

**MODEL MATEMATIKA TIPE SIQR
PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI DENGAN PENGARUH
VAKSINASI**



**KEVIN PRAMANA PUTRA
NIM. 18030118/2018**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2022**

**MODEL MATEMATIKA TIPE SIQR
PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI DENGAN PENGARUH
VAKSINASI**

SKRIPSI

*Diajukan sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar
Sarjana Sains*



Oleh:

**KEVIN PRAMANA PUTRA
NIM. 18030118/2018**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2022**

PERSETUJUAN SKRIPSI

**MODEL MATEMATIKA TIPE SIQR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI
DENGAN PENGARUH VAKSINASI**

Nama : Kevin Pramana Putra
NIM : 18030118
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Padang, 27 Oktober 2022

Disetujui oleh,

Pembimbing



Dra. Media Rosha, M.Si
NIP. 19620815 198703 2 004

PENGESAHAN LULUS UJIAN SKRIPSI

Nama : Kevin Pramana Putra
NIM : 18030118
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MODEL MATEMATIKA TIPE SIQR PENYEBARAN PENYAKIT DIFTERI DENGAN PENGARUH VAKSINASI

Dinyatakan lulus setelah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi
Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Padang

Padang, 27 Oktober 2022

Tim Penguji

	Nama
Ketua	: Dra. Media Rosha, M.Si
Anggota	: Dra. Helma, M.Si
Anggota	: Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc

Tanda Tangan



The image shows three handwritten signatures on horizontal lines. The top signature is the most complex, the middle one is simpler, and the bottom one is written in a cursive style.

SURAT PERNYATAAN TIDAK PLAGIAT

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Kevin Pramana Putra
NIM : 18030118
Program Studi : Matematika
Departemen : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan, bahwa skripsi saya dengan judul "**Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Vaksinasi**" adalah benar merupakan hasil karya saya dan bukan merupakan plagiat dari karya orang lain atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika yang berlaku dalam tradisi keilmuan. Apabila suatu saat terbukti saya melakukan plagiat maka saya bersedia diproses dan menerima sanksi akademis maupun hukum sesuai dengan hukum dan ketentuan yang berlaku, baik di institusi UNP maupun di masyarakat dan negara.

Demikianlah pernyataan ini saya buat dengan penuh kesadaran dan rasa tanggung jawab sebagai anggota masyarakat ilmiah.

Padang, 27 Oktober 2022

Diketahui oleh,
Ketua Departemen Matematika,



Dra. Media Rosha, M.Si
NIP. 19620815 198703 2 004

Saya yang menyatakan,



Kevin Pramana Putra
NIM. 18030118

Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Vaksinasi

Kevin Pramana Putra

ABSTRAK

Difteri merupakan salah satu penyakit menular berbahaya yang perlu dihindari. Difteri diakibatkan oleh peradangan bakteri *Corynebacterium diphtheriae* pada kerongkongan serta sistem respirasi atas. Penularan difteri bisa terjadi lewat bermacam cara. Bakteri penyebab difteri dapat tersebar dalam wujud partikel di udara, barang pribadi, serta perlengkapan rumah tangga yang terkontaminasi. Untuk melihat penyebarannya maka penelitian ini menggunakan model matematika serta menganalisisnya.

Jenis penelitian yang dilakukan adalah penelitian dasar atau teoritis. Penelitian ini menggunakan metode deskriptif dengan melakukan kajian atau mengumpulkan informasi dan teori-teori yang sesuai dari beberapa sumber referensi yang berkaitan dengan penyakit difteri. Penelitian ini dimulai dengan menyelidiki permasalahan kemudian menentukan variabel, parameter, dan asumsi-asumsi yang berkaitan agar dapat dilakukan pembentukan model matematika penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi. Selanjutnya, dilakukan analisis pada model matematika, kemudian ditentukan kestabilan dari titik ekuilibrium yang diperoleh. Setelah itu akan dilakukan simulasi pada titik ekuilibrium tersebut.

