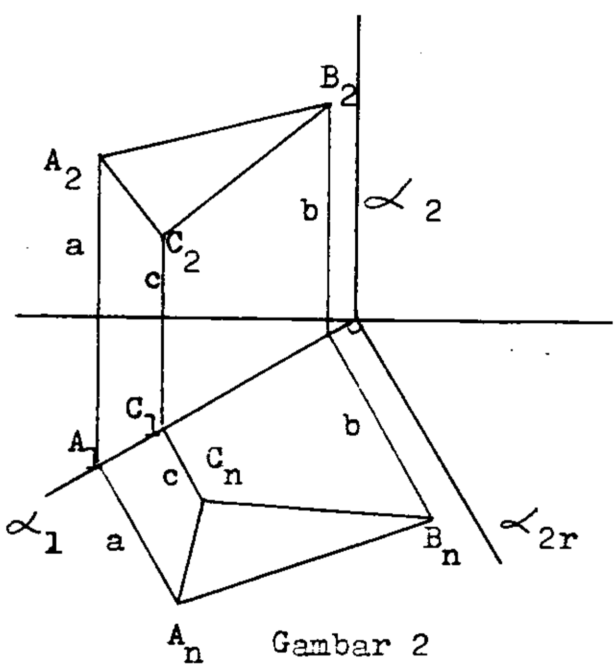
MENURUNKAN BIDANG-BIDANG TEGAK LURUS PADA BIDANG-BIDANG PROYEKSI

A. Menurunkan Bidang-Bidang Tegak Lurus Bidang-Bidang Proyeksi

1. Menurunkan Sebuah Bidang Tegak Lurus Bidang H



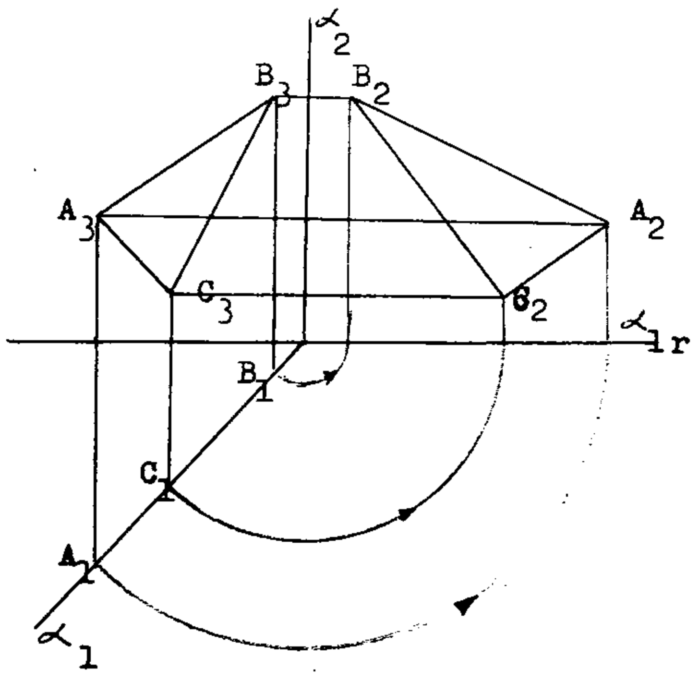
Gambar 1



Gambar 2

a. Bidang α berdiri $\perp$ H. Di dalam α terletak $\triangle$ ABC. Diputarkan bidang α menurut α_1, hingga α terletak di H. Karena $\alpha_2 \perp \alpha_1$, maka tembusan-tembusan ke dua yang diturunkan $\perp \alpha_1$. Jarak antara A_2 dan sumbu X = jarak antara A dan H = jarak antara A_n dan α_1. Untuk menentukan B_n dan C_n sama dengan menentukan A_n seperti dalam gambar 2. $\triangle A_nB_nC_n$ adalah bentuk $\triangle$ ABC yang sebenarnya.

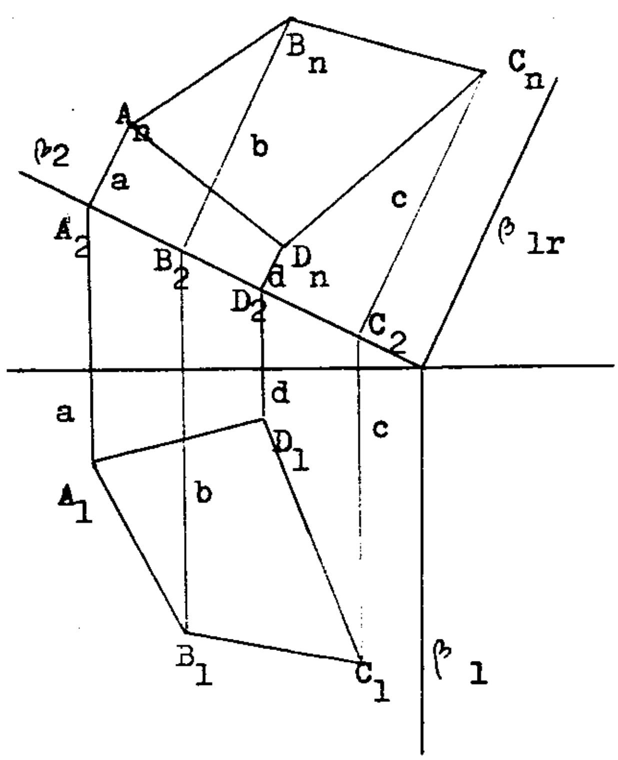
b. Bidang α dapat diputar mengelilingi α_2 hingga α berimpit dengan V. Jadi α_1 berimpit dengan sumbu X dan sebagai



Gambar 3

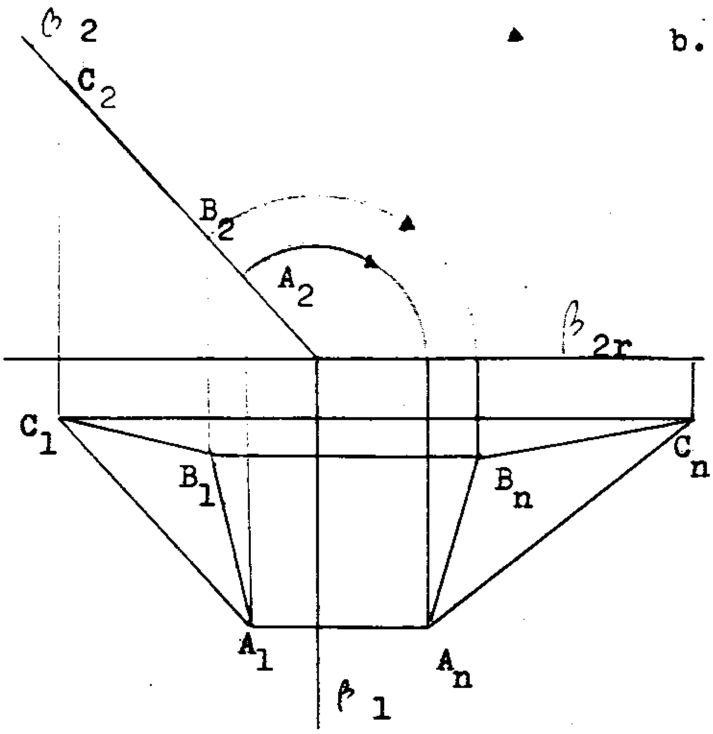
titik pusat perputaran adalah titik potong α_2 dengan sumbu X. Jarak A_2 dan sumbu X = jarak antara A dan H = jarak A_n dan sumbu X. B_n dan C_n sama dengan menentukan A_n. $\triangle A_nB_nC_n$ adalah bentuk $\triangle ABC$ yang sebenarnya.(seperti gambar 3).

2. <u>Menurunkan Sebuah Bidang Tegak Lurus Bidang V</u>



Gambar 4

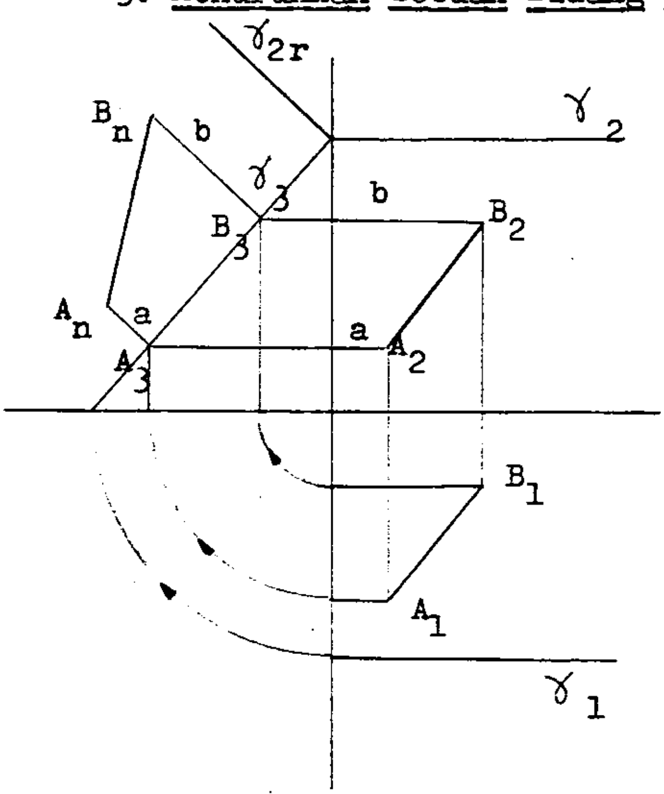
a. Bidang β berdiri $\perp$ V. Bidang β diputarkan sekeliling β_2 di V.Di bidang β terletak segi empat ABCD. Jarak A_1 dan sumbu X = jarak antara A dan V = jarak A_2A_n. Untuk menentukan B_n dan C_n sama dengan menentukan A_n. Segi empat $A_nB_nC_nD_n$ adalah bentuk yang sebenarnya dari segi empat ABCD.



Gambar 5

b. Bidang β diputarkan sekeliling β_1 hingga berimpitan dengan H. Jadi β_2 berimpitan dengan sumbu X dan sebagai titik pusat perputaran adalah titik potong β_2 dan sumbu X. Jarak antara A_1 dan sumbu X = jarak A ke bidang V = jarak A_n dan sumbu X. $\triangle A_nB_nC_n$ adalah bentuk sebenarnya $\triangle$ ABC.

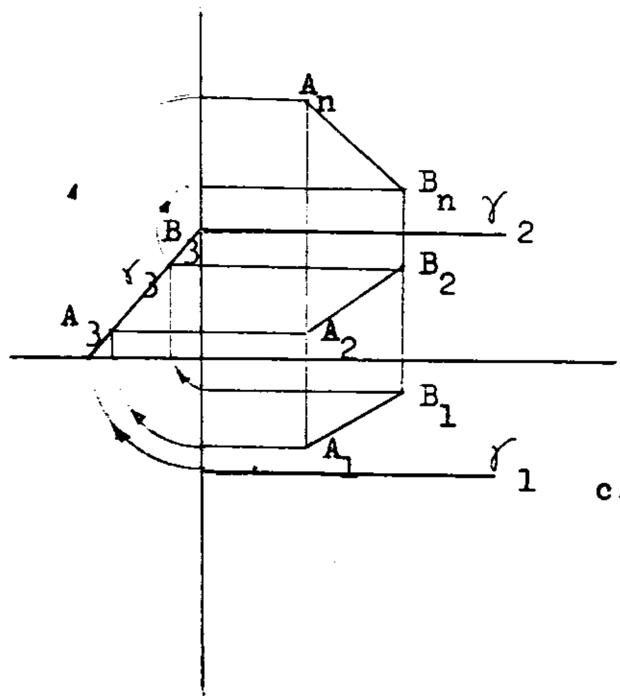
3. <u>Menurunkan Sebuah Bidang Tegak Lurus Bidang D</u>



Gambar 6.

a. Bidang γ berdiri $\perp$ D. Garis AB terletak di bidang . Bidang γ diputar sekeliling γ_3. Jarak A_2 dan sumbu Z = jarak A dan D = jarak A_n dan γ_3. Begitu pula untuk menentukan B_n. A_nB_n adalah panjang AB yang sebenarnya.

b. Bidang γ diputar mengeliling γ_2 hingga berimpit dengan V. γ_3 berimpitan de-



ngan sumbu Z. Titik pusat putaran adalah titik potong γ_2 dan sumbu Z. Jarak A_2 dan sumbu Z = jarak A_n dan sumbu Z. A_nB_n adalah panjang sebenarnya dari AB.(gambar 7).

c. Dapat juga dengan memutar sekeliling γ_1, hingga bidang γ berimpit dengan H.

Gambar 7

B. <u>Sudut-Sudut Sebuah Bidang Dengan Bidang-Bidang Proyeksi</u>

Menurut Sanusi (1970, hal. 59) bahwa dalam Ilmu Ukur Ruang diketahui :

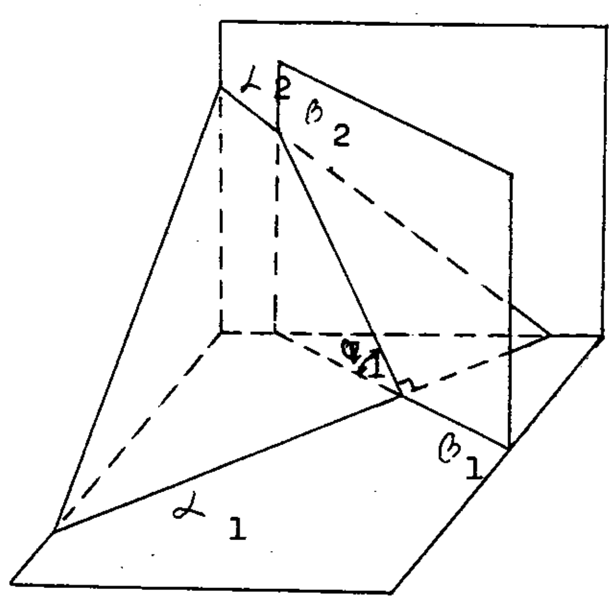
1. Sebuah **bidang kedudukan** sebuah sudut bidang dua adalah sebuah bidang $\perp$ rusuk sudut bidang dua itu.
2. Sudut yang dibentuk oleh garis-garis potong bidang kedudukan ini dengan sisi-sisi sudut bidang dua itu adalah **sudut kedudukan.**
3. Dengan **besarnya sudut bidang dua**, yang dimaksud **besarnya sudut kedudukan.**

Jadi jika diminta untuk membentuk sudut diantara dua buah bidang, maka dibentuk sudut kedudukan.

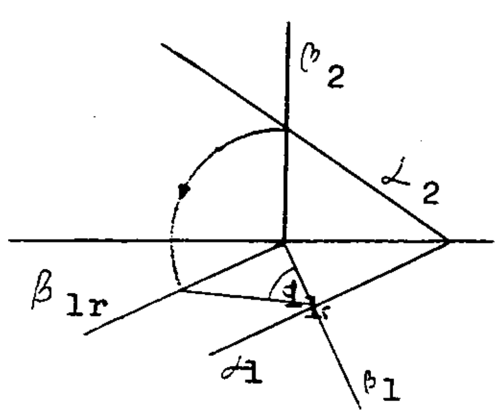
Sudut-sudut sebuah bidang dengan ketiga bidang-bidang proyeksi :

1. <u>Sudut Sebuah Bidang Dengan H</u>

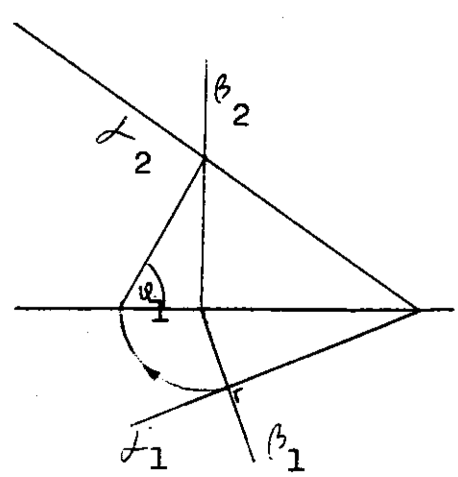
Bidang $\alpha \perp \beta_1$ tentu juga $\perp$ H. Bidang α adalah sebuah sudut kedudukan sudut bidang dua, yang dibentuk oleh β dan H. (gambar 8).



Gambar 8



Gambar 8a



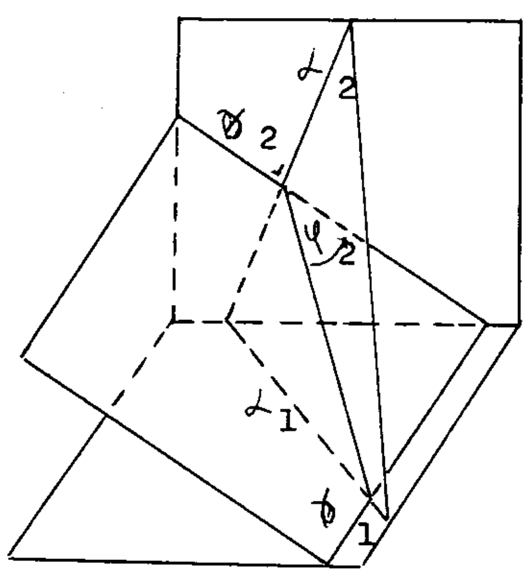
Gambar 8b

Dalam gambar 8a bidang α dengan sudut kedu -

dukan φ_1 yang terletak di dalamnya, diturunkan di H. Besar $\angle \varphi_1$ yang sebenarnya yang diminta. Sedangkan dalam gambar 8b, bidang α dengan sudut φ_1 diputar sekeliling α_2, sehingga α berimpit dengan V.

