

A KSELERATOR

BUKU II



2-7-99

H

KI

432/KI/99-a2/2/
531.112 Masa:2

Disusun Oleh :

Drs. Masril, M.Si

Dra. Yenni Darvina

JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
IKIP PADANG
1999

KATA PENGANTAR

Pada Buku I Akselerator (1994), telah diuraikan tentang akselerator tegangan tinggi yang terdiri dari generator Cocroft-Walton, Generator Van de Graaf dan Tandem. Dalam Buku II ini dijelaskan jenis akselerator linear dan akselerator orbit. Dimana kedua-duanya digunakan untuk mempercepat elektron, ion, dan partikel-partikel lain. Partikel yang dipercepat akan menghasilkan energi yang sangat bermanfaat dalam fisika nuklir.

Buku II ini terdiri dari 6 bab, yang terdiri dari Pendahuluan (Bab I), Akselerator Linear (Bab II), Siklotron (Bab III), Betatron (Bab IV), Elektron Sinkrotron (Bab V), dan Proton Sinkrotron (Bab VI). Setiap bab membahas tentang sejarah penemuan dan langkah kerja alat.

Dalam penyusunan buku ini, penulis telah menghimpun dari berbagai sumber. Sebagian besar sumber yang diperoleh masih dalam bahasa Inggris. Namun demikian penulis berusaha mengalihkan bahasa ke dalam bahasa Indonesia semaksimal mungkin agar memudahkan pembaca dalam memahami akselerator.

Penulis sangat berterima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan masukan-masukan yang sangat berharga dalam penyelesaian buku ini. Seandainya terdapat kekeliruan atau kesalahan konsep yang terdapat dalam pembahasan yang tidak terpantau oleh penulis, dengan rasa senang penulis mengharapkan saran-saran yang sifatnya memperbaiki isi buku ini. Semoga dengan adanya buku II ini akan dapat menambah wawasan pembaca dalam memahami akselerator yang lebih mendalam.

PENULIS

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR GAMBAR	iii
DAFTAR TABEL	iv
BAB I PENDAHULUAN	1
BAB II AKSELERATOR LINEAR	3
A. Sejarah Penemuan	3
B. Teori Dasar	5
C. Type-type Akselerator Linear	10
D. Contoh Linac Proton dan Elektron	13
BAB III SIKLOTRON	16
A. Sejarah Penemuan	16
B. Prinsip Kerja	16
BAB IV BETATRON	28
A. Sejarah Penemuan	28
B. Teori Dasar	29
C. Langkah Kerja	34
BAB V ELEKTRON SINKROTRON	40
A. Sejarah Penemuan	40
B. Komponen Utama Elektron Sinkrotron	42
C. Prinsip Kerja	49
BAB VI PROTON SINKROTRON	52
A. Sejarah Penemuan	52
B. Prinsip Kerja	54
DAFTAR PUSTAKA	63

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Sketsa bagian penting akselerator linear type Lawrence dan Sloan	4
Gambar 2.2 Bentuk dasar Linac type Lawrence dan Sloan Akselerasi terjadi Dalam gaps antara elektroda-elektroda tabung berongga	5
Gambar 2.3 Medan listrik dalam gap antara dua drift-tube	8
Gambar 2.4 Grafik yang digunakan untuk membandingkan bunching dan debunching dalam akselerator linear	9
Gambar 2.5 Gari gaya linac bila pintu masuk sebelah kanan tabung diletakkan sebuah grid metalic	11
Gambar 2.6 Piringan pandu gelombang lingkaran dan konfigurasi medan listrik	13
Gambar 2.7 Pandangan bagian dalam linac proton	14
Gambar 2.8 Pandangan dari dalam linac elektron	15
Gambar 3.1 Bagian penting dari Siklotron	17
Gambar 3.2 Proses kerja siklotron	18
Gambar 3.3 Bentuk lintasan ion yang bergerak dalam medan magnet	20
Gambar 3.4 Bentuk gelombang stabilitas fase sinkro-siklotron	26
Gambar 3.5 Gerakan ion yang mencapai celah pada waktu t	26
Gambar 4.1 Penampang betatron	29
Gambar 4.2 Ruang vakum (donat) tempat elektron dipercepat	30
Gambar 4.3 Elektron yang keluar dari elektron gun yang dipercepat dalam betatron	34
Gambar 4.4 Penampang sebuah betatron yang memperlihatkan magnet M, coil C, dan donat D	37
Gambar 4.5 Fluks yang melalui lintasan sebuah betatron selama siklus	37
Gambar 4.6 Sebuah muatan $-q$ bersikulasi dalam arah tegak lurus pada sebuah Medan magnet uniform	38
Gambar 5.1 Model dasar sinkrotron	43
Gambar 5.2 Sket resonantor sinkrotron 330 MeV	46
Gambar 6.1 Skema kamar vakum	56
Gambar 6.2 Penampang lintang kamar vakum cosmotron	57
Gambar 6.3 Penampang magnet C dan plat $\frac{1}{2}$ inch pada balok	59
Gambar 6.4 Siklus waktu tegangan magnet dan arus dan medan magnet pada orbit	60

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Perbandingan massa terhadap massa diam dan kecepatan partikel dengan kecepatan cahaya untuk partikel elektron, proton, dan neutron	25
Tabel 5.1 Perkembangan elektron sinkrotron samapai pada tahun 1954	40

BAB I

PENDAHULUAN

Akselerator merupakan suatu alat untuk mempercepat partikel-partikel bermuatan, baik ion, elektron, proton, deuteron, dan lain sebagainya. Mesin akselerator pertama kali beroperasi dengan energi 100 keV hingga 200 keV untuk menghasilkan sinar-X. Tenaga yang dibutuhkan untuk disintegrasi inti oleh Rutherford membutuhkan tenaga 5 MeV yang diperoleh dari radioisotop partikel alpha.

Berdasarkan perkembangannya, akselerator terbagi atas 3 bagian yaitu :

1. Akselerator tegangan tinggi, telah dibahas dalam buku I akselerator.
2. Akselerator linear, yang merupakan alat untuk mempercepat partikel-partikel sampai dengan energi beberapa MeV yang bekerja berdasarkan prinsip pemfokusan radial dan pemfokusan fase. Terbagi atas akselerator linear elektron (linac elektron) dan akselerator linear proton (linac proton). Linac elektron yang dibuat di Universitas California mempunyai panjang 220 feet dengan energi yang dihasilkan adalah 1 BeV, dan linac proton mempunyai panjang 40 feet dengan energi 31,8 MeV.
3. Akselerator Orbit, merupakan akselerator yang mempunyai prinsip kerja seperti orbit (berputar). Terbagi atas :
 - a. Betatron,
 - b. Siklotron
 - c. sinkrotron elektron, dan
 - d. sinkrotron proton.

Betatron adalah alat yang digunakan untuk mempercepat elektron sampai laju tinggi dengan menggunakan medan listrik imbas oleh sebuah fluks magnet yang berubah-ubah. Prinsip ini dirancang oleh R. Wideroe pada tahun 1928. Elektron yang dipercepat dapat digunakan untuk menentukan struktur kristal, keaslian suatu lukisan, pengobatan kanker, dan lain sebagainya.

Siklotron yang juga merupakan alat pemercepat partikel bermuatan dengan kecepatan tinggi digunakan dalam reaksi-reaksi nuklir. Partikel-partikel dipercepat sampai pada tingkat energi tertentu seperti : proton dapat mencapai energi 10 MeV, deuteron (20 MeV), partikel alpha (40 MeV). (Kenneth Krane; 1987, 572). Untuk memperoleh kecepatan partikel yang mendekati kecepatan cahaya, maka dibuat suatu alat yang dapat mengubah frekuensi osilator yang disebut juga dengan sinkro siklotron. Alat ini bekerja berdasarkan prinsip stabilitas fase.

Elektron sinkrotron yang merupakan perkembangan dari betatron digunakan sebagai sumber energi elektron yang sangat tinggi (sampai BeV). Alatnya tidak jauh berbeda dengan betatron kecuali kutub magnet yang melingkar seperti bentuk donat. Kelebihan elektron sinkrotron adalah mempunyai struktur magnet yang lebih ringan. Sedangkan proton sinkrotron merupakan mesin untuk mempercepat partikel yang paling mutakhir. Dengan mesin ini memungkinkan menghasilkan berkas sinar proton dengan energi sampai ratusan GeV dalam bentuk pulsa. Mesin ini berbentuk seperti gelanggang pacu kuda dengan empat logam lurus menghubungkan empat logam seperempat lingkaran. Proton yang bergerak melaju dengan orbit radius konstan.

BAB II

AKSELERATOR LINEAR

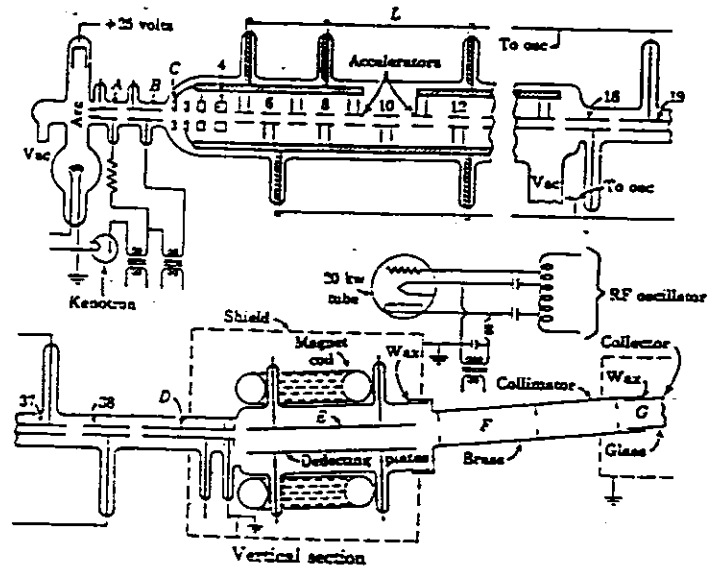
A. Sejarah Penemuan

Akselerator linear (akselerator resonansi) pertama kali ditulis dalam suatu karya ilmiah oleh R. Wideroe pada tahun 1928 yang merupakan salah seorang mahasiswa di Universitas Aachen. R. Wideroe memodifikasi saran-saran yang diusulkan oleh G. Ising (1924) mengenai voltase yang digunakan dalam serangkaian deret gaps pada penjalaran gelombang impuls melalui suatu sumbu dengan jarak yang berbeda, dan juga penggunaan voltase yang cukup tinggi.

Alat yang dibuat oleh R. Wideroe ini terdiri dari 3 elektroda berbentuk silinder berongga dalam garis lurus, pada bagian ujung elektroda ditanahkan dan salah satu pusat dihubungkan dengan osilator. Alat yang dibuat ini dapat mempercepat ion Sodium dan Potassium dengan masing-masing energi yang digunakan pada elektroda adalah 25 kV. Kemudian E.T.S Walton (salah seorang Dosen Nobel) secara bebas menggunakan metoda yang sama dan mencoba mengoperasikannya, namun tidak berhasil.

Metoda R. Wideroe segera diangkat oleh E.O. Lawrence bersama D.H. Sloan pada tahun 1930, mereka membuat suatu tabung yang mempunyai 13 gaps akselerasi, pada tahun yang sama diperoleh 200 keV ion Raksa dengan menggunakan potensial kira-kira 10 kV. Langkah selanjutnya mereka membuat suatu tabung yang mempunyai 30 gaps dengan sumber ion loncatan bunga api dari katoda panas oleh uap Air Raksa dan diikuti oleh sekelompok fokus elektroda yang diproyeksikan pada berkas-berkas ion Raksa ke dalam sistem akselerasi. Alat yang dibuat ini terdiri dari : panjang total 114 cm, diameter bagian dalam 5 mm, frekuensi 10 M cycle/detik dan voltase puncak 42 kV. Ion Raksa yang dihasilkan berenergi 1,26 MeV. Kemudian tabung ini diperbaiki kembali

dengan membuat lebih panjang dengan sistem yang lebih terperinci, ion Raksa yang dihasilkan 2,85 MeV. Sketsa alat yang dibuat oleh Lawrence dan Sloan dapat dilihat dalam gambar 2.1 di bawah.



Gambar 2.1 Sketsa bagian penting akselerator linear type Lawrence dan Sloan.

Pada tahun 1931, J. Thibaud mencoba membuat akselerator linear yang terdiri dari 7 gaps, ion raksa yang dihasilkan bisa mencapai beberapa ratus keV energi.

Pendekatan lain dicoba lagi oleh Sloan di Universitas California, voltase yang digunakan pada sejumlah gaps dialihkan hanya untuk 2 gaps dengan voltase yang cukup tinggi. Hasil kerja ini lebih cocok untuk mempercepat proton. Untuk menghasilkan voltase tinggi dibuat suatu gulungan Tesla dalam vakum penggerak dengan sebuah osilator berfrekuensi 6 Mcycle/detik. Alat yang dibuat Sloan ini banyak digunakan untuk kepentingan lain seperti sinar-X Sloan.

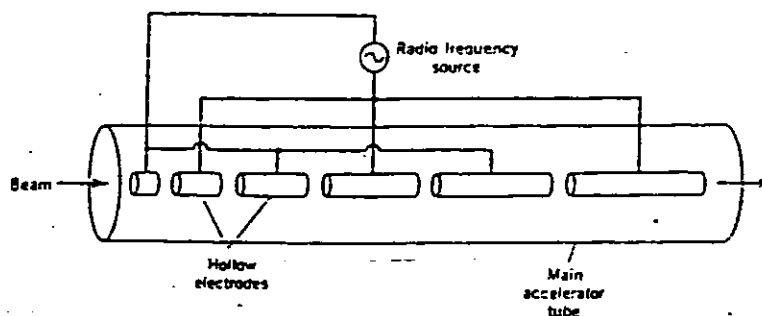
J.W. Beams dan koleganya di Universitas California (1933) mengadakan penyelidikan penggunaan metoda penjalaran gelombang impulsif, dan dia berhasil mempercepat proton dan elektron kira-kira 2 MeV. Metoda yang dibuat ini sesuai dengan yang disarankan G. Ising.

C. Gerthsen (Jerman) dan A.J. Dempster (Chicago), pada tahun 1932 mengusulkan suatu metoda yang berhubungan dengan akselertaor linear, yangmana medan listrik statis akan kehilangan ion-ion dan memperoleh muatan bila terjadi perubahan atom-atom gas. Para penyelidik mencoba mempercepat partikel dua kali lipat dengan menggunakan suatu beda potensial. Percobaan yang dilakukan tidak membawa hasil karena efisiensinya rendah dan terjadinya proses perubahan muatan. Sampai saat ini teknik frekuensi tinggi masih digunakan dalam akselerator linear.

B. Teori Dasar

1. Langkah Kerja

Pada akselerator linear (linac), partikel-partikel menerima sifat-sifat individu percepatan dari tegangan AC seperti cyclotron, perbedaan dengan linac adalah dimana linac bergerak dalam arah garis lurus. Bentuk dasar linac dapat dilihat dalam gambar di bawah



Gambar 2.2 Bentuk dasar linac type Lawrence dan Sloan Akselerasi terjadi dalam gaps antara elektroda-elektroda tabung berongga

Dari gambar di atas terlihat bahwa berkas-berkas partikel berpindah melalui deret elektroda-elektroda tabung berongga yang dihubungkan secara selang-seling pada kutup sumber tegangan AC dan partikel dipercepat melalui celah elektroda-elektroda tersebut.

Type linac oleh Lawrence dan Sloan menggunakan tegangan tinggi non-statis, linac yang mereka gunakan terbatas pada pemakaian ion berat sebab sulitnya mendapat daya berfrekuensi tinggi.

Langkah kerja linac sebagai berikut : Bila satu sumber ion berat (raksa) yang memasuki tabung pertama, maka pada saat mendekati tabung tadi (drift-tube) ionnya diakselerasi. Saat ini yang muncul dari drift tube adalah ion yang diakselerasi dan akan diakselerasi sekali lagi apabila ion dalam gaps berada dalam keadaan negatif dan kemudian ion tersebut dapat mengakselerasi ion positif. Pada saat timbul/muncul kembali, ion tadi sekali lagi diakselerasi oleh siklus negatif dari tegangan frekuensi radio (r-f) asal saja saat pemfokusan tepat. Tujuan digunakan tegangan frekuensi radio adalah untuk menyelang-nyeling drift-tube sehingga tabung 1, 3, 5, ... semuanya menjalankan muatan yang positif, sementara yang bernomor genap menjalankan muatan negatif.

Di dalam drift tube ion bergerak dengan laju konstan. Panjang setiap tabung dapat dipilih sehingga ion menerima kenaikan energi khusus eV_0 pada gap pertama dan akan sampai pada semua gap yang lain sehingga pada ujung lain menerima sama dengan kenaikan ini. Bentuk potensial V_0 ini dapat menentukan panjang tabung sehingga dapat mendekati tetapi kurang/kecil dari tegangan V pada output osilator.

Dasar hubungan resonansi (T) yaitu waktu konstan yang bergerak melalui setiap tabung dan sama dengan $\frac{1}{2}$ perioda osilator, atau

$$T = \frac{L_n}{V_n} = \frac{\lambda}{2c} \dots\dots\dots(2.1)$$

Dimana : λ = panjang gelombang

c = Kecepatan cahaya

L_n = Panjang efektif dari tabung ke-n, secara teliti sama dengan jarak antara pusat ke pusat dua gap yang berdekatan.

Apabila n gap telah dilalui, maka perbandingan ion-ion pada phase awal merupakan akselerasi yang optimal, maka :

$$neV_0 = \frac{1}{2} m v_n^2 \dots\dots\dots(2.2)$$

Jika V_n dieliminasi antara persamaan (2.1) dan (2.2) maka diperoleh :

$$L_n = \lambda(neV_0/2mc^2)^{1/2} \dots\dots\dots(2.3)$$

Berdasarkan persamaan (2.3) panjang drift-tube naik dengan perbandingan $n^{1/2}$. Untuk partikel relativistik dimana $v = c$, maka panjang tabung adalah konstan.

Kemudian panjang akselerator total dapat dicari dengan menjumlahkan persamaan (2.3) sampai N buah. Untuk memperoleh hasil ini dapat dinyatakan penjumlahan dengan integrasi.

$$\begin{aligned} L_{tot} &= \sum_1^N L_n = \lambda(eV_0/2mc^2)^{1/2} \int_0^N n^{1/2} dn \dots \\ &= 2\lambda/3(eV_0/2mc^2)^{1/2} N^{3/2} \dots\dots\dots(2.4) \end{aligned}$$

Energi akhir dari akselerator adalah NeV_0 , dan bila N dieliminasi akan diperoleh nilai E sebesar :

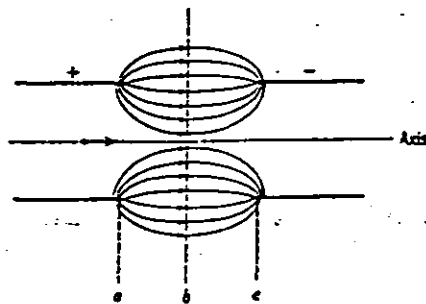
$$E = (3LeV_0/2\lambda)^{2/3}(2mc^2)^{1/3} \dots\dots\dots(2.5)$$

Persamaan (2.5) menunjukkan bahwa untuk mendapatkan energi yang besar harus dipilih partikel berat dengan muatan yang besar, penggunaan frekuensi tinggi dan potensial akselerasi besar mengakibatkan mesin harus dibuat sepanjang mungkin.

Sloan dan Lawrence memperoleh 0,1 Ampere muatan tunggal ion Raksa dan 1,3 MeV energi dengan menggunakan 30 buah tabung, potensial akselerasi puncak 42 keV, dan frekuensinya 10 mcycle/det dan faktor perkalian voltase adalah 31.

2. Pemfocusan Radial

Untuk semua akselerator khususnya akselerator linear, intensitas cahaya sangat bergantung pada karakteristik pemfocusan ion dari suatu alat, sehingga focusing radial dan focusing phase sangat diperlukan. Bentuk pertama masih dibatasi hanya untuk laju rendah karena efek perubahannya sedikit. Pada gambar 2.3 di bawah ditunjukkan garis-garis elektrostatik gaya antar tabung. Jika potensial akselerasi mendekati harga puncak V maka ion pada waktu memasuki gap tidak berada pada sumbu tabung.



Gambar 2.3 Medan listrik dalam gap antara dua drift-tube

Bilamana ion lewat melalui separuh kiri dari gaps (daerah ab) maka ion :

- Dipercepat sepanjang sumbu axial yang merupakan komponen medan radial
- Dipercepat terhadap sumbu dengan komponen medan radial

Bilamana ion melalui separuh kanan gap (daerah bc), maka ion :

- Dipercepat secara axial
- Dipercepat secara radial menjauhi sumbu tabung.

Pemindahan dua radial ini tidak mungkin hilang sebab partikel memerlukan banyak waktu dalam daerah bc, namun ada juga pemindahan radial mengarah ke dalam dan dinyatakan sebagai focusing radial.

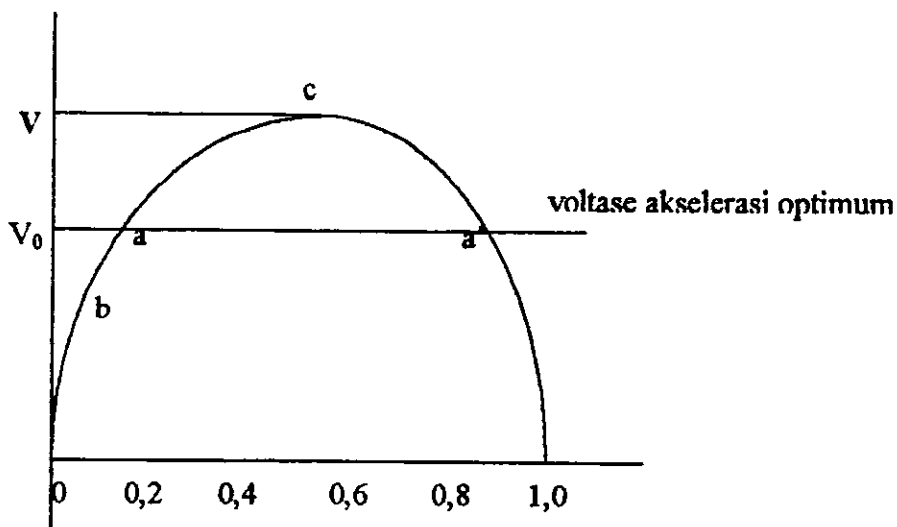
Focusing radial menonjol bila ion melalui gap selama $\frac{3}{4}$ putaran dimana potensial akselerasi turun dari V menuju nol, hal ini disebabkan batas waktu yang diperlukan untuk melalui gaps lebih besar antara di dalam dan di luar pemindahan radial. Selang

selama $\frac{3}{4}$ putaran selama potensial akselerasi naik dari nol menuju V yang cukup lemah, maka secara implisit menghapus focusing radial. Jika diadakan perubahan laju dalam $\frac{1}{2}$ gaps, maka focusing radial kurang efektif sebagai kenaikan laju. Focusing radial hanya ada jika ion lewat selama $\frac{3}{4}$ putaran dengan potensial akselerasi turun dari V menuju nol. Hal ini terlihat bertentangan dengan syarat focusing phase.