Berdasarkan hasil analisis model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik penyakit. Jika nilai bilangan reproduksi dasar kurang dari satu maka terdapat satu titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit yang stabil asimtotik artinya penyakit difteri akan menghilang dari populasi. Sedangkan jika nilai bilangan reproduksi dasar lebih dari satu maka terdapat dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium endemik yang stabil asimtotik dan titik ekuilibrium bebas penyakit yang tidak stabil artinya penyakit difteri akan mewabah dalam populasi. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan kelas individu yang divaksinasi dan tidak divaksinasi diperoleh bahwa semakin banyak individu yang divaksinasi maka penyebaran penyakit difteri akan semakin berkurang dan akan menghilang dalam populasi.

Kata kunci: Difteri, Model matematika, Model SIQR, Titik ekuilibrium, Vaksinasi, .

Mathematical Modeling of SIQR Type Diphtheria Disease Spread With Vaccination Effect

Kevin Pramana Putra

ABSTRACT

Diphtheria is one of the dangerous infectious diseases that needs to be avoided, diphtheria is caused by inflammation of the bacteria *Corynebacterium diphtheriae* in the esophagus and upper respiratory system. Transmission of diphtheria can occur in various ways. Diphtheria-causing bacteria can be spread in the form of particles in the air, personal items, and contaminated household equipment. To see the distribution, this study uses a mathematical model and analyzes it.

The research type is a theoretical research. This study used a descriptive method by conducting studies or collecting appropriate information and theories from several reference sources related to diphtheria. This research began by investigating the problem and then determining the variables, parameters, and related assumptions so that a mathematical model for the spread of diphtheria disease with the influence of vaccination could be carried out. Next, an analysis of the mathematical model is carried out, and then the stability of the equilibrium point obtained is determined. After that, a simulation will be carried out at the equilibrium point.

Based on SIQR model analysis, two equilibrium points were obtained, namely the disease-free equilibrium point and the disease-endemic equilibrium point. If the value of the basic reproduction number is less than one, then there is an equilibrium point, namely an asymptotically stable disease-free equilibrium point, meaning that diphtheria will disappear from the population. Meanwhile, if the value of the basic reproduction number is greater than one, then there are two equilibrium points, namely an asymptotically stable endemic equilibrium point and an unstable disease-free equilibrium point, meaning that diphtheria will be epidemic in the population. Furthermore, a simulation was carried out with vaccinated and unvaccinated individual classes, and it was found that the more individuals who were vaccinated, the less the spread of diphtheria there would be in the population.

Keywords: Diphtheria, Mathematical model, SIQR model, Equilibrium point, Vaccination.

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang telah memberikan rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Diferi Dengan Pengaruh Vaksinasi” guna memenuhi sebagian persyaratan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains program studi Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Padang. Penulis menyadari kelemahan serta keterbatasan yang ada sehingga dalam menyelesaikan skripsi ini memperoleh bantuan dari berbagai pihak, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terimakasih kepada :

1. Ibu Dra. Media Rosha, M.Si, sebagai pembimbing dan koordinator Program Studi Matematika FMIPA UNP sekaligus Kepala Departemen Matematika FMIPA UNP.
2. Ibu Dra. Helma, M.Si, sebagai penguji.
3. Ibu Rara Sandhy Winanda, S.Pd, M.Sc, sebagai penguji sekaligus dosen pembimbing akademik.
4. Bapak dan Ibu Dosen, dan Tenaga Kependidikan Departemen Matematika FMIPA UNP.
5. Orang tua serta keluarga yang selalu mendo'akan, memberikan semangat, serta motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Teman-teman Matematika angkatan 2018.
7. Semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi ini.

Semoga bimbingan, bantuan dan do'a yang telah diberikan kepada peneliti dapat menjadi amal dan diridhoi Allah Subhanahu Wa Ta'ala. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan baik isi maupun susunannya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat tidak hanya bagi penulis juga bagi para pembaca.