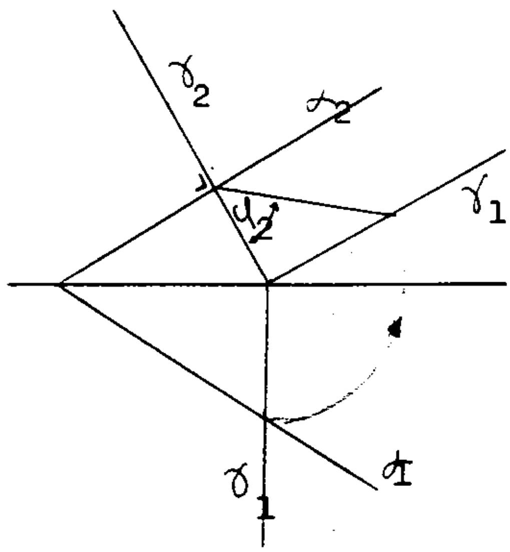
2. <u>Sudut Sebuah Bidang Dengan V</u>

Bidang $\gamma \perp \alpha_2$ tentu $\perp$ V pula. Bidang γ adalah sebuah bidang kedudukan sudut bidang dua, yang dibentuk oleh α dan V (dalam gambar 9).

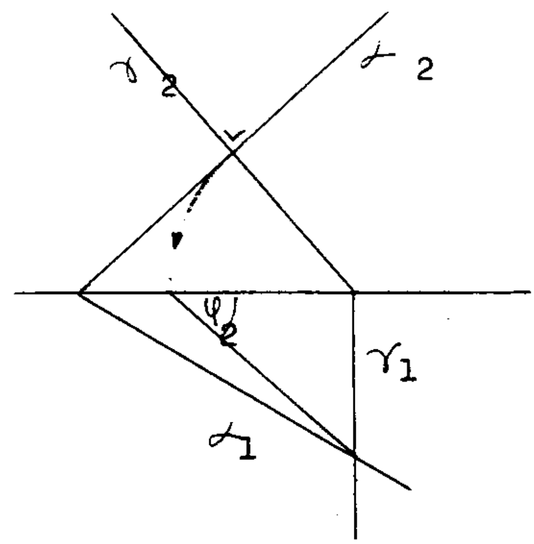


Gambar 9

Jika diputar γ sekeliling γ_2 di V, maka didapat besarnya sudut kedudukan φ_2 yang sebenarnya (gambar 9a). Dengan memutar γ sekeliling γ_1, hingga γ berimpitan dengan H, didapat juga besarnya φ_2 yang sebenarnya. (gambar 9b).



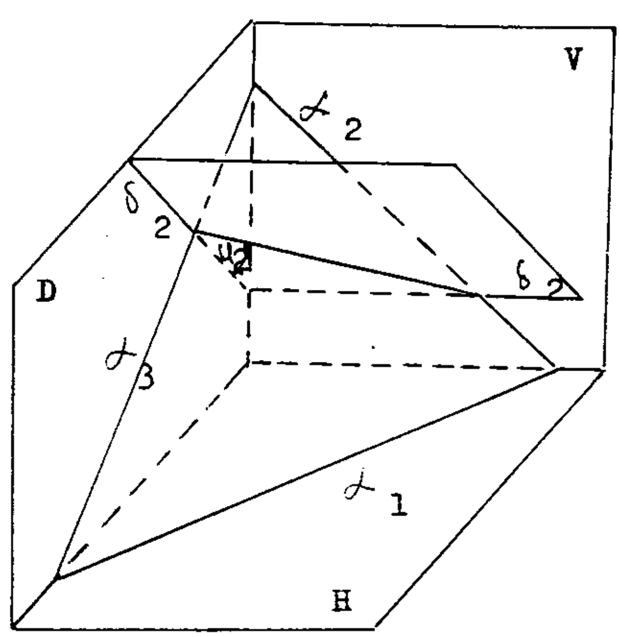
Gambar 9a



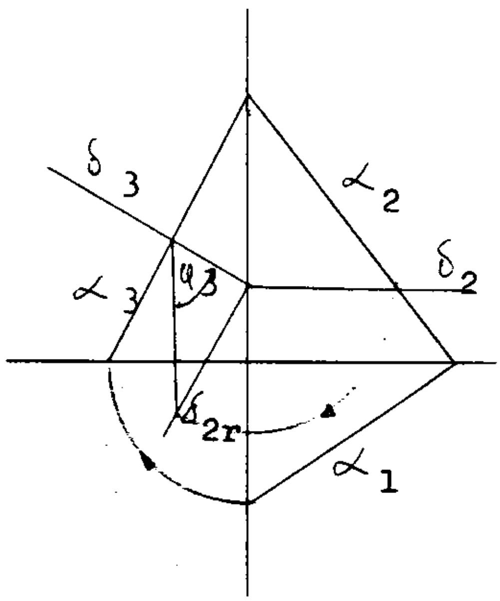
Gambar 9b

4. <u>Sudut Sebuah Bidang Dengan D</u>

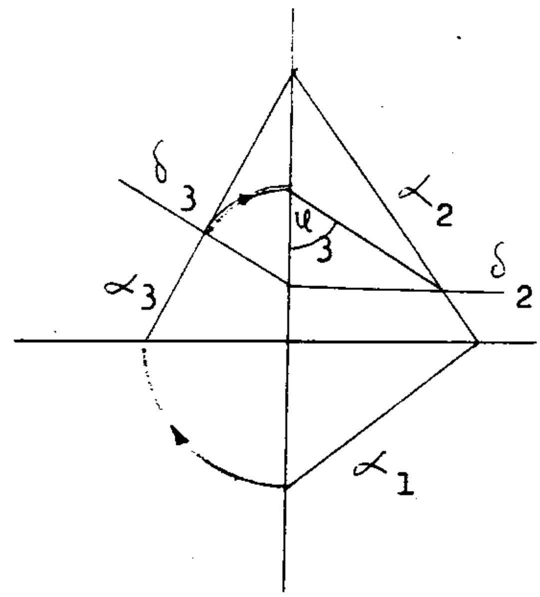
Bidang $\delta \perp \alpha_3$ tentu $\delta \perp$ D. Bidang δ adalah sebuah bidang kedudukan sudut bidang dua, yang dibentuk oleh α dan D (gambar 10).



Gambar 10



Gambar 10a



Gambar 10b

Dengan menurunkan δ sekeliling δ_3 di D, didapat besarnya sudut kedudukan φ_3 yang sebe - narnya (gambar 10a). Jika diputar δ sekeliling δ_2, hingga berimpit dengan V (gambar 10b).

Soal - Soal

1. Lukislah panjang garis PQ dengan perebahan pada H dan V, jika ;

   a. P (2,1,2) ; Q(4,2,1). c. P (1,2,2); Q (3,-2,2)

   b. P (1,3,0) ; Q(4,0,2). d. P (1,0,-1);Q(4,-1,2).

2. Ditentukan: γ sejajar dengan sumbu X, γ_1 terletak 2 cm di muka sumbu X dan γ_2 terletak 4 cm di atas sumbu X. $A_2(1,0,1\frac{1}{2})$;$B_2(2,0,3\frac{1}{2})$; $C_2(4\frac{1}{2},0,3)$ dan D_2 $(3\frac{1}{2},0,\frac{1}{2})$. ABCD terletak

di bidang γ .

Ditanya; Gambarlah proyeksi kesatu dan kedua dari segi empat ABCD dan turunkan γ dengan segiempat tersebut di H, V dan D.

3. Diketahui bidang α dan titik P pada α . Lukislah titik Q pada garis, yang melalui P dan $\perp \alpha$, sedemikian sehingga garis PQ sama dengan sepotong garis n yang tertentu.

4. Ditentukan: $\alpha(7,-150^o,+45^o)$.

   Ditanya : Lukislah sudut-sudut yang dibentuk oleh α dengan H dan V.

5. Pada bidang $\alpha \perp$ V terletak titik P. Lukislah pada α sebuah garis, yang melalui P dan membuat sudut 45^o dengan α_2.

6. Diketahui A (1,0,2); B (4,3,0) dan C (4,0,0). Lukislah garis bagi sudut ABC.

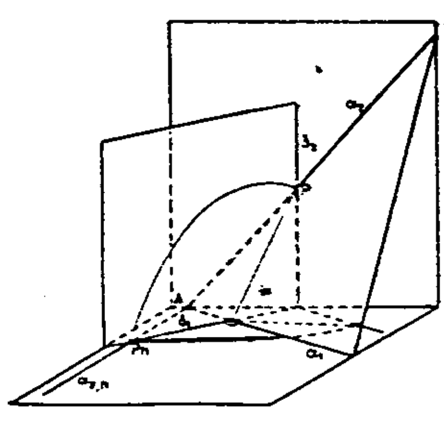
BAB II

MENURUNKAN BIDANG-BIDANG SEMBARANG, BENTUKAN-BENTUKAN BESAR SEBENARNYA DAN GAYA GABUNG PERPUTARAN

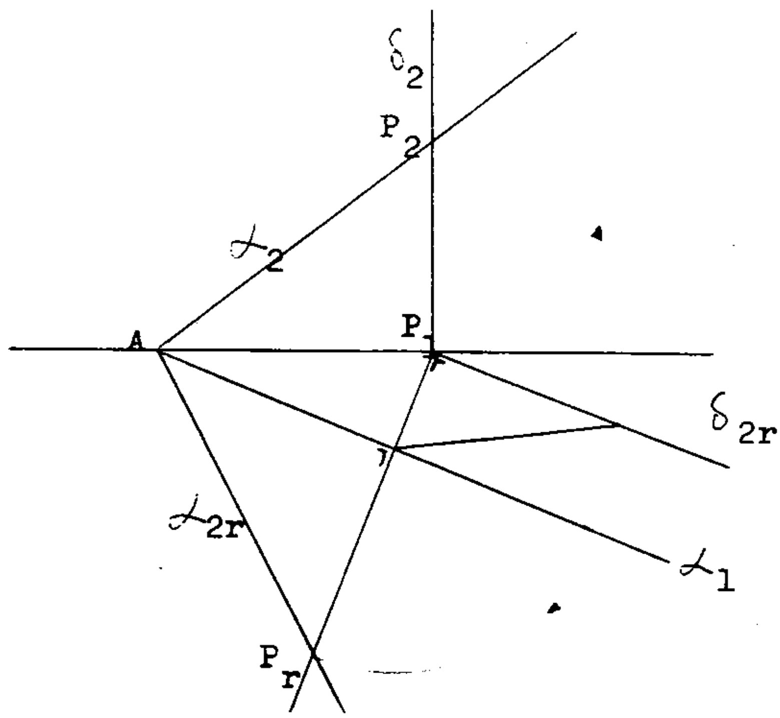
A. Menurunkan Bidang-Bidang Sembarangan

1. Menurunkan Sebuah Bidang di H

a. Jika menurunkan bidang α di H, maka bidang tersebut diputarkan menurut α_1, hingga bidang itu berimpit dengan H. Tembusan tegak α_2 yang diputarkan juga akan terletak di H dan dinyatakan dengan α_{2r}. Untuk membentuk α_{2r} dibuat seperti berikut : Ambil pada α_2 sebuah titik P sembarang. Titik ini diputarkan sekeliling α_1, hingga terletak di H. P akan mengggambarkan sebuah busur lingkaran di bidang $\delta \perp \alpha_1$. Untuk dapat menggambarkan lingkaran ini diturunkan bidang δ dengan P di H. Titik potong lingkaran yang dimaksud dengan δ_1 adalah P_r. Sewaktu memutar bidang α, titik A tetap pada tempatnya. Maka garis AP_r adalah tembusan ke dua α_{2r} yang diturunkan (gambar 11).

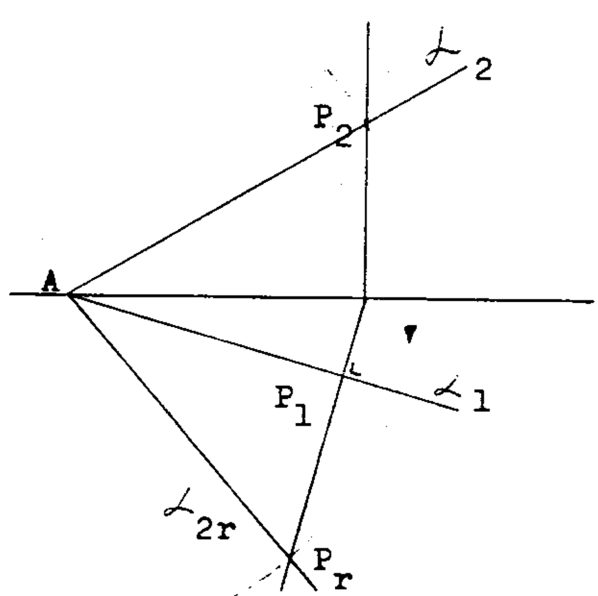


Gambar 11



Gambar 11a

b. Dalam gambar 11a terlihat bahwa $AP_r = AP_2$. Jadi P_2 terletak pada sebuah lingkaran dengan AP_2 sebagai jari - jari lingkaran dan A sebagai titik pusat.



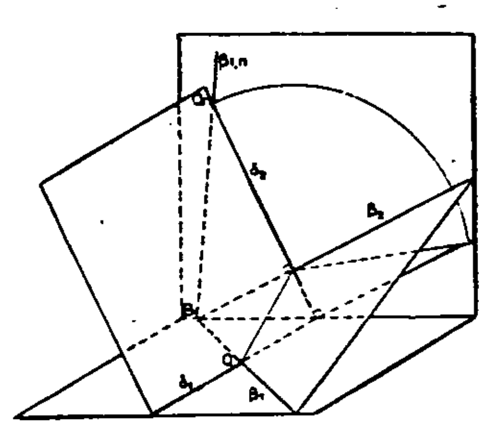
Gambar 11b

c. Cara menurunkan α dengan jalan yang lebih pendek adalah :

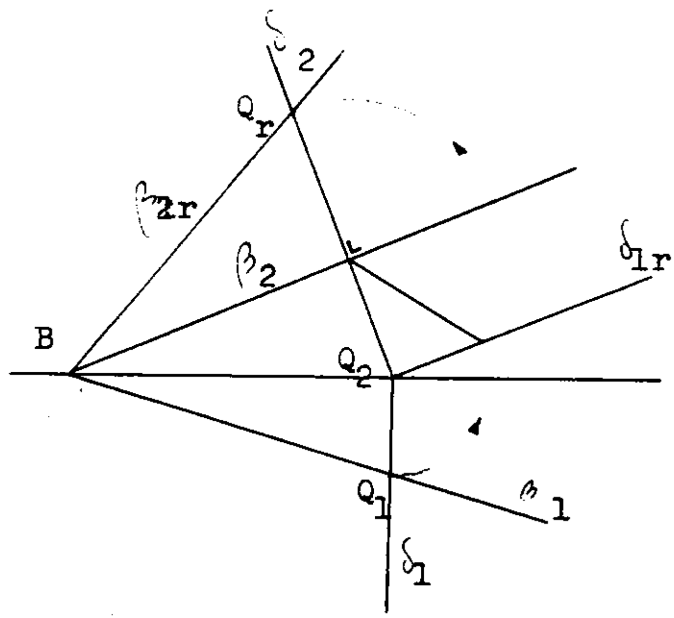
- Ambillah P pada α_2
- Ditarik sebuah garis lurus dari $P_1 \perp \alpha_1$ dan dilukis sebuah lingkaran dengan AP_2 sebagai jari-jari dan A sebagai titik pusat. Titik potong garis lurus dan lingkaran tersebut adalah P_r.
- Garis lurus sambungan A dan P_r adalah α_{2r}.

2. Menurunkan Sebuah Bidang di V

a. Untuk menurunkan bidang β menurut β_2 di V. Tembusan β_1 yang diputar juga akan terletak di V dan dinyatakan dengan β_{1r}, ini dilukis dengan cara mengambil sebuah titik Q pada β_1 dengan memutar bidang $\delta \perp \beta_2$ sekeliling β_2, sehingga Q_r terletak pada δ_2. Untuk dapat menggambarkan lingkaran tersebut mula-mula δ diturunkan di V. (gambar 12 dan gambar 12a).



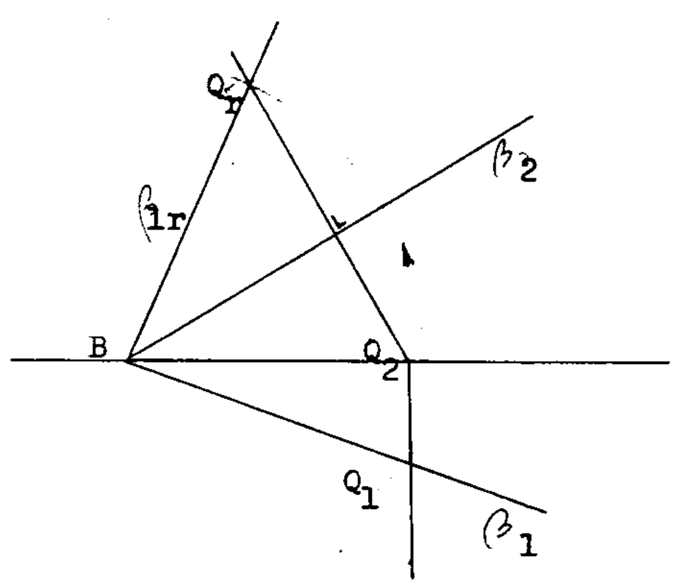
Gambar 12



Gambar 12a

b. Menurunkan β dengan cara yang lebih pendek adalah :

- Ambillah Q pada β_1
- Ditarik sebuah garis lurus $\perp \beta_2$ dari Q_2 dan dilukis sebuah busur lingkaran dengan BQ_1 sebagai jari-jari lingkaran dan B sebagai titik pusat. Titik potong garis lurus tersebut dengan lingkaran adalah Q_r.
- Maka BQ_r adalah β_{1r}. (gambar 12b)

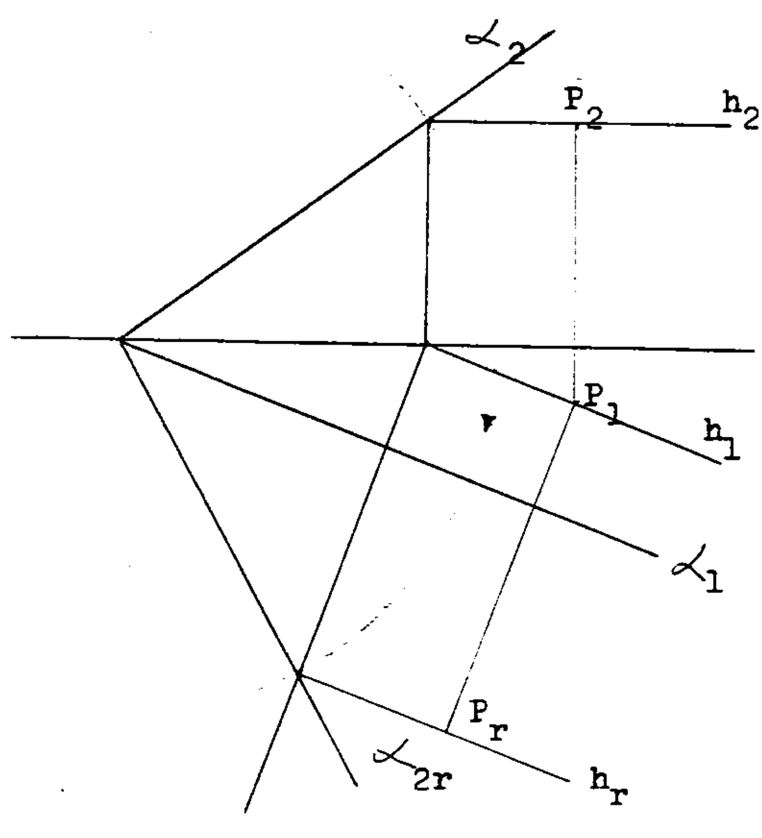


Gambar 12b

3. <u>Menurunkan Sebuah Bidang Dengan Titik Yang Terletak Di-Dalamnya</u>

a. Dengan pertolongan garis utama yang diturunkan.