3. Pemfocusan Phase (Phase Focusing)

Jika potensial akselerasi suatu akselerator V_0 begitu kecil menuju potensial akselerasi maksimum V maka potensial akselerasi pada setiap gap akan lewat melalui bentuk angka ketiganya pada setengah putaran akselerasi dan tergantung pada phase a dan a' pada gambar 2. 4 di bawah.

Sebuah ion dengan ion lain pada perubahan phase akan lewat melalui akselerator dan keluar dengan energi optimum. Hanya sebagian kecil ion-ion akan muncul dari sumber pada saat bagian sebelah kanan phase ini.



Gambar 2.4 Grafik yang digunakan untuk membandingkan bunching dan debunching dalam akselerator linear.

Dari gambar 2.4 di atas ditunjukkan bahwa ion-ion pada phase awal yang mendekati titik a akan cenderung mendekati a pada phase berikutnya. Focusing phase perlu jika kita mempunyai seberkas cahaya yang kuat, phase ini terjadi pada a' . Pada

setiap gap ada karakteristik energi yang dimiliki oleh ion yang masuk melalui akselerator resonansi.

Phase akselerator berada pada titik a untuk setiap gap (a' dianggap a). Anggaplah bahwa ion sampai pada gap dengan energi yang lebih besar dari energi karakteristik. Dari titik ini ion begitu cepat akan mendapatkan sebuah phase seperti pada titik b yang lebih cepat dari a . Ion dipercepat kurang dari normal dan akan sampai pada gap dengan energi karakteristik yang lebih kecil dan akan sampai agak lambat di phase c . Ion akan dipercepat lebih dari normal dan secara berangsur akan terjadi perubahan phasanya terhadap a . Jadi ion-ion yang melalui gap selalui berada pada posisi naik dari siklus akselerasi dan cenderung ke bunch pada phase sekitar a , maka dikatakan mempunyai phase dtabilitas. Secara aktual bahwa ion-ion akan berisolasi pada phase sekitar a . Ion-ion dengan phase mendekati a' sebaliknya adalah phase yang tidak stabil dan tidak digunakan.

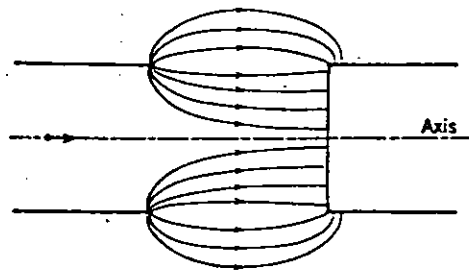
Stabilitas phase dimaksudkan agar kesalahan kecil pada panjang drift-tube atau dalam mekanik yang lain atau karakteristik mesin yang kesemuanya dapat diabaikan. Ion-ion akan cenderung mengatur diri secara otomatis ke phase sebelah kanan pada saat ion menerima energi dari medan listrik dengan laju yang teratur bersama dengan penjalaran gelombang listrik sepanjang sumbu.

C. Type-type Akselerator Linear

1. Akselerator Linear Proton (Linac Proton)

Linac proton merupakan salah satu alat untuk menghasilkan energi tinggi. Dalam operasinya, linac proton menggunakan tabung-tabung radar yang dirancang untuk daya yang ber pulsa frekuensi tinggi. Daya maksimumnya sampai dalam ukuran MW meskipun untuk gelombang yang sangat pendek yaitu dalam selang beberapa cm atau frekuensi $10^8 - 10^{10}$ cps. Untuk itu para ahli merancang suatu resonator berongga

besar dimana tangki silinder yang besar dapat menghasilkan gelombang elektromagnetik tegak. Silinder tersebut memiliki permukaan bagian dalam tembaga karena dinding rongga harus merupakan konduktor yang baik dan dibangkitkan dengan daya osilator tabung hampa. Di samping itu silinder diletakkan jaringan metalic pada ujung pemasukan pada setiap drift-tube sehingga garis gaya yang dihasilkan oleh tabung tersebut akan diperlihatkan seperti gambar 2.5 berikut.



Gambar 2.5 Garis gaya linac bila pintu masuk sebelah kanan tabung diletakkan sebuah grid metalic.

Dari gambar 2.5 di atas terlihat bahwa focusing radial dapat terjadi hanya untuk partikel yang lewat pada setiap kali drift-tube berakselerasi $\frac{1}{2}$ putaran.

Penggunaan r-f medan akselerasi pada gaps adalah sama untuk semua gaps pada setiap saat. Keuntungan besar dari linac proton adalah dengan mudah menginjeksi sinar/berkas cahaya pada satu ujung dan diikuti oleh ujung yang lain dan juga selang energinya dapat diperbesar dengan menambah bagian-bagiannya.

2. Akselerator Linear Elektron (Linac Elektron)

Mesin elektron sepanjang sumbu dari pandu gelombang membawa penjalaran gelombang elektromagnetik yang sama dengan kecepatan phase. Bila kecepatan elektron mendekati kecepatan cahaya (c) dalam daerah energi tertentu, maka kecepatan phase pada dasarnya sama dengan c untuk semua panjang akselerator. Jika gradien voltase axial cukup tinggi, maka elektron akan mendekati kecepatan c dengan

cepat sehingga tonjolan dari kecepatan phase pada jalan masuk bagian ujung tidak diperlukan sungguhpun energi pada elektron yang diinjeksi ke dalam tabung hanya berorder 100 keV. Kecepatan phase dalam ruang vakum pandu gelombang dengan penampang lintang sama bentuk dan luasnya tanpa memisah konduktor bagian dalam dan diberikan dengan persamaan :

$$\frac{c}{V_p} = \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 \right]^{1/2} \dots\dots\dots(2.5)$$

dimana V_p = phase kecepatan sepanjang sumbu

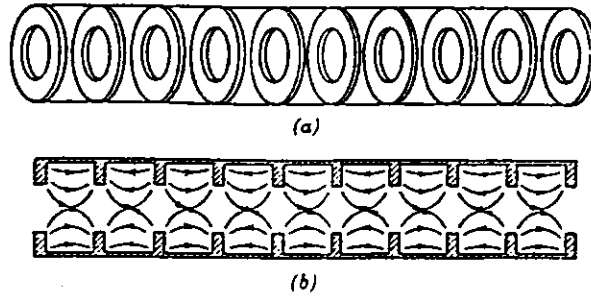
λ = panjang gelombang r-f dalam ruang bebas

λ_c = panjang gelombang potong yang bergantung pada type gelombang dan dimensi pandu gelombang.

Jika pandu gelombang adalah bundar dengan radius a , maka medan listrik paralel terhadap sumbu dan apabila V_p mendekati tak hingga maka λ mendekati λ_c , dan bila λ lebih besar dari λ_c maka tidak terjadi pengurangan pandu gelombang dan jika λ kecil dari λ_c maka akan merugikan terutama dalam penggunaan listrik.

D. Prinsip Dasar Linac Elektron

Perbedaan antara proton dan elektron terletak pada kecepatan geraknya, dimana proton bergerak 1/10 kali dari gerak elektron yaitu $1/10 \times 0,94 c$. Susunan dasar linac elektron terdiri dari serangkaian lingkaran berongga dari satu titik pandang dan digunakan sebagai lingkaran pandu gelombang dan terisi dengan piringan anular metallic. Rancangan cocok sekali untuk penjalaran gelombang elektromagnetik sepanjang sumbu dengan laju bertambah besar dari laju elektron jika diinjeksi dengan berkas cahaya. Bentuk lingkaran berongga dapat dilihat dalam gambar 6.2 di bawah.



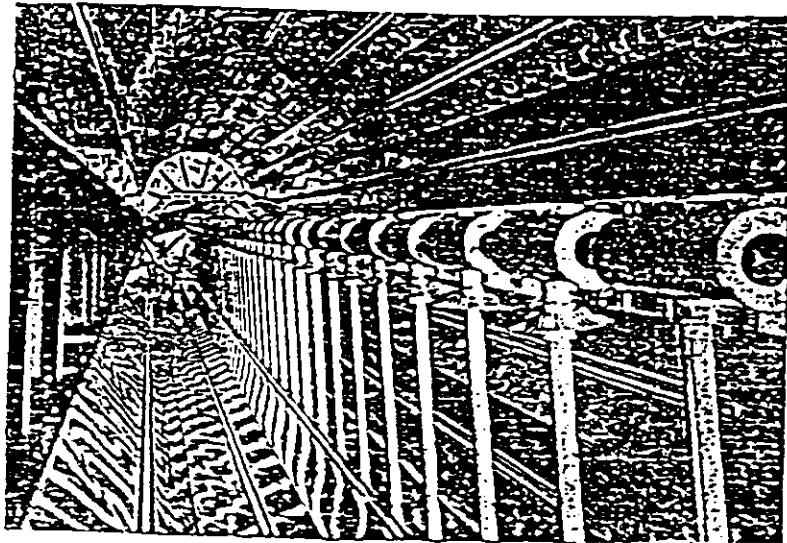
Gambar 2.6 a. Piringan pandu gelombang lingkaran
 b. Konfigurasi medan listrik

Elektron dapat dipercepat dengan komponen medan listrik sehingga gelombang ini dapat menjalar bersamanya. Di samping itu masih ada gelombang yang lain untuk mempercepat elektron dan berada dalam struktur tersebut akibat dari laju yang berbeda, akibatnya gerak elektron rata-rata akan menjadi nol.

E. Contoh Dari Linac Proton dan Elektron

1. Linac Proton

Contoh linac proton yang paling umum adalah linac proton yang dibuat oleh L.W. Alvarez di Universitas California yang dapat menghasilkan energi proton 32 MeV. Akselerator tersebut terdiri dari sebuah tangki sepanjang 40 kaki dengan diameter 39 inch dan pada ujungnya dirangkaikan keluaran dengan daya puncak 2,5 MW dan frekuensi 202,5 Mcycle/det. Daya yang digunakan pada rongga tersebut berfusa 600 μ detik dengan laju 30 kaki perdetik. Sebuah generator Van de Graaf digunakan untuk mengisi berkas cahaya proton 1 m rad pada energi 1 MeV. Jumlah tabung yang digunakan adalah 47 buah seperti terlihat pada gambar 2.7 di bawah.



Gambar 2.7 Pandangan Bagian Dalam dari Linac Proton

Karakteristik dari linac proton adalah sebagai berikut :

Panjang	: 40 ft
Diameter	: 39 inch
Jumlah drift-tube	: 47 buah
Frekuensi Radio	: 202,5 Mcycle/det
Daya	: 2,5 MW puncak
Laju repetisi	: 39 /det
Lama pulsa	: 600 μ detik
Energi injeksi	: 4 MeV
Energi keluaran	: 31,8 \pm 0,1 MeV
Arus keluaran	: 0,25 μ A
Diameter berkas	: 3 mm
Divergensi berkas	: 1 m rad

2. Linac Elektron

Contoh dari linac elektron adalah yang dirancang di Universitas Stanford yang

menghasilkan elektron 1 BeV seperti gambar 2.8 di bawah.



Gambar 2.8 Pandangan dari Dalam Linac Elektron

Akselerator ini terdiri dari sebuah tabung tembaga 220 kaki yang diberi energi pada tabung-tabung penguat Klystron 3000 Mcycle/det. Satu Klystron disediakan untuk setiap tabung akselerator sepanjang 20 kaki. Elektron-elektronnya dipercepat dalam pulsa selama $0,1 \mu$ det dengan angka repetisi 60 pulsa/det.

Sampai sekarang linac elektron diperbaiki sampai panjang 200 kaki dengan daya yang lebih kecil dan menghasilkan satu berkas sebesar 350 MeV elektron. Arus yang diukur pada satu titik dengan panjang 80 kaki adalah 10^{12} elektron/pulsa.

Karakteristik dari linac proton adalah sebagai berikut :

Panjang	: 220 ft
Frekuensi radio	: 2856 Mcycle
Daya frekuensi radio perbagian	: 20 MW
Laju repetisi	: 60 /det
Resolusi energi	: 1,5 %
Besar pulsa	: 2×10^8 elektron
Energi rancangan awal	: 350 MeV
Energi rancangan akhir	: 1 BeV

BAB III

SIKLOTRON

A. Sejarah Penemuan

Rancangan pertama siklotron dibuat oleh Ernest Lawrence di Universitas California (Berkeley) pada tahun 1929, sedangkan pengoperasian pertama dilakukan oleh Lawrence dan M. Stanley Livingstone pada tahun 1931. Siklotron pertama dengan jari-jari 12,5 cm dapat memproduksi proton dengan energi 1,2 MeV dalam medan magnet 1,3 Tesla dengan frekuensi kira-kira 20 MHz. Kemudian dibuat jari-jari sebesar 35 cm dan menghasilkan energi proton 10 MeV, deuteron 5 MeV, dan partikel alpha 10 MeV. Pada akhir tahun 1931, siklotron dibuat dengan radius 75 cm yang menghasilkan energi proton dan partikel alpha 40 MeV dan deuteron 20 MeV.

Pada tahun 1946 dibuat suatu rancangan sinkro-siklotron yang bekerja berdasarkan prinsip stabilitas fase. Jari-jari lingkaran D dibuat 184 inch di Berkeley dan dapat menghasilkan proton 740 MeV.

B. Prinsip Kerja Siklotron

Siklotron adalah suatu alat pemercepat partikel bermuatan dengan kecepatan tinggi. Partikel yang telah dipercepat dapat dipergunakan dalam reaksi nuklir. Partikel-partikel tersebut dipercepat sampai pada tingkat energi tertentu. Partikel proton dapat mencapai energi sebesar 10 MeV, deuteron sampai 20 MeV dan partikel alpha 40 MeV. (Kenneth S. Krane, 1987:5772)

Bagian terpenting dari siklotron adalah logam yang berbentuk belahan silinder yang dipotong melalui garis tengahnya. Rongga ini dinamakan "Dee" karena bentuknya seperti

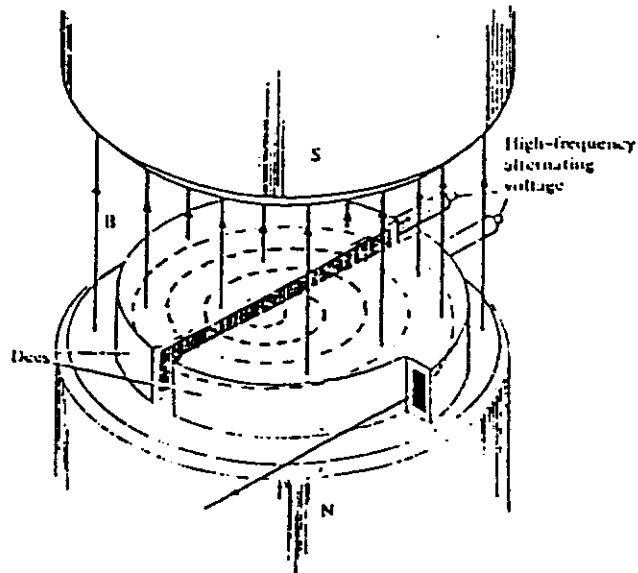
531.112

MAS

a.1

432 / KI / 99 - a 2 / 2

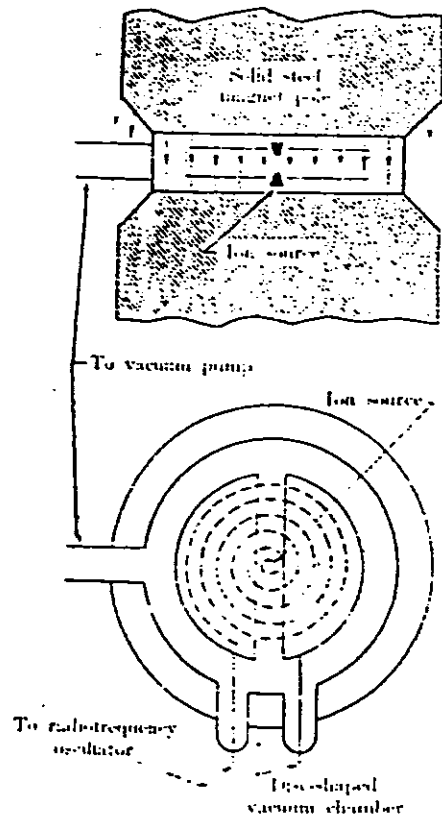
huruf D. Kedua rongga ditangkupkan antara dua celah, kemudian keduanya ditempatkan diantara kutub-kutub magnet seperti gambar 3.1 di bawah.



Gambar 3.1. Bagian penting dari Siklotron

Sistem lempeng D ini diletakkan pada sebuah ruang yang dipertahankan pada kondisi hampa sampai tekanan sebesar 10^{-6} mmHg. Hal ini perlu dilakukan untuk menghindari terjadinya tumbukan antar ion yang dipercepat dengan molckul udara. Sedangkan medan magnet B antara kutub-kutub magnet tersebar secara merata di daerah yang ditempati kedua D tersebut. Kedua D dihubungkan dengan sumber tegangan bolak-balik yang berfrekuensi tinggi dalam orde Megahertz yang dapat menimbulkan medan listrik bolak-balik dalam celah di antara kedua D, sehingga keduanya merupakan elektrode yang berganti tegangan. Namun demikian rongga pada kedua D tidak terdapat medan listrik karena efek Faraday. Pada bagian tengah dari celah ada suatu sunbar S untuk menghasilkan ion-ion positif seperti proton dan

deuteron pada gambar 3.2.



Gambar 3.2 Proses kerja Siklotron

Jika ada ion q positif yang dihasilkan dari sumber S , ion akan dipercepat oleh medan listrik yang ada di antara kedua D . Ion ini ditarik oleh D_1 yang negatif dan terus bergerak memasukinya. Oleh karena dalam rongga kedua D terdapat medan magnet B yang tegak lurus bidang D , maka gaya Lorentz akan membelokkan ion, sehingga ion bergerak dalam lintasan lingkaran dengan jari-jari R . Besarnya jari-jari lintasan ion tersebut diperoleh dari gaya Lorentz yang sama besarnya dengan gaya centripetal. Karena percepatan centripetal $= v^2 / R$, dari hukum Newton yang kedua didapatkan :

$$qvB = mv^2/R$$

dan jari-jari lintasan ion adalah :

Jika ion yang dipercepat sudah diketahui, maka nilai q/m tetap, dan oscilator dibuat bekerja pada frekuensi pada f oscilator tunggal. Kemudian siklotron disetel untuk memenuhi persamaan $f_{osc} = qB/2\pi m$ dengan mengubah medan magnet. Tenaga-tenaga yang dihasilkan oleh mesin siklotron ini tergantung dari jari-jari D tersebut. Besarnya tenaga kinetik (T) yang dihasilkan adalah : $T = \frac{1}{2}mv^2$ atau

$$T = \frac{1}{2} (q^2 B^2 R^2 / m) \dots \dots \dots (3.7)$$

Perbedaan tegangan V yang diperlukan untuk menimbulkan tenaga kinetik yang sama untuk bergerak serentak dapat dihitung sebagai berikut (Irving Kaplan, 1962; 685) ;

$$qV = \frac{1}{2} . mv^2$$

sehingga $V = \frac{1}{2} B^2 R^2 . q/m \dots \dots \dots (3.8)$

Ion yang biasa digunakan dalam mesin siklotron adalah deuteron yang mempunyai muatan $q = 1,60.10^{-19}$ C, $m = 3,34.10^{-27}$ kg dan jari-jari siklotron $R = 0,75$ m serta frekuensi oscilator $f_{osc} = 12.10^6$ Hz. Jadi nilai medan magnet B yang diperlukan adalah :

$$\begin{aligned} B &= 2\pi fm/q \\ &= 2(3,14).(12.10^6 \text{ hz}).(3,434 \cdot 10^{-27} \text{ kg})/(1,60.10^{-19} \text{ C}) \\ &= 1,57 \text{ w/m}^2 \end{aligned}$$

sedangkan tenaga kinetis yang dibawa ion adalah ;

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} (q^2 B^2 R^2 / m) \\ &= \frac{1}{2} (1,60.10^{-19} \text{ C})^2 . (1,57 \text{ w/m}^2)^2 . (0,75 \text{ m})^2 / (3,34 . 10^{-27} \text{ kg}) \\ &= 5,3136.10^{-12} \text{ J} \end{aligned}$$

Jika dinyatakan dalam eV maka : $T = 33,2$ MeV

Keterbatasan dari siklotron ini tidak dapat beroperasi pada tenaga tinggi , karena kecepatan sudut tidak tergantung pada kecepatan ion yang bersikulasi. Disamping itu jika

kecepatan ion mendekati kecepatan cahaya, maka massa akan bertambah besar. Dengan demikian perhitungan akan berubah dari non-relativistik menjadi relativistik. Untuk memperoleh kecepatan ion mendekati kecepatan cahaya diperlukan tenaga tinggi. Tenaga ini diperoleh dari medan magnet yang besar dan tentunya membutuhkan biaya yang cukup besar. Untuk mengatasi hal ini maka dibuatlah suatu alat yang dapat mengubah –ubah frekuensi dari oscillator. Alat ini disebut Sinkro-siklotron yang bekerja dengan prinsip “stabilitas fase”.

B. Prinsip Kerja Sinkro-siklotron

Sinkro- siklotron adalah suatu alat mempercepat partikel sampai ke tingkat energi yang cukup tinggi. Alat ini sering juga disebut pengubah frekuensi FM (Frekuensi Modulated) siklotron(Ismail Besari 1987; 255)

Sinkro-siklotron bekerja dengan menggunakan prinsip stabilitas fase dan memperhitungkan efek relativitas. Ion yang bergerak mendekati kecepatan cahaya massanya akan bertambah besar sesuai dengan rumus relativitas :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \dots\dots\dots(3.9)$$

dimana : m_0 = massa diam; v = kecepatan ion; c = kecepatan cahaya

Bentuk persamaan (3.9) di atas merupakan ketergantungan massa sebuah ion pada kelajuannya. Ternyata dari rumus massa di atas bahwa untuk $v \ll c$ dapat diambil $m = m_0$ tanpa menimbulkan kesalahan-kesalahan, seperti biasa dikerjakan dalam mekanika Newton. Untuk $v \approx c$ maka $m \approx \infty$. Jadi menurut massa itu, kelajuan maksimum yang dapat dicapai di alam ini ialah c , karena suatu benda dengan $m_0 \neq 0$ yang kelajuannya $v = c$ massanya

menjadi begitu besar sehingga betapapun besar gaya yang diberikan padanya, kelajuannya tidak akan bertambah.

Menurut teori relativitas sebuah benda yang massa diamnya m_0 mempunyai tenaga diam E_0 yang terkandung di dalam massa diamnya adalah :

$$E_0 = m_0 c^2 \dots\dots\dots(3.10)$$

Sedangkan tenaga total E adalah : $E = E_0 + T$

atau

$$E = m_0 c^2 + T \dots\dots\dots(3.11)$$

Karena tenaga total $E = mc^2$ maka persamaan (3.11) dapat ditulis :

$$T = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - 1 \right] \dots\dots\dots(3.12)$$

Bila $v \ll c$, maka dapat diekspansikan besaran di dalam kurung pada persamaan (3.12) ke dalam deret pangkat :

$$T = m_0 c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{v}{c}\right)^4 + \dots - 1 \right]$$

karena bentuk $\left(\frac{v}{c}\right)^4, \left(\frac{v}{c}\right)^6$ dan seterusnya sangat kecil sekali sehingga dapat diabaikan,

maka setelah diproses diperoleh rumus :

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 \dots\dots\dots(3.13)$$

Ternyata disini bahwa bentuk untuk $v \ll c$ mekanika Newton dapat dipakai tanpa koreksi relativitas.