Padang, 25 November 2022

Kevin Pramana Putra

DAFTAR ISI

	Halaman
ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR GAMBAR	vii
DAFTAR TABEL	viii
BAB I. PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	4
C. Pertanyaan Penelitian	4
D. Tujuan Penelitian	5
E. Manfaat Penelitian	5
F. Metode Penelitian	6
BAB II. KAJIAN TEORI	8
A. Model Matematika	8
B. Difteri	10
1. Definisi	10
2. Gejala dan Tanda Difteri	10
3. Pengobatan dan Pencegahan Difteri	11
C. Persamaan Diferensial	12
D. Teori Kestabilan	15
BAB III PEMBAHASAN	20
A. Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri dengan Pengaruh Vaksinasi	20
B. Hasil Analisis Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri dengan Pengaruh Vaksinasi	24
1. Titik Ekuilibrium	24
2. Bilangan Reproduksi Dasar R_0	28
3. Kestabilan Titik Ekuilibrium	31
C. Simulasi Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri dengan Pengaruh Vaksinasi	38

D. Interpretasi Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri dengan Pengaruh Vaksinasi	44
BAB IV PENUTUP	45
A. Kesimpulan	45
B. Saran	46
DAFTAR PUSTAKA	47
LAMPIRAN.....	49

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Diagram Pembentukan Model.....	8
2. Diagram Kompartemen Penyebaran Penyakit Difteri.....	22
3. Grafik Simulasi Titik Ekulibrium Bebas Penyakit	39
4. Grafik Simulasi Titik Ekulibrium Endemik Penyakit	40
5. Grafik Simulasi $S(t)$, $I(t)$, $Q(t)$, $R(t)$ dengan Vaksinasi.....	42
6. Grafik Simulasi $S(t)$, $I(t)$, $Q(t)$, $R(t)$ Tanpa Vaksinasi	43

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Tabel Routh-Hurwitz	18
2. Daftar Variabel.....	21
3. Daftar Parameter	21
4. Tabel <i>Routh-Hurwitz</i> Akar Persamaan Karakteristik Titik Ekuilibrium Endemik .	36
5. Nilai-Nilai Parameter Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	38
6. Nilai-Nilai Parameter Titik Ekuilibrium Endemik Penyakit.....	40

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Penyakit menular merupakan penyakit yang disebabkan oleh mikroorganisme yang bersifat patogen, seperti virus dan bakteri. Bakteri merupakan mikroorganisme bersel satu/tunggal (Boleng, 2015: 5). Bakteri dapat ditemukan di tanah, air, dan tubuh manusia. Sebagian besar bakteri dalam tubuh tidak berbahaya karena tubuh dilindungi oleh sistem kekebalan tubuh. Selain itu, banyak bakteri yang bermanfaat, terutama sebagai flora usus. Namun, beberapa jenis bakteri bersifat patogen dan menyebabkan penyakit seperti tuberkulosis, pneumonia, sifilis, meningitis, diare, dan difteri. Penyakit adalah suatu keadaan dimana terdapat gangguan terhadap bentuk dan fungsi tubuh yang secara negatif mempengaruhi struktur atau fungsi sebagian atau seluruh tubuh suatu makhluk hidup sehingga berada dalam keadaan tidak normal (Permana, 2018: 362). Salah satu bakteri yang menyebabkan penyakit adalah *Corynebacterium diphtheriae* yang menginfeksi saluran pernafasan, terutama bagian tonsil, nasofaring (bagian antara hidung dan faring/ tenggorokan) dan laring (Saputra, 2018: 1). Infeksi yang dihasilkan oleh bakteri ini disebut difteri, merupakan salah satu penyakit akut yang sangat menular (*contagious disease*).