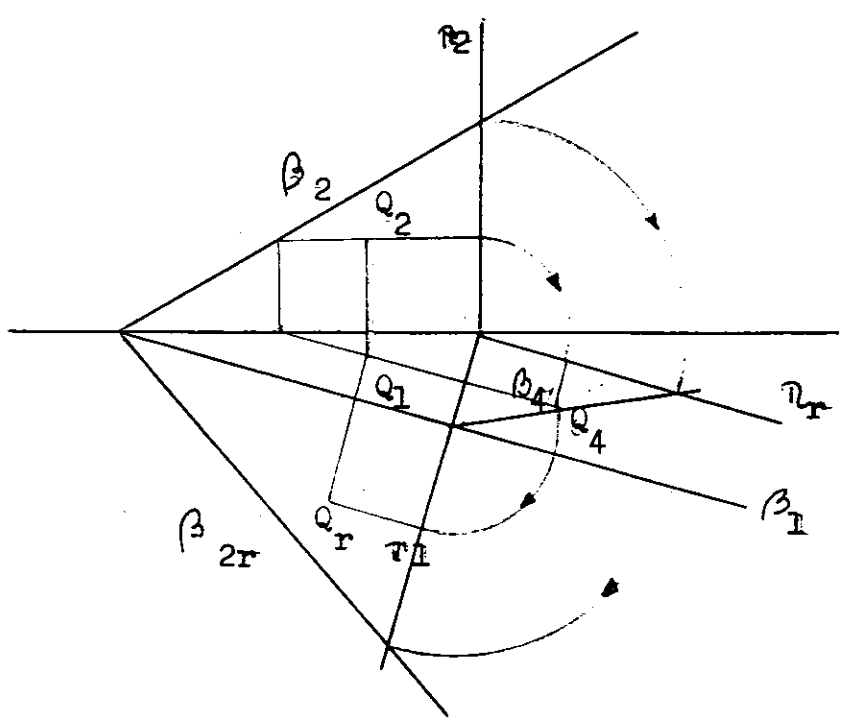
Pada bidang α terletak titik P. Proyeksi-proyeksi titik P didapat dengan memakaikan garis utama. Tembusan ke dua α_2 di turunkan di H. Dengan memutarkan titik tembusan ke dua dari h. Garis utama h adalah $// \alpha_1$, maka h_r juga akan $// \alpha_1$. P memutar di sebuah bidang $\perp \alpha_1$, jadi P_r terletak pada sebuah garis melalui P_1 $\perp \alpha_1$. Jadi P_r adalah titik potong garis terakhir dengan h_r.



Gambar 13

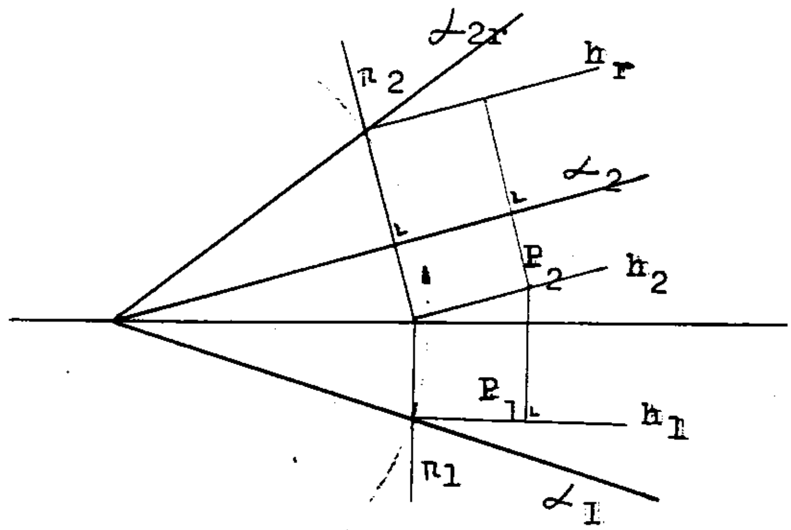
b. Dengan pertolongan sebuah bidang proyeksi baru.

Titik Q terletak pada bidang β . Ambil sebuah bidang bantu $\pi \perp \beta_1$. Dalam Ilmu Ukur Ruang menurut Sanusi (1970,75) bahwa sebuah bidang $\pi \perp \beta_1$, maka bidang proyeksi baru ini $\perp$ bidang β . Jadi semua titik-titik yang terletak di β , masing-masing mempunyai proyeksi ke-4 pada β_4. Jadi Q_4 juga terletak pada β_4. Jika β diputarkan sekeliling β_1, maka Q menggambarkan sebuah lingkaran di sebuah bidang $\perp \beta_1$. Lingkaran ini akan memproyeksikan diri pada π didalam bentuk sebenarnya. Maka Q_4 menggambarkan sebuah lingkaran sekeliling β_1 di π, hingga terletak pada π_1 yaitu Q_4'. Maka Q_r adalah titik potong garis lurus melalui $Q_4' \perp \pi_1$ dan garis lurus melalui $Q_1 \perp \beta_1$ (gambar 14).

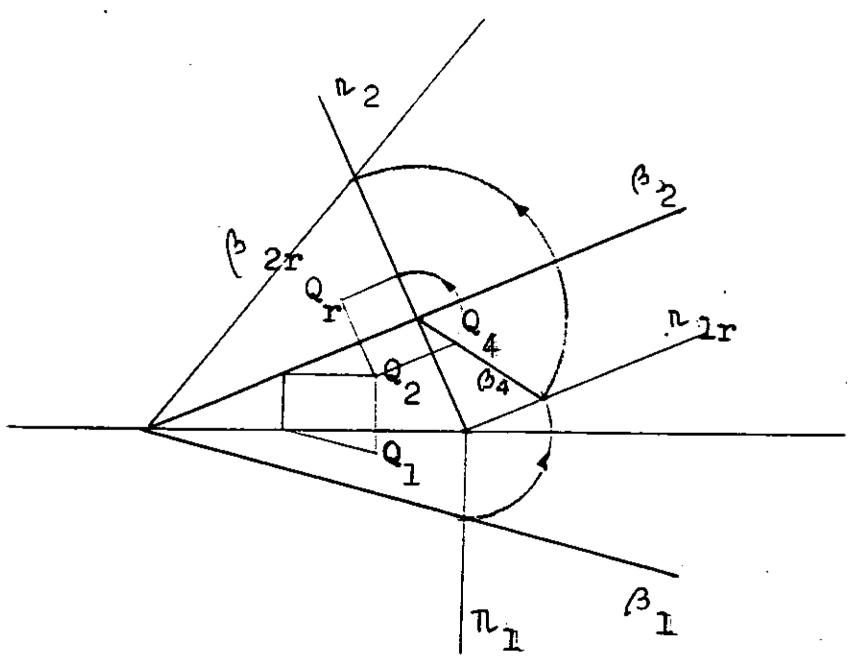


Gambar 14

c. Bidang α yang memuat titik P diturunkan di V dengan pertolongan garis utama ke dua melalui P (gambar 15). Sedangkan dalam gambar 16 adalah bidang β yang memuat titik Q dengan pertolongan sebuah bidang proyeksi baru $\pi \perp \beta_2$ dan diturunkan di V.



Gambar 15



Gambar 16

B. Bentukan-Bentukan Besar Sebenarnya

1. Jarak Antara Sebuah Titik Dan Sebuah Bidang Dengan Pertolongan Sebuah Bidang Proyeksi Baru

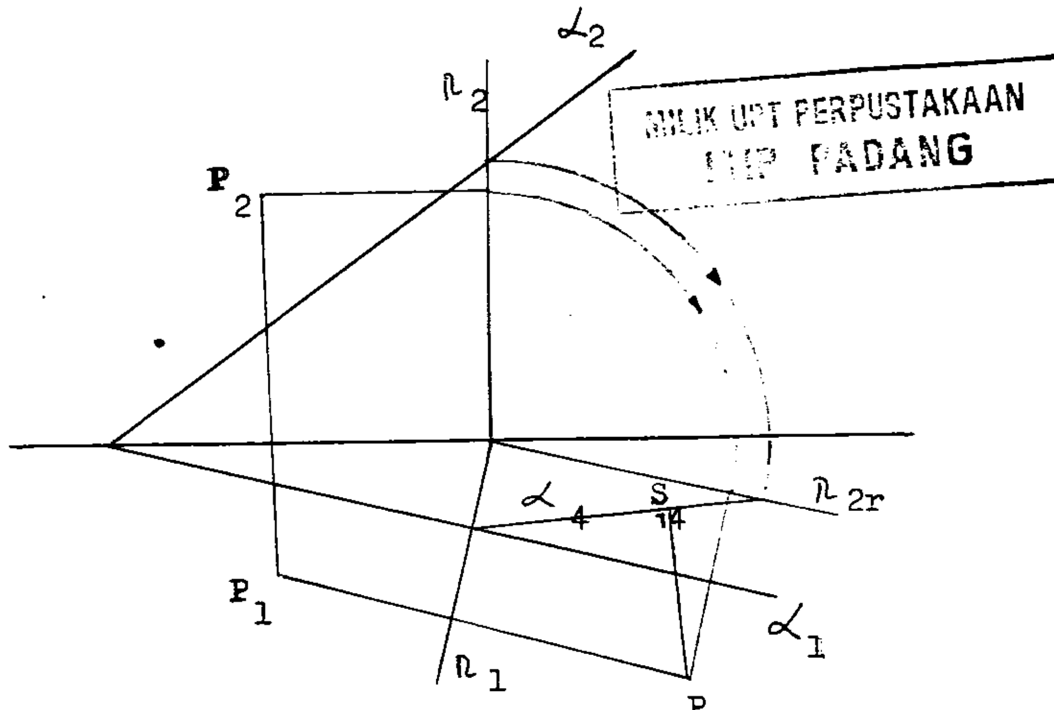
Ditentukan sebuah bidang α dan sebuah titik P. Dari P dibuat sebuah garis tegak lurus pada α , yang memo - tong bidang α di S. Pada PS adalah jarak antara P dan α . Dibuat sebuah bidang proyeksi baru $\pi \perp \alpha_1$. Menurut Oetjoep (1979,73) di dalam Ilmu Ukur Ruang bahwa :

a. karena π berdiri $\perp \alpha$, maka S_4 terletak pada α_4.

b. Karena $PS // \pi$, maka P_4S_4 sama panjang dengan α_4.

c. P_4S_4 berdiri $\perp \alpha_4$.

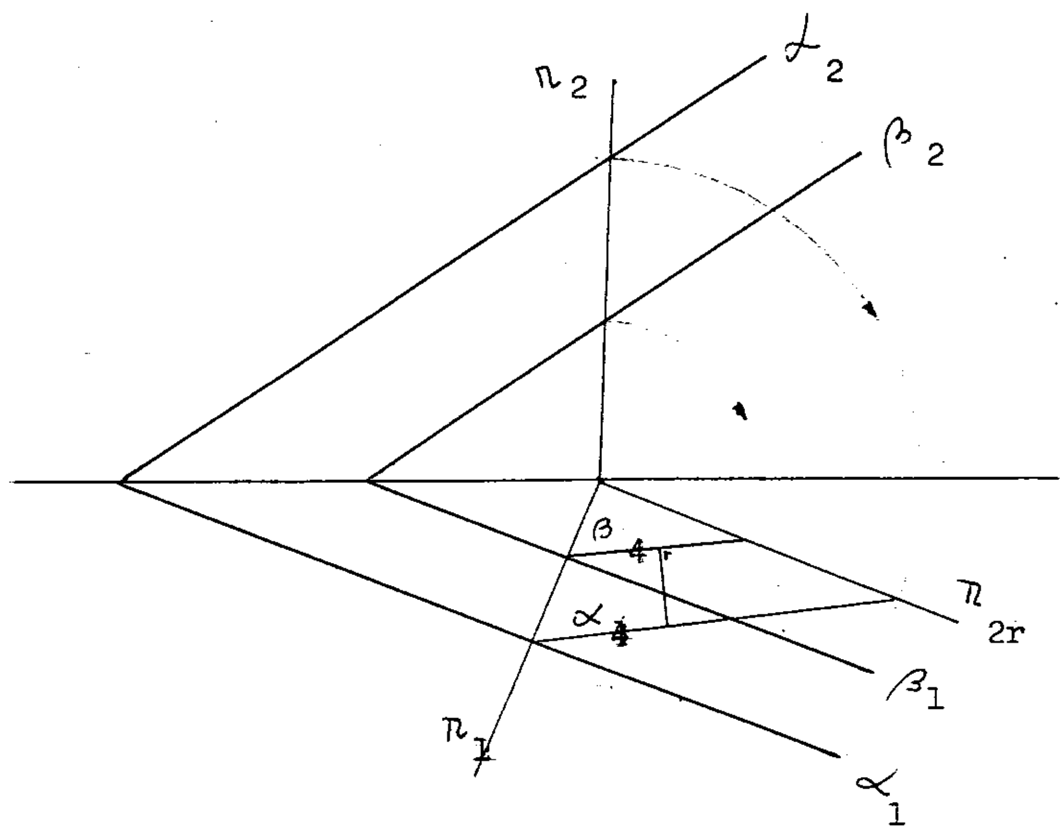
Jadi mula-mula dibentuk P_4 dari titik ini ditarik sebuah garis lurus $P_4S_4 \perp \alpha_4$. Maka P_4S_4 adalah jarak dari P pada α (gambar 17).



Gambar 17

2. <u>Jarak Antara Dua Buah Bidang Yang Sejajar</u>

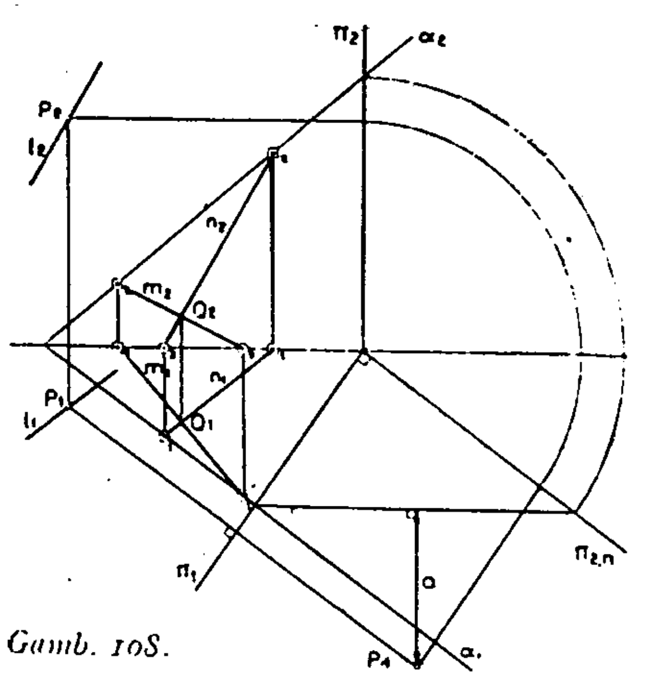
Ditentukan α dan β adalah dua buah bidang yang sejajar. Dibuat sebuah bidang proyeksi baru $\Pi \perp \alpha_1$. Didapat α_4 dan β_4. Ditarik garis tegak lurus pada α_4 dan β_4. Jarak antara α_4 dan β_4 adalah jarak antara α dan β (gambar 18).



Gambar 18

3. <u>Jarak Antara Dua Buah Garis Yang Saling Bersilang</u>

Dua garis l dan m adalah dua garis yang saling ber-bersilang. Yang akan ditentukan jarak antara garis l dan m. Diambil sebuah titik Q sembarangan pada garis m dan ditarik sebuah garis lurus n//l. Melalui garis m dan n dapat ditentukan bidang α. Kemudian diambil sebuah titik P sembarangan pada garis l. Jarak antara P dan α adalah sama dengan jarak garis-garis yang saling memotong l dan m. Dengan membuat bidang bantu $\Pi \perp \alpha_1$ didapat P_4 dan α_4. Jarak P_4 dan α_4 adalah jarak garis l dan m (gambar 19).

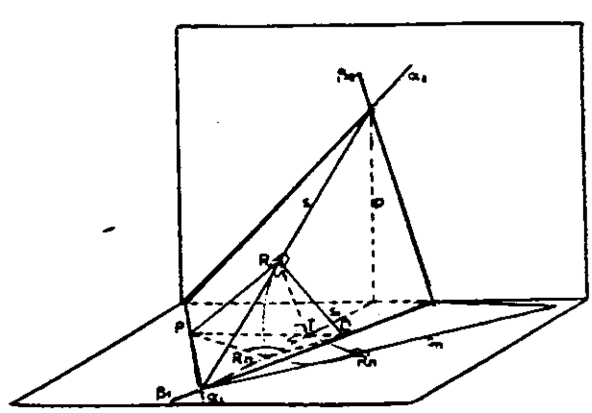


Gamb. 108.