Kemudian juga dapat dihitung kecepatan sudut ω dari ion yang berputar, yaitu :

$$\omega = qB / m$$

dengan memasukkan nilai m dari persamaan (3.9) diperoleh :

$$\omega = B \frac{q}{m} \sqrt{1 - v^2/c^2} \dots\dots\dots(3.14)$$

sehingga frekuensi modulasi sinkro siklotron menurut (John J. Livinggood, 1960; 149) adalah

:

$$f = \omega / 2\pi$$

atau

$$f = \frac{qBc^2}{2\pi E_0 (1 + \frac{T}{E_0})} \dots\dots\dots(3.15)$$

Dari persamaan (3.14) terlihat bahwa kecepatan sudut ω ion menjadi berkurang pada saat kecepatan bertambah besar. Hal ini akan mengakibatkan frekuensi rotasi ion berkurang dan ion lebih lama dalam menempuh lintasan setengah lingkaran pada periode yang telah ditetapkan. Bila ion bergerak terlambat, ia akan sampai pada celah saat tegangan positif, sehingga ion tidak dipercepat melainkan diperlambat.

D. Stabilitas Fase

Energi yang dapat diperoleh dalam sebuah siklotron dibatasi oleh makin bertambahnya massa sesuai dengan rumus relativitas massa, dan ini terjadi setelah ion berat dipercepat. Sebuah Deuteron dari 20 MeV memiliki kecepatan sekitar 15% dari kecepatan cahaya dan kenaikan massanya sekitar 1%. Tabel 3.1 di bawah merupakan perbandingan massa partikel

terhadap massa diam dan kecepatannya terhadap kecepatan cahaya untuk berbagai nilai $U - m_0c^2$.

Tabel 3.1 Perbandingan massa terhadap massa diam dan kecepatan partikel dengan kecepatan cahaya untuk partikel elektron, proton, dan deuteron

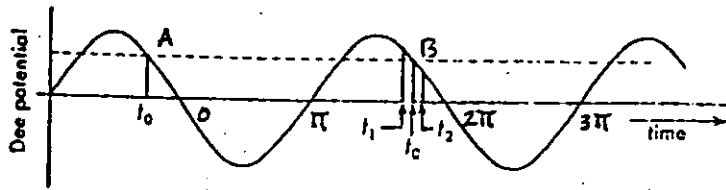
U- m_0c^2	Elektron		Proton		Deuteron	
	m/ m_0	v/c	M/ m_0	v/c	m/ m_0	v/c
1	2,9	0,94	1,001	0,05	1,000	0,03
10	20,5	0,99	1,011	0,15	1,005	0,10
20	40,0	1,00	1,021	0,20	1,011	0,15
30	59,5	1,00	1,032	0,25	1,016	0,18
40	98,5	1,00	1,053	0,331	1,027	0,23
50	196,0	1,00	1,106	0,43	1,053	0,31

Dari tabel 3.1 terlihat bahwa elektron dengan energi 1 MeV massanya tiga kali massa diam dan mempunyai kecepatan 94 % dari kecepatan cahaya. Ini mengakibatkan bahwa suatu siklotron digunakan untuk mendapatkan elektron berenergi tinggi.

Keterbatasan relativitas pada pengoperasian mesin siklotron dapat diperhatikan pada sebuah ion tunggal yang bersirkulasi dalam rongga D. Jika massa ion yang bergerak menjadi besar, waktu yang diperlukan oleh ion bergerak melalui D akan menjadi lebih lama dan ion akan sampai pada celah D lebih lambat dari pada tidak terjadi kenaikan massa. Hal ini terjadi karena tidak selaras dengan perubahan polaritas elektrode pada D.

Stabilitas fase dapat dijelaskan secara kualitatif sebagai gerakan suatu ion yang bergerak melingkar dalam medan magnet yang homogen dan sampai pada celah pada saat tegangan sama dengan nol. Ion-ion ini dikatakan mempunyai fase nol dan kondisi ini diberi tanda pada

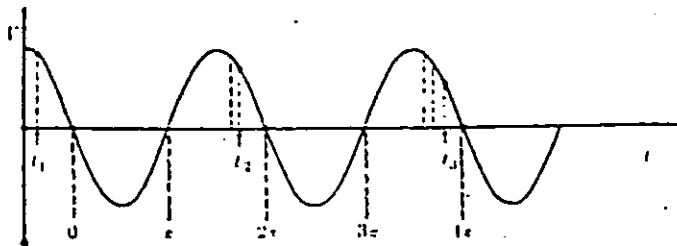
titik $0, 2\pi, 4\pi$ dan seterusnya seperti pada gambar 3.4 di bawah.



Gambar 3.4 Bentuk gelombang stabilitas fase sinkro-siklotron

Kemudian ion akan bergerak terus sedemikian rupa sehingga tenaganya tidak akan berkurang atau bertambah. Pada keadaan non-relativitas ion tersebut mempunyai kecepatan anguler konstan dan melintasi elektrode D dengan waktu yang sama dengan frekuensi oscilator. Hal ini dapat dilihat pada titik-titik A dan B dari gambar 3.4 di atas .

Jika ion mendapat energi dan menjadi relativistik maka kecepatan angulernya akan berkurang (frekuensi rotasi berkurang) , sehingga ion akan mencapai celah pada saat t_1, t_2, t_3 dan seterusnya seperti ditunjukkan pada gambar 3.5 di bawah :



Gambar 3.5 Gerakan ion yang mencapai celah pada waktu t

Bila waktu yang diperlukan oleh ion untuk sampai di celah adalah t_1 , yang mana pada saat itu tenaganya bertambah dan frekuensi rotasi berkurang, maka ion tersebut akan sampai pada celah berikutnya pada saat t_2 serta t_3 untuk sampai pada celah yang berikutnya lagi dan seterusnya. Akhirnya ion akan sampai pada celah dengan fase nol. Tetapi sebaliknya jika ion

terlambat, ia akan sampai pada celah pada saat tegangan sudah positif, sehingga ion bukannya dipercepat melainkan diperlambat. Dengan demikian ion akan bergerak di sekitar fase nol. Keadaan ini disebut dengan stabilitas fase. Untuk mempertahankan stabilitas fase ini maka frekuensi medan listrik dapat diubah-ubah atau dengan jalan memperbesar medan magnet secara perlahan-lahan, sehingga efek relativitas dapat diatasi.

BAB IV

BETATRON

A. Sejarah Penemuan

Betatron merupakan suatu alat yang digunakan untuk mempercepat elektron sampai laju tinggi dengan membolehkan medan-medan listrik imbas yang dihasilkan oleh sebuah fluks magnet yang berubah-ubah bekerja (bereaksi) pada elektron tersebut. Prinsip kerja Betatron telah diajukan oleh Widroc pada tahun 1928 dan baru dioperasikan pada tahun 1941 oleh Donald W. Kerst yang berdasarkan Hukum Faraday.

Alat D.W. Kerst yang pertama dapat mempercepat elektron sampai 2,3 MeV yang pengoperasiannya digunakan sebagai tabung sinar-X. Sinar-sinar-X tersebut dihasilkan dengan cara konvensional yang menggunakan elektron-elektron bertenaga tinggi mengenai suatu atom target. Alat berikutnya dibuat di perusahaan General Electric pada tahun 1942 yang dapat mempercepat elektron dengan tenaga 20 MeV, dan model ketiga dibuat pada tahun 1945 yang dapat mempercepat elektron sampai 100 MeV dengan laju elektron $0,999986 c$ sehingga dalam analisis operasinya digunakan mekanika relativistik.

Elektron yang bertenaga rendah digunakan untuk menghasilkan sinar-X berguna dalam bidang :

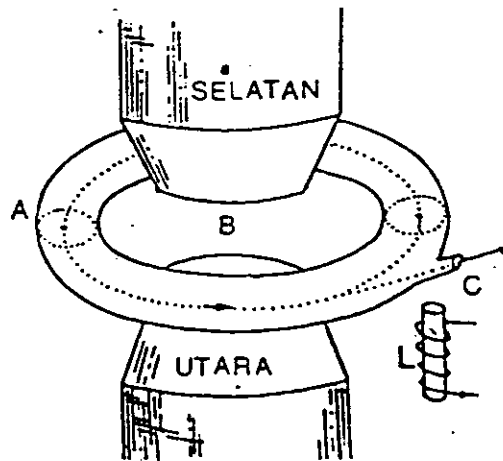
- Fisika zat padat, misalnya untuk menentukan struktur kristal
- Industri/seni, misalnya menentukan keaslian suatu lukisan
- Kedokteran, misalnya pengobatan kanker
- Dan lain-lain.

Dalam sebuah betatron terdapat medan magnet yang mempunyai beberapa fungsi, yaitu :

1. Medan magnet pemandu elektron di dalam lintasan lingkaran
2. Medan magnet yang berubah-ubah menghasilkan sebuah medan listrik yang mempercepat elektron di dalam lintasan tersebut.
3. Medan magnet yang mempertahankan supaya jejari lintasan (orbit) elektron yang bergerak konstan.
4. Medan magnet yang menggerakkan elektron ke dalam lintasan mula-mula dan memindahkan elektron tersebut dari lintasannya setelah mencapai tenaga penuh.
5. Medan magnet yang menyediakan sebuah gaya pembalik (restoring force) melawan setiap kecenderungan elektron untuk meninggalkan lintasannya, baik dalam arah vertikal maupun dalam arah radial.

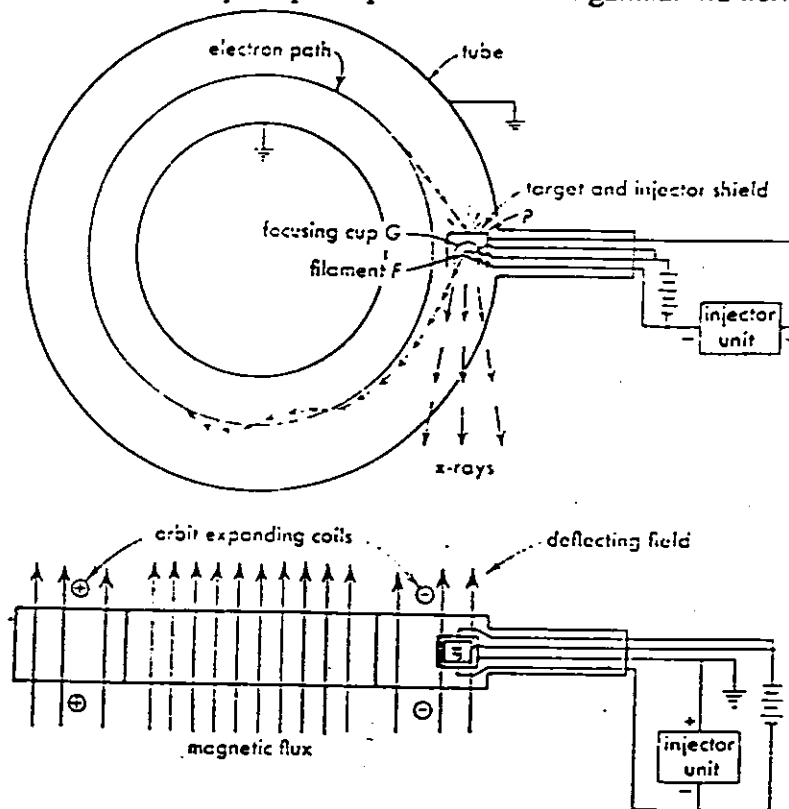
B. Teori Dasar

Betatron terdiri dari atas pipa yang berbentuk lingkaran yang ditempatkan di antara medan elektromagnetik yang kumparannya dialiri arus melingkar seperti pada gambar 4.1 di bawah.



Gambar 4.1 Penampang betatron

Ruang vakum donat tempat elektron dipercepat dapat dilihat dalam gambar 4.2 berikut.



Gambar 4.2 Ruang vakum (donat) tempat elektron dipercepat

Dari gambar di atas dapat dijelaskan bahwa elektron-elektron ditembakkan ke dalam tabung kaca A yang hampa dan berbentuk torus (gambar 4.1) dan diletakkan antara dua kutub magnet. Elektron-elektron difokuskan dengan bantuan focusing cup (FC). Jika medan magnet yang berubah-ubah digunakan paralel dengan penampang tabung akan dihasilkan dua efek :

1. Tenaga elektromotive dalam orbit elektron oleh fluks magnet yang berubah-ubah akan memberikan tenaga elektron tambahan.
2. Menghasilkan tenaga radial melalui aksi medan magnet yang arahnya tegak lurus sehingga kecepatan elektron menyimpang dan bergerak melalui sebuah lingkaran tetap.

Fluks magnetik melalui orbit harus sesuai agar elektron-elektron bergerak dalam orbit yang stabil pada jari-jari R konstan. Elektron-elektron tersebut membuat beratus ribu

putaran melalui lingkaran ini, sementara itu medan magnet intensitasnya naik dari nol sampai maksimum untuk $\frac{1}{4}$ siklus dan menimbulkan gaya gerak listrik (GGL) induksi V . Dengan demikian setiap perputaran elektron akan memperoleh tenaga tambahan. Bila elektron itu telah mencapai atau menerima tenaga sebanyak yang dibutuhkan, maka kapasitas akan dihasilkan melalui dua coil kawat. Kawat pertama bagian atas dihasilkan secara langsung dan kawat kedua bagian bawah langsung menuju orbit stabil yang menghasilkan tambahan pada fluks magnetik dan mengenai sebuah target sehingga menghasilkan sinar-X.

Pembahasan tentang jalan elektron secara melingkar dengan jari-jari R merupakan sebuah lingkaran, GGL induksi V dalam lingkaran dipengaruhi oleh fluks magnetik yang berubah-ubah. Hukum Faraday mengatakan bahwa gaya gerak listrik yang terinduksi dalam suatu rangkaian sama dengan nilai negatif laju perubahan fluks magnet ataupun perubahan fluks magnet terhadap waktu.

$$V = -\frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots(4.1)$$

dimana : V = Gaya gerak listrik induksi (volt)

ϕ = Fluks magnetik yang tegak lurus bidang kerja (weber)

t = Waktu yang diperlukan (detik)

Menurut Hukum Lenz bahwa arah gaya gerak listrik terinduksi adalah sedemikian rupa sehingga penyebab yang menimbulkannya berlawanan arah dengan semula sehingga persamaan 4.1 berubah menjadi :

$$V = \oint E.ds = -\frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots(4.2)$$

$$2\pi R \cdot E = - \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots (4.3)$$

atau $E = - \frac{1}{2\pi R} \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots (4.4)$

Desarnya gaya pada elektron adalah :

$$F = e E = - \frac{e}{2\pi R} \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots (4.5)$$

Menurut hukum Newton II : $F = \frac{dp}{dt} \dots\dots\dots (4.6)$

dimana $p = m v$, sehingga : $F = \frac{d(mv)}{dt} \dots\dots\dots (4.7)$

Jika persamaan (4.5) dan (4.7) digabungkan diperoleh :

$$\frac{d(mv)}{dt} = - \frac{e}{2\pi R} \frac{d\phi}{dt} \dots\dots\dots (4.8)$$

kemudian jika diintegalkan akan diperoleh nilai mutlaknya yaitu :

$$mv = \frac{e}{2\pi R} \phi \dots\dots\dots (4.9)$$

Jika dimisalkan medan magnet sesaat pada lintasan elektron adalah B maka elektron mengalami gaya Lorentz sebesar :

$$F = B \cdot e \cdot v \dots\dots\dots (4.10)$$

gaya ini diimbangi oleh gaya tangensial :

$$F = \frac{mv^2}{R} \dots\dots\dots (4.11)$$

sehingga diperoleh hubungan :

$$Bev = \frac{mv^2}{R} \dots\dots\dots (4.12)$$

atau $mv = B \cdot e \cdot R \dots\dots\dots (4.13)$

dan jika persamaan (4.9) dan (4.13) digabungkan maka diperoleh :

$$\frac{e}{2\pi R} \phi = B \cdot e \cdot R \dots\dots\dots (4.14)$$

$$\phi = 2\pi R^2 B \dots\dots\dots(4.15)$$

atau

$$B = \frac{\phi}{\pi R^2} \dots\dots\dots(4.16)$$

Medan magnet rata-rata yang melalui bidang lintasan adalah :

$$\bar{B} = \frac{\phi}{\pi R^2} \dots\dots\dots(4.17)$$

sehingga : $\bar{B} = 2 B \dots\dots\dots(4.18)$

Persamaan (4.18) merupakan syarat agar lintasan elektron tetap, yaitu rata-rata induksi magnet sesaat \bar{B} yang diperlukan harus dua kali induksi magnet B sesaat pada lintasan. Untuk mencapai hal tersebut kutub magnet harus diberi bentuk khusus yang memperkecil medan magnet pada lintasan, sedangkan bagian tengah kutub ditempatkan besi lunak yang memperbesar medan magnet oleh permeabilitasnya yang besar.

Jika saat yang tepat arus kumparan elektron magnet diperbesar, maka ϕ bertambah besar. Medan magnet B pada lintasan tidak banyak bertambah sehingga R bertambah besar. Dengan demikian lintasan elektron dapat diarahkan pada sasaran (target) yang menimbulkan sinar-X gelombang pendek atau sinar gamma. Untuk menghitung tenaga elektron E_k maka tidak dapat digunakan rumus klasik tetapi harus mekanika relativistik yang memperhitungkan perubahan massa dengan kecepatan yang mendekati kecepatan cahaya yaitu :

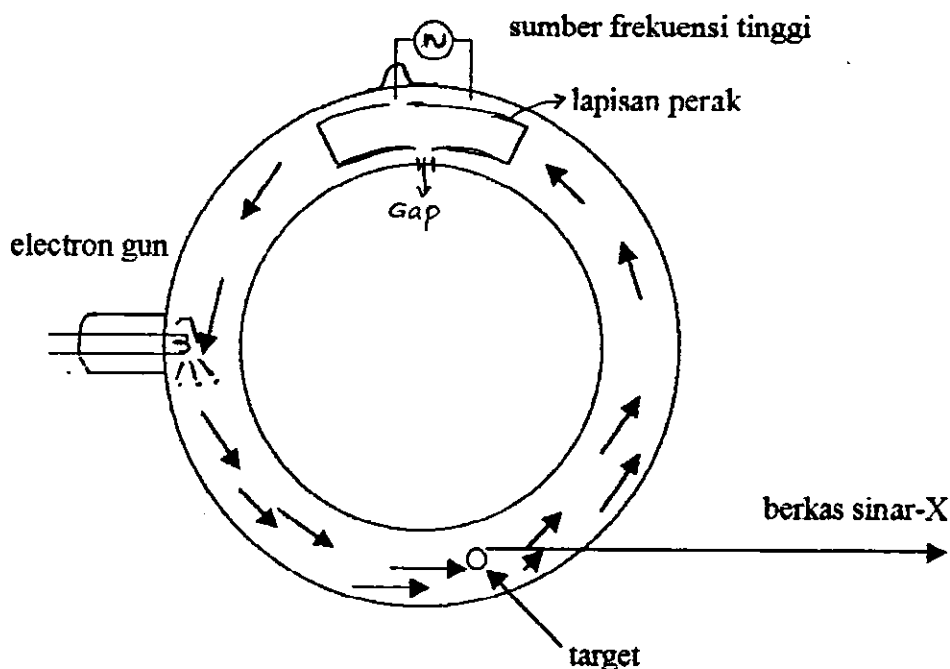
$$m^2 v^2 = p^2 = (m^2 - m_0^2) c^2 \dots\dots\dots(4.19)$$

maka : $E_k = E - E_0 = (m - m_0) c^2 = \frac{m^2}{m + m_0} v^2 \dots\dots\dots(4.20)$

dimana : $E_0 = m_0 c^2 =$ tenaga diam elektron; dan $E = mc^2 = (p^2 c^2 + m_0^2 c^4)^{1/2} =$ tenaga total elektron.

C. Pengoperasian

Sebuah tabung kaca A yang hampa udara dan berbentuk torus dengan penampang berbentuk ellips dengan garis tengah bagian luar 74 inch dan garis tengah bagian dalam 58 inch seperti gambar 4.1. Tabung kaca diletakkan horizontal dalam celah udara antara permukaan kutub elektromagnet. Arus bolak balik dengan frekuensi 60 cycle/det dikirimkan melalui lilitan elektromagnet, sehingga fluks magnetik melalui bidang torus berbalik dari maksimum di satu arah ke maksimum pada arah yang berlawanan.



Gambar 4.3 Elektron yang keluar dari elektron gun yang dipercepat dalam betatron.

Elektron-elektron di dalam betatron dipercepat dengan tegangan 50.000 volt oleh elektron gun yang ditempatkan di dalam tabung dan oleh medan magnet dibuat berputar-putar dengan lintasan yang garis tengahnya 66 inch. Pada setiap putaran elektron dipercepat melalui tegangan yang sama (sekitar 400 volt).

Elektron-elektron dipercepat dengan merubah medan magnet dan pada saat bersamaan dipaksa bergerak pada lintasan berbentuk lingkaran oleh medan magnet. Kecepatan gerakannya yang cepat menyebabkan sebuah elektron dapat membuat 250.000 putaran dalam waktu yang dibutuhkan oleh fluks magnet untuk naik dari nol sampai ke maksimum, karena setiap putaran ekuivalen dengan percepatan melalui 400 volt. Jadi tenaga akhir elektron adalah 250.000×400 atau sama dengan 100 McV. Pada setiap tingkatan proses percepatan, suatu dorongan tambahan arus pulsa dapat dikirimkan melalui kumparan elektromagnetik. Hal ini menyebabkan elektron-elektron bergerak spiral keluar dari lintasannya dan mengenai sasaran yang akan menjadi sumber sinar-X dengan panjang gelombang amat pendek dan daya tembus yang besar.

Tabung vakum yang berbentuk donat seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.3 berbeda dengan tabung betatron reguler karena lapisan perak diletakkan pada sebagian kecil dari sebelah dalam tabung yang memisahkan bagian dalam menjadi dua bagian. Medan listrik yang berfrekuensi tinggi dari osilator radio digunakan pada sembarang celah dalam siklus magnet, frekuensi ini berada dalam keadaan sinkron dengan kecepatan anguler dari elektron-elektron itu sehingga elektron akan dipercepat bila melewati celah. Karakteristik stabilitas fase juga digunakan dalam operasinya sehingga elektron-elektron yang telah menyimpang dari orbit normalnya memperoleh penyusutan atau peningkatan tenaga untuk membawa elektron kembali ke orbit semula.