Manusia merupakan satu-satunya tempat berkembang biak bakteri *Corynebacterium diphtheriae*. Penyakit difteri dapat ditularkan melalui sentuhan partikel udara, barang-barang pribadi, peralatan rumah tangga yang terkontaminasi, dan luka yang terinfeksi bakteri difteri. Selain itu penularan difteri juga dapat terjadi melalui droplet atau percikan cairan lendir yang dihasilkan oleh saluran pernapasan

(Radian, 2018: 179). Bakteri dapat ditularkan hingga 6 minggu setelah infeksi awal, bahkan jika orang yang terinfeksi tidak menunjukkan tanda atau gejala difteri. Tanda dan gejala penyakit difteri berupa infeksi saluran pernafasan akut(ISPA) bagian atas, adanya nyeri tenggorokan, kesulitan menelan, demam tidak tinggi (kurang dari 38,5 °C), dan ditemui adanya pseudomembrane putih keabu-abuan di tonsil, faring, atau laring yang tidak mudah lepas, serta berdarah apabila diangkat (Kemenkes, 2017: 6). Penderita difteri terbanyak adalah anak-anak di bawah usia 15 tahun, dengan risiko usia 2-10 tahun, dan pada beberapa kasus difteri berakibat fatal (Alfina & Isfandiari, 2015: 354).

Difteri pertama kali muncul pada abad ke-5 dan dijelaskan oleh Hippocrates (Acosta, 2021: 97). Difteri pernah menjadi penyebab utama kematian pada anak-anak. Di Amerika Serikat, 206.000 kasus difteri tercatat pada tahun 1921, mengakibatkan 15.520 kematian. Menurut Kemenkes (2017: 6) penyakit difteri tersebar di seluruh dunia. Pada tahun 2014, terdapat 7.347 kasus, 7217 kasus diantaranya (98%) dari negara-negara anggota WHO *South East Asian Region* (SEAR). Jumlah kasus difteri di Indonesia dilaporkan 775 kasus (19% dari seluruh kasus SEAR) pada tahun 2013, namun menurun menjadi 430 kasus (6% dari seluruh kasus SEAR) pada tahun 2014. Jumlah kasus difteri di Indonesia sedikit meningkat pada tahun 2016 dibandingkan tahun 2015 (529 kasus pada tahun 2015 dan 591 kasus pada tahun 2016). Jumlah kabupaten/kota yang terkena dampak pada tahun 2016 juga meningkat dibandingkan jumlah kabupaten/kota pada tahun 2015. Pada tahun 2015 terdapat 89 kabupaten/kota dan 100 kabupaten/kota pada tahun 2016. Pada tahun 2017, Indonesia kembali dihebohkan dengan mewabahnya kembali difteri. Data

Kemendes, menunjukkan hingga November 2017, sebanyak 95 kabupaten dan kota dengan total kasus sekitar 622 dan 32 di antaranya dilaporkan meninggal. Kondisi ini pun sempat ditetapkan sebagai Kejadian Luar Biasa (KLB), oleh Kemendes.

Salah satu upaya pencegahan penularan penyakit difteri adalah vaksinasi. Vaksinasi adalah pemberian vaksin dalam menimbulkan atau meningkatkan kekebalan tubuh seseorang secara aktif terhadap suatu penyakit, sehingga apabila suatu saat terpapar penyakit orang tersebut tidak akan sakit atau hanya mengalami sakit ringan dan tidak menjadi sumber penularan. Pemberian vaksin dilakukan sebelum seseorang terinfeksi penyakit untuk memberikan perlindungan di masa yang akan datang. Sepanjang sejarah, difteri adalah salah satu penyakit menular yang paling ditakuti epidemi secara global, mengingat tingkat morbiditas dan kematian yang tinggi, terutama pada kalangan anak-anak (WHO, 2017).