Gambar 19

4. <u>Sudut Antara Dua Buah Bidang</u>

Bidang-bidang α dan β saling memotong. Garis potongnya ialah s. Dalam gambar 20, sudut PQR adalah sudut kedudukan sudut bidang dua, yang dibentuk oleh α dan β . Menurut Sanusi (1970, 78)bahwa dalam Ilmu Ukur Ruang : s $\perp$ PR dan s $\perp$ QR, jadi s $\perp$ bidang PQR, maka s $\perp$ PQ. Selanjutnya p berdiri $\perp$ H, jadi p $\perp$ PQ. Akibatnya,PQ $\perp$ p dan s, jadi PQ $\perp$ bidang di dalam proyeksi pertama dari s, jadi PQ $\perp$ s_1 dan PQ $\perp$ RT. Jika $\triangle$ PQR diputarkan sekeliling PQ, R_n akan terletak pada s_1. Untuk menemukan panjang RT yang sebenarnya diturunkan bidang proyeksi pertama s sekeliling s_1 di H. Di bidang ini s berdiri $\perp$ RT oleh karena s $\perp$ bidang PQR. Jadi dalam kedudukan yang diturunkan , TR'_n juga berdiri $\perp$ s_n. Diputarkan TR'_n melalui s_1 dari T, ditemukan $\triangle$ PR_nQ dan dengan ini diketemukan besarnya sudut (α, β) yang sebenarnya.



Gambar 20

Bentukan ini dikerjakan saperti gambar 21 :

a. Lukiskanlah proyeksi ke satu s_1 dari garis potong s.

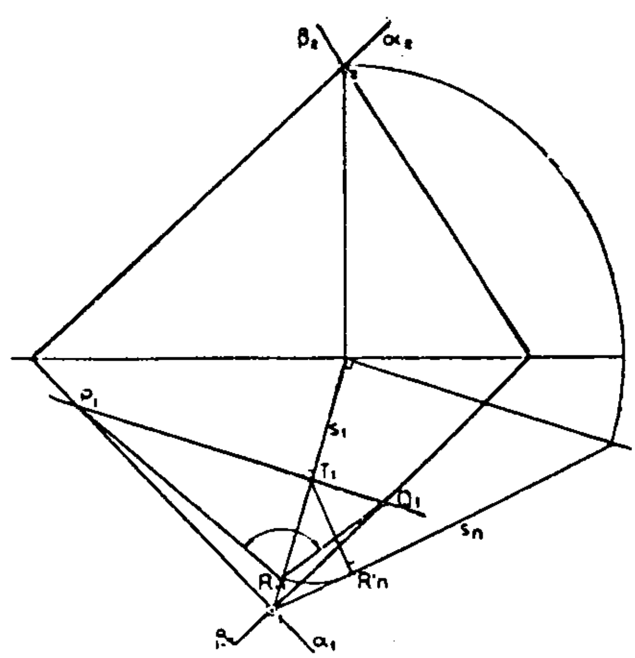
b. Tariklah $P_1Q_1 \perp s_1$ (titik potong dengan s_1 adalah T_1)

c. Turunkanlah s di H menurut s_1.

d. Tariklah garis lurus $TR'_n \perp S_n$ dari T_1.

e. Lingkarkanlah TR'_n dengan T_1 sebagai titik pusat. Titik potong lingkaran ini dan s_1 adalah R_n.

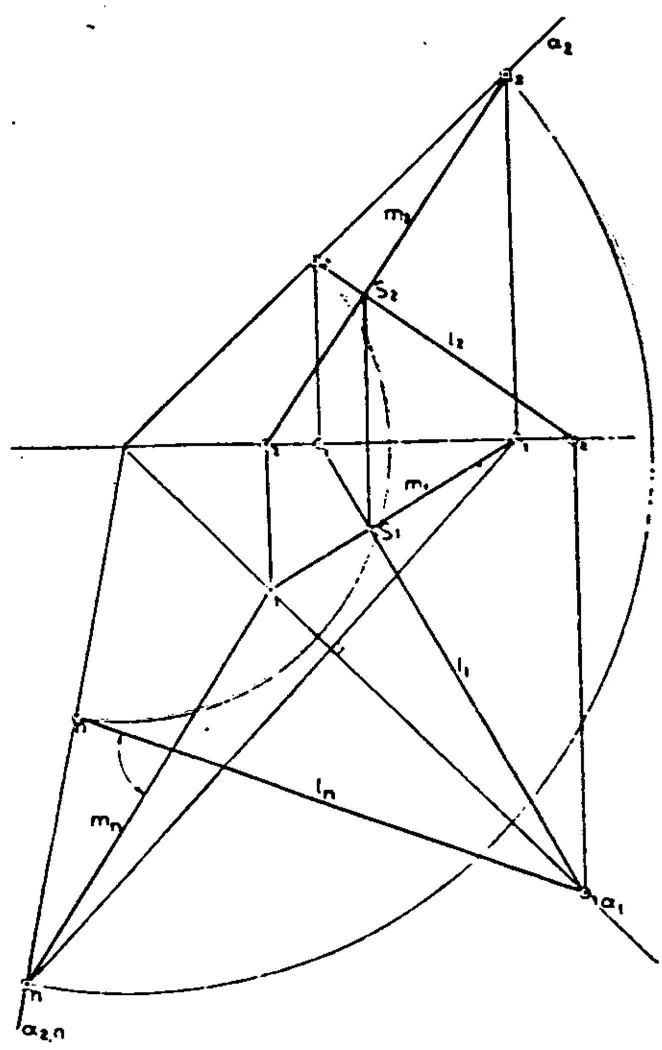
f. Sambungkanlah R_n dengan P_1 dan Q_1, maka sudut $P_1R_nQ_1$ adalah besarnya sudut kedudukan yang sebenarnya.



Gambar 21

5. Sudut Antara Dua Buah Garis Yang Saling Memotong

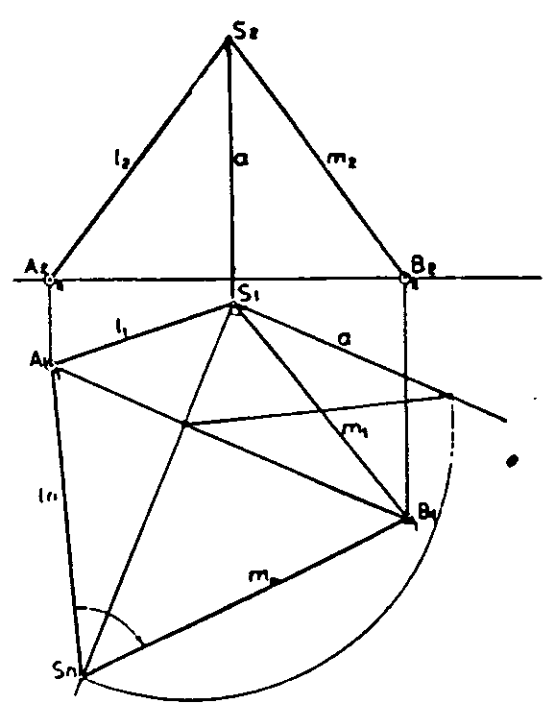
a. Ditentukan garis-garis 1 dan m yang saling memotong. Ditanyakan: menentukan besarnya sudut yang sebenarnya, yang dibentuk oleh 1 dengan m. Bidang α ditentukan oleh 1 dan m. Diturunkan bidang α ini di H. Waktu menurunkan titik-titik tembusan mendatar garis-garis itu akan tetap ditempat masing-masing. Titik-titik tembusan tegak yang diturunkan terletak pada $\alpha_{2,n}$. Sudut yang ditanyakan adalah sudut, yang dibentuk oleh 1_n dengan m_n.



Gambar 22

b. Di tidak perlukan menggambar kedua tembusan itu,dengan melalui garis-garis yang ditentukan. Kalau A_1 dan B_1 ialah titik-titik tembusan mendatar garis-garis l dan m yang saling memotong maka A_1B_1 menjadi tembusan mendatar bidang melalui l dan m itu. Kalau diputarkan titik ppotong S sekeliling A_1B_1 hingga berimpitan dengan H,maka ditemukan S_n (bidang,dimana S diputarkan,diturunkan di H).

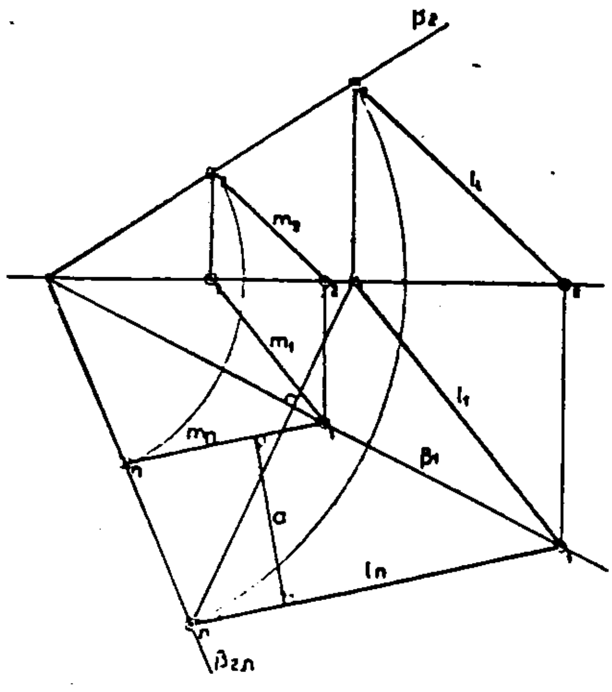
Sudut $A_1S_nB_1$ sekarang adalah besarnya sudut yang sebenarnya antara l dan m.



Gambar 23

6. Jarak Antara Dua Buah Garis Yang Sejajar

l dan m adalah dua buah garis yang sejajar. Bidang β ditentukan oleh kedua garis ini. Diturunkan bidang ini di H dengan kedua garis ini. Maka jarak antara L_n dan m_n adalah sama dengan jarak antara garis-garis yang ditentukan itu.



Gambar 24

C. Gaya-Gabung Perputaran Dan Bentuk Sebenarnya Gambar-Gambar Didalam Sebuah Bidang Datar

1. Gaya-Gabung (Pertalian satu sama lain).

   a. Gambar-gambar tambahan. Dinamakan dua buah gambar ditambahkan satu sama lain,kalau:

   1. Tiap titik gambar yang satu berhubungan dengan sebuah titik gambar lainnya.
   2. Tiap garis gambar yang satu berhubungan dengan sebuah garis gambar lainnya.

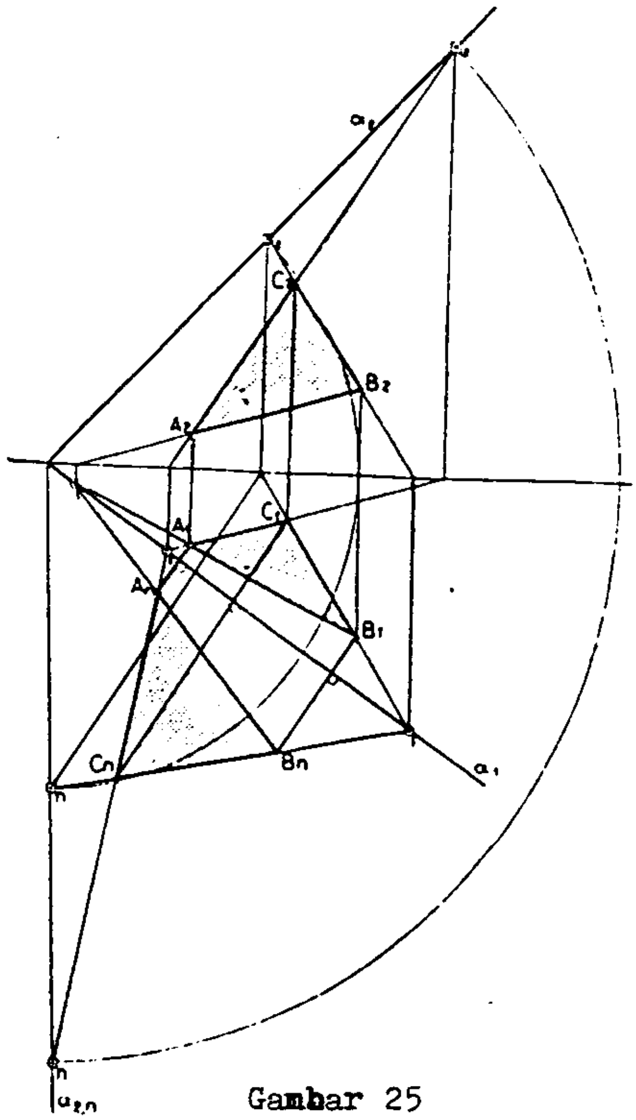
   b. Gaya-gabung. Dua buah gambar,yang ditambahkan satu sama lain,dinamakan afin kalau :

   1. Gari-garis sambungan titik-titik tambahkan atau titik-titik yang berhubungan ialah sejajar
   2. Titik-titik pptong garis-garis tambahan atau garis-garis yang berhubungan terletak pada sebuah garis lurus (sumbu gaya-gabung).

2. Gaya-Gabung Perputaran.

   Dalam gambar 25,sebuah bidang a yang memuat segitiga ABC, diturunkan di H. Dapat dilihat :

   1. Segitiga $A_1B_1C_1$ dan segitiga $A_nB_nC_n$ adalah gambar-gambar tambahan.
   2. A_1A_n sejajar B_1B_nsejajar C_1C_n.
   3. Titik-titik potong A_1B_1 dan A_nB_n,A_1C_1 dan A_nC_n, B_1C_1 dan B_nC_n,semuanya terletak pada a_1.



Gambar 25

Jadi ketentuan gaya-gabung telah dipenuhi. Oleh karena kejanggalan ini timbul diwaktu memutarkan sebuah bidang sekeliling sebuah tembusan, disini dikatakan gaya-gabung perputaran α_1 disebut sumbu gaya-gabung.

Kalau diturunkan bidang α yang memuat segitiga itu di V maka ternyatalah bahwa ada juga gaya-gabung diantara proyeksi kedua dan gambar yang diturunkan di V. Sekarang α_2 adalah sumbu gaya-gabung. Cobalah gambarkan sendiri gambar ini.

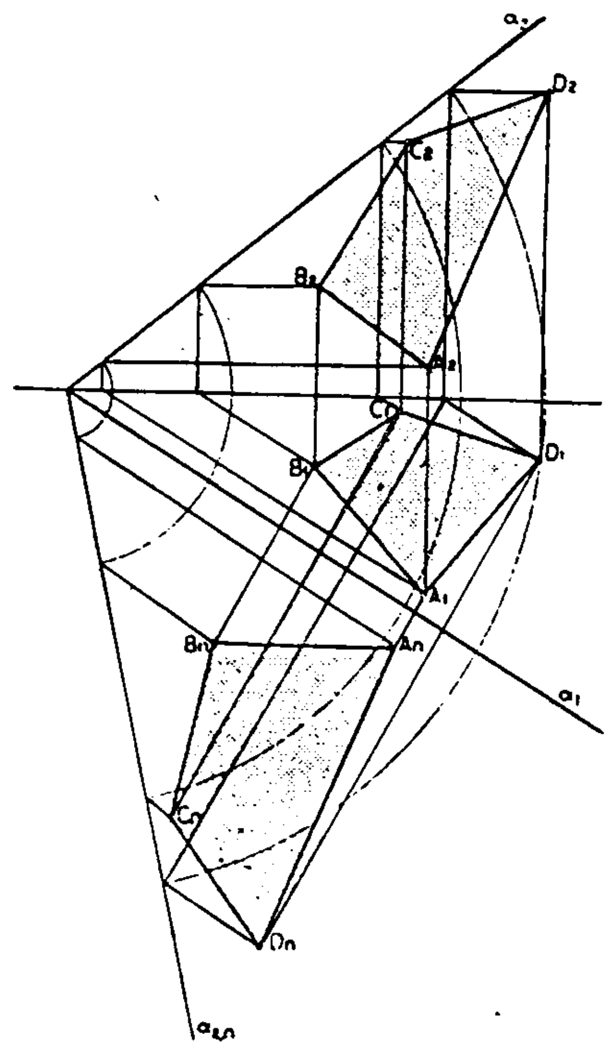
Kaidah :

Gambar datar yang diturunkan disebuah bidang proyeksi adalah afin dengan yang terletak dibidang gambar ini.

3. <u>Bentuk Sebenarnya Gambar-Gambar Dalam Sebuah Bidang Datar</u>

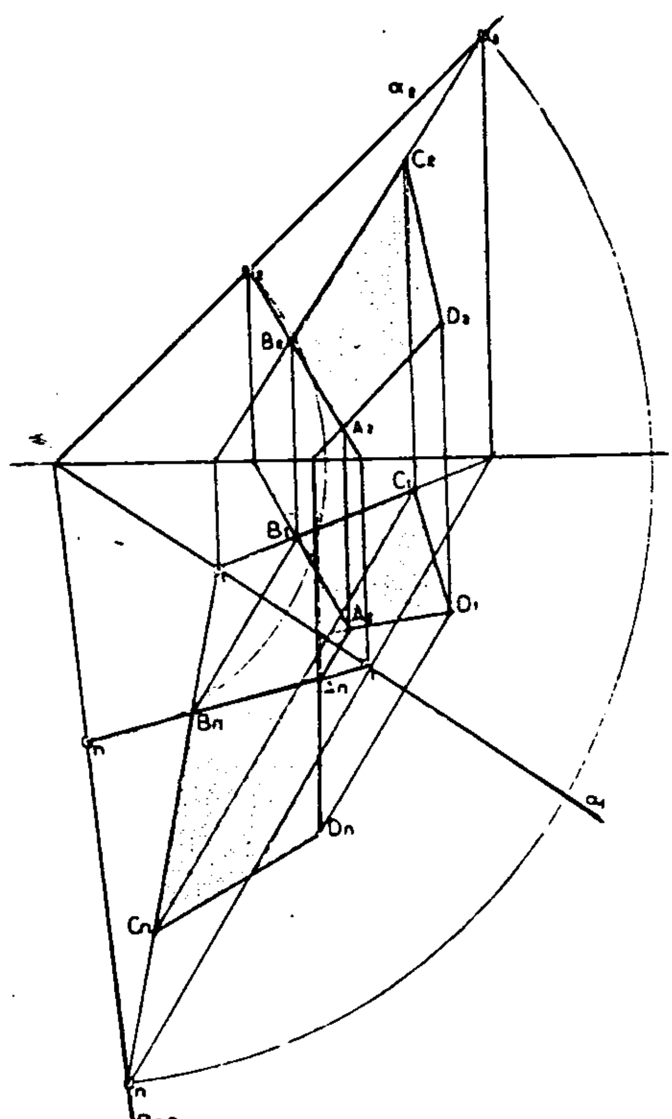
Ditentukan : Sebuah bidang a dan proyeksi kesatu sebuah segiempat yang terletak dibidang ini.