Jika elektron-elektron diinjeksi pada awal siklus magnet, maka alat yang beroperasi sebagai betatron akan menggunakan waktu yang sangat pendek yaitu dalam detik atau mikro detik sampai elektron telah memperoleh energi 2,3 MeV. Medan yang berfrekuensi tinggi secara otomatis digunakan melalui celah, keadaan ini bertahan sampai

medan magnet meningkat dan turun secara otomatis jika elektron-elektron telah mencapai tenaga maksimum. Jika suatu saat elektron telah mencapai tenaga yang dibutuhkan maka kondisi fluks magnetik untuk orbit yang stabil dihilangkan dengan mengirimkan arus yang besar melalui koil-koil tambahan untuk membuat elektron-elektron yang berbentuk spiral terhadap target tersebut.

Betatron synchrotron yang dapat mengakselerasi elektron-elektron sampai 300 MeV akan menghasilkan foton-foton. Tenaga yang diradiasikan dari muatan-muatan yang diakselerasi bergerak dengan kecepatan v sebanding dengan kecepatan cahaya c yang dihitung oleh Schwinger (1946) dengan menggunakan teori relativitas. Untuk lintasan melingkar, tenaga S yang diradiasi dihitung dengan persamaan berikut :

$$S = \frac{2\omega e^2}{3R} \left(\frac{v}{c}\right)^3 \left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4 \dots\dots\dots(4.21)$$

dimana : R = Jari-jari lintasan; ω = Kecepatan sudut anguler partikel; E = Tenaga total elektron; dan m_0 = massa diam partikel

Untuk tenaga S yang kecepatan partikelnya sebanding dengan kecepatan cahaya , maka persamaan 4.21 dapat dirubah menjadi :

$$S = \frac{2\omega e^2}{3R} \left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4 \dots\dots\dots(4.22)$$

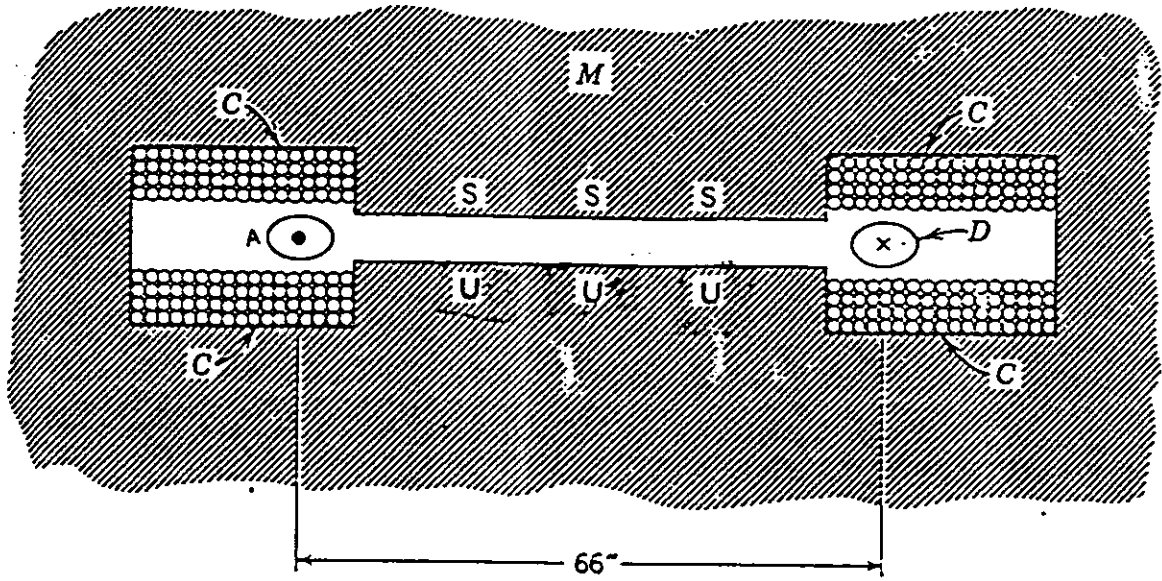
Energi E yang terradiasi selama satu putaran adalah : $E_1 = S \frac{2\pi}{\omega}$

atau

$$E_1 = \frac{4\pi e^2}{3 R} \left(\frac{E}{m_0 c^2}\right)^4 \dots\dots\dots(4.23)$$

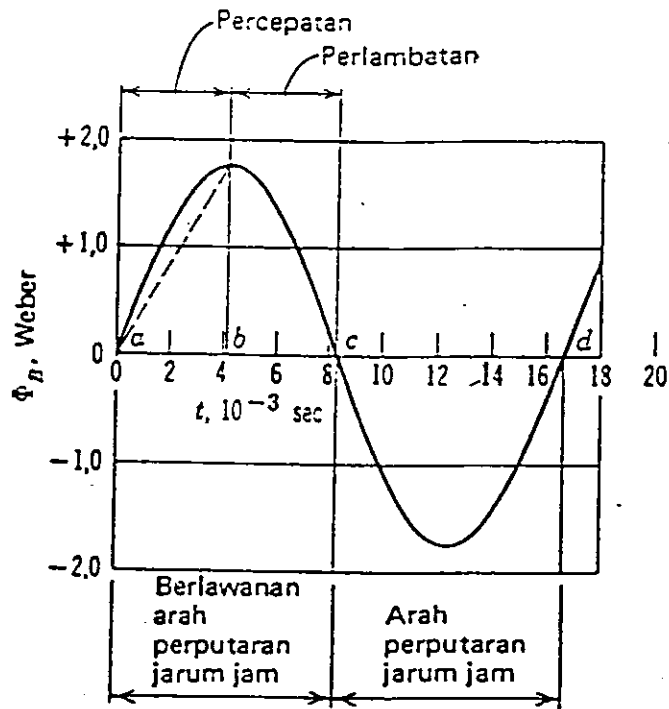
Partikel bermuatan yang bergerak mendekati kecepatan cahaya akan meradiasi tenaga yang sebanding dengan tenaga total pangkat empat dan berbanding terbalik dengan tenaga massa diam elektron berpangkat empat. Gambar 4.4 berikut ini

memperlihatkan penampang betatron dalam medan magnet



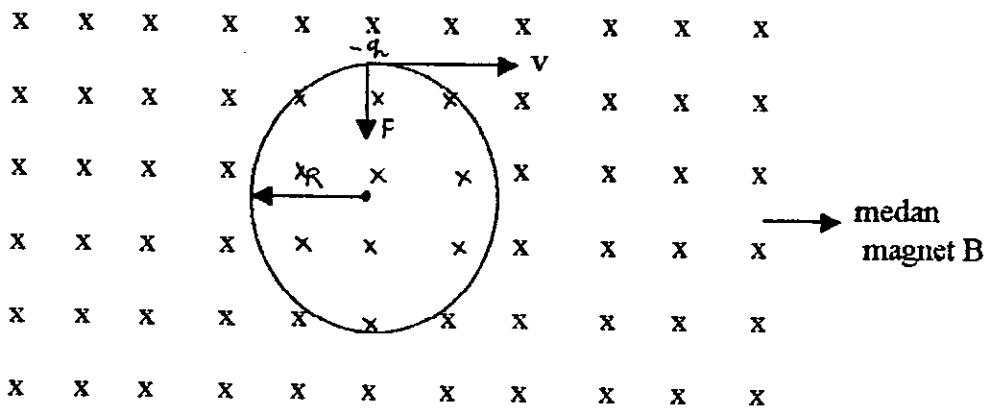
Gambar 4.4 Penampang sebuah betatron yang memperlihatkan magnet M, coil C dan donat D

dan fluks yang melalui lintasan selama satu siklus diperlihatkan dalam gambar 4.5 berikut.



Gambar 4.5 Fluks yang melalui lintasan sebuah betatron selama satu siklus

Dari gambar 4.4 di atas terlihat bahwa donat D adalah tabung kaca yang telah dikosongkan sebagai arah elektron-elektron akan bergerak, sedang A merupakan tempat munculnya elektron-elektron. Lintasan elektron tersebut berbentuk lingkaran yang tegak lurus pada bidang gambar di sebelah kanan D. Di dalam mesin listrik biasa jari-jari lintasan elektron adalah 33 inch sedangkan coil C dan magnet baja beratnya 130 ton. Arus dalam coil C dibuat berubah-ubah secara periodik yaitu 60 kali/det untuk menghasilkan fluks yang berubah-ubah melalui suatu lintasan seperti pada gambar 4.5 di atas, sedangkan ϕ_B diambil positif jika B bergerak ke atas. Jika elektron bersirkulasi di dalam arah yang ditentukan maka elektron harus melakukan sirkulasi tersebut selama siklus paruhan (half-circle) positif yang ditandai dengan huruf ac dalam gambar 4.5. Kemudian pada gambar 4.6 di bawah diperlihatkan sebuah muatan q yang bersirkulasi dalam sebuah medan magnet uniform.



Gambar 4.6 Sebuah muatan $-q$ bersirkulasi dalam arah tegak lurus pada sebuah medan magnet uniform.

Jika dianggap bahwa v tegak lurus pada B , berarti v seluruhnya terletak di dalam bidang gambar. Hubungan $F = qv \times B$ memperlihatkan bahwa partikel akan mengalami sebuah gaya pembelok yang mengarah ke samping yang besarnya qvB . Gaya ini menyebabkan partikel tidak dapat meninggalkan bidang medan magnet.

Berdasarkan hukum II Newton diperoleh :

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \dots\dots\dots(4.24)$$

atau

$$R = \frac{mv}{qB} \dots\dots\dots(4.25)$$

dimana : R = Jari-jari lintasan partikel

Uraian di atas memberikan gambaran bahwa elektron dipercepat oleh medan listrik yang ditimbulkan oleh fluks magnet yang berubah-ubah, sedangkan arah medan imbas tergantung pada tanda $d\phi_B/dt$ dan digunakan untuk mempercepat dan bukan memperlambat gerak elektron. Jadi hanya $\frac{1}{2}$ siklus paruh positif yang dapat digunakan untuk memperoleh percepatan yaitu siklus ab (gambar 4.5).

Nilai rata-rata dari $d\phi_B/dt$ selama siklus $\frac{1}{4}$ ab adalah kemiringan dari garis putus-putus, yaitu :

$$\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{1,8Wb}{4,2 \cdot 10^{-3} s} = 430eV$$

Jadi elektron akan menambah tenaganya sebesar 430 eV setiap elektron tersebut membuat satu lintasan setiap satu keliling lintasan di dalam fluks yang berubah-ubah. Jika elektron hanya memperoleh tenaga sebesar 430 eV setiap putaran maka elektron tersebut harus membuat kira-kira 230.000 putaran untuk mendapatkan tenaga totalnya sebesar 100 MeV. Untuk sebuah jari-jari lintasan sebesar 33 inch maka hal ini menyatakan sebuah lintasan yang panjangnya 750 mil.

BAB V

ELEKTRON SINKROTRON

A. Sejarah Penemuan

Akselerator yang berenergi sangat tinggi ini (billion volt) menggunakan prinsip akselerasi resonansi dengan stabilitas fase. Pertama kali diujicobakan dengan elektron sinchron pada energi yang lebih rendah. Prinsip kerja akselerasi stabilitas fase ini diusulkan secara terpisah dan hampir bersamaan oleh Mc. Millan di Universitas California dan oleh Veksler di USSR. Mc. Millan merancang suatu akselerator elektron yang dinamakan sinkroton. Rancangan pertamanya adalah sebuah mesin yang beroperasi pada energi 300 MeV yang disempurnakan pada tahun 1947 . Sinkroton ini disusun dalam kondisi seperti akselerator energi tingkat dan semua instalasi disusun untuk range berenergi 300-400 MeV, dimana elektron dan sinar x dapat menghasilkan mesons. Menjelang tahun 1950 ada 6 buah sinkroton yang berenergi di atas 300 MeV dibuat di US dan beberapa negara lain. Sinkroton terbaru mencapai energi 1 BeV dan telah melewati tes pertama kali pada energi 0,5 BeV di Institut Teknologi California. Tabel berikut menjelaskan perkembangan elektron sinkroton sampai pada tahun 1954.

Table 5.1. Perkembangan elektron sinkroton sampai pada tahun 1954.

Lokasi Pembuatan	Energi, Mev	Status in 1954
1	2	3
University of California, Berkeley California	322	Opcration
Cornell University, Ithaca, New York	300 (1000)	Operation Testing
Massachusetts Institute of technology, Cambridge , Massachusetts	330	Operation
University of Michigan, Ann Arbor, Michigan	300	Operation

1	2	3
General Electric Company, Schenectady, New York	300	Operation
Purdue University, Lafayette, Indiana	300	Operation
National Bureau of Standards Washington D.C	180	Construction
Glasgow University, Glasgow, Scotland	300	Testing
Oxford University, Oxford, England	140	Construction
California Institute of Technology, Pasadena, California	500	Operation
	(1000)	(Eventual)
Nobel Institute, Upsala, Sweden Professor Salvini, Rome	(600)	Design
Helatron, University of Illinois, Urbana, Illinois	250	Operation

Sebelum sinkrotron yang lebih besar diselesaikan, Goward dan Barnes (Inggris) mendemonstrasikan prinsip ini dengan tenaga yang lebih kecil (8 MeV) yang terbuat dari magnet betatron. Selanjutnya di laboratorium Perusahaan General Electric berhasil dibuat sinkrotron berenergi 70 MeV. Mesin-mesin yang lebih besar dalam daerah 300-400 MeV, umumnya digunakan untuk eksperimen. Teori osilasi sinkron telah dikembangkan Mc. Millan dan Veksler. Denison dan Berlin mencoba menganalisa kestabilan orbit sinkron dan menemukan bahwa amplitudo osilasi sinkron berkurang dengan bertambahnya energi partikel. Bhon dan Foldy mendapatkan hasil yang sama untuk kestabilan orbit dan juga mendapatkan bagaimana betatron dapat digunakan pada percobaan. Frank menjelaskan secara mendetail proses transisi elektron dari betatron ke sinkrotron.

Elektron Sinkrotron merupakan perkembangan dari betatron sebagai sumber energi elektron yang sangat tinggi. Elektron Sinkrotron memiliki kelebihan, yakni struktur magnet yang lebih ringan yang terdiri dari magnet cincin yang melewati kamar vakum berbentuk donat. Inti berlapis besar dan berat diperlukan dalam betatron pada

induksi akselerasi medan magnet yang digantikan oleh suatu compact cavity resonator yang menyuplai medan rf yang sinkron.

B. Komponen Utama Elektron Sinkrotron

1. Magnet

Sinkrotron pertama kali menggunakan bingkai medan magnet tipe H yang hampir sama dengan struktur magnet yang digunakan betatron. Rancangan terbaru menggunakan suatu cincin magnet tipe C, yang masing-masingnya menyediakan struktur orbit yang pendek. Lintasan balik Fluks magnet C terletak di luar orbit yang kecil, tetapi untuk mesin-mesin lebih besar, fluks balik berada dalam orbit yang membuat kamar vakum lebih mudah dicapai.

Medan magnet permanen dan arus Edy dalam besi mengakibatkan perubahan medan magnet dalam bagian-bagian celah yang berbeda. Rancangan yang sistematis akan mengurangi efek ini jika coil-coil (kumparan) dapat diputar sekitar ujung kutub, dan arus-arus waktu fase dapat ditentukan secara empiris. Lilitan-lilitan lain sekitar bagian kutub magnet dapat mengoreksi berbagai ukuran sudut dalam medan magnet.

Medan magnet yang berputar memerlukan arus AC maupun arus pulsa. Pembangkit arus AC secara terus menerus memerlukan sejumlah besar daya dan mengakibatkan kehilangan panas, maka magnet harus dirancang dengan lilitan tembaga. Pembangkit pulsa dapat digunakan untuk mengurangi kebutuhan daya dengan mengurangi keluaran sinar-X.

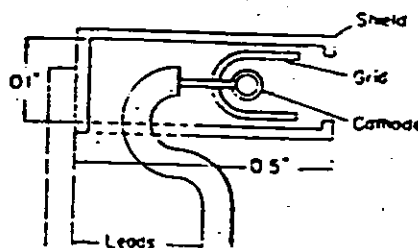
Kapasitor digunakan untuk menyimpan energi magnet, baik untuk operasi pulsa maupun operasi AC. Pembangkit arus kapasitor AC dapat bergetar dengan induktansi magnet pada frekuensi 60 – 80 cps. Kapasitor harus dipasang sama dengan medan

magnet maksimum, guna menentukan laju perubahan KVA, seperti suatu sistim resonan energi yang berubah antara tepi magnet dan kapasitor.

Pulsa kapasitor sumber arus DC dalam suatu proses harus dikosongkan melewati magnet. Waktu munculnya pulsa ditentukan oleh induktansi dan kapasitansi sistem, dan dapat dibuat sangat pendek untuk mengurangi kehilangan daya. Pembakaran/tabung kontrol yang sesuai digunakan untuk membangkitkan pulsa dan menghentikannya setelah satu kali osilasi ketika energi kembali ke kapasitor. Sumber DC menyuplai kekekurangan energi dalam sistem diantara pulsa-pulsa. Masalah kelistrikan muncul dari tegangan transien yang terjadi selama switching dan dapat dikontrol dengan adanya rangkaian peredam.

2. Penyuntikan

Elektron berenergi 50 – 100 ribu eV diperoleh dari gun yang mempunyai katoda termionik yang dibatasi dengan katoda potensial negatif tinggi. Model dasar sinkrotron dapat dilihat pada gambar 5.1 di bawah.



Gambar 5.1 Model dasar sinkrotron

Elektron difokuskan oleh suatu lengkung reflektor. Sebagian kecil arus yang didapatkan dari suatu gun diarahkan dalam celah sempit yang terdapat di dalam orbit stabil. Berkas elektron diemisikan sampai menumbuk dinding kamar vakum dalam separuh putaran pertama. Dinding dalam kamar vakum dibuat cukup konduktif agar dapat mencegah pengumpulan muatan yang disebabkan oleh pancaran elektron.

Sebaliknya gaya elektrostatik yang dihasilkan akan membelokkan berkas-berkas resonansi.

Gun biasanya ditempatkan tepat di bagian luar dinding kamar, dan ketebalan tameng melingkar dibuat sekecil mungkin. Betatron berosilasi di sekitar orbit stabil supaya orbit secara individu terhindar dari injektor gun pada putaran pertama, ketiga dan seterusnya, tetapi pada prinsipnya orbit akan kembali ke fase awal sesudah sejumlah kecil perputaran. Pengurangan amplitudo diharapkan dapat diredam dengan penambahan medan magnet. Semua perhitungan orbit secara teoritis menunjukkan bahwa sebagian besar berkas-berkas elektron yang disuntikkan telah hilang oleh tumbukan gun setelah beberapa putaran. Pengamatan awal terlihat pada betatron, bahwa elektron yang diinjeksikan terhindar dari gun dan berusaha untuk dipercepat.

Proses kerja Betatron umumnya digunakan untuk mengakselerasikan elektron dari energi mula-mula 50 – 100 kV ke orde 2 MeV yang mempunyai kecepatan 0,98 c, bergerak dalam suatu orbit yang jari-arinya tidak sama. Fluks yang diperlukan untuk akselerasi dengan induksi pada energi ini disuplai oleh batang-batang fluks (fluks bars) yang menempel pada bagian dalam kutub medan magnet. Fluks bars ini hanya signifikan selama awal putaran, setelah itu menjadi jenuh (penuh) dan tidak mempunyai efek lebih lanjut. Celah udara antara ujung-ujung potongan fluks bar dibuat pendek dan kerapatan fluks dalam potongan ini jauh lebih besar daripada fluks medan penuntun (guide field) selama putaran awal. Batang fluks yang relatif kecil terbuat dari bahan dengan permeabilitas tinggi dan mempertahankan kestabilan betatron. Medan permanen dalam batang-batang fluks terdapat dalam magnet inti.

Bias mundur medan inti oleh lilitan tertentu dibuktikan menjadi suatu koreksi yang berguna.

3. Akselerasi Radio Frekuensi

Gap pada voltase rf diterapkan untuk akselerasi, biasanya ujungnya seperempat gelombang resonansi cavitas terbuka yang diarahkan pada frekuensi resonansi oleh suatu rangkaian osilator tabung vakum. Rancangan paling efisien gelombang resonansi adalah $\frac{1}{4}$ yang membentuk suatu kamar vakum keramik atau gelas dengan permukaan bagian dalam dan luar diselimuti oleh bahan penghantar. Frekuensi resonansi yang diinginkan ditentukan melalui jejari orbit sesuai dengan persamaan (5.1). Suatu resonator tertentu mempunyai Q relatif tinggi, maka tegangan yang diperlukan dapat diperoleh dengan input daya kecil pada cavity.

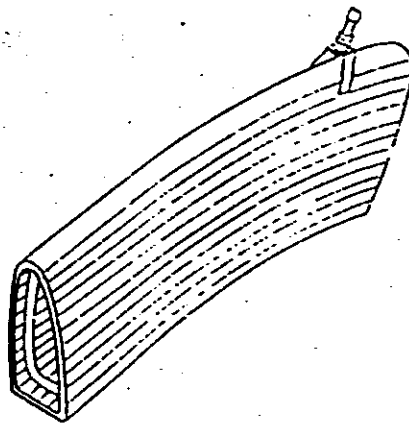
Tegangan maksimum yang muncul melalui gap berkisar 1,4 kali tegangan rata-rata tiap putaran yang sesuai dengan kestabilan fase sekitar 45° yang cocok untuk osilasi sinkron tegangan tiap putaran yang diperlukan, yaitu :

$$V = 2\pi r_o^2 \frac{dB}{dt} \dots\dots\dots(5.1)$$

Perhitungan untuk suatu sistem putaran magnet mempunyai kecepatan medan magnet dan ditentukan oleh suatu frekuensi dasar 60 putaran dan medan maksimum 1000 Gauss. Jari-jari orbit setimbang ini memerlukan tegangan tiap putaran untuk akselerasi resonansi sebesar 3000 V. Berbagai sudut fase digunakan untuk peredaman fase osilasi pada penyuntikan. Hal ini dapat diaplikasikan sebagai kenaikan voltase pada gap yang ekuivalen terhadap pengurangan sudut fase.

Gelombang resonansi cavity kuadrat dapat dibuat lebih pendek dari 90 derajat dalam daerah resonansi dasar dengan kecepatan partikel cahaya ditentukan oleh

pembebanan bahan-bahan dengan konstanta dielektrik tinggi. Metode praktis hasil ini membentuk resonator keramik dielektrik tinggi dan merupakan bagian kamar vakum dengan lapisan elektrode-elektrode di dalam dan di luarnya, gunanya untuk membentuk dinding cavity yang menghantar suatu gap penyekat pada salah satu ujung voltase rf. Keramik yang mempunyai konstanta dielektrik sampai 80 diperlukan untuk tujuan ini. Dinding yang dilapisi digores secara longitudinal untuk penyekat melawan arus Eddy, yang sebaliknya dikembangkan dalam permukaan-permukaan penghantar. Gambar 2 adalah sketsa resonator yang dikembangkan bagi sinkrotron 330 MeV oleh Massachusetts Institut of Technology.



Gambar 5.2 Sket resonator sinkrotron 330 MeV (Massachusetts Institut of Technology, 1989: 56).