Ilmu matematika sudah banyak berkontribusi di berbagai bidang kehidupan salah satunya dalam upaya mencegah penyebaran penyakit di suatu daerah. Kontribusi ilmu matematika pada bidang tersebut berupa model matematika yang mempelajari tentang penyebaran penyakit endemik dengan memperhatikan faktor kelahiran dan kematian. Model SIR merupakan model epidemik yang mengelompokkan populasi kedalam tiga subpopulasi yaitu *susceptible* (populasi yang rentan terinfeksi penyakit), *infected* (populasi yang terinfeksi penyakit), dan *recovered* (populasi yang sudah sembuh dari penyakit). Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927 (Li dan Ma, 2009: 6).

Beberapa penelitian yang membahas penyebaran penyakit difteri adalah sebagai berikut, penelitian yang dilakukan oleh Sato (2021) membangun model

matematika penyebaran penyakit difteri oleh *Corynebacterium diphtheriae* pada populasi manusia menggunakan model SEIRS. Selanjutnya, penelitian yang dilakukan oleh Aryani (2020) mengembangkan model SVIR yang menjelaskan tentang pemodelan matematika pada penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa semakin besar tingkat vaksinasi dan individu yang dikarantina maka akan semakin cepat penyakit menghilang dari populasi atau individu akan cepat sembuh dari penyakit.

Pada penelitian ini akan dikaji penyebaran penyakit difteri menggunakan model SIQR (*Susceptible, Infected, Quarantine, dan Recovered*) dengan pengaruh vaksinasi. Model SIQR merupakan modifikasi dari model SIR dengan menambahkan kompartimen Q (*Quarantined*). Penambahan ini perlu dilakukan karena dalam mengatasi penyebaran penyakit difteri dilakukan upaya pencegahan seperti karantina dan vaksinasi. Untuk itu penelitian ini diberi judul **“Model Matematika Tipe SIQR Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Vaksinasi”**.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah ini, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah “Bagaimanakah model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi?”.

C. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka dirumuskan pertanyaan penelitian sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi?
2. Bagaimana hasil analisis model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi?
3. Bagaimana interpretasi dari hasil analisis model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi?

D. Tujuan Penelitian

Berdasarkan pertanyaan penelitian di atas, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Membentuk model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi.
2. Menganalisis model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi.
3. Menginterpretasi hasil analisis model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Sebagai sarana memperdalam wawasan dan pengetahuan mengenai pemodelan matematika penyebaran penyakit difteri menggunakan model epidemi SIQR dengan pengaruh vaksinasi.
2. Penelitian ini diharapkan dapat menambah sumber informasi dan menambah pembendaharaan karya ilmiah, khususnya tentang pemodelan matematika

penyebaran penyakit difteri menggunakan model epidemi SIQR dengan pengaruh vaksinasi.

3. Penelitian ini dapat memberikan informasi lebih lanjut mengenai model matematika penyebaran penyakit difteri serta membawa masalah-masalah baru sehingga akan muncul penelitian-penelitian lain.

F. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian dasar atau teoritis. Penelitian ini menggunakan metode deskriptif dengan melakukan kajian atau mengumpulkan informasi dan teori-teori yang sesuai dari beberapa sumber referensi seperti buku-buku dan jurnal berkaitan dengan penyakit difteri. Penelitian ini dimulai dengan menyelidiki permasalahan yang ada kemudian mengaitkan dengan teori-teori yang sudah dikumpulkan agar dapat dilakukan pembentukan model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi serta menarik kesimpulan. Langkah-langkah dalam pemecahan masalah tersebut adalah sebagai berikut:

1. Membentuk model matematika SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi.
 - a. Mengasumsikan variabel dan parameter model SIQR yang dapat membantu membentuk dan menganalisis model penyebaran penyakit difteri.
 - b. Membangun model SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi .

2. Menganalisis model matematika SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi.
 - a. Menentukan titik ekuilibrium model SIQR.
 - b. Menentukan tipe kestabilan titik ekuilibrium model SIQR berdasarkan nilai eigen.
 - c. Menentukan bilangan reproduksi dasar.
3. Menginterpretasi hasil analisis model matematika tipe SIQR penyebaran penyakit difteri dengan pengaruh vaksinasi dengan *software* serta menarik kesimpulan.