Ditanyakan : Gambarkanlah proyeksi kedua dan bentuk segiempat ini yang sebenarnya.



Gambar 26

Caranya kesatu : Dengan cara yang diterangkan di -halaman 14,ditemukan apa yang ditanyakan,dengan pertolongan garis-garis utama.

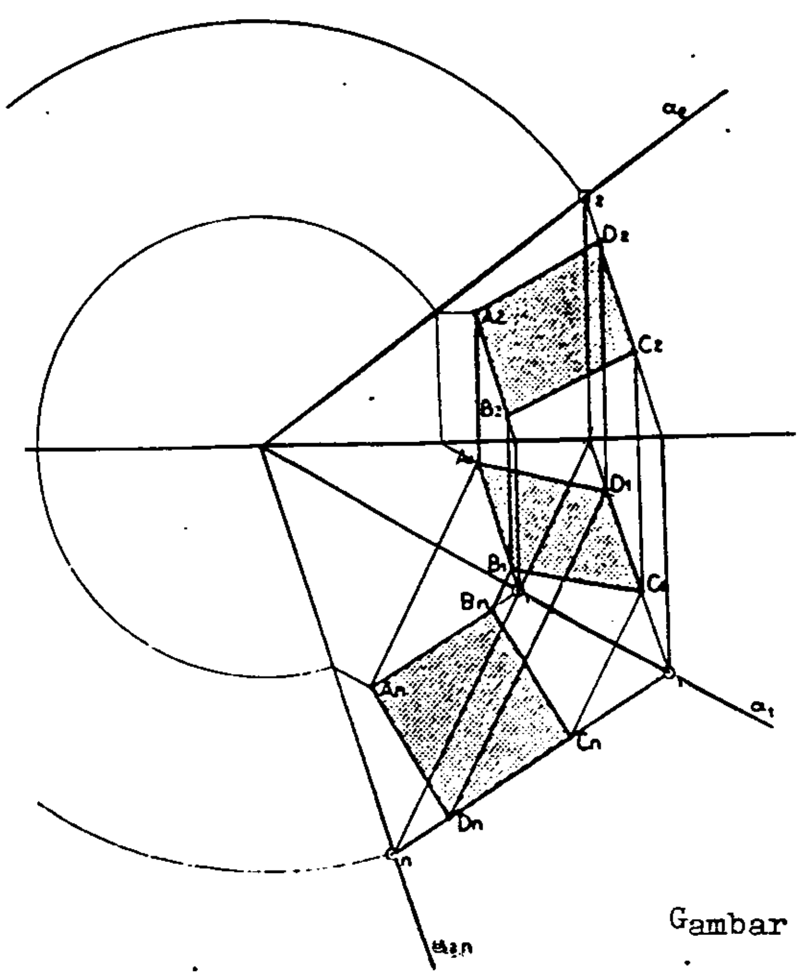


Gambar 27

Cara kedua : Disini diberikan sebuah jawaban dengan pertolongan gaja-gabung perputaran,yang diterangkan diparagraf yang lalu.

Kalau sebaliknya ditanyakan,untuk menggambarkan pro - yeksi sebuah segiempat,yang terletak disebuah bidang α maka mula-mula diturunkan bidang α di H dan didalamnya digambarkan bentuk segiempat itu yang sebenarnya.

Dalam gambar 28 diketemukan A_1 dan A_2,dengan pertolongan sebuah garis utama,sedang proyeksi - proyeksi titik-titik sudut yang lain,ditentukan dengan gaja - gabung.



Gambar 28

Soal-Soal

1. Ditentukan : $\alpha(7,-120^\circ,+60^\circ)$

   Ditanyakan : Turunkanlah bidang ini di H.

2. Ditentukan : $\alpha(5,-120^\circ,+37\frac{1}{2}^\circ)$

   Ditanya : Turunkanlah bidang ini di V.

3. Ditentukan : A(3,0,0); B(8,5,0); P(9,3,2).AB adalah tembusan kesatu bidang α . P terletak di α .

   Ditanya : Turunkanlah bidang α di H, dengan titik P yang ada di dalamnya.

4. Ditentukan : A(6,2,4); B(10,4,1); C(7,$\frac{1}{2}$,2).

   Ditanya : Buatlah bidang α melalui titik-titik ini, dan turunkanlah bidang ini dengan ketiga titik-titik itu di V.

5. Ditentukan : Bidang β melalui (3,3,1);(6,3,1);(4,1,3).

   Lukiskan : a.ketiga garis tembus bidang β itu dan rebahannya di V_2.

   b.proyeksi garis g yang melalui (4,1,3) dan (6,3,1) serta rebahannya.

6. Ditentukan : $\alpha(3,-60^\circ,+45^\circ$dan P(4,4,5).

   Ditanya : Tentukanlah jarak antara P dan α dengan pertolongan sebuah bidang proyeksi keempat.

7. Ditentukan : $\alpha(10,-135^\circ,+150^\circ)$ dan A(14,0,0). Bidang β melalui A dan sejajar dengan α .

   Ditanya : Tentukanlah jarak antara α dan β .

8. Ditentukan : l : ⊙(11$\frac{1}{2}$,2,0); ⊡ (14,0,6) dan m : ⊙(10,7$\frac{1}{2}$,0) ⊡(3$\frac{1}{2}$,0,6).

   Ditanya : Tentukanlah jarak antara l dan m.

9. Ditentukan : Garis lurus l melalui P(10,3,0) dan Q(3,3,4). dan garis lurus m melalui R(5,0,5) dan T(11,5½,5).

Ditanya : Tentukanlah jarak antara l dan m.

10. Ditentukan : α (2,-30°,+60°) dan β (10,-120°,+135°).

Ditanya : Bentuklah sudut yang dibentuk oleh α dan β.

11. Ditentukan : α //H (4 cm di atas H) dan β (6,-135°,+45°)

Ditanya : Bentuklah bidang γ , yang membelah dua sama besar sudut antara α dan β .

12. Ditentukan : A(6,1,4); B(3,4,1) dan C(9,3½,1).

Ditanya : Besarnya sudut BAC yang sebenarnya.

13. Ditentukan : A(2.4,-1); B(8,-4,1); C(10,3,-3).

Ditanya : Besarnya sudut ABC yang sebenarnya.

14. Ditentukan : A(4,2,1) dan B(7,1,4). Garis gurus l diten - kan oleh A dan B. Garis lurus n//l melalui C(9,-2,2).

Ditanya : Bentuklah jarak antara n dan l.

15. Ditentukan : α (4,-30°,+45°); A(3,5,6);B(10,3,2).

Ditanya : Sudut yang dibemtuk oleh garis lurus AB de- ngan α .

16. Ditentukan : α (3,-60°,+45°) dan P(2,2,5).

Ditanya ; Bentuklah sebuah bidang β melalui P $\perp \alpha$ jika β membuat sudut dari 135° dengan arah positif dari sumbu H.

17. Ditentukan: α (4,-45°,+45°); A_1(10,3,0).

A ialah titik pusat sebuah segi empat di α , dimana sa- lah satu diantara sebuah garis sudut-menyudutnya berdiri $\perp \alpha_1$ dan sebuah titik sudut terletak pada α_1.

Ditanya :Bentuklah proyeksi kesatu dan kedua segi empat ini.

18. Ditentukan : $A(7,2,1)$; $B(8,1,3\frac{1}{2})$; $D(9\frac{1}{2},3\frac{1}{2}1\frac{1}{2})$.

Ini adalah tiga buah titik-titik sudut jajaran genjang ABCD.

Ditanya : Bentuk sebenarnya jajaran genjang ini.

19. Ditentukan: $A(8\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$; $\alpha\,(7,-45^o,+120^o)$. Di α terletak segitiga samakaki ABC. Garis alas AB berimpit dengan α_1 dan panjangnya 4 cm. Sisi-sisi tegak panjangnya 6 cm. Segitiga ini seluruhnya terletak dikwadran kesatu.

Ditanya : Bentuklah proyeksi kesatu dan kedua segitiga ABC.

20. Ditentukan : $P(4,0,0)$; $A(7,3,0)$. Dari bidang α , α_1 berimpitan dengan AP. Di α terletak sebuah segidelapan beraturan dan A adalah sebuah titik sudutnya. Garis sudut menyudut AE panjangnya 6 cm dan berdiri tegak lurus pada α . Titik sudut E terletak di V.

Ditanya : Bentuklah proyeksi kesatu dan kedua segi dela - pan beraturan ini.

BAB III

PRISMA DAN LIMAS

A. Memproyeksikan Benda-Benda Yang Dibatasi Oleh Bidang-Bidang Datar

Proyeksi-proyeksi sebuah benda yang dibatasi oleh bidang-bidang datar dapat diketemukan dengan menggambarkan proyeksi-proyeksi titik-titik sudut dan rusuk-rusuk benda tersebut.

Bidang-bidang batas benda tersebut dianggap tidak bening. Jadi waktu melihat benda tersbut dalam suatu arah tertentu, ada rusuk-rusuk yang tidak dapat tampak. Proyeksi-proyeksi rusuk-rusuk yang tidak tampak ini digambar dengan garis-garis putus. Untuk melihat apakah sebuah rusuk tampak atau tidak, maka melihat sebuah benda untuk :

1. proyeksi kesatu dilihat dari atas
2. proyeksi kedua dilihat dari muka
3. proyeksi ketiga dilihat dari kanan
4. proyeksi keempat dilihat dari sisi dimana bangunan itu terletak.

Catatan : Kita tidak akan membuat bidang proyeksi keempat yang memotong sebuah benda.

Untuk menggambarkan tinggi benda tersebut didapat dengan cara:

1. jika dasar benda di bidang H, maka $t \perp H$, sehingga $t = t_2$.
2. jika dasar benda di bidang V, maka $t \perp V$, sehingga $t = t_1$.

3. jika dasar benda di bidang α // sumbu X, maka t $\perp \alpha$ dan t // D, sehingga $t = t_3$

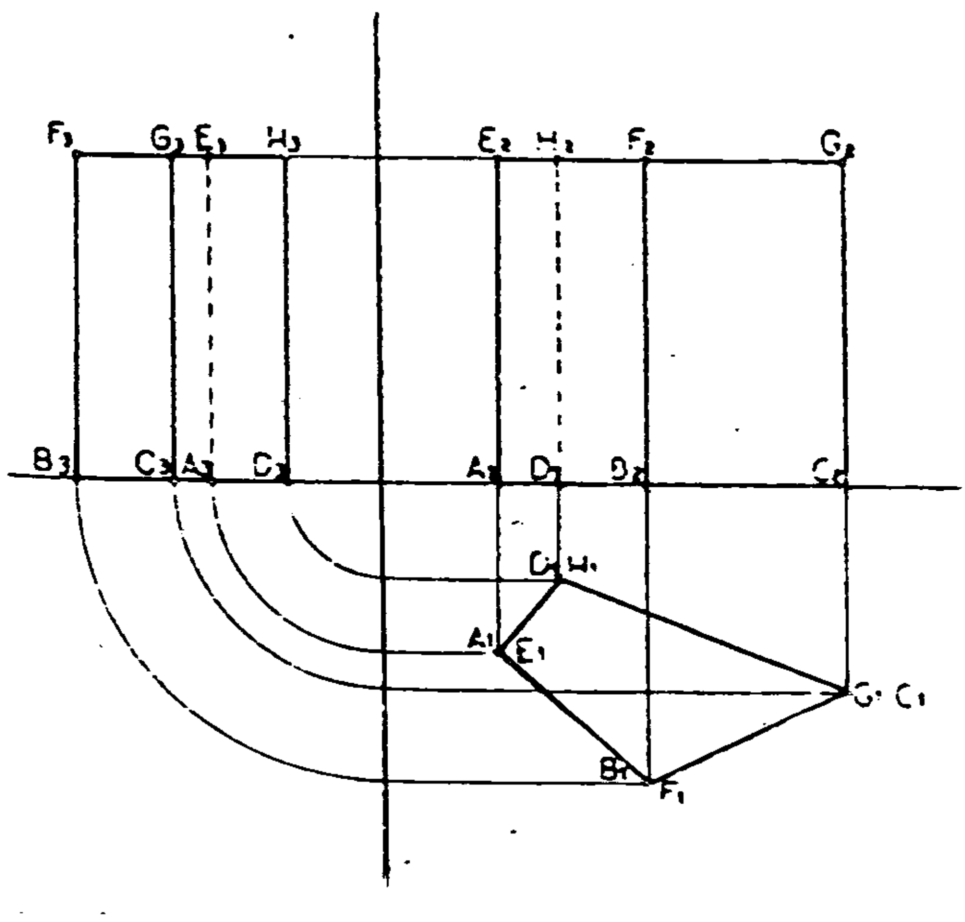
4. jika dasar benda terletak di bidang α sembarang, maka t $\perp \alpha$ dan t // bidang keempat (δ), sehingga $t = t_4$

1. Prisma dan Limas dengan Bidang Dasar di Bidang H

a. Ditentukan : Prisma bersisi empat tegak $\frac{EFGH}{ABCD}$ berdiri di H.

Ditanya : Lukislah ketiga proyeksi prisma.

Lukisan :



Gambar 29

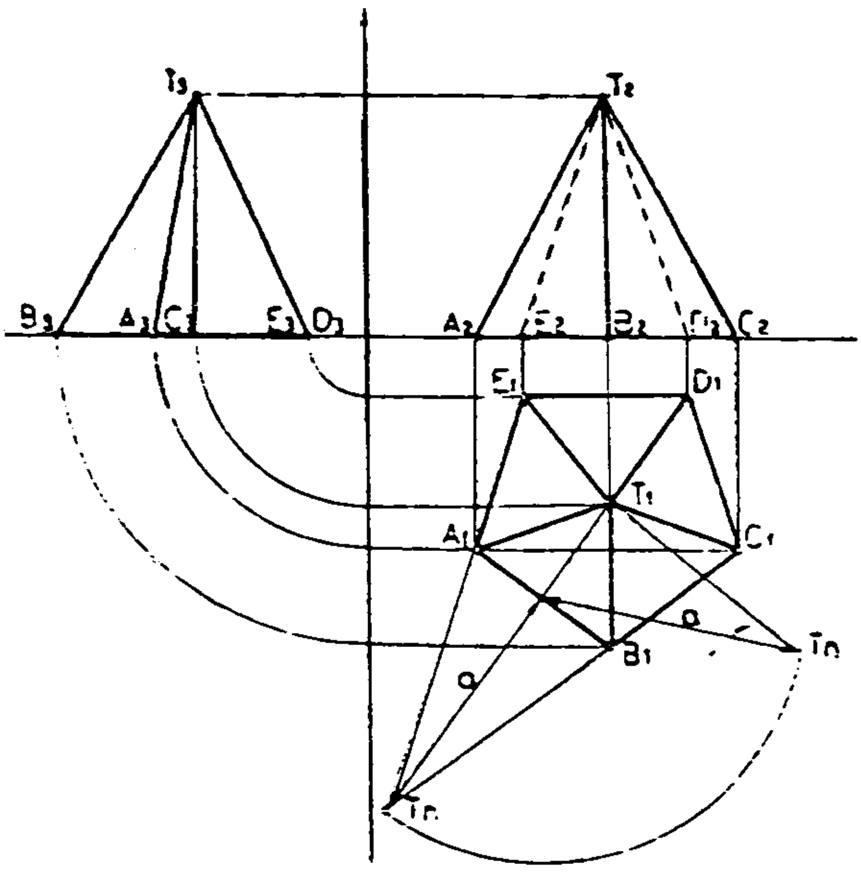
Cara melukis :

- lukislah proyeksi pertama prisma $\frac{EFGH}{ABCD}$
- tinggi prisma diukur dari sumbu X dan proyeksi kedua prisma dapat dilukis
- proyeksi ketiga prisma dapat dilukis

b. Ditentukan :Sebuah limas bersisi lima beraturan T.ABCDE berdiri dengan bidang alasnya di H.