Oscilator $50 \cdot 10^6$ Coulomb dirangkaikan pada resonator oleh rangkaian kapasitif dekat cavity rf seperempat gelombang. Potensial puncak 3 – 4 kV dilewatkan melewati ujung resonan cavity yang terbuka dengan daya input pada oscilator kira-kira 10 kV.

Suatu resonator tabung peniup setengah gelombang dikembangkan di Universitas California dan akhirnya digantikan oleh cavity pengisi seperempat gelombang. Potensial resonator setengah gelombang dalam fase tersendiri dikembangkan disetiap ujung dan partikel-partikel menerima dua akselerasi tiap

putaran dengan panjang tidak kurang dari 180° apabila potensial terpakai lebih besar dari voltage maksimum yang diinginkan tiap putaran. Elektrode juga dilapisi untuk mengurangi arus Eddy.

4. Susunan Target

Berbagai teknik telah digunakan untuk mengarahkan berkas elektron energi tinggi menumbuk suatu sasaran pada ujung interval akselerasi. Partikel-partikel berpindah secara otomatis ke dalam fase dan berkurang energinya pada radius konstan bila sistem sinchrotron rf dioperasikan dengan terus menerus, sedangkan dalam magnet berkurang dari harga maksimumnya. Beberapa perubahan resonansi diperlukan untuk menahan elektron ke dalam suatu orbit yang cukup besar atau cukup kecil untuk menumbuk target. Metode lain adalah untuk mengurangi frekuensi yang menyebabkan perubahan bentuk orbit. Sebagai contoh, jika delapan lilitan yang berhubungan mengelilingi dua setengah lingkaran magnet ditutup sedangkan magnet bertambah maka arus induksi medan magnet menjadi satu setengah kali, hal ini akan menahan elektron ke dalam osilasi eliptik dan dapat diatur sehingga menumbuk suatu target pada posisi yang diinginkan.

Elektron-elektron dalam sinkrotron mengalami suatu akselerasi pusat yang diakibatkan oleh radiasi energi elektromagnetik. Radiasi ini memperpanjang panjang gelombang pada semua spektrum elektromagnetik dari batas radiasi energi koheren rendah pada frekuensi $50 \cdot 10^6$ Coulomb (menggunakan dimensi dan konstanta pada mesin 350 MeV) mulai dari bagian cahaya tampak sampai naik ke energi elektron maksimum dengan frekuensi $8,4 \cdot 10^{15}$ putaran perdetik pada 350 MeV. Teori radiasi akselerasi telah diberikan oleh Schwinger, yang menunjukkan bahwa intensitas

maksimum (per interval panjang gelombang) untuk elektron-elektron 350 MeV terjadi pada jarak gelombang kira-kira 70 Amstrong atau dalam daerah ultraviolet yang jauh. Bagian tampak pada spektrum diamati selama akselerasi dengan menggunakan suatu cermin untuk menghindari pencahayaan radiasi suatu berkas-berkas sinar putih yang mengarah ke depan. Beberapa radiasi tampak dari suatu warna merah yang tidak tajam, menjadi kelihatan pada energi kira-kira 60 MeV (menjadi putih) dan paling kuat pada energi sekitar 200 MeV, kemudian mengurangi intensitas (pada bagian tampak) bagi energi elektron yang lebih tinggi. Kerucut depan mempunyai suatu sudut paruh yang berkurang seiring dengan pertambahan energi elektron sekitar $0,3^\circ$ untuk elektron 350 MeV. Energi total yang hilang oleh radiasi menambah daya energi elektron empat kali (dinyatakan dalam bentuk radio energi total terhadap energi diam), jika jari-jari orbit adalah konstan.

Kehilangan energi oleh radiasi kira-kira 100 eV perputaran pada energi 300 MeV dan secara otomatis diganti oleh fase rf medan magnet akselerasi. Kehilangan energi mengakibatkan penurunan secara temporer jari-jari magnet dan frekuensi elektron orbit. Akibatnya terjadi suatu pergantian fase melewati gap sehingga elektron-elektron mendapat energi lebih banyak pada tiap putaran, hal ini tepat diperlukan untuk menjaga akselerasi sinchron.

Radiasi dari suatu target merupakan distribusi sinar-X yang secara terus-menerus diusahakan menuju energi maksimum elektron. Energi radiasi rendah dalam bagian tampak dan ultraviolet diserap dalam target dan dinding kamar vakum. Bentuk distribusi energi yang muncul dari mesin diubah untuk mencapai radiasi lebih tinggi. Berkas-berkas sinar-X energi tinggi ini terjadi sebagai suatu pulsa yang kuat setiap

waktu, yang panjangnya tergantung pada waktu yang diperlukan untuk membentuk spiral dalam menumbuk target. Modulasi frekuensi rotasi partikel-partikel terikat kira-kira $50 \cdot 10^6$ C. Sebaliknya beberapa tipe pengukuran menggunakan instrumentasi elektronik paling cocok bila pulsa panjang dipancarkan, dan di bawah kondisi ini didapatkan pulsa 2500 mikro second.

Pengukuran output intensitas sulit dilakukan karena range yang lebar dalam frekuensi radiasi emisi dan range kepekaan beberapa rangkaian deteksi relative sempit. Absorpsi kalorimetri semua berkas dibatasi oleh penetrasi sinar-X energi tinggi dan oleh penggunaan absorpsi dalam target. Pengukuran ionisasi total dengan cara yang sama dibatasi oleh suatu kamar ionisasi. Produksi pasangan elektron adalah suatu pengukuran intensitas yang cukup efektif pada ujung spektrum energi tinggi, tetapi tidak dapat memperbesar energi ambang 1 Mev. Kamar ionisasi berdinding tipis yang normal digunakan untuk mendapatkan suatu pengukuran yang mana intensitas berkas total dapat dikalkulasikan.

C. Prinsip Kerja

Sinkrotron merupakan pemercepat elektron dalam suatu orbit yang berjari-jari konstan, artinya suatu medan listrik rf dipakai melewati suatu gap pada suatu titik dalam orbit tersebut. Elektron-elektron tersebut dipertahankan dalam lintasan melingkar oleh suatu medan magnet yang bertambah sesuai dengan bertambahnya waktu. Untuk membelokkan elektron-elektron energi rendah pada injeksi ke harga energi maksimum ditentukan oleh permeabilitas logam. Suatu medan magnet berbentuk cincin menyediakan medan magnet pada kamar vakum berbentuk donat yang melingkupi orbit elektron. Penampang kutub-kutub magnet dibuat untuk mendapatkan suatu medan yang berkurang dengan bertambahnya jari-jari dengan harga n sekitar 0,6, gunanya untuk

menyuplai fokus gaya pada elektron. Gerakan pulsa akan menghasilkan arus Eddy yang akan mengurangi aktivitas medan magnet. Apabila inti magnet adalah besi padat, maka intinya berlapis-lapis seperti dalam transformator. Gerak melingkar ini menghasilkan suatu rangkaian pulsa elektron energi tinggi.

Elektron diemisikan dari sumber elektron gun pada sisi luar kamar vakum dan dipercepat oleh beda potensial antara 50-100 kV. Elektron-elektron pada energi ini belum dapat mencapai kecepatan relativitas. Elektron dipercepat dalam waktu yang singkat dengan induksi seperti dalam betatron, sehingga energinya mencapai 2 - 4 MeV yang kecepatannya mendekati kecepatan cahaya. Elektron pada keadaan tersebut memerlukan perubahan fluks sebesar :

$$\frac{d\phi}{dt} = 2 (\pi r_0) \frac{dB}{dt} \dots\dots\dots(5.2)$$

Fluks tersebut diperlukan oleh orbit betatron sebagai sumber akselerasi pada energi di atas.

Elektron sistem radio frekuensi mencapai kecepatan relativistik menggunakan suatu potensial akselerasi yang melewati gap'celah dan meneruskan proses akselerasi ke energi tinggi sesuai dengan pertambahan medan magnet selama proses osilasi sinkron. Proses ini memerlukan elektron dalam fase sinkrotron. Frekuensi medan listrik yang terpakai adalah nilai konstan dari frekuensi rotasi yang dicapai oleh elektron dalam orbitnya yang berjari-jari r_0 dengan kecepatan sama dengan kecepatan cahaya, dan dinyatakan dengan:

$$f = \frac{C}{2\pi r_0} = \frac{(47,8 \times 10^6)}{r_0} \dots\dots\dots(5.3)$$

dimana r_0 dalam satuan meter.

Voltase rf yang terpakai ini digunakan dalam suatu rangkaian cavitas resonansi yang dibuat dalam kamar vakum, yang digerakkan oleh tabung vakum pada frekuensi resonansi. Energi maksimum elektron bergantung pada jejari orbit dan pada medan magnet yang berharga maksimum dengan persamaan:

$$T^2 + 2TeE_0 = C^2 e^2 B_z^2 r^2 \dots\dots\dots (5.4)$$

Dalam batas relativistik, energi kinetik T relatif sangat besar terhadap energi diam E_0 maka :

$$T \cong CeB_z r$$

Persamaan ini dapat dinyatakan sebagai:

$$T = CeBr_s = 300 Br_s \dots\dots\dots(5.5)$$

dimana B dalam satuan weber/m² dan r_0 dalam satuan meter.

Celah yang tersedia dalam kamar vakum diperbesar sesuai dengan lebar radial pada orde lebih kurang 5% r_0 . Frekuensi yang sangat tinggi akan menghasilkan resonansi pada jejari orbit lebih kecil dan akan menghasilkan energi elektron lebih rendah. Sebaliknya orbit dapat diekspansikan dengan menggunakan frekuensi yang lebih rendah pada akhir interval akselerasi untuk mendorong berkas-berkas supaya menumbuk suatu target pada batas luar tameng yang mengelilingi elektron gun, dan energi elektron akan bertambah juga sekitar 5% di atas energi rata-rata pada pusat orbit.

Lebar celah diperlukan untuk menampung osilasi betatron secara radial dan untuk menentukan penginjeksian pada berbagai gerak angular. Celah vertikal yang agak kecil diperlukan untuk osilasi vertikal gabungan. Osilasi dan redaman amplitudo dengan bertambahnya medan magnet sebanding dengan $B^{-1/2}$. Osilasi bebas untuk amplitudo sangat kecil dikurangi, sehingga berkas elektron berorde beberapa derajat.

BAB VI

PROTON SYNCHROTRON

A. SEJARAH PENEMUAN

Mesin proton synchrotron yang pertama kali dioperasikan adalah proton synchrotron Birmingham (1953) dengan tingkat energi 0,9 GeV. Mesin ini menggunakan tabung yang berbentuk donat yang dilingkupi oleh susunan magnet yang berbentuk cincin (annular).

Pada tahun 1950, tim dari Prokhaven Nasional Laboratory yang diketuai oleh Prof. Livingstone dari Institut Teknologi Massachusetts, menyelesaikan desain akselerator yang diberi nama Cosnotron. Mesin ini pertama kali dioperasikan pada bulan Juni 1952 dengan energi 2,3 GeV, kemudian pada tahun 1954 mesin ini dapat mencapai energi 3 GeV. Pada tahun 1952 di Universitas California (Berkeley) dioperasikan akselerator proton 5,7 GeV yang diberi nama Bevatron. Magnet yang digunakan dalam Cosmotron dan Bevatron berbeda dengan yang digunakan pada mesin Birmingham. Magnetnya hanya dipasang pada bagian yang melingkar, sedangkan bagian lurus nya dibuat bebas medan.

Digunakannya bentuk seperti itu berdasarkan pada hasil analisa teoritis dari Dcnson dan Berlin dari Universitas Michigan, yang menunjukkan bahwa adanya celah pendek yang dipasang secara simetris tidak akan menyebabkan timbulnya delocusing dan juga tidak menimbulkan osilasi partikel yang terlalu besar.

Bagian lurus magnet ini pada dasarnya diperlukan untuk menyesuaikan tipe pemercepat yang digunakan, disamping itu digunakan untuk memasang target, tempat injektor dan untuk memasang elektrode- elektrode yang berfungsi mendeteksi lokasi dan timing rotasi dari kumpulan partikel yang dipercepat.

Pada dasarnya perencanaan suatu proton synchrotron berpijak pada satu rumusan dasar yaitu :

$$R = \frac{[T(T + 2E_0)]^{1/2}}{0,3B} \dots\dots\dots(6.1)$$

dimana : R = jari- jari (meter)

E₀ = energi (GeV)

B = fluks magnetik (w/ m²)

Rise time yang pendek akan menurunkan daya rata- rata dalam magnet (terutama yang diakibatkan oleh timbulnya panas dalam kumparan), dan akan menaikkan voltase yang digunakan dalam koil magnet, hal ini berarti menaikkan daya puncak generator yang digunakan. Rise time yang pendek juga mengurangi kerugian hamburan yang disebabkan oleh gas- gas residu dalam vakum.

Laju kenaikan medan magnet menentukan besarnya volt/ putaran yang diperlukan dalam akselerator radiofrekuensi, yang berarti laju kenaikan medan ini akan mempengaruhi nilai pemercepat radiofrekuensi.

Sejak tahun 1950 perkembangan teknik akselerator tenaga tinggi semakin pesat. Hal ini disebabkan ditemukannya prinsip pemfokusan kuat yang disebut dengan prinsip pemfokusan gradien berubah- ubah (alternating- gradient focusing principle). Teknik ini dikembangkan berdasarkan pemfokusan yang digunakan pada Cosmotron, Bevatron, dan juga pada Betatron. Dua mesin pertama yang menggunakan prinsip ini adalah yang dibuat di laboratorium CERN (European Council For Nuclear Reseach) Genewa dengan energi 30 Gev (tahun 1960).

Akselerator Batavia (di Batavia, Illionis) yang direncanakan mencapai 1.000 GeV (tahun 1977 berhasil dioperasikan dengan energi mencapai 500 GeV) juga berdasarkan prinsip ini. Dengan prinsip pemfokusan kuat, kamar vakum dapat dibuat dengan susunan yang lebih kecil, hal ini juga berakibat berkurangnya energi yang tersimpan dalam medan magnet.

B. Prinsip Kerja Proton Synchrotron

Pada dasarnya prinsip kerja dari Proton Synchrotron adalah orbit- orbit proton berada dalam kamar vakum yang berbentuk donat dengan radiusnya dipertahankan konstan selama proses percepatan dan medan magnet yang menembus kamar vakum dihasilkan oleh magnet yang juga berbentuk cincin (annular).

Medan magnet harus dinaikkan sesuai dengan kenaikan energi proton agar lintasannya tetap pada orbit yang konstan. Ion-ion disuntikkan ke dalam orbit pada energi rendah saat medan magnet masih rendah. Proton akan mencapai kecepatan yang konstan apabila memiliki energi yang sangat tinggi ($v = 0,98 c$ pada $E = 4 \text{ GeV}$), sehingga selama selang waktu ini, percepatan, kecepatan, dan frekuensi rotasinya terus meningkat. Karenanya, medan listrik yang digunakan harus disinkronkan dengan frekuensi putaran proton, dan ini harus dilakukan sepanjang interval percepatan.

Dalam proton Synchrotron, frekuensi harus dimodulasikan dalam rentang frekuensi yang cukup besar (sekitar 1 - 10), tergantung pada energi saat injeksi dan energi maksimum yang dikehendaki. Untuk mempertahankan orbit yang konstan, frekuensi- frekuensi osilator harus dikontrol atau diprogram setiap saat untuk mencocokkan frekuensi putaran ion-ion selama mereka memperoleh kenaikan energi. Tipe pemfokusan phase untuk mengumpulkan partikel-partikel di sekitar phase seimbang (equilibrium phase) dari mesin listrik pemercepat.

Jika frekuensi yang digunakan tepat, proton- proton akan tetap pada orbit dengan radius rata-rata yang konstan.

Ketidaktepatan frekuensi akan meyebabkan sekelompok partikel mengalami kenaikan energi dengan laju yang tidak sesuai dengan laju kenaikan medan magnet, akibatnya proton akan berputar-putar menspiral menuju atau menjauhi dinding kamar dan hilang jika sampai menumbuk dinding.

Ion- ion yang disuntikkan ke dalam orbit oleh akselerator pembantu akan menghasilkan suatu pulsa- pulsa pendek dari partikel. Deviasi energi, arah, dan timing pulsa saat disuntikkan menyebabkan partikel- partikel itu berosilasi disekitar orbit. Amplitudo osilasi ditentukan oleh kondisi saat injeksi ini, seperti ukuran maksimum kamar vakum yang digunakan dan daerah medan magnet yang dipakai. Gaya- gaya pemfokusan (focusing forces) yang menghasilkan orbit stabil, dihasilkan oleh pemakaian medan magnet dalam arah radial yang rentangan indeksinya (n) antara nol dan satu. Indek medan ini mendefenisikan laju penyusutan medan dalam arah radial yang dirumuskan sebagai berikut :

$$B_z = B_{oz} (r_o / r)^n \dots\dots\dots(6.2)$$

Dimana : B_z = Medan magnet pada radius r

B_{oz} = Medan magnet pada bidang median pada radius orbit r_o

Untuk $n = 1$, arah medan sebanding dengan radiusnya, untuk $n = 0$ berarti medanya homogen. Nilai rata- rata n dalam orbit menentukan frekuensi dari osilasi vertikal dan osilasi radial. Untuk nilai n yang digunakan dalam praktek (dengan rentangan $0,5 < n < 0,8$) rentangan frekuensi osilasinya antara $0,7 f_0$ sampai $0,9 f_0$, dimana f_0 adalah frekuensi orbit. Angka- angka ini diperoleh dengan rumus :

$$f_r = (1 - n)^{1/2} f_0 \text{ dan } f_z = n^{1/2} f_0 \dots\dots\dots (6.3)$$

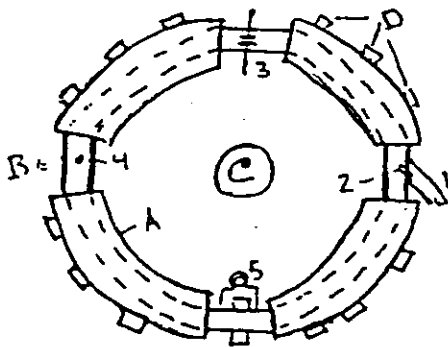
dimana f_r dan f_z berturut- turut menyatakan frekuensi osilasi radial dan osilasi vertikal.

Medan magnet yang digerakkan oleh arus pulsa akan menghasilkan waktu naik (rise time) mencapai harga maksimum sekitar 1 detik. Tiap partikel mencapai energi maksimum pada saat dipuncak siklus magnet, kemudian diarahkan untuk menumbuk sasaran atau target. Laju pengulangan pulsa dapat dibuat sesering mungkin atau setinggi mungkin, tergantung pada catu daya magnet yang digunakan.

C. Kamar Vakum

Untuk mendapatkan gambaran yang cukup baik mengenai konstruksi kamar vakum yang digunakan dalam proton synchrotron, dalam tulisan akan dijelaskan konstruksi kamar vakum yang digunakan dalam cosmotron yaitu mesin pemercepat proton yang dikembangkan di Brokhaven Amerika Serikat.

Pada prinsipnya kamar vakum terdiri dari empat bagian yang berbentuk lurus seperti pada skema gambar 6.1 berikut ini.



Penampang cosmotron dilihat dari atas yaitu :

- A. Sistem magnet c
- B. Kotak hampa bebas medan
- C. Sistem pompa mekanik
- D. Unit-unit pompa high-vaav

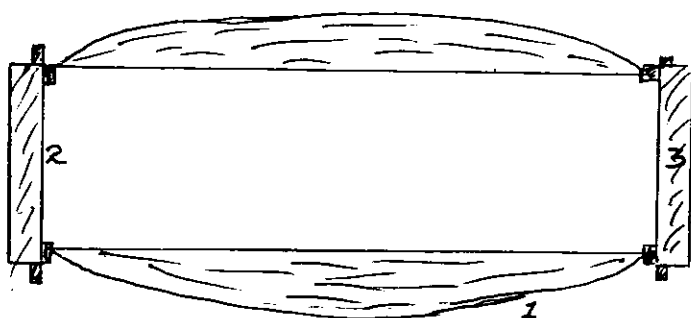
Gambar 6.1 Skema Kamar Vakum

Keterangan :

- 1. Bentuk khusus injeksi proton
- 2. Inflektor
- 3. Elektroda- elektroda pengontrol
- 4. Target (sasaran)
- 5. R - F accelerator

Keempat perempatan bentuk donat ditempatkan tepat di antara kutub- kutub magnet yang berbentuk C. Kerangka dari masing- masing perempatan ini dibuat dari lapisan- lapisan baja stainless non magnetik dengan lembaran-lembaran besar dari plastik sebagai dindingnya. Rancangan ini dirakit pada dua batang yang dibengkokkan menurut perempatan kelengkungan yang sekaligus membuat permukaan luar dan dalam dari kamar.

Lembaran- lembaran plastik menutupi bagian atas dan bagian dasar permukaan seperti yang ditunjukkan dalam gambar 6.2 di bawah ini :



1. Lembaran plastik Myvasea
2. Dinding baja stainless
3. Palang- palang kerangka
(sebagai penutup ruang)

Gambar 6.2 Penampang lintang kamar vakum cosmotron

Kotak- kotak kamar vakum pada bagian yang lurus dihubungkan dengan ujung-ujung bagian lengkung dengan penghembus udara dari baja stainless non magnetik yang fleksibel dilengkapi dengan katup- katup penutup agar ruang hampa dapat dipisahkan. Pada bagian ini terdapat banyak lubang dan plat penutup untuk menyisihkan peralatan- peralatan lain, seperti elektroda- elektroda, target dan lainnya. Salah satu dari empat bagian lurus ini digunakan untuk memasang pemercepat radio frekuensi dan bagian luarnya dibentuk secara khusus untuk memasang plat pembelok.

Sistem pemasangan terdiri dari dua belas stasiun pompa high-vac yang identik dan disebarkan keseluruh ruang pada tiap ruang persegi (perempatan donat) akan mendapatkan tiga buah. Pada tiap- tiap stasiun pompa ini terdapat sebuah pompa difusi minyak silikon,

sebuah pompa booster, sebuah baffle pendingin dan katup serta penyumbat yang diperlukan. Disamping itu terdapat empat buah pompa mekanik yang ditempatkan di tengah-tengah mesin untuk membantu penghampaan bagi kedua belas pompa difusi tadi.

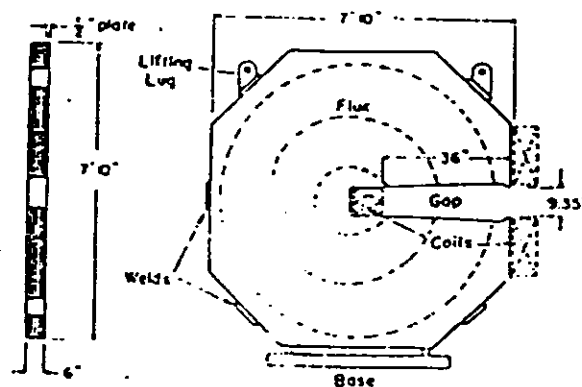
Unit-unit stasiun pompa dapat saling ditukar dan beberapa unit suku cadangnya dirawat dengan baik sebagai pengganti. Adanya katup-katup tutup lepas (close of valves) memungkinkan digantinya suatu unit pompa tanpa harus kehilangan kevakuman di ruang utama. Katup-katup dioperasikan secara pneumatik dan dikontrol secara elektronik sehingga jika terjadi kebocoran, pompa dapat ditutup secara otomatis.