Ditanya :Lukislah ketiga proyeksi limas

Lukisan :



Gambar 30

Cara Melukis :

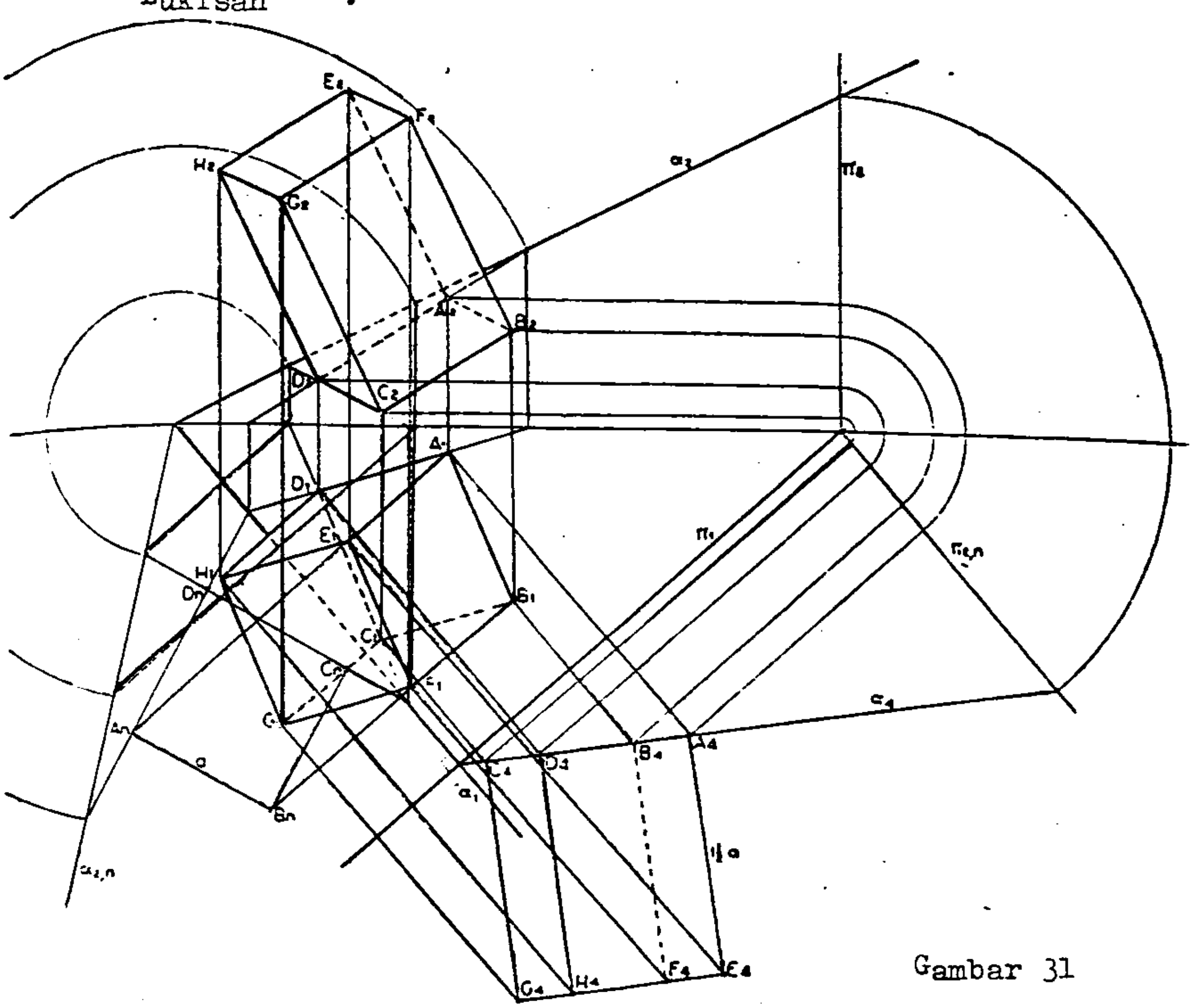
- lukislah proyeksi pertama limas T,ABCDE di H
- tinggi limas diukur dari sumbu λ setelah T_1 diproyeksikan ke sumbu λ
- proyeksi kedua dan ketiga limas dapat dilukis

2. Prisma dan Limas dengan Bidang Alas pada Bidang Sembarang

a. Ditentukan : Bidang α .

Ditanya : Lukislah sebuah prisma bersisi empat beraturan, yang bidang alasnya terletak di α dan tingginya $1\frac{1}{2}$ x rusuk bidang alasnya.

Lukisan :



Gambar 31

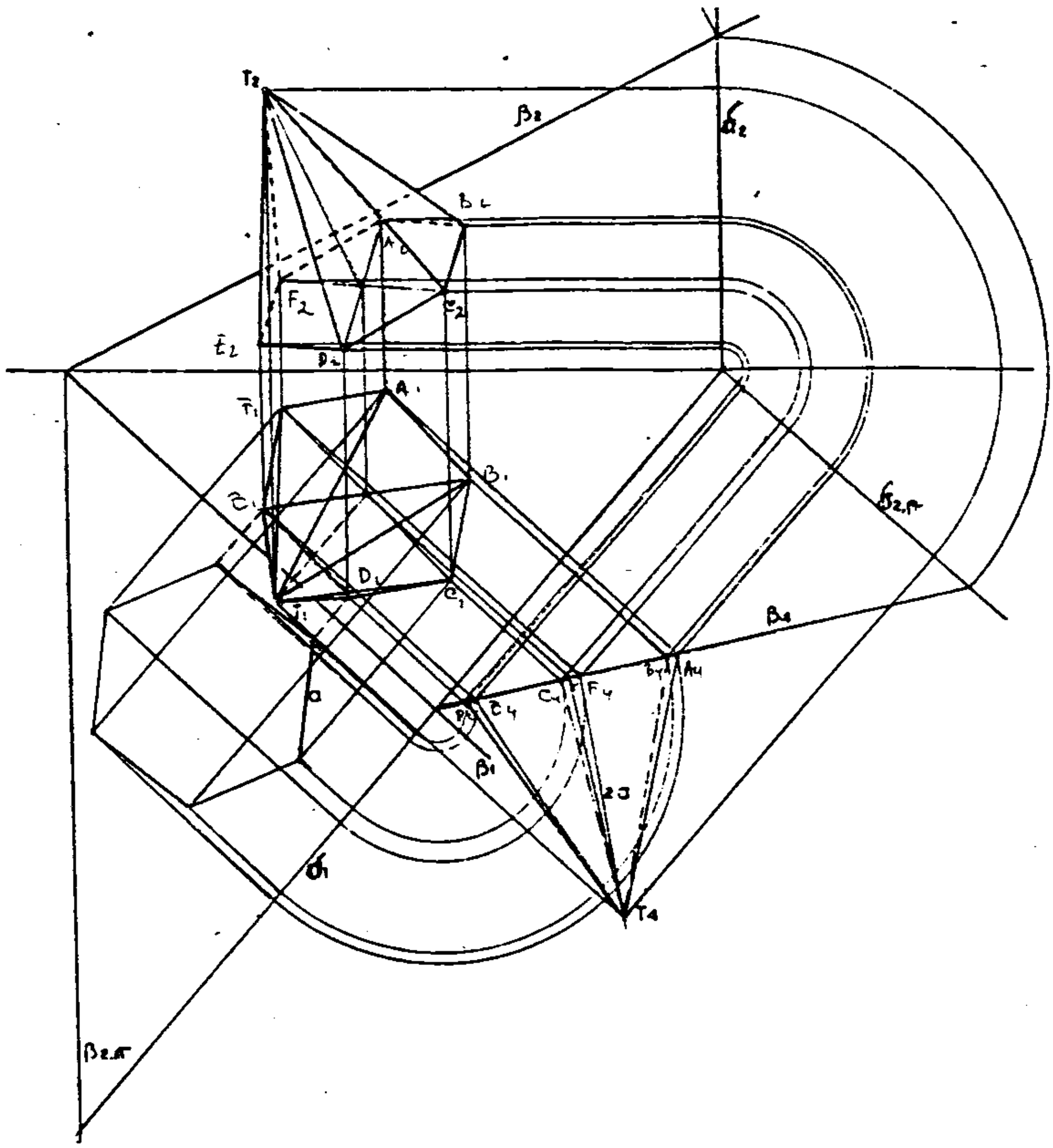
Cara Melukis :

1. Turunkan bidang α di H menjadi α_{2r}.
2. Pada bidang α_{2r} dilukis segiempat $A_nB_nC_nD_n$ yang bersisi a.
3. Lukis $A_1B_1C_1D_1$ dan $A_2B_2C_2D_2$ dengan cara memproyeksikan $A_nB_nC_nD_n$ (dengan memakai sumbu affin).
4. Buat bidang bantu $\delta \perp \alpha_1$ didapat α_4.
5. Pada α_4 didapat $A_4B_4C_4D_4$. Dengan mengukurkan rusuk-rusuk tegak ($1\frac{1}{2}$ a) $\perp \alpha_4$ didapat $E_4F_4G_4H_4$.
6. Lukis proyeksi kesatu rusuk-rusuk tegak berdiri tegak lurus α_1 dan proyeksi keduanya berdiri tegak lurus α_2.
7. $E_1F_1G_1H_1$ dan $E_2F_2G_2H_2$ dapat dilukis dari proyeksi keempat ini.

b. Ditentukan : Bidang β .

Ditanya : Lukislah proyeksi pertama dan kedua sebuah limas sisi-enam beraturan, yang bidang alasnya terletak di bidang β dan tingginya 2 x rusuk bidang alas itu.

Lukisan :



Gambar 32

Cara Melukis :

1. Turunkan bidang β di H menjadi β_{2r}.
2. Pada bidang β_{2r} ini digambar segienam beraturan $A_nB_nC_nD_nE_nF_n$ yang rusuknya a.
3. Buat bidang bantu $\delta \perp \beta_1$. Bidang δ diturunkan

di H maka didapatkan β_4.

4. Pada β_4 didapat $A_4B_4C_4D_4E_4F_4$ dengan pertolongan perputaran titik-titik sudut segienam sekeliling β_1.
5. Titik pusat segienam adalah titik potong garis-garis sudut menyudut. Proyeksi pertama dan kedua segienam ini didapat.
6. Tinggi Limas yang sebenarnya diukur $\perp \beta_4$ di titik proyeksi titik pusat limas di β_4, maka didapat T_4.
7. Titik T_1 dan titik T_2 dapat dilukis.
8. Limas TABCDEF terlukis.

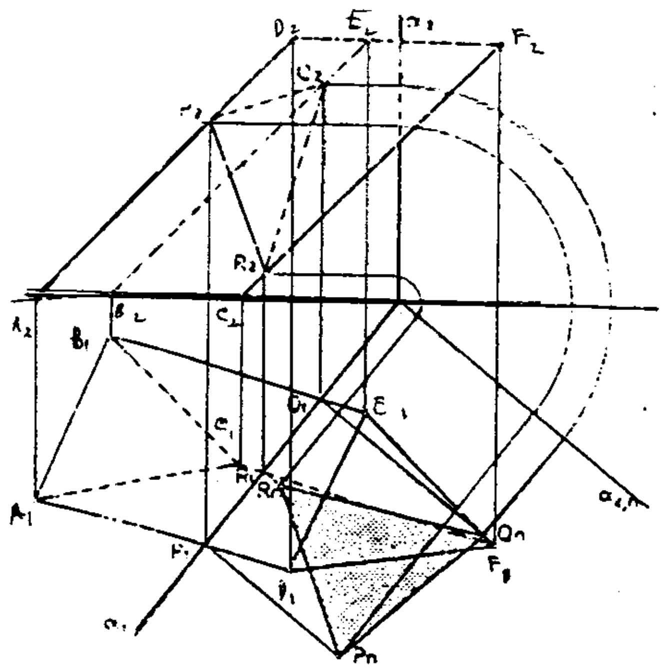
B. Irisan Sebuah Prisma Dan Sebuah Limas Dengan Sebuah Bidang Tegak Pada Sebuah Bidang Proyeksi

1. Irisan Sebuah Prisma Dengan Sebuah Bidang Tegak Lurus Sebuah Bidang Proyeksi.

Ditentukan : Sebuah prisma bersisi tiga miring di - iris oleh sebuah bidang $\alpha \perp$ H.

Ditanya : Lukislah bentuk sebenarnya irisan itu.

Lukisan :



Gambar 33

Cara Melukis :

1. Lukis proyeksi pertama dan kedua prisma bersisi-tiga miring yaitu $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ dan $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$, yang mana tinggi prisma diukur dari sumbu X di V.
2. Lukis bidang $\alpha \perp$ H yang menggiris prisma.
3. Proyeksi pertama titik-titik potong rusuk-rusuk tegak dengan bidang α , terletak pada α_1, yaitu P_1, Q_1 dan R_1.

4. Tarik garis tegak lurus dari titik-titik P_1, Q_1 dan R_1 ke bidang proyeksi kedua sehingga memotong rusuk-rusuk tegak yang bersesuaian, didapat titik titik P_2, Q_2 dan R_2.

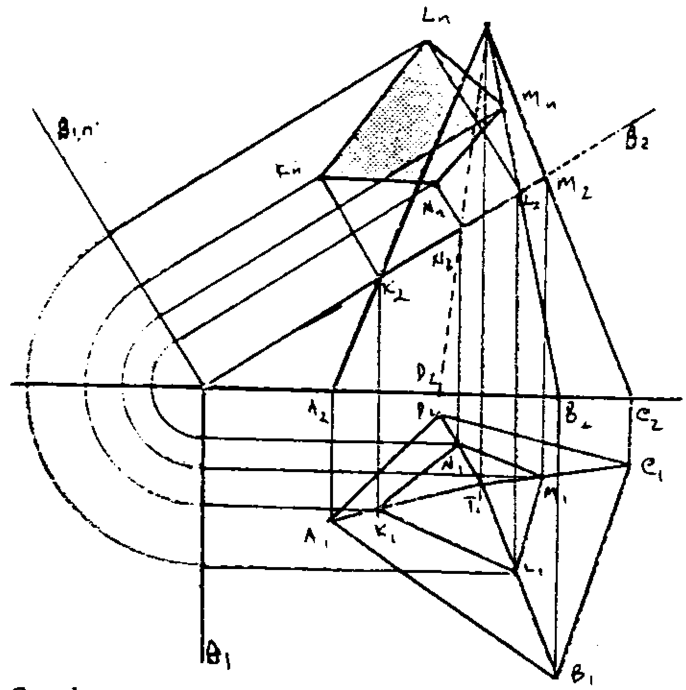
5. Dengan menurunkan bidang α di H, didapat bentuk sebenarnya irisan prisma dengan bidang α yaitu $P_nQ_nR_n$.

2. Irisan Sebuah Limas Dengan Sebuah Bidang Tegak Lurus Sebuah Bidang Proyeksi

Ditentukan : Sebuah limas sisi empat sembarang berdiri di bidang H dengan sebuah bidang $\beta \perp V$ yang mengiris limas tersebut.

Ditanya : Lukislah bentuk sebenarnya irisan limas dengan bidang β .

Lukisan :



Gambar 34

Cara Melukis :

1. Lukis proyeksi pertama dan kedua limas sisi empat didapat $T_1A_1B_1C_1D_1$ dan $T_2A_2B_2C_2D_2$, yang mana tinggi limas diukur dari sumbu X di V.
2. Lukis bidang $\beta \perp V$ yang mengiris limas.
3. Proyeksi kedua titik-titik potong rusuk-rusuk tegak terletak pada β_2 yaitu K_2, L_2, M_2 dan N_2.
4. Tarik garis tegak lurus dari titik-titik K_2, L_2, M_2 dan N_2 ke bidang proyeksi pertama sehingga memotong rusuk-rusuk tegak yang bersesuaian, dida-

pat titik-titik K_1, L_1, M_1 dan N_1.

5. Dengan menurunkan bidang β di V, didapat bentuk sebenarnya irisan limas dengan bidang β yaitu K_n, L_n, M_n dan N_n.

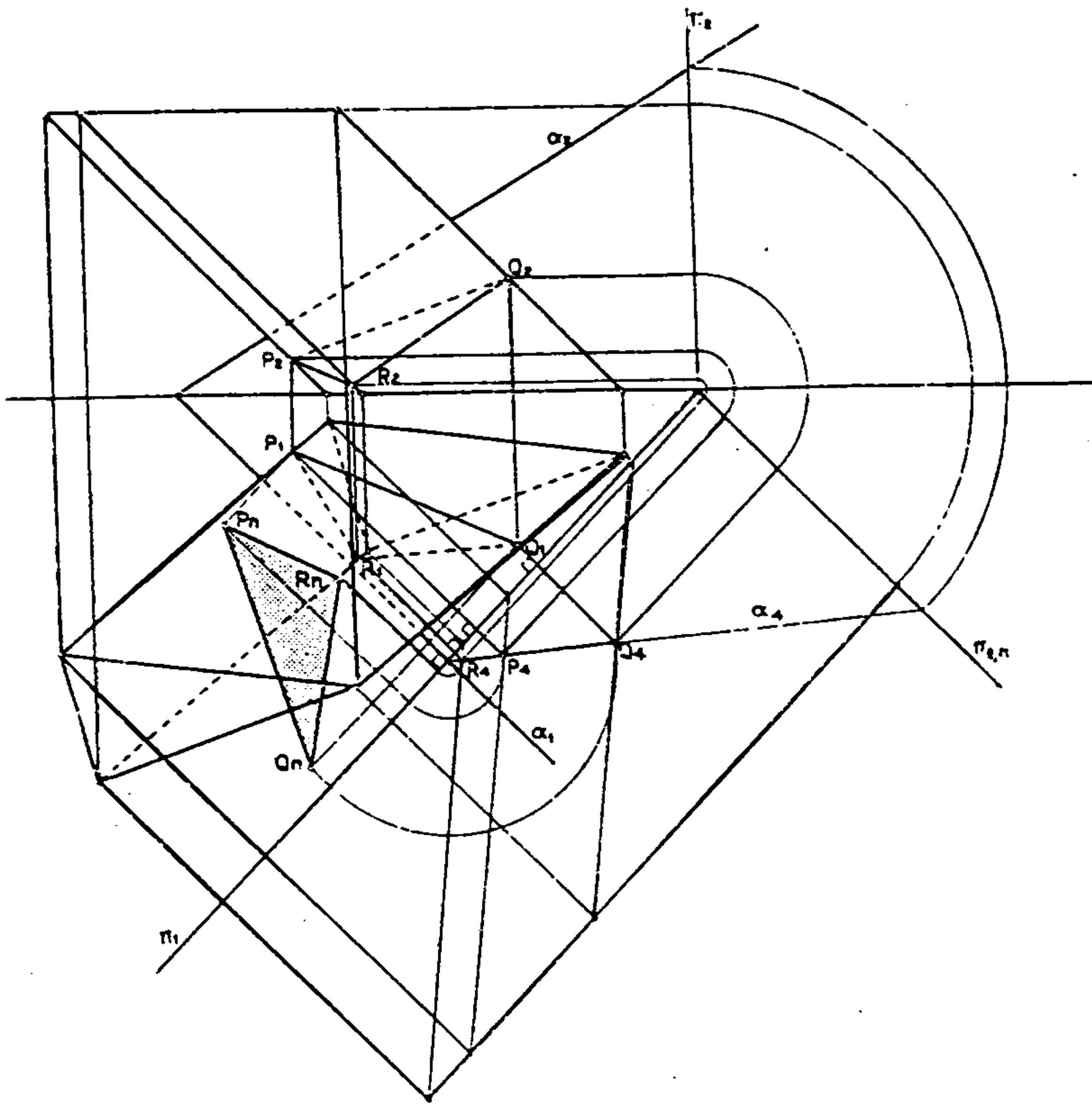
C. Irisan Sebuah Prisma Dan Limas Dengan Sebuah Bidang Sembarang

1. Irisan Sebuah Prisma Dengan Sebuah Bidang α Sembarang

Ditentukan : Proyeksi pertama dan kedua sebuah prisma bersisi tiga miring, yang bidang alasnya berimpitan dengan bidang H dan tembusan-tembusan bidang α .

Tentukan : Irisan α dengan prisma.

Lukisan :



Gambar 35

Cara Melukis :

1. Buatlah sebuah bidang proyeksi baru $\pi \perp \alpha_1$.
2. Rebahkan bidang proyeksi π , sehingga didapat α_4.
3. Lukis proyeksi ke-4 prisma itu, sehingga berpotongan dengan α_4, didapat proyeksi ke-4 irisan α dengan prisma, yaitu P_4 Q_4 R_4.

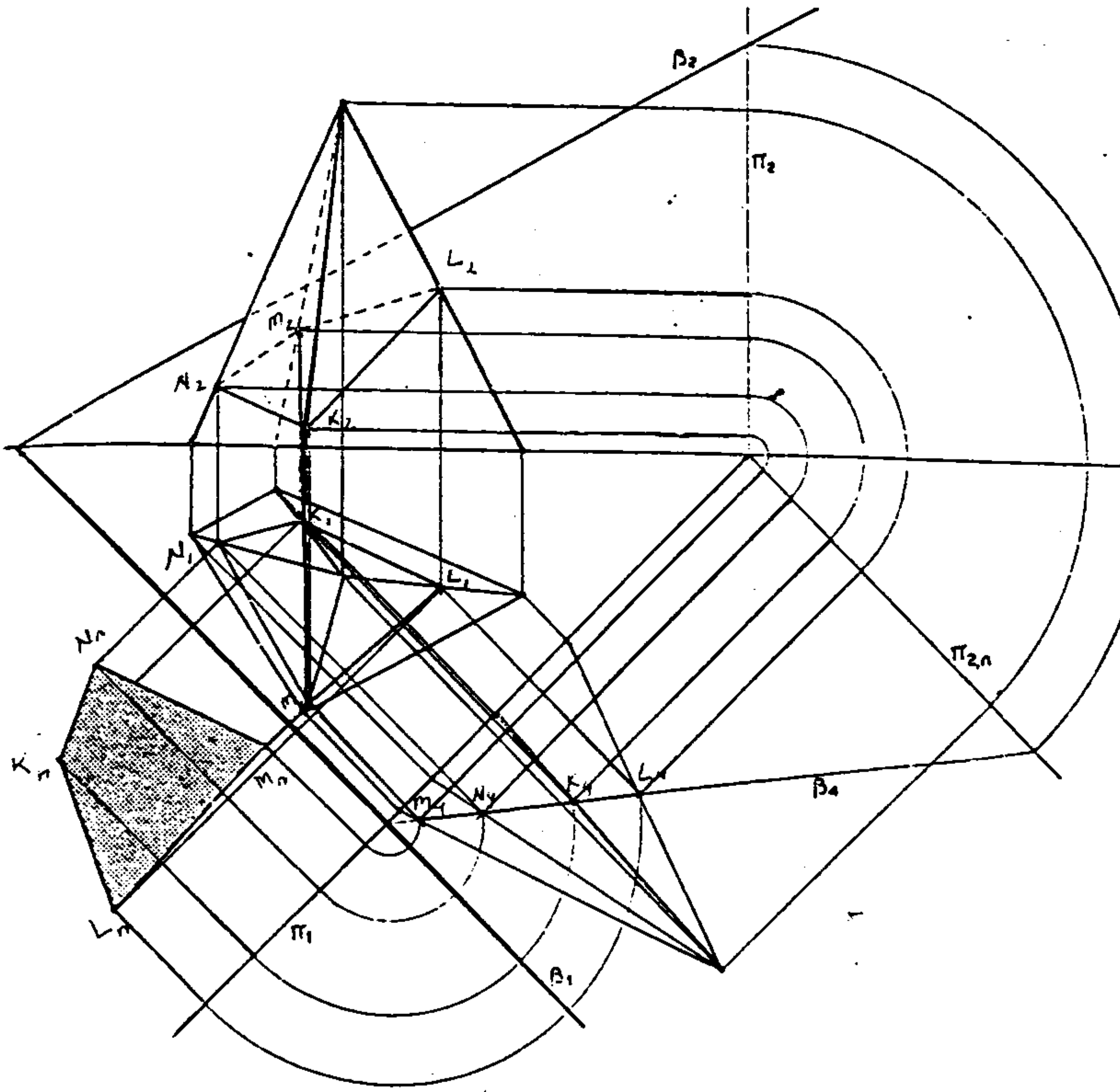
4. Tarik garis-garis tegak lurus dari titik-titik $P_4Q_4R_4$ pada π_1, ditemukan P_1. Q_1 dan R_1 pada proyeksi pertama rusuk-rusuk yang senama.
5. Tarik garis tegak lurus dari titik-titik P_1, Q_1 dan R_1 sehingga memotong rusuk - rusuk tegak senama proyeksi kedua prisma, didapat $P_2\ Q_2\ R_2$.
6. Dengan cara memutarkan P, Q dan R sekeliling α_1, hingga terletak di H dengan pertolongan bidang proyeksi baru π , dapat dilukis bentuk irisan yang sebenarnya yaitu $P_n\ Q_n\ R_n$.

2. Irisan Sebuah Limas Dengan Sebuah Bidang β Sembarang

Ditentukan : Proyeksi pertama dan kedua limas sisi empat, yang bidang alasnya berimpitan dengan bidang H dan tembusan-tembusan bidang β .

Tentukan : Irisan β dengan limas.

Lukisan :



Gambar 36

Cara Melukis ;

1. Buatlah sebuah bidang proyeksi baru $\pi \perp \beta_1$.
2. Dengan merebahkan bidang proyeksi baru π didapat β_4.
3. Perpotongan proyeksi ke-4 prisma dengan β_4 adalah $K_4L_4M_4N_4$.

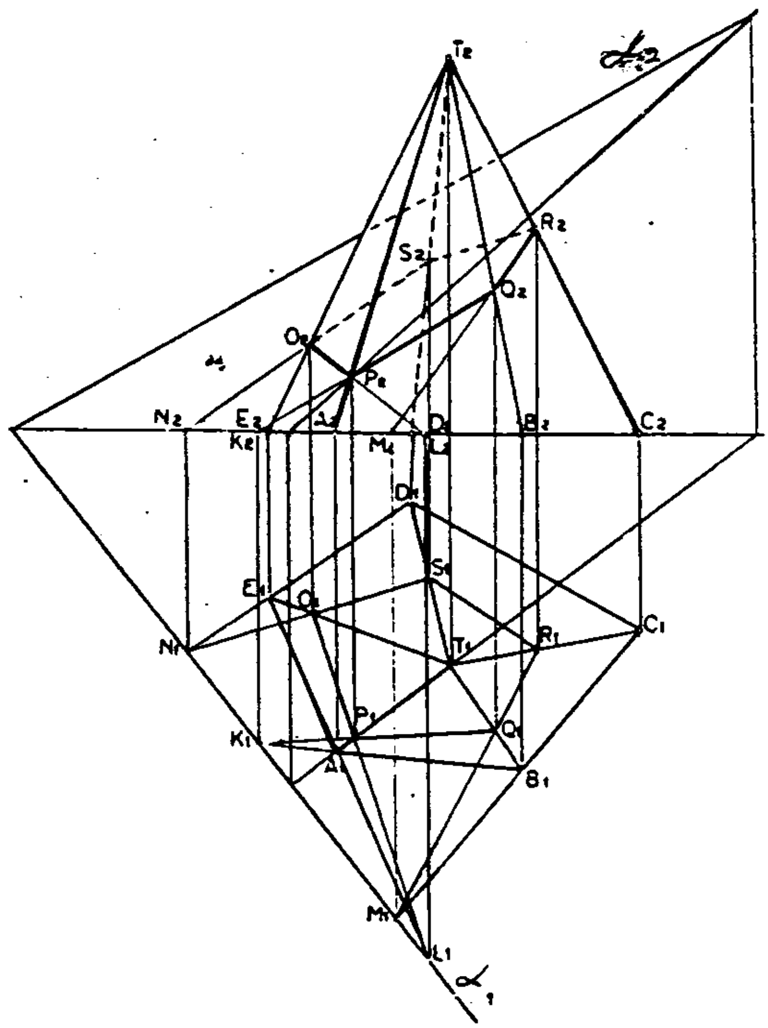
4. Tarik garis-garis tegak lurus dari titik-titik $K_4 L_4$, M_4 dan N_4 pada β_1, diketemukan $K_1 L_1 M_1 N_1$ pada rusuk-rusuk proyeksi pertama limas.
5. Tarik garis tegak lurus dari titik-titik K_1, L_1, M_1 dan N_1 sehingga memotong rusuk-rusuk tegak yang senama dari proyeksi kedua limas, didapat K_2 L_2 M_2 N_2.
6. Dengan cara memutarkan K, L, M dan N sekeliling β_1, hingga terletak di H dengan pertolongan bidang proyeksi baru π , dapat dilukis bentuk irisan yang sebenarnya yaitu K_n M_n L_n N_n.

3. Menentukan Irisan Dengan Pertolongan Affinitet

Ditentukan : Sebuah limas bersisi lima, yang alsnya berimpit dengan bidang H dan sebuah bidang α.

Tentukan : Irisan limas dengan bidang α .

Lukisan :



Gambar. 37

Cara Melukis :

1. Hubungkan A_1T_1 sehingga memotong α_1, dan diproyeksikan ke V sehingga memotong α_2, didapat titik P.
2. Ditentukan titik potong EA dengan α_1 ialah L .
3. Ditentukan titik potong LP dengan TE ialah O.

4. Ditentukan titik potong CB dengan α_1 ialah M.

5. Ditentukan titik potong MQ dengan TC ialah R.

6. Ditentukan titik potong DE dengan α_1 ialah N.

7. Ditentukan titik potong NO dengan TD ialah S.

8. Irisan Limas dengan α adalah PQRSO.

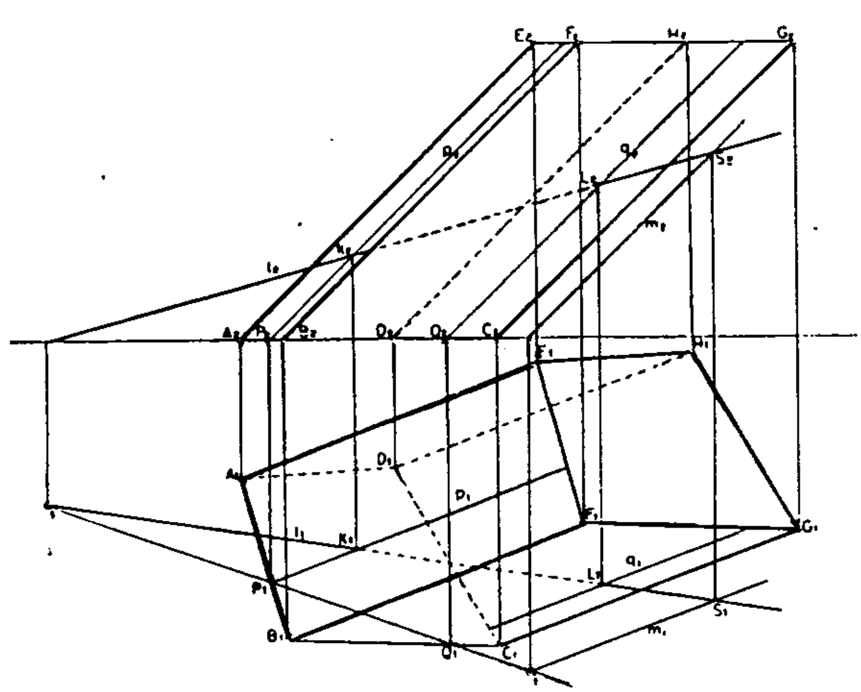
D. Titik-Titik Potong Sebuah Garis Dengan Sebuah Prisma Dan Sebuah Limas

1. Titik-Titik Potong Sebuah Garis Dengan Sebuah Prisma

Ditentukan : Sebuah Prisma bersisi empat miring $\frac{EFGH}{ABCD}$

Ditanya : Tentukanlah titik-titik potong garis 1 dengan prisma itu.

Lukisan :



Gambar 38

Cara Melukis :

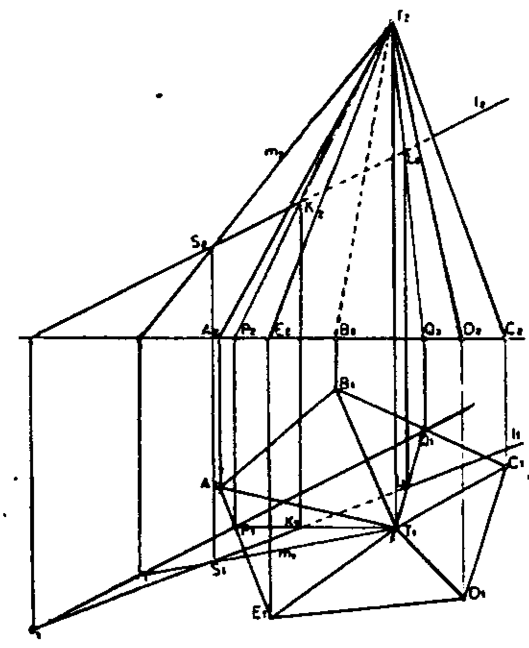
1. Ambil sebuah titik sembarang S pada garis l.
2. Melalui titik S ini ditarik garis lurus m // rusuk-rusuk tegak dari prisma.
3. Garis sambung dari Θ_1 di l dan Θ_1 di m adalah tem - busan mendatar bidang itu melalui l dan m.
4. Garis sambung ini memotong segiempat ABCD di titik P (di AB) dan di titik Q (di BC). Ini merupakan titik-titik tembusan mendatar dari garis-garis potong p dan q, dari bidang melalui l dan m yang sejajar dengan rusuk-rusuk tegak prisma itu.
5. Titik-titik potong garis l dengan garis p dan garis q , merupakan titik-titik tembus antara garis l dengan prisma yaitu titik K dan titik L. Inilah titik titik potong yang diminta.

2. Titik-Titik Potong Sebuah Garis Dengan Sebuah Limas

Ditentukan : Sebuah limas sisi lima sembarangan T ABCDE dan sebuah garis lurus l.

Ditanya : Tentukan titik-titik potong l dengan limas.

Lukisan :



Gambar 39

Cara Melukis :

1. Lukis proyeksi kesatu dan kedua limas, serta garis l
2. Ambil sebuah titik sembarangan S pada garis l
3. Titik S dihubungkan dengan titik puncak T oleh garis lurus m.
4. Dari bidang melalui l dan m digambar tembusan mendatar, sehingga memotong bidang alas limas di titik P dan titik Q.
5. Titik P dan titik Q juga merupakan tembusan mendatar dari garis-garis potong TP dan TQ di bidang ini dengan limas.

6. Titik-titik potong K dan L dari 1 dengan TP dan TQ adalah titik-titik potong yang diminta.

E. Perputaran Benda

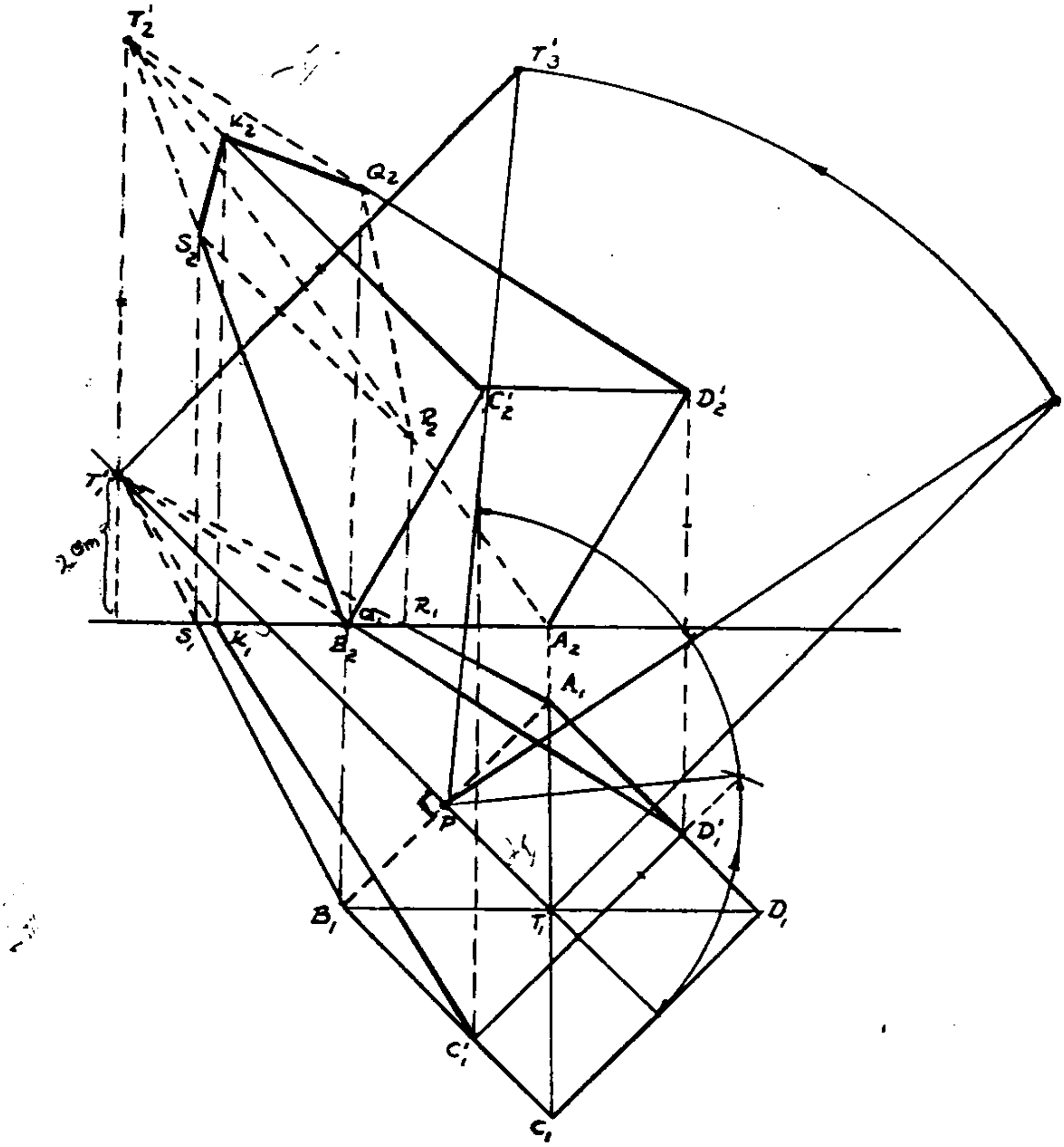
Untuk perputaran mengelilingi sebuah poros, tiap titik yang berputar terletak pada bidang yang sejajar dengan α_4, sehingga perputaran itu jika diproyeksikan pada α_4, proyeksinya sama dan sebangun (kongruen) dengan bentuk perputaran yang berlangsung.