Hamburan sisa gas (residual gas) dalam ruang vakum menyebabkan kehilangan sejumlah ion dari berkasnya. Studi teoritis oleh Blachman dan Courant (keduanya staff cosmotron) memperkirakan bahwa berkurangnya intensitas selama awal siklus cukup kecil untuk ruang dengan tekanan 10^{-5} mm Hg. Pengukuran selama pengoperasian cosmotron menunjukkan bahwa kehilangan itu dapat diabaikan sekalipun tekanannya $2 \cdot 10^{-5}$ mm Hg. Adanya transmisi dari tekanan gas dalam vakum tersebut maka persoalan yang berhubungan dengan kamar vakum cosmotron tidak terlalu meresahkan sebagaimana diperkirakan.

D. Ring Magnet

Pada dasarnya struktur magnet yang digunakan dalam cosmotron mempunyai penampang lintang yang berbentuk huruf C. Pemilihan struktur ini adalah untuk memberikan hubungan langsung dalam kamar vakum yang dipasang di seluruh rongga sebelah luar dari struktur magnet tersebut. Dengan demikian perakitan, pemeliharaan, dan pengujian kevakuman kamar dapat dilakukan dengan mudah, dan juga untuk memasang pompa sesering mungkin di sepanjang sisi kamar.

Magnet ini terbuat dari lempengan besi lunak yang disusun berlapis- lapis dan diantara lempengan itu ditempatkan kertas isolasi, semua itu untuk membatasi kerugian panas oleh arus pusaran. Penghitungan dampak arus pusaran terhadap keseragaman medan dalam gap menunjukkan bahwa lempengan dengan ukuran setengah inci cocok untuk laju kenaikan medan yang dipilih (laju kenaikan medan dalam cosmostron adalah 14 kilo gauss perdetik, ukuran gap adalah 36 x 9,35 inch). Penampang magnet C dan rangkaian plat besi yang dibentuk menjadi satu balok dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

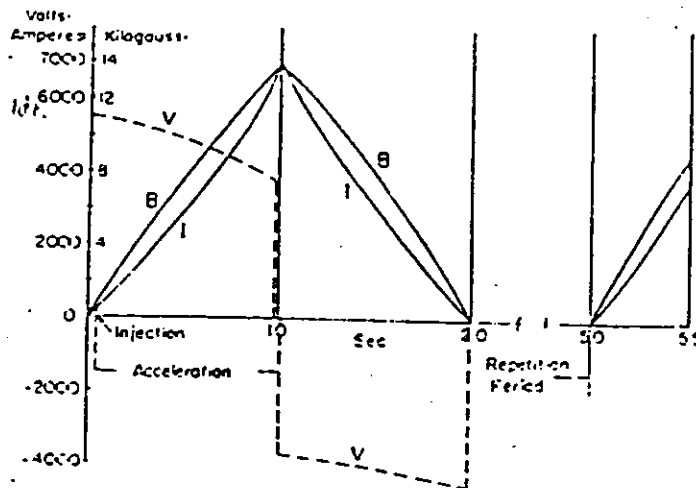


Gambar 6.3 Penampang magnet C dan plat 1/2 inch pada Balok

Kumparan magnet dipasang sekecil mungkin pada gap. Satu kumparan ditempatkan dalam celah magnet C dan satu coil balik terbagi (divided return coil) dipasang di atas dan di bawah gap pada seputar permukaan luar besi. Pada dasarnya sebuah kumparan pada celah cukup untuk menghasilkan medan yang diinginkan, hal ini akan menyebabkan timbulnya medan- medan luar di udara, baik dalam maupun luar ring besi. Coil balik digunakan untuk menjaga medan magnet tetap terkumpul di dekat gap.

Arus pulsa satu daya dengan rise time 1 detik dicatukan pada coil pemagnet, sehingga medan magnet dalam gap juga naik secara linear hingga mencapai harga

maksimumnya selama 1 detik. Kemudian dengan membalikkan polarisasi catu daya, medan magnet dalam celah akan kembali ke nol juga dalam 1 detik. Pulsa ini diulang setiap lima detik, jadi siklus magnet terdiri dari 1 detik naik, 1 detik turun dan 3 detik diam. Secara diagram siklus ini digambarkan sebagai berikut :



Gambar 6.4 Siklus waktu tegangan magnet dan arus dan medan magnet pada orbit

E. GARIS BESAR PENGOPERASIAN COSMOSTRON

Proton- proton dengan energi 0,4 MeV diinjeksikan ke dalam bagian lurus donat pada saat medan magnetnya berharga 300 gauss dinaikkan hingga mencapai 14.000 gauss. Medan magnet ini dibangkitkan oleh kumparan pemagnet yang dicatu oleh suatu arus pulsa. Medan magnet akan mencapai nilai maksimumnya dalam satu detik. Kemudian medan ini diturunkan kembali sampai 0 juga selama 1 detik. Pada harga puncak medan ini, energi yang tersimpan dalam ruang antara kutub mencapai $1,2 \cdot 10^7$ Jo. Untuk penghematan, energi sebesar ini disimpan dalam sistem motor- flywell- generator. Energi ini dicatukan lagi ke rangkaian magnet pada saat diperlukan pembangkitan medan magnet pada pulsa berikutnya. Siklus ini terjadi selama lima detik seperti digambarkan di atas.

Proton- proton akan mendapatkan energi maksimum dari suatu medan listrik pemercepat pada salah satu bagian lurus dari donat. Bagian lurus ini dibuat dari bagian feromagnetik non metalik (ferrite) yang konduktivitasnya sangat kecil (10^{-7}) sehingga pembatasan adanya arus energi dapat dilakukan sampai energi yang sangat tinggi, dan juga dipilih yang mempunyai permeabilitas relatif antara 500 sampai 1.000 agar dapat melalui seluruh lebar frekuensi yang digunakan. Ferrite ini pada dasarnya berperan sebagai inti dari suatu transformator frekuensi tinggi. Ferrite dipasang mengelilingi orbit proton. Lilitan primernya terdiri dari suatu putaran kawat yang disuplai dengan arus frekuensi tinggi dari osilator frekuensi radio. Sebagai lilitan sekundernya adalah berkas proton itu sendiri. Jadi dalam hal ini orbit- orbit proton dipandang sebagai sebuah lilitan sekunder yang melingkari inti transformator. Setiap proton yang menyeberangi inti transformator akan mengalami gaya gerak listrik (e m f) yang ekuivalen dengan e m f induksi yang diperoleh dalam suatu putaran lilitan sekunder dari suatu transformator, karena setiap kali proton memperoleh tambahan energi. Dengan bertambahnya energi maka medan magnet juga harus diperbesar agar proton tetap pada orbit dengan radius konstan berdasarkan rumus :

$$r = \frac{[T(T + 2E_0)]^{1/2}}{0,3B} \dots\dots\dots(6.4)$$

Jika medan magnetnya dapat mengimbangi kenaikan energi maka frekuensi medan listrik juga dinaikkan untuk mempertahankan kestabilan fase. Disamping itu siklus frekuensi harus dipicu (ditrigger) untuk start pada saat frekuensi yang tepat agar dapat cocok (match) dengan frekuensi ion-ion saat diinjeksikan. Untuk keperluan ini, persamaan (6.4) dapat dinyatakan sebagai :

$$T = CeBr_0 = 300 Br_0 \dots\dots\dots(6.5)$$

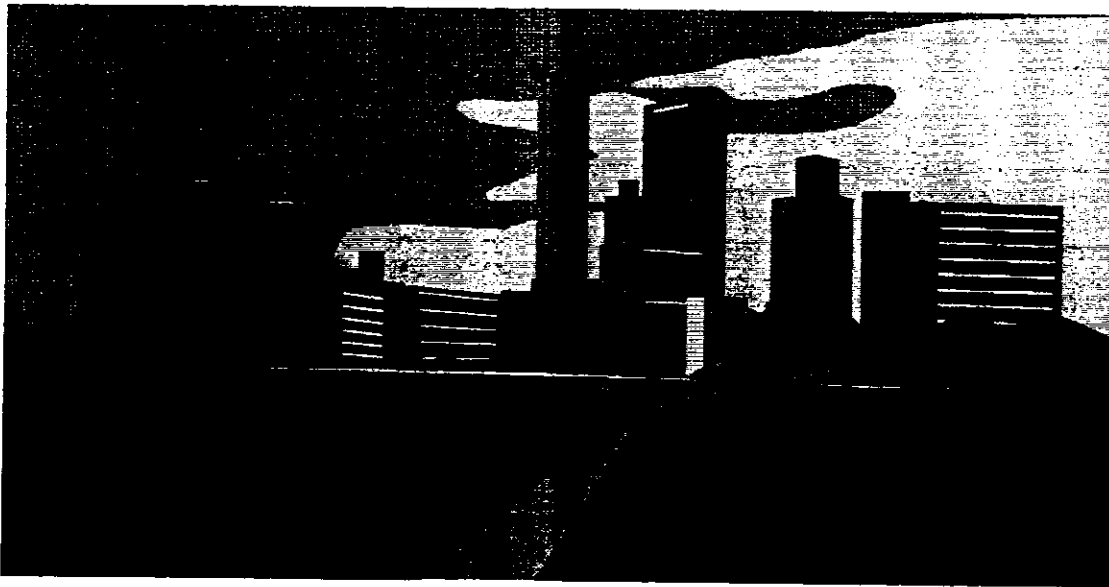
Dimana : T = energi (Mev); B = flux magnetik (weber/ m²); r₀ = jari- jari (m)

Celah yang tersedia dalam kamar vakum diperbesar sesuai dengan lebar radial, pada orde ± 5 %. Hal ini berarti akan menampung energi mendekati 5% yang diperbolehkan. Frekuensi yang tinggi akan menghasilkan resonansi pada jari- jari orbit yang lebih kecil dan akan menghasilkan energi elektron lebih rendah. Sebaliknya orbit itu dapat diekspansikan dengan mengaplikasikan frekuensi yang lebih rendah pada ujung interval akselerasi untuk mendorong berkas-berkas menumbuk suatu target pada batas luar (tameng yang mengelilingi elektron gun), dan energi elektron akan bertambah kira- kira 5 % yang diperlukan pada awal pemuatan osilasi betatron secara radial dan pada penginjeksian akan menyebabkan variasi annular dari energi.

DAFTAR PUSTAKA

- Besari, Ismail, 1980, **Kamus Fisika**, Pioner Jaya, Bandung
- Haliday, David, 1955, **Introductory Nuclear Physics**, 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York
- Kaplan, Irving, 1962, **Nuclear Physics**, Addison-Wesley Publishing Company Inc, London
- Korsungky, 1968, **The Atomic Nucleus**, Foreign Languages Publishing House, Moscow
- Krane, Kenneth, 1987, **Introductory Nuclear Physics**, John Wiley & Sons, New York
- Littlefield & Thorley, 1979, **Atomic and Nuclear Physics**, Addison-Wesley Publishing Company, London
- Livingstone, 1954, **High-Energy Accelerators**, Interscience Publisher Inc, New York
- Ralphe, 1956, **Nuclear Radiation Physics**, 2nd Edition, England Cliffs
- Sear & Zemansky, 1954, **Fisika Untuk Universitas**, Binacipta, Jakarta
- Segre, Emilio, 1977, **Nuclei and Particles**, 2nd Edition, W.A Benjamin Inc
- Semat, Henry, 1962, **Introduction to Atomic and Nuclear Physics**, John Wiley & Sons, New York
- Tsoufanidis, Nicholas, 1983, **Measurement and Detection of Radiation**, McGraw-Hill Book Company, New York

KINEMATIKA DAN GAYA STATIS



Oleh: ✓
Drs. Jon Hendri, M. Si.
Drs. Usmeldi, M. Pd.

MILIK PERPUSTAKAAN IKIP PADANG

DITERIMA TGL. : 14 MAY 1997

SUMBER / HARGA : H 1

KOLEKSI : K

NO. INVENTARIS : 850/K/97-K₂(3)

KLASIFIKASI : 531.112 HEN L₂

FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN

INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN PADANG

JUDUL

1996

PENYUSUN

PENYUSUN

JENIS

JENIS

No. DAFTAR

No. DAFTAR

TANGGAL

TANGGAL

Kepala,

MILIK UPT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

Kepala,



KATA PENGANTAR

Pengetahuan Kinematika dan Gaya Statis ini merupakan bagian dari *Basic Science* yang dipergunakan sebagai salah satu sarana dalam memahami konsep-konsep ilmu teknik untuk mengantisipasi masalah-masalah bidang keteknikan yang semakin canggih dewasa ini.

Berdasarkan pernyataan di atas, penulis mencoba menulis buku serial Fisika Teknik, yaitu Kinematika dan Gaya Statis yang membahas hal-hal yang berkaitan dengan prinsip-prinsip gerak serta aplikasi gaya yang mendasari ilmu keteknikan.

Kemudian penulis mengharapkan buku ini benar-benar dapat membantu membaca di dalam memahami dan menyelesaikan masalah lebih jauh lagi tentang pengetahuan kinematika dan gaya statis serta aplikasinya di dalam bidang keteknikan.

Pada kesempatan ini perkenankan penulis mengucapkan terima kasih kepada rekan-rekan tim Fisika Teknik FPTK IKIP Padang atas bantuan di dalam menyelesaikan penulisan buku ini.

Karena keterbatasan pengetahuan dan kurangnya pengalaman dalam penyusunan buku ini penulis menyadari bahwa tulisan ini masih banyak kekurangan baik isi maupun penyajiannya. Oleh karena itu, sumbangan saran serta kritik yang konstruktif dari pembaca demi perbaikan tulisan ini, penulis sambut dengan senang hati.

Padang, Agustus 1996

Penulis

DAFTAR ISI

	halaman
KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
BAB 2. BESARAN DAN SATUAN	2
2.1. Besaran Dasar.....	2
2.2. Penjabaran Satuan-Satuan.....	4
2.3. Konversi Satuan.....	8
BAB 3. GERAK	9
3.1. Gerak Lurus.....	9
3.2. Gerak Melingkar.....	27
3.3. Soal Latihan.....	39
BAB 4. GAYA STATIKA	42
4.1. Besaran Skalar dan Vektor.....	42
4.2. Gaya.....	42
4.3. Resultan Gaya-Gaya pada Bidang Datar.....	43
4.4. Diagram Gaya-Gaya Poligon.....	45
4.5. Analitis.....	48
4.6. Gaya Paralel.....	51
4.7. Soal Latihan.....	58
DAFTAR ACUAN	61

BAB 1

PENDAHULUAN

Di dalam era perkembangan bidang keteknikan, sangat diperlukan ilmu teknik yang lebih mendalam guna mengantisipasi masalah-masalah yang akan timbul di bidang tersebut. Seperti yang sudah diketahui bahwa perkembangan ilmu teknik tidak terlepas dari *Basic Science*, salah satunya adalah prinsip-prinsip kinematika dan gaya statis yang merupakan bagian dari ilmu fisika teknik. Ilmu kinematika dan gaya statis merupakan dasar dari prinsip-prinsip yang akan diterapkan untuk pengembangan bidang keteknikan lebih jauh lagi.

Mempelajari ilmu kinematika dan gaya statis akan dilibatkan pada banyak hal yang menyangkut kehidupan manusia. Misalnya, untuk menentukan kelajuan sebuah mobil bergerak di jalan dengan melihat angka yang ditunjukkan oleh speedometer. Dapat berdirinya gedung-gedung bertingkat dengan kokoh, hal ini karena para ilmuwan mampu mengatasi salah satunya persoalan ketidak stabil yang akan timbul dari bangunan tersebut.

Materi buku ini, yaitu mencakup konsep dasar tentang kinematika dan gaya statis. Secara ringkas materi buku ini adalah :

Bab 1, mengungkapkan tentang latar belakang dan ringkasan buku ini. Bab 2, akan membahas prinsip besaran dan satuan dasar, pengukuran gaya-gaya statis dan konversi satuan. Bab 3, pada bab ini akan dijelaskan tentang gerak benda tanpa memperhatikan penyebabnya bergerak benda tersebut, dikenal dengan istilah kinematika. Kemudian gerak benda tersebut dibagi atas dua bagian, yaitu: gerak lurus dan gerak rotasi. Bab 4, merupakan bab terakhir dari buku ini, yang akan menguraikan tentang gaya statis dan momen pada suatu benda.

BAB 2

BESARAN DAN SATUAN

2. 1. Besaran Dasar

Sejak zaman purba ada tiga besaran dasar yang dikenal, yaitu : ukuran panjang, massa dan waktu, ke tiga besaran ini dapat diukur dengan panca indera. Kemudian mayoritas satuan-satuan yang dipergunakan untuk pengukuran besaran-besaran fisika lain didasari dari ketiga satuan dasar tersebut.

2.1.1. Ukuran Panjang

Besaran dasar panjang pada zaman dahulu diukur dengan mempergunakan 1 jengkal, 1 depa, 1 hesta. Untuk keseragaman di dalam pengukuran panjang dipergunakan standar dasar, yaitu di dalam satuan Internasional (SI) adalah meter dengan simbol m, didefinisikan sebagai jarak yang sama dengan $1650763,73$ kali panjang gelombang cahaya merah jingga yang dipancarkan oleh isotop kripton - 86 (Meriam, 1980 : 7).

Sedangkan besarannya ditulis di dalam kelipatan 10, sehingga sangat mudah dibilang di dalam sistem desimal, yaitu:

misalnya : 1 milimeter = $(1 / 1000)$ meter atau 10^{-3} meter,

$$10^3 \text{ meter} = 1000 \text{ meter} = 1 \text{ kilometer.}$$

2.1.2. Ukuran Massa

Besaran dasar kedua yaitu massa, didefinisikan sebagai jumlah materi yang dikandung suatu objek. Pengukuran massa dapat dilakukan dengan membandingkan massa tersebut terhadap massa lain yang dipilih sebagai standar, biasanya perbandingan massa ini menggunakan gaya gravitasi bumi. Massa suatu benda

mudah dipengaruhi oleh perubahan bentuk maupun volume atau pengaruh-pengaruh luar lainnya.

Satuan dasar massa yaitu kilogram (kg) di dalam satuan internasional (SI). Satuan kg ini diukur dengan massa selembat platinum-iridium yang berada di Sèvres (Perancis) (Meriam, 1980 : 7).

Harga kelipatannya mengikuti sistem metrik biasa. Pada mulanya satuan dasar massa, yaitu gram, didefinisikan sebagai massa air di dalam volume 1 milimeter kubik (mm^3), tetapi pada saat sekarang dipakai kg sebagai satuan sebagai standar.

2.1.3. Ukuran Waktu

Besaran dasar ke tiga adalah waktu, di dalam kondisi normal dapat dibedakan satu peristiwa yang terjadi dengan peristiwa berikutnya pada jangka waktu tertentu. Waktu tersebut diukur dengan membandingkan beberapa interval lamanya kejadian, misalnya waktu standar lamanya hari siang, yaitu antara matahari terbit dan terbenam, tetapi ini bukanlah metode yang teliti, karena lama waktu peredaran matahari di setiap daerah tidak tetap.

Satuan dasar waktu di dalam SI, yaitu detik (*second*), didefinisikan sebagai lamanya 9192631,770 putaran dari panjang gelombang khusus suatu radiasi yang berhubungan dengan transisi antara dua tingkatan dalam keadaan dasar dari atom Caesium-133 (Besari, 1987 : 238).

Kelipatan besaran dari satuan waktu, yaitu:

1 menit = 60 detik,

1 jam = 60 menit,

kemudian kelipatan kecil waktu menurut satuan metrik yang digunakan untuk interval waktu kurang dari satu detik adalah:

1 milli detik (mdt) = $1/1000$ detik = 10^{-3} detik,

1 mikrodetik (μdt) = $1/1000000$ detik = 10^{-6} detik.

2. 2. Penjabaran Satuan-Satuan

Secara umum satuan yang dipakai di dalam setiap pengukuran dapat diuraikan dari satuan-satuan dasar, jadi suatu sistem satuan yang lengkap dapat dispesifikasikan dari satuan-satuan panjang, massa dan waktu.

Satuan luas diukur sebagai hasil kali dari dua besaran panjang dan dimensi linear mudah diikuti atau dapat dikatakan bahwa luas adalah panjang dikali panjang atau panjang kuadrat (panjang^2), apabila satuan panjang meter (m), maka satuan luas, yaitu meter kuadrat (m^2).

Volume pada dasarnya diukur sebagai hasil kali 3 besaran panjang, sehingga volume (isi) mempunyai dimensi panjang dikali panjang dikali panjang (panjang^3), jadi satuan volume adalah m^3 (meter kubik). Kemudian satu liter juga merupakan satuan isi, dengan $1\text{m}^3 = 1000$ liter (l), satu liter didefinisikan sebagai 1 kg air destilasi pada temperatur dan tekanan tetap.

2. 2. 1. Gaya dan Massa

Keberadaan gaya dapat diamati melalui akibat dari gaya tersebut, misalnya gaya dapat digunakan untuk mengangkat sesuatu atau memberhentikan benda bergerak. Gaya juga mampu mempengaruhi arah benda yang sedang bergerak atau dapat mempercepat dan memperlambat benda bergerak. Kemudian gaya dapat dapat membengkokkan bahkan memecahkan benda padat.

Dari hal tersebut di atas gaya dapat didefinisikan secara scientific, yaitu besaran yang didasari pada hasil pengukuran satu atau lebih dari efek gaya itu sendiri. Sedangkan orang di dalam kalangan engineering cenderung melihat hasil karena bekerjanya gaya tersebut, yang mungkin dapat dikembangkan untuk cara dan arah tertentu guna mencapai tujuan tertentu pula.

Gaya tersebut juga bersifat tolak-menolak atau cenderung membawa 2 benda saling tarik-menarik. Gaya tarik-menarik atau tolak-menolak tergantung pada massa



kedua benda dan tergantung atas jarak keduanya. Hal ini dapat ditunjukkan dengan persamaan gaya F antara m_1 dan m_2 yang berjarak d , yaitu :

$$F = k \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \quad (2.1)$$

dengan: F = gaya tarik-menarik atau tolak-menolak antara dua massa benda,

k = konstanta,

d = jarak antara kedua massa benda.

Umumnya gaya tarik-manarik atau tolak-menolak yang dihasilkan antara dua benda sangat kecil, sedangkan gaya yang dihasilkan oleh bumi cukup besar, karena massa bumi cukup besar, sehingga gaya tarik-menarik antara benda-benda tersebut dengan bumi dikenal sebagai gaya grafitasi bumi. Gaya grafitasi ini akan selalu menjaga kedudukan-kedudukan relatif planet-planet dan benda-benda langit lainnya.

Kemudian gaya grafitasi bumi pada suatu benda dengan massa m tidaklah tetap pada setiap titik di permukaan bumi, untuk menghindari berbagai pendapat di dalam satuan gaya, maka standar grafitasi ditetapkan sebagai standar gaya berat yang telah telah diterima secara internasional, yaitu $9,80665 \text{ m/dt}^2$. Seterusnya satuan gaya disebut Newton (N), yaitu apabila gaya satu Newton bekerja pada suatu benda dengan massa 1 kg, maka benda tersebut akan dipercepat 1 meter per detik kuadrat (1 m/dt^2).

2. 2. 2. Gaya dan Tekanan

Istilah gaya dan tekanan di dalam kehidupan sehari-hari sering diartikan yang sama, akan tetapi secara ilmiah dua istilah yang berbeda pengertiannya. Tekanan pada suatu permukaan atau intensitas tekanan pada permukaan adalah merupakan besaran gaya persatuan satuan luas, dengan gaya yang tegak lurus terhadap permukaan luas bidang. Misalnya ada gaya 1000 N bekerja tegak lurus pada permukaan yang mempunyai luas 5 m^2 , maka tekanannya, yaitu:



$$\text{Tekanan (P)} = F / A \quad , \quad (2.2)$$

dengan : P = tekanan,

F = gaya,

A = luas permukaan dari gaya yang bekerja,

untuk mencari harga tekanan yang disebabkan oleh gaya 1000 N tersebut adalah :

$$\begin{aligned} P &= 1000 / 5, \\ &= 200 \text{ N/m}^2. \end{aligned}$$

Satuan tekanan, yaitu N/m^2 sedangkan di Perancis orang menggunakan istilah pascal (pa) untuk N/m^2 tersebut.

$$1000 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ K N/m}^2 = 1 \text{ kpa.}$$

Contoh soal

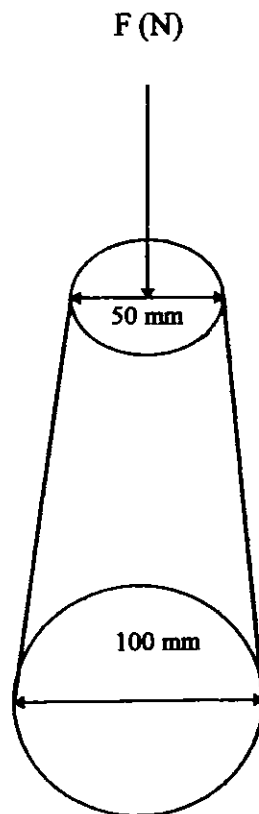
Sebuah gaya 1 kN bekerja tegak lurus pada ujung tempaan (lihat Gambar 2.1). Landasan berpenampang lingkaran 50 mm pada bagian atas dan 100 mm pada bagian dasarnya. Hitunglah tekanan pada permukaan bagian atas dan pada permukaan dasarnya.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \text{a. Luas permukaan bagian atas} &= (\pi/4) \cdot d^2, \\ &= (\pi/4) \cdot (50^2), \\ &= 1964 \text{ mm}^2, \\ &= 1,964 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

tekanan pada bagian atas permukaan (P), yaitu

$$P = 1000 / (1,964 \cdot 10^{-3}),$$



Gambar 2. 1. Tempaan

$$P = 509 \text{ kN/m}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{b. luas permukaan dasar} &= (\pi/4) \cdot d^2, \\ &= (\pi/4) \cdot (100^2), \\ &= 7854 \text{ mm}^2, \\ &= 7,854 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

tekanan pada bagian dasar permukaan (P), yaitu

$$\begin{aligned} P &= 1000 / (7,854 \cdot 10^{-3}), \\ &= 127 \text{ kN/m}^2, \end{aligned}$$

jadi pada permukaan bagian atas = 509 kN/m^2 dan tekanan pada permukaan dasar = 127 kN/m^2 , berarti makin luas permukaan, maka makin kecil tekanan yang terjadi.

2. 3. Konversi Satuan

Dua sistem satuan yang umum digunakan orang di Eropah dan Amerika, yaitu satuan konvensional (*British Unit*) yang masih dipakai dengan luas di bidang industri dan di negara teknologi maju, seperti : Inggris dan Amerika Serikat.

Sedangkan SI unit (Sistem Satuan Internasional) yang berdasarkan pada sistem metrik, banyak dikembangkan di negara berkembang, seperti : Indonesia, India, Korea dan lain-lain.

Oleh sebab itu diperlukan sekali mengenal konversi kedua sistem satuan tersebut agar dapat mudah beradaptasi terhadap sistem konvensional yang mungkin masih banyak dipakai di dunia industri ataupun satuan SI yang mulai dipakai di beberapa industri baru (lihat Tabel 2.1).

Tabel 2. 1. Konversi satuan (Besari, 1987).

Kuantitas	Satuan SI	British unit
Panjang	m	3,28084 feet
Massa	kg	2,20462 lb
Kecepatan	m/dt	$3,048 \cdot 10^{-1}$ feet/dt
Gaya	Newton (N)	$2,248 \cdot 10^{-1}$ pounds
Tekanan	N/m^2 (pa)	$1,45038 \cdot 10^{-4}$ pounds/in ²
Usaha dan Energi	Jaoule (J)	$7,735 \cdot 10^{-1}$ foot-pounds
Kerapatan	kg m^{-3}	$6,243 \cdot 10^{-2}$ pounds/cubic foot
Volume	m^3	$3,531 \cdot 10^{-1}$ cubic feet
Daya	kilowatt	1,341 horsepower
Kalor	kilojoule	$9,46 \cdot 10^{-1}$ BTU

MILITARY UNIVERSITY
IKIP PADANG

BAB 3

GERAK

Pada bab ini akan dijelaskan tentang gerak benda tanpa memperhatikan penyebabnya bergerak benda tersebut, dikenal dengan istilah kinematika (Besari, 1987 : 172). Gerak tersebut akan dibagi atas dua bagian, yaitu : gerak lurus atau disebut juga dengan gerak linear dan gerak melingkar atau disebut juga dengan gerak rotasi.

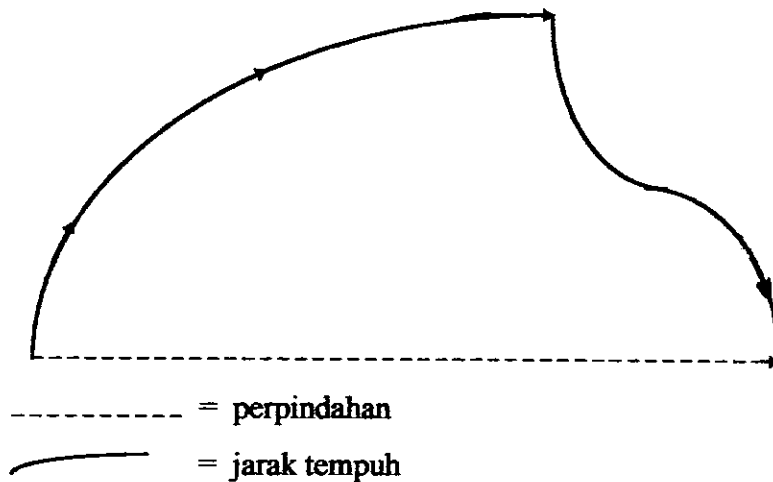
3. 1. Gerak Lurus

Di dalam mempelajari gerak lurus, beberapa hal penting, yaitu: perpindahan, jarak tempuh, kelajuan, kecepatan, percepatan, persamaan gerak lurus dan lain-lain, berikut akan ditinjau satu per satu.

3. 1.1. Perpindahan

Perpindahan merupakan suatu proses dimana benda dari sebuah titik pindah ke titik lain, misalnya sebuah mobil berpindah dari titik A ke titik B, perpindahannya dapat diukur dengan hubungan garis lurus antara posisi titik A dan titik B. Besaran perpindahan adalah AB (lihat Gambar 3. 1), sedangkan arahnya sepanjang garis AB.

Perpindahan merupakan besaran vektor, karena mempunyai besaran dan arah serta berpindah dari titik awal dan berhenti di posisi titik akhir. Oleh sebab itu perlu dibedakan antara perpindahan dan jarak tempuh. Jarak tempuh diukur sepanjang kurva jarak yang ditempuh (lihat Gambar 3.1). Perpindahan (*displacement*) dan jarak tempuh (*distance*) akan berimpit apabila jarak tempuh juga merupakan garis lurus, misalnya dari A ke B seperti Gambar 3.1. Sedangkan jarak tempuh itu sendiri merupakan skalar, karena hanya mempunyai besaran saja tanpa arah .



Gambar 3. 1. Perpindahan dan jarak tempuh

3. 1. 2. Kelajuan

Kelajuan (*speed*) didefinisikan sebagai besaran perubahan jarak pada waktu tertentu. Sedangkan satuan kelajuan, yaitu meter per detik (m/dt) di dalam SI atau km/jam. Sebagai contoh dari kelajuan, yaitu sebuah mobil menempuh jarak 50 km di dalam 1 jam, maka dikatakan kelajuan rata-ratanya 50 km/jam. Kemudian sebuah kendaraan sangat kecil kemungkinan untuk bergerak dengan kelajuan tetap sepanjang waktu. Kenyataan yang terjadi tentang kelajuan tersebut, yaitu dapat menurun atau mandek dari kelajuan rata-rata.

Kelajuan rata-rata sebuah benda didefinisikan sebagai jarak tempuh seluruhnya oleh benda tersebut di dalam waktu tertentu untuk menempuh jarak tersebut. Jika jarak tempuh adalah s meter dalam waktu t detik, maka kelajuan rata-rata, yaitu :

$$V = \frac{s}{t} \quad (3.1)$$

dengan : V = kelajuan rata-rata (m/dt),

s = jarak tempuh (meter),

t = waktu (detik).

kelajuan merupakan besaran skalar, karena harganya tidak bergantung pada arah gerakan, contohnya dengan membaca besarnya kelajuan kendaraan pada speedometer.

3. 1. 3. Kecepatan

Kecepatan (*velocity*) dapat didefinisikan sebagai perubahan jarak di dalam waktu tertentu dan arah tertentu pula. Sebagai contoh sebuah mobil berpindah ke arah utara sejauh 30 km di dalam waktu satu jam, maka dikatakan kecepatan mobil tersebut 30 km/jam ke utara. Dari keterangan tersebut dapat disimpulkan bahwa kecepatan adalah kelajuan arah tertentu atau dengan kata lain kecepatan merupakan besaran vektor yang dapat dilukiskan dengan garis lurus untuk menyatakan besarnya dan arahnya.

Kemudian perbedaan antara kelajuan dan kecepatan, akan lebih jelas lagi apabila diperhatikan perubahan kedua besaran tersebut. Kelajuan akan berubah bila angka kilometer/jam pada speedometer juga berubah. Sedangkan kecepatan akan berubah apabila angka kilometer berubah atau arah gerakan berubah, misalnya dari 30 km/jam arah utara menjadi 25 km/jam ke arah barat.

Permasalahan kecepatan ini dapat diformulasikan, yaitu apabila sebuah benda bergerak sejauh s meter pada arah tertentu dalam waktu t detik, maka V merupakan kecepatan rata-rata :

$$V = \frac{s}{t}, \quad (3.2)$$

dengan V = kecepatan (meter/detik) merupakan vektor, tetapi bentuk persamaannya sama dengan persamaan (3.1).

3. 1. 3. 1. Kecepatan Beraturan

Suatu benda dikatakan bergerak beraturan apabila besaran kecepatan tetap selama menempuh jarak yang sama di dalam di dalam waktu yang sama pula dan arah yang sama pula, misalnya:

15 meter pada akhir detik pertama,
 30 meter pada akhir detik ke dua,
 45 meter pada akhir detik ke tiga,
 dan seterusnya.

Kecepatan beraturan dapat ini diformulasikan, apabila sebuah benda bergerak dengan kecepatan tetap (V) di dalam waktu t , maka perpindahan s , yaitu :

$$s = V \cdot t \quad (3.3)$$

3. 1. 3. 2. Kecepatan Variabel

Sebuah benda bergerak dengan kecepatan variabel atau berubah-ubah, apabila benda tersebut menempuh jarak yang tidak sama di dalam waktu yang sama pada arah yang sama. Sebagai contoh, kendaraan bermotor yang mengalami kecepatan berubah-ubah tersebut diperlihatkan oleh gerak dial speedometer yang tidak konstan.

Contoh soal

Sebuah kendaraan bermotor, bergerak dari kota A ke arah Utara sejauh 7,5 km dalam waktu 30 menit, kemudian berbelok ke arah Timur dengan kecepatan konstan 30 km/jam selama 20 menit. Kendaraan tersebut berbelok lagi dengan arah 30° ke arah Tenggara dengan kecepatan 90 km/jam, selama 10 menit untuk sampai ke kota B. Hitung :

- kecepatan rata-rata di dalam km/jam ketika bergerak ke arah Utara,
- jarak total yang ditempuh,

- c. kecepatan rata-rata (km/jam) selama perjalanan,
 d. jarak langsung dari kota A ke kota B.

Penyelesaian :

- a. kecepatan kendaraan ketika bergerak ke arah Utara,

$$= \text{jarak tempuh} / \text{waktu},$$

$$= \frac{7,5 \times 60}{30},$$

$$= 15 \text{ km/jam},$$

- b. jarak yang ditempuh ke arah Timur selama 20 menit, yaitu :

$$s = V \cdot t,$$

$$= 30 \text{ km/jam} \cdot (20/60 \text{ jam}),$$

$$= 10 \text{ km},$$

jarak yang ditempuh 30° ke arah Tenggara selama 10 menit, yaitu :

$$s = 90 \text{ km/jam} \cdot (10/60 \text{ jam}),$$

$$= 15 \text{ km},$$

jarak total yang ditempuh, yaitu :

$$s \text{ total} = 7,5 + 10 + 15,$$

$$= 32,5 \text{ km},$$

- c. waktu tempuh selama perjalanan, yaitu :

$$t \text{ total} = 30 + 20 + 10,$$

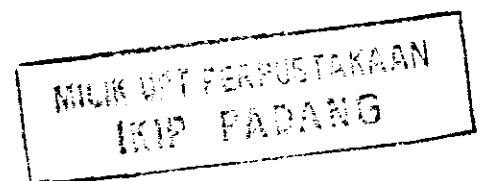
$$= 60 \text{ menit (1 jam)},$$

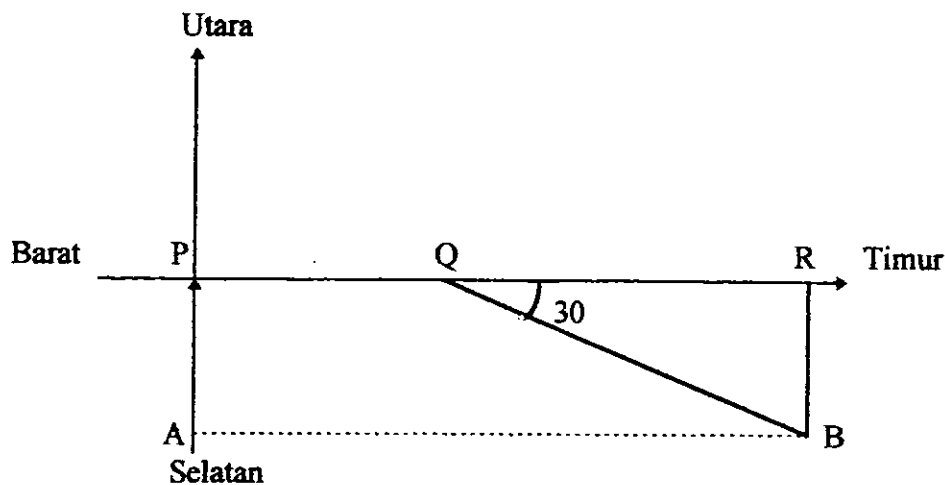
kecepatan rata-rata selama perjalanan, yaitu :

$$V \text{ rata-rata} = \text{jarak yang ditempuh seluruhnya} / \text{waktu tempuh seluruhnya},$$

$$= 32,5 / 1,$$

$$= 32,5 \text{ km/jam},$$





$$AP = 7,5 \text{ km}, PQ = 10 \text{ km}, QB = 15 \text{ km},$$

Gambar 3. 2. Grafik kecepatan variabel

d. Lihat Gambar 3. 2,

dari ΔBQR ,

$$\begin{aligned} BR &= BQ \sin 30, \\ &= 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{jarak } QR &= BQ \cos 30, \\ &= 15 \cdot 0,866, \\ &= 13 \text{ km}, \end{aligned}$$

jarak langsung antara A dan B, yaitu :

$$\begin{aligned} &= PQ + QR, \\ &= 10 + 13, \\ &= 23 \text{ km}. \end{aligned}$$

3. 1. 4. Percepatan

Jika kecepatan sebuah benda berubah, berarti benda tersebut mengalami percepatan. Percepatan didefinisikan sebagai besarnya perubahan kecepatan pada waktu tertentu, jika perubahan cenderung konstan, maka percepatan tersebut

dikatakan uniform (tetap). Dengan kata lain kecepatan dihubungkan dengan pertambahan kecepatan, jika kecepatan tersebut menurun dikatakan perlambatan.

Sebagai contoh terjadi percepatan dari suatu benda: misalkan, sebuah kendaraan bergerak di jalan raya lurus mengalami perubahan kecepatan dari 1 m/dt, 2,5 m/dt, 4 m/dt dan seterusnya. Hal ini berarti kecepatan kendaraan bertambah secara tetap, yaitu 1,5 m/dt setiap detik atau lebih umum dikatakan kendaraan mengalami pertambahan kecepatan 1,5 m/dt.

Percepatan suatu benda dapat diformulasikan sebagai berikut, yaitu :

$$a = \frac{dV}{dt} \quad , \quad (3.4)$$

dengan : a = percepatan benda (m/dt²),

dV = perubahan kecepatan (m/dt),

dt = perubahan waktu (detik).

Contoh soal

1. Sebuah benda bergerak dengan kecepatan 36 km/jam, dipercepat beraturan sehingga kecepatannya menjadi 108 km/jam di dalam 16 detik. Tentukan percepatan benda tersebut.

Penyelesaian :

$$\text{kecepatan awal} = 36 \text{ km/jam,}$$

$$= 36 \cdot 5/18,$$

$$= 10 \text{ m/dt,}$$

$$\text{kecepatan akhir} = 108 \cdot 5/18,$$

$$= 30 \text{ m/dt,}$$

jadi percepatan (a) = (kecepatan akhir - kecepatan awal) / waktu,

$$= (30 - 10) / 16,$$

$$= 1,25 \text{ m/dt}^2,$$

2. Sebanyak tiga foot telegraph, A, B dan C terletak dipinggir jalan, jarak $AB=BC=50\text{m}$. Sebuah sepeda motor berjalan dengan percepatan beraturan melewati pos A sampai ke pos B setelah 8 detik dan 7 detik untuk sampai di pos C dari pos B. Hitung percepatan sepeda motor dan kecepatan pada A dan B.

Penyelesaian :

kecepatan rata-rata sepeda motor untuk menempuh pos A ke pos B (lihat Gambar 3.3),

$$\begin{aligned} V \text{ rata-rata} &= \text{jarak AB} / \text{waktu}, \\ &= 50/8, \\ &= 6,25 \text{ m/dt}, \end{aligned}$$

ini terjadi di titik x, setelah 4 detik dari A,

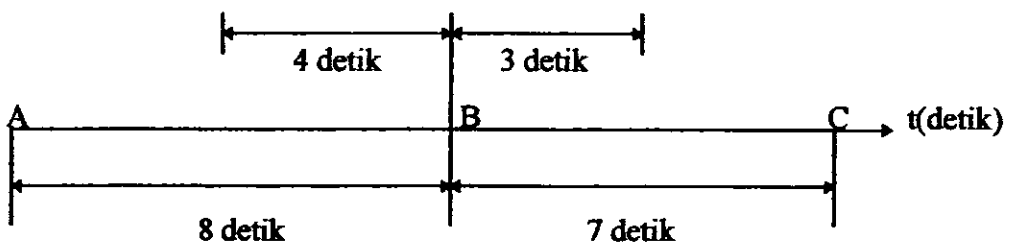
kecepatan rata-rata ketika menempuh jarak dari B ke C (lihat Gambar 3.3),

$$\begin{aligned} V \text{ rata-rata} &= \text{jarak BC} / \text{waktu}, \\ &= 50/7, \\ &= 7,14 \text{ m/dt}, \end{aligned}$$

ini terjadi di titik dititik y, setelah 3,5 detik dari B,

percepatan sepeda motor, yaitu :

$$\begin{aligned} a &= (\text{perubahan kecepatan dari x ke y}) / (\text{waktu dari x ke y}), \\ &= \frac{7,14 - 6,25}{4 + 3,5}, \\ &= 0,12 \text{ m/dt}, \end{aligned}$$



Gambar 3. 3. Grafik waktu

K1
17 531.112
HEN
h₂

850/K/197-K₂ (2)

perubahan kecepatan dalam 4 detik, yaitu :

$$\begin{aligned} &= \text{percepatan} \times \text{waktu}, \\ &= 0,12 \cdot 4, \\ &= 0,48 \text{ m/dt}, \end{aligned}$$

kecepatan di titik A, yaitu :

$$\begin{aligned} V_A &= \text{kecepatan di } x - 0,48, \\ &= 6,25 - 0,48, \\ &= 5,77 \text{ m/dt}, \end{aligned}$$

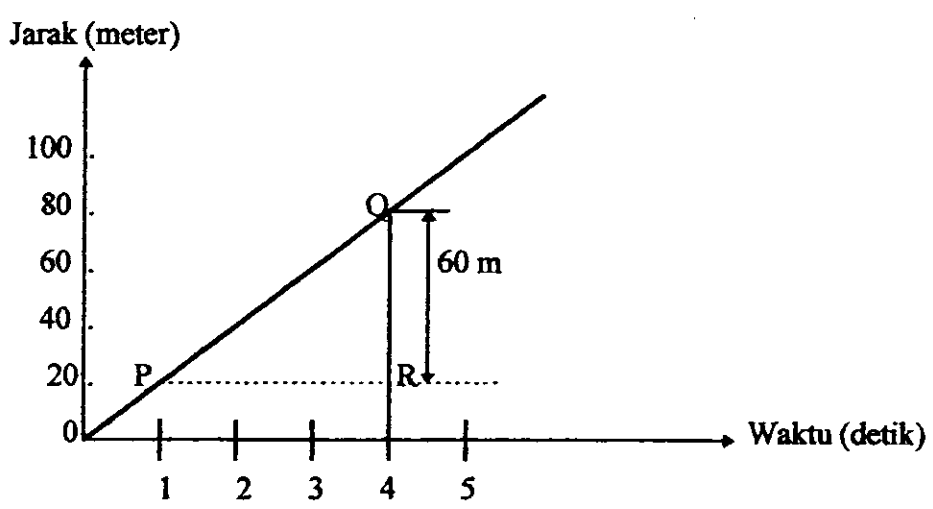
kecepatan di titik B, yaitu :

$$\begin{aligned} V_B &= \text{kecepatan di } x + 0,48, \\ &= 6,25 + 0,48, \\ &= 6,73 \text{ m/dt}. \end{aligned}$$

MILIK UPT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

3. 1. 5. Grafik Jarak dan Waktu

Jarak yang ditempuh di dalam satuan waktu dapat dilukiskan dengan grafik. Grafik yang dihasilkan merupakan garis lurus, apabila benda bergerak dengan kecepatan konstan, besar pertambahan jarak sebanding dengan waktu.