Maka sifat itu digunakan bagi perputaran di bawah ini :

1. Diketahui : Bidang alas ABCD sebuah limas beraturan T ABCD terletak pada V_1 di muka V_2. Rusuk AB membentuk sudut 45^o dengan sumbu proyeksi (membuka kekiri). A terletak 1 cm dimuka V_2. Rusuk bidang alas 4 cm dan tingginya 10 cm. Limas ini digulingkan pada AB sebagai poros sehingga puncak T jatuh 2 cm di belakang V_2.

   Ditanya : Lukislah kedua proyeksi limas setelah digulingkan dan kedua proyeksi irisannya dengan V_2.

Lukisan :



Gambar 40

Cara Melukis :

1.Lukislah bidang proyeksi ketiga α yang melalui T tegak lurus pada AB yang memotong AB di titik P.

2.Lukislah T'_1 pada α_1 2 cm di atas sumbu.

3.Rebahkan bidang α pada V_1 dan putarlah T_3 dengan P sebagai pusat dan PT_3 sebagai jari-jari sehingga $T_3T'_1$ tegak lurus pada α_1. Tinggi T' sama dengan $T_3T'_1$.

4.Sudut T_3PT_3' adalah sudut perputarannya.

5.Angkatlah bidang alas dengan sudut itu.

6.KLMN adalah irisannya dengan V_2.

2.Diketahui : Dari sebuah limas bersisi empat beraturan dengan puncak T, bidang alas ABCD terletak pada V_1 sedemikian hingga rusuk AB membentuk sudut 60^o dengan sumbu, membuka kekanan. Sambungan AB memotong sumbu di titik P 5 cm dari tepi kiri kertas. PA = 3½ cm, AB = 5 cm. D terletak lebih dekat ke sumbu daripada A. Tinggi limas 8 cm. Sebuah bidang memotong sumbu di titik O.3 cm dari tepi kiri kertas, α_1 sejajar dengan AB dan α_2 membentuk sudut 30^o dengan sumbu, membuka kekanan. Bidang α memotong limas menurut segi empat A'B'C'D', A' pada TA, B' pada TB dan seterusnya.

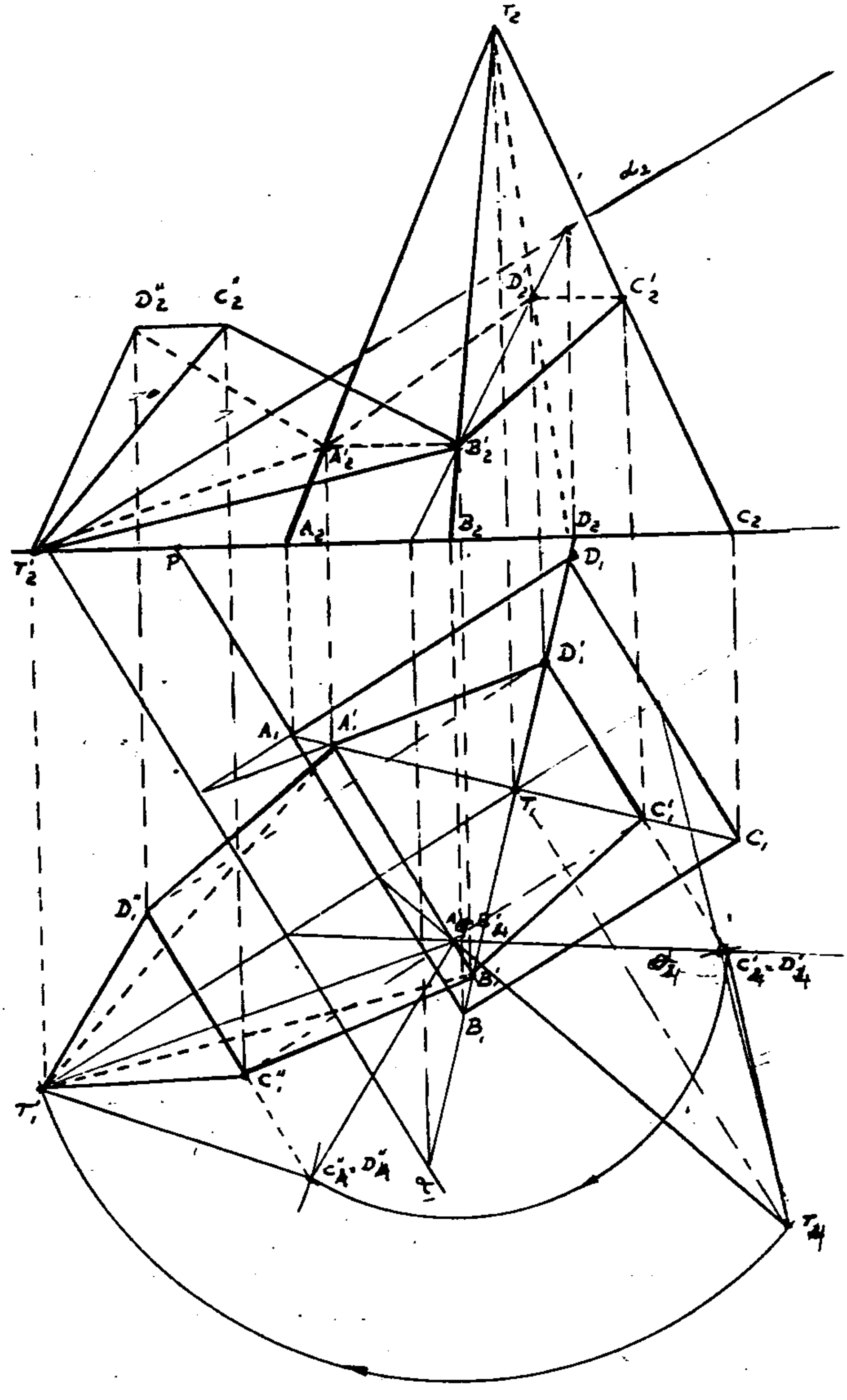
Ditanya : a. Lukislah kedua proyeksi limas itu.

b. Lukislah kedua proyeksi irisan A'B'C'D'.

c. Bagian yang terpotong yang atas TA'B'C'D' digulingkan pada A'B' sebagai poros hingga puncak T jatuh pada V_1.

d. Lukislah kedua proyeksi TA'B'C'D' setelah digulingkan.

Lulisan :


T2
d2
D2'
C2'
D2''
C2''
A2'
B2'
A2
B2
D2
C2
T2'
P
D1
D1'
A1
A1'
T1
C1'
C1
D1''
B1'
B1
C1''
T1'
T4
C4'=D4'
C4''=D4''

Gambar 41

Cara Melukis :

1. Lukislah proyeksi pertama dan kedua limas itu.
2. Lukislah bidang bantu π melalui T dan didapat α_4.
3. Proyeksi limas ke bidang bantu , sehingga memotong bidang α_4. Didapat titik-titik potong antara limas dengan α_4.
4. Lukislah kedua proyeksi irisan A'B'C'D'.
5. Putarlah T_4 dengan A'_4 sebagai pusat sehingga T_4 jatuh pada π_1.
6. Putarlah C_4 dengan A'_4 sebagai pusat dan dengan sudut perputarannya sama dengan sudut $T_4A'_4C_4$.
7. Tariklah melalui C'_4 garis sejajar dengan $_1$ dan garis melalui C_1' tegak lurus A_1B_1, maka titik potong kedua garis ini adalah C_1''. D_1'' terletak segaris dengan C_1''.
8. Puncak limas setelah diiris oleh bidang α dapat dilukis.

<u>SOAL</u> - <u>SOAL</u>

1. Sebuah kubus $\frac{EFGH}{ABCD}$ terletak di ruang I, dengan rusuk bidang dasar AB di V_1 dan A (3,3,0) serta AB // sumbu X, rusuk bidang atas EF di V_2 dan E (3,0,4). Lukislah proyeksi - proyeksi kubus itu ?

2. Ditentukan : Prisma sisiempat beraturan $\frac{EFGH}{ABCD}$, AB = 5 cm, AE = 6 cm.

   Lukiskan :

   a. kedua proyeksi prisma itu, jika bidang dasar ABCD di V_1, seluruh prisma di ruang I, A (5,1,0) dan B (8,5,0).

   b. kedua proyeksi prisma itu, jika seluruh prisma di V_1, A (5,1,0), D (8,5,0), B di V_2.

3. Ditentukan α $(14,-150^o,+135)$. Pada bidang ini terletak bidang alas sebuah limas sisi-enam beraturan. Lingkaran luar bidang alas ini jari-jarinya 2 cm dan menjinggung tembusan kesatu dan kedua dari α . Sebuah sisi segi - enam ini sejajar dengan α_2. Tinggi limas itu 5 cm.

   Ditanya : Lukiskanlah kedua proyeksi limas itu dengan pertolongan sebuah bidang bantu proyeksi baru.

4. Ditentukan : β $(10,-135^o,+135^o)$. Segitiga ABC terletak di dan menjadi bidang dasar sebuah prisma bersisi-tiga yang tegak. A_1 $(3,1\frac{1}{2},0)$, B_1 $(7,0,0)$ dan C_1 $(6,3,0)$. Tinggi prisma itu 5 cm.

   Ditanya : Lukislah kedua proyeksi prisma itu, dengan tidak mempergunakan bidang proyeksi baru.

5. Ditentukan : $\frac{EFGH}{ABCD}$ adalah sebuah prisma bersisi-empat miring A (7,8,0); B(9,3,0); C(13,5,0) dan D(12,8,0). Proyeksi - proyeksi kedua rusuk-rusuk tegak membentuk sudut-sudut dari 135° denganarah sumbu X yang positif, tingginya 6½ cm dan panjangnya A_1E_1 7 cm. Prisma ini dipotong oleh bidang γ (3,-90°,+60°).

   Ditanya :Lukislah proyeksi prisma itu dan kedua proyeksi irisannya. Lukis juga bentuk sebenarnya dari irisan itu.

6. Ditentukan : TABCD adalah sebuah limas sisi-empat miring A (1,5,0); B(4,3,0); C(6,6,0); D(3,9,0) dan T(14,5,7). Limas itu dipotong oleh sebuah bidang α (10,-120°,+90°).

   Ditanya : Lukislah kedua proyeksi limas itu dan kedua proyeksi tembusannya.

7. Ditentukan : Sebuah prisma bersisi-empat miring berdiri tegak lurus pada H. Bidang alasnya ialah sebuah segi - enam beraturan dengan titik pusat M(7½,3,0). Jari-jari lingkaran luar adalah 2 cm; sebuah sisi sejajar dengan sebuah sumbu X. Rusuk-rusuk tegak sejajar dengan V dan proyeksi kedua rusuk-rusuk itu membentuk sudut-sudut dari +60° dengan arah sumbu X yang positif. Tinggi prisma itu 7 cm. Prisma itu dipotong oleh sebuah bidang β (12,-120°,+150°).

   Ditanya : Lukislah kedua proyeksi benda itu dan kedua proyeksi irisan, dengan bentuk irisan yang sebenarnya.

8. Ditentukan : Sebuah limas bersisi empat T ABCD berdiri pada H. A(7,3,0), B(9,1,0), C(12,2,0), D(11,6,0) dan T(2,5½,7). Limas ini dipotong oleh sebuah bidang γ (2,-45°,+45°).

Ditanya : Lukislah kedua proyeksi limas itu dan kedua proyeksi tembusan dengan mempergunakan sumbu afinitet.

9. Ditentukan : Sebuah prisma sisi tiga miring $\frac{DEF}{ABC}$, terletak pada H. A (8,2,0); B(13,4,0) dan C(10,7,0). Rusuk-rusuk tegak sejajar dengan V dan proyeksi kedua rusuk-rusuk tegak ini membentuk sudut dari +135° dengan arah sumbu X yang positif. Tinggi prisma ialah 7 cm. Selanjutnya ditentukan garis GK. G(3,9,0) dan K(11,0,9).

Ditanya : Lukislah titik-titik potong GK dengan prisma ini.

10. Ditentukan : Sebuah limas bersisi tiga miring T ABC dipotong oleh garis DE. A(8,1,0); B(13,4,0); C(6,7,0); T(5,3,6); D(3,7,0) dan E(11,0,5).

Ditanya : Lukislah titik-titik potong DE dengan limas itu.

11. Ditentukan : Sebuah prisma bersisi lima beraturan $\frac{FGHIK}{ABCDE}$ berdiri pada H dengan bidang alasnya. A(4,2,0) B(6,4,0). A ialah titik sudut bidang alas itu yang letaknya terdekat dengan sumbu X.

Tinggi prisma itu 4 cm. Prisma ini diputarkan sekeliling rusuk alas AB, hingga melekat pada V.

Ditanya : Lukislah kedua proyeksi prisma itu didalam kedudukan yang diputarkan.

12. Ditentukan : Sebuah limas sisi empat T ABCD terletak di H. A(5,2,0); B(7,4,0); C(8½,1,0); D(5,1,0) dan T(7,2,5).

Limas ini diputar kemuka sekeliling rusuk AB, hingga puncak itu terletak di H.

Ditanya : Lukislah kedua proyeksi limas yang diputarkan itu .

13. Titik M terletak 2½ cm di muka V_2 dan 3 cm di atas V_1, sedang kedua proyeksi M itu sama jauhnya dari tepi kiri dan kanan kertas. M adalah pertengahan diagonal AC sebuah belah ketupat ABCD. A terletak pada V_1 dan C pada V_2. Panjang proyeksi pertama AC ialah 8 cm. Proyeksi pertama A lebih kekiri dari pada proyeksi pertama M. Diagonal yang lain BD sejajar dengan bidang proyeksi pertama sedang sudut BAD sama dengan 120^o.

Lukislah kedua proyeksi ABCD itu.

14. Bidang alas ABC sebuah prisma bersisitiga ABC DEF terletak pada bidang proyeksi pertama di muka bidang proyeksi ke - dua. Titik A terletak 3 cm dimuka sumbudan 4 cm dari tepi kiri kertas. Rusuk AB membentuk sudut 60^o dengan sumbu (membbuka kekanan) dan panjangnya 7 cm. Rusuk-rusuk AC dan BC masing-masing 9 cm. C lebih dekat ke sumbu dari A. Rusuk tegak AD ialah 5 cm dan membentuk sudut yang sama dengan sumbu dan AB, sedang proyeksi pertama AD terle-

tak dalam sudut BAC. Tinggi prisma 4 cm.
Lukislah kedua proyeksi prisma itu. Lukislah garis l yang memotong tegak lurus AB dan EF. Lukislah sebuah bidang melalui garis l dan D. Lukislah kedua proyeksi dan besar sebenarnya irisannya dengan prisma ABCDEF.

15. Bidang alas ABC sebuah bidang empat beraturan ABCD terle - tak pada bidang proyeksi pertama di muka bidang proyeksi kedua. BC sejajar dengan sumbu, 1 cm dimukanya. B dan C masing-masing terletak 11 dan 15 cm dari tepi kiri kertas. Lukislah kedua proyeksi bidang empat itu.
Dari sebuah bidang α ditentukan bahwa garis tembus pertamanya membentuk sudut 45° dan garis tembus keduanya membentuk sudut 60° dengan sumbu (keduanya membuka kekanan). Titik potong antara bidang α dengan sumbu terletak 3 cm dari tepi kiri kertas. Bidang empat ini diputar pada α_1 sebagai poros sehingga D jatuh pada bidang α. Lukislah kedua proyeksi bidang empat setelah diputar.

16. Sumbu X terletak 12 cm dari tepi atas kertas. Sebuah titik P terletak pada V_1 5 cm di muka V_2. Ambillah P 10 cm dari tepi kiri kertas. Melalui P dibuat bidang α dan bidang β , α_1 membentuk sudut 45° dengan sumbu, membuka kekiri dan α_2 membentuk sudut 60° dengan sumbu, membuka kekanan; β_1 dan β_2 membentuk sudut 30° dengan sumbu, keduanya membuka kekanan.

a. Lukislah melalui P sebuah garis yang membentuk sudut - sudut yang sama dengan kedua bidang proyeksi, terletak pada bidang α dan titik tembus keduanya Q terletak di atas sumbu X.

b. Lukislah pada β kaki kedua sudut siku-siku QTR.

c. Lukislah segitiga PQR jika tangen sudut PQR = 1/3.

DAFTAR KEPUSTAKAAN

Alders, J. (1959). Ilmu Ukur Melukis saduran Ir. H. Soemantri. Jakarta : Noordoff Kolff NV.

Gunawan, H. & Oetjoep Ilman, M. (1979). Ilmu Ukur Melukis. Bandung : Bina Budhaya.

Karim, Abdul. (1952). Ilmu Ukur Melukis. Jakarta : J. B. Wolters.

Lambri, Sanusi. (1970). Ilmu Ukur Melukis. Jakarta : Tehnik H. Stam.

Pare, E. P. & Loving, R. O. (1982). Descriptive Geometry. New York : The Macmillan Company.