Gambar 3. 4. Grafik jarak dan waktu

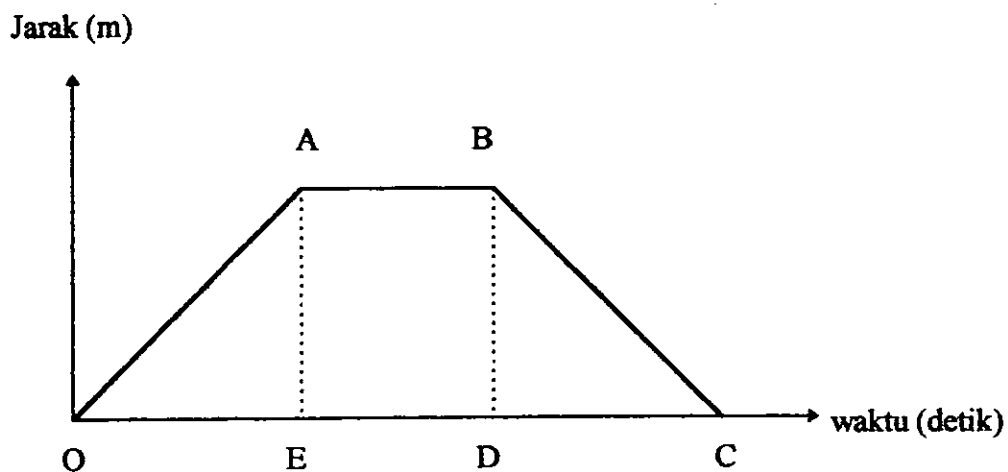
Misalkan benda bergerak dengan kecepatan tetap 20 m/dt pada arah tertentu, jarak yang ditempuh oleh benda adalah 20 meter pada akhir detik pertama, 40 meter pada detik kedua, 60 meter pada detik ketiga dan seterusnya. Grafik jarak dan waktu dapat dilukiskan seperti pada Gambar 3. 4.

Jika PQ dikatakan sebagai grafik lurus, maka panjang PR dan QR dapat diukur sesuai dengan skalanya, hasil dari OR/PR merupakan besarnya kecepatan, yaitu :

$$\begin{aligned} \text{kecepatan (V)} &= \text{jarak QR} / \text{waktu PR} , & (3.5) \\ &= 60/3 \text{ (m/dt)}, \\ &= 20 \text{ m/dt}. \end{aligned}$$

Dari hasil di atas dapat disimpulkan, apabila grafik jarak dan waktu berupa garis lurus, maka gerakan yang terjadi adalah kecepatan selaras sedangkan perbandingan QR/PR merupakan besarnya kecepatan tersebut.

Kemudian grafik jarak dan waktu dapat terdiri dari 2 atau lebih garis lurus (lihat Gambar 3.5), dapat disimpulkan bahwa suatu benda akan bergerak pada arah tertentu dengan kecepatan selaras selama waktu tertentu.



Gambar 3. 5. Grafik jarak dan waktu

Gambar 3.5 melukiskan grafik kecepatan dan waktu pada kondisi seperti berikut :

OA = menggambarkan gerak lurus kecepatan konstan,

AB = tiada gerak,

BC = gerak kembali ke tempat semula.

3. 1. 6. Grafik Kecepatan dan Waktu

Di dalam melukiskan grafik kecepatan dan waktu untuk gerak dengan kecepatan selaras, maka garis lurus yang sejajar pada sumbu horizontal (waktu) akan diperoleh dengan syarat kecepatan tidak berubah.

Pada Gambar 3. 6 melukiskan grafik kecepatan dan waktu untuk kecepatan selaras 20 m/dt:

$$\begin{aligned} \text{Luas segi empat OABC} &= \text{OA} \times \text{OC}, \\ &= 20 \text{ m/dt} \cdot 5 \text{ detik}, \\ &= 100 \text{ meter}, \end{aligned}$$

jadi Gambar 3.5 tersebut melukiskan jarak yang ditempuh di dalam waktu 5 detik adalah 100 meter.

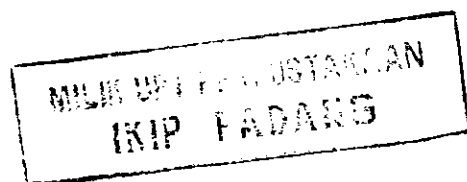
Apabila kecepatan bertambah secara beraturan, maka terjadi percepatan selaras, misalnya suatu kendaraan menempuh jalan raya dengan kecepatan 20 m/dt, jika percepatan selaras dan konstan sebesar 2 m/dt², mengakibatkan kecepatan kendaraan menjadi (lihat Gambar 3.6) :

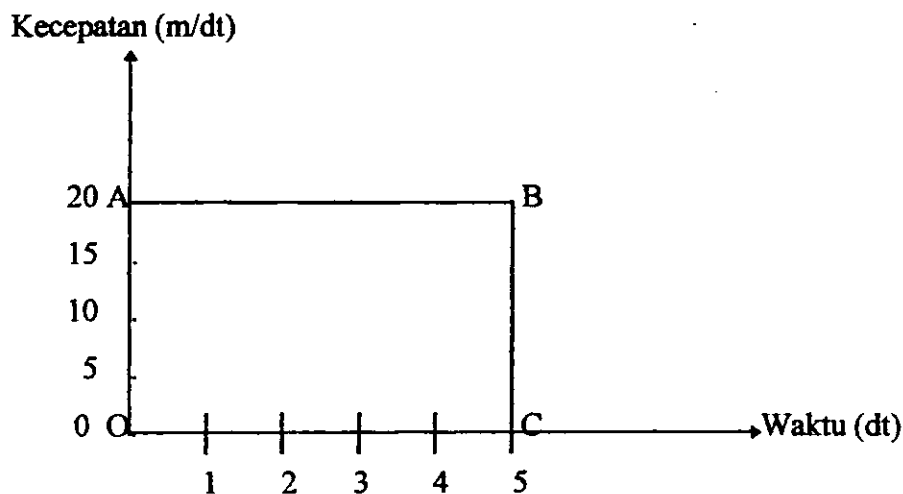
22 m/dt pada akhir detik pertama,

24 m/dt pada akhir detik kedua,

26 m/dt pada akhir ketiga,

dan seterusnya.





Gambar 3. 6. Grafik kecepatan selaras dan waktu

Seperti yang terlihat pada Gambar 3.7 grafik kecepatan dan waktu berupa garis lurus. Percepatan dapat dibaca dengan menghitung slope dari garis lurus tersebut, misalnya diambil titik X dan Y, maka perbandingan antara YX dengan XZ menunjukkan percepatan yang terjadi, yaitu :

$$\text{Percepatan} = \text{YZ} / \text{XZ} \quad (3.6)$$

dengan : YZ = pertambahan kecepatan,

XZ = waktu yang diperlukan di dalam pertambahan kecepatan,

$$a = 4 / 2 \text{ (dari slope pada Gambar 3.7),}$$

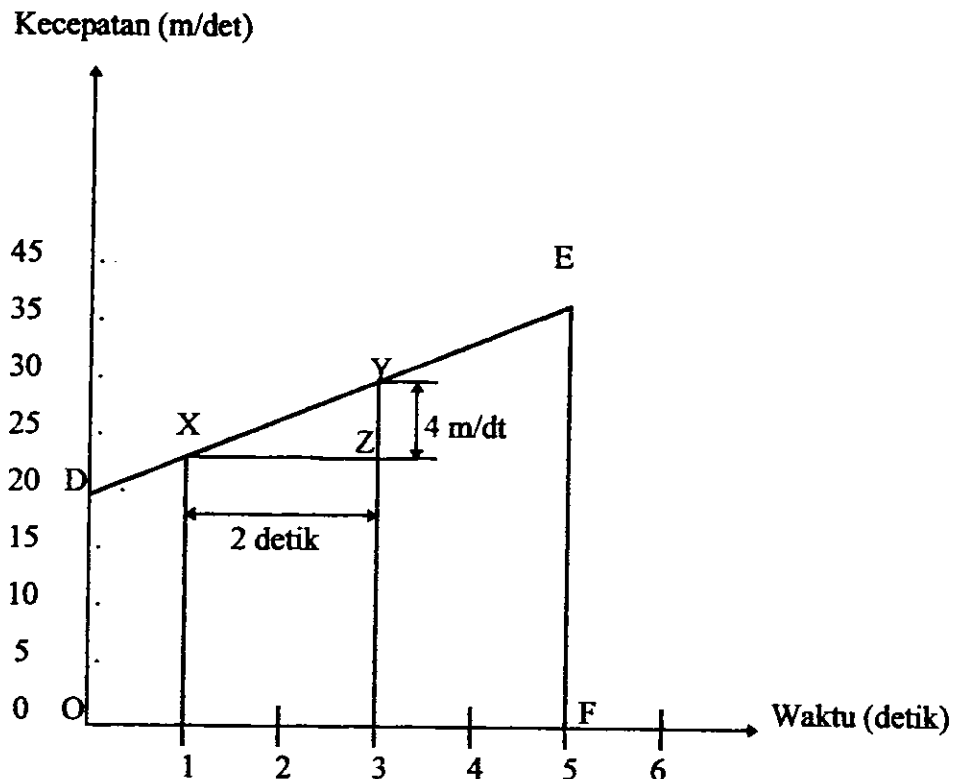
$$= 2 \text{ m/dt,}$$

kemudian jarak yang ditempuh selama 5 detik (lihat Gambar 3.7), yaitu :

$$\begin{aligned} \text{luas trapesium ODEF} &= \left(\frac{\text{OD} + \text{FE}}{2} \right) \times \text{OF}, \\ &= \left(\frac{20 + 30}{2} \text{ m/dt} \right) 5 \text{ detik,} \end{aligned}$$

$$= 125 \text{ meter,}$$

jadi luas trapesium ODEF sebesar 125 meter tersebut menunjukkan jarak yang ditempuh oleh kendaraan.

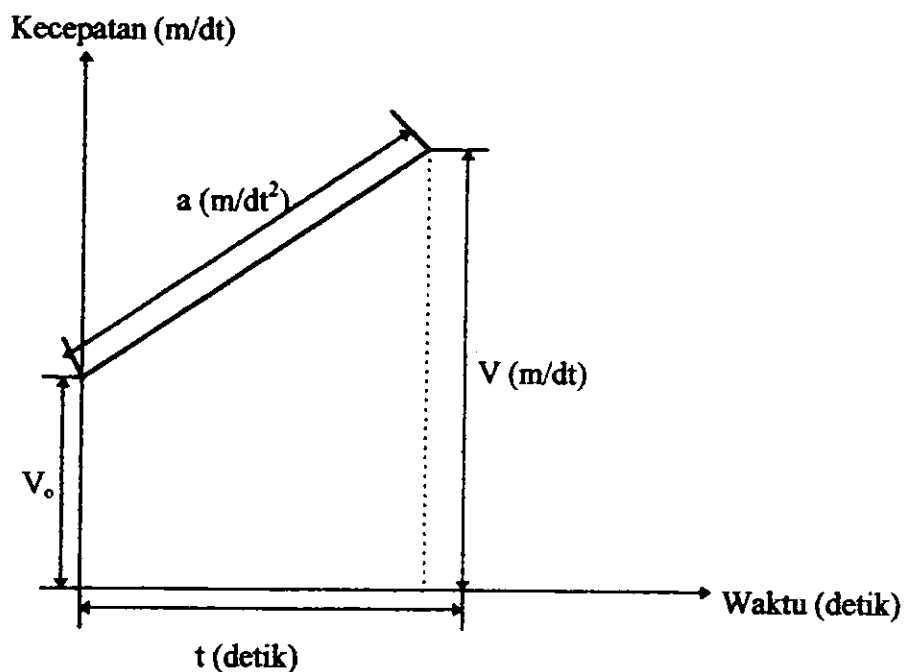


Gambar 3. 7. Grafik kecepatan bertambah secara beraturan dan waktu

Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan semua hal bagaimana ruwetnya perubahan kecepatan, jarak tempuh, bentuk gerak di dalam priode waktu tertentu dapat ditunjukkan dengan luas yang terdapat pada grafik kecepatan waktu.

3. 1. 7. Persamaan Gerak Lurus

Persamaan gerak lurus yang berhubungan dengan jarak, kecepatan, percepatan dan waktu, hal ini yang dibicarakan lebih banyak di dalam gerak lurus yang beraturan, bentuknya dapat ditulis seperti berikut (lihat Gambar 3.8), yaitu dengan memakai slop grafik kecepatan dan waktu:



Gambar 3. 8. Slop grafik kecepatan dan waktu

Simbul-simbul yang digunakan di dalam persamaan gerak lurus, yaitu :

s = jarak tempuh (meter)

t = waktu (detik)

V_0 = kecepatan awal (m/detik)

V = kecepatan akhir (m/detik)

a = percepatan (m/detik²)

Percepatan = perubahan kecepatan/waktu,

$$a = \frac{V - V_0}{t},$$

$$a \cdot t = V - V_0,$$

$$V = V_0 + a \cdot t,$$

(3.7)

luas daerah grafik menunjukkan jarak tempuh (lihat Gambar 3.8), yaitu:

$$\text{Luas} = \left(\frac{OA + BC}{2} \right) \times OC,$$

$$s = \left(\frac{V_0 + V}{2} \right) \cdot t,$$

$$s = \left(\frac{V_0 + V_0 + at}{2} \right) \cdot t,$$

$$s = V_0 \cdot t + 1/2 a t^2. \quad (3.8)$$

Dapat ditulis persamaan ini lebih jauh lagi dengan mengkuadratkan kedua sisi kemudian disubstitusikan ke persamaan (3.8), diperoleh, yaitu :

$$V^2 = (V_0 + at)^2,$$

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot V_0 \cdot at + (at)^2,$$

$$= V_0^2 + 2 \cdot a \cdot (V_0 + 1/2 \cdot at^2),$$

$$= V_0^2 + 2 \cdot a \cdot s,$$

$$V^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot s, \quad (3.9)$$

harga a akan positif bila dipercepat dan negatif bila diperlambat.

Contoh soal

1. Sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 36 km/jam dari keadaan diam, setelah 5 detik gigi mobil tersebut ditukar sehingga pada 5 detik berikutnya kecepatan mobil menjadi 108 km/jam, kemudian mobil tersebut di rem dan mobil berhenti pada jarak 75 m.

Hitunglah :

- a. percepatan mobil pada setiap pertukaran gigi,
- b. perlambatan,
- c. waktu total yang diperlukan.

Penyelesaian :

a. Kecepatan awal $V_0 = 0$,

kecepatan akhir $V = 36 \text{ km/jam} = 10 \text{ m/detik}$

waktu $t = 5 \text{ detik}$

percepatan $a = ?$

$$V = V_0 + a \cdot t,$$

$$a = (V - V_0) / (t),$$

$$= (10-0) / 5,$$

$$= 2 \text{ m/detik}^2,$$

pada gigi kedua : kecepatan awal $V_0 = 10 \text{ m/detik}^2$,

kecepatan akhir $V = 108 \text{ km/jam}$,

$= 30 \text{ m/detik}$,

waktu $= 5 \text{ detik}$,

$a = ?$

$$a = (V - V_0) / t,$$

$$= (30-10) / 5,$$

$$= 4 \text{ m/detik}^2.$$

b. $V_0 = 30 \text{ m/detik}$,

$V = 0$ (mobil berhenti),

jarak yang ditempuh (S) = 75 m,

$t = \dots\dots\dots$,

$a = \dots\dots\dots$,

waktu pengereman :

$$s = \left(\frac{V_0 + V}{2} \right) \cdot t,$$

$$75 = \left(\frac{30 + 0}{2} \right) \cdot t,$$

$$15 \cdot t = 75,$$

$$t = 5 \text{ detik},$$

maka perlambatan yang terjadi adalah :

$$V^2 - V_0^2 = 2 \cdot a \cdot S,$$

$$a = \frac{V^2 - V_0^2}{2 \cdot s},$$

$$= \frac{0^2 - 30^2}{2 \cdot 75},$$

$$= (-100)/150,$$

$$= -6 \text{ m/dt}^2.$$

c. Total waktu = waktu pada gigi pertama + waktu gigi kedua + waktu pengeraman,

$$= (5 + 5 + 5) \text{ detik},$$

$$= 15 \text{ detik}.$$

2. Hitunglah waktu yang dibutuhkan suatu benda untuk mencapai jarak 0,8 km, jika kecepatan awal 10 m/dt dengan percepatan beraturan 3 m/dt².

Penyelesaian :

$$\text{Kecepatan awal} = 10 \text{ m/detik},$$

$$\text{percepatan } a = 3 \text{ m/detik}^2,$$

$$\text{jarak } S = 0,8 \text{ km} = 800 \text{ m},$$

$$s = V_0 t + 1/2 \cdot a t^2,$$

$$800 = 10 t + 1/2 \cdot 3 t^2,$$

$$1,5 t^2 + 10 t - 800 = 0,$$

perhitungan ini diselesaikan dengan persamaan kuadrat, yaitu :

$$t = \frac{-10 + \sqrt{(10^2 + (4 \cdot 1,5 \cdot 800))}}{2 \cdot 1,5},$$

$$t = 20 \text{ detik},$$

waktu yang dibutuhkan untuk menempuh jarak 0,8 km adalah 20 detik.

3. 1. 8. Benda Jatuh Bebas

Apabila sebuah benda jatuh bebas dari ketinggian tertentu, maka kecepatan benda tersebut akan bertambah, hal ini disebabkan pengaruh dari gaya tarik menarik antara benda dengan bumi. Tarikan yang dialami benda mengarah ke pusat bumi, disebut juga dengan gaya grafitasi.

Melalui eksperimen hal-hal ini telah dibuktikan, bahwa seluruh benda yang berbentuk seperti apapun juga akan jatuh mengarah ke pusat bumi dengan percepatan yang sama bila tidak ada gerakan yang menahannya. Percepatan benda jatuh ini merupakan percepatan uniform dan lazim disebut percepatan grafitasi dengan simbol g .

Seperti yang diketahui bahwa bumi tidak bulat sempurna dengan radiusnya lebih kecil pada bagian kutub Utara dan Selatan serta bagian Katulistiwa, sehingga besarnya percepatan grafitasi sedikit bervariasi pada tempat-tempat di permukaan bumi. Pada permukaan laut harga grafitasi (g) sama dengan $9,81 \text{ m/dt}^2$, di katulistiwa harganya sekitar $9,78 \text{ m/dt}^2$, sedangkan di daerah kutub harganya $9,832 \text{ m/dt}^2$.

Persamaan gerak lurus dapat dipakai untuk menentukan persamaan gerak benda jatuh bebas sebagai gerak dipercepat beraturan di bawah pengaruh grafitasi dengan mengabaikan tahanan udara. Jika h adalah tingi jatuh benda di dalam waktu t , sehingga kecepatan V benda dapat ditentukan dengan mengubah parameter-parameter persamaan gerak lurus seperti s dengan h dan a dengan g , sedangkan kecepatan awal V_0 sama dengan nol, diperoleh :

$$V = g \cdot t \quad , \quad (3.10)$$

$$h = 1/2 \cdot V \cdot t \quad , \quad (3.11)$$

$$h = 1/2 \cdot g \cdot t^2 \quad , \quad (3.12)$$

$$V^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \text{atau} \quad V = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (3.13)$$

Contoh soal

- a. Hitunglah lamanya sebuah benda untuk mencapai tanah, jika dijatuhkan bebas dari ketinggian 490,5 meter.
- b. Berapakah kecepatan benda tersebut ketika bertumbukan dengan tanah (harga $g = 9,81 \text{ m/dt}^2$).

Penyelesaian :

a. $h = 490,5 \text{ m}$,
 $h = 1/2 g \cdot t^2$,

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 490,5 \text{ dt}^2 \cdot \text{m}}{9,81 \text{ m}}}$$

$$= 10 \text{ detik},$$

b. $V = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$,

$$= \sqrt{2 \times 9,81 \times 490,5}$$

$$= 9,81 \text{ m/dt}.$$

3. 2. Gerak Melingkar

Di samping gerak lurus ada gerak melingkar (rotasi), gerak ini merupakan gerak mekanik yang sering dijumpai di dalam suatu peralatan mesin, motor, mesin produksi dan lain-lain. Misalnya gerak lurus torak diubah menjadi gerak melingkar engkol melalui suatu sistem transmisi diakhiri dengan gerak putar roda yang berjalan sepanjang jalan raya.

Selanjutnya akan dijelaskan beberapa kaedah dan rumusan pada gerak melingkar ini, yaitu :

3. 2. 1. Perpindahan Sudut

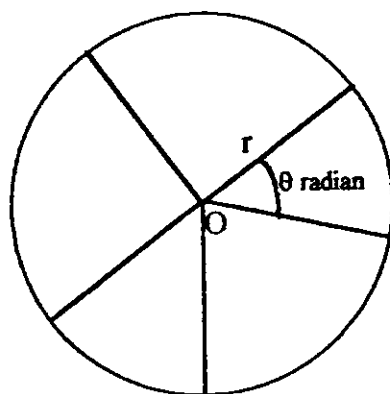
Kecepatan suatu komponen berputar, misalnya poros mesin, biasanya diungkapkan dalam revolusi per menit (RPM), tetapi hal-hal yang berhubungan dengan gerak melingkar seperti perpindahan sudut (*angular displacement*) lebih sering digunakan istilah radian per detik.

Radian disingkat dengan rad, merupakan satuan dasar untuk perpindahan sudut dan didefinisikan sebagai sudut yang dibentuk pada pusat lingkaran oleh suatu arcus, yang panjang sama dengan jari-jari lingkaran (lihat Gambar 3. 9). Panjang arcus untuk satu revolusi adalah keliling lingkaran $2\pi r$. Dengan demikian sudut satu radian berhubungan dengan satu revolusi, yaitu:

$$\begin{aligned} \text{panjang arcus} &= (\text{panjang keliling lingkaran}) / \text{jari-jari lingkaran}, \\ &= (2 \cdot \pi \cdot r) / r, \\ &= 2\pi \text{ radian}, \end{aligned}$$

bila satu revolusi = 360° , maka :

$$\begin{aligned} 2\pi \text{ radian} &= 360^\circ, \\ 1 \text{ radian} &= 360 / 2\pi, \\ &= 57,3^\circ. \end{aligned}$$



Gambar 3. 9. Gerak melingkar

Jika s sebagai panjang arcus dengan sudut θ radian pada pusat lingkaran yang berjari-jari r (lihat Gambar 3. 9), maka:

$$\theta = s / r \text{ radian atau,}$$

$$s = r \cdot \theta . \quad (3.14)$$

Contoh soal

Sebuah roda bergaris tengah (diameter) 560 mm, berputar dengan sudut 60° . Hitung jarak perpindahan dalam meter.

Penyelesaian :

Konversikan sudut 60° dalam radian, yaitu :

$$\begin{aligned} \theta &= 60 \times (2\pi/360), \\ &= \pi/3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{jarak perpindahan (s)} &= r \cdot \theta, \\ &= (560/2) \times (22/27), \\ &= 293 \text{ mm.} \end{aligned}$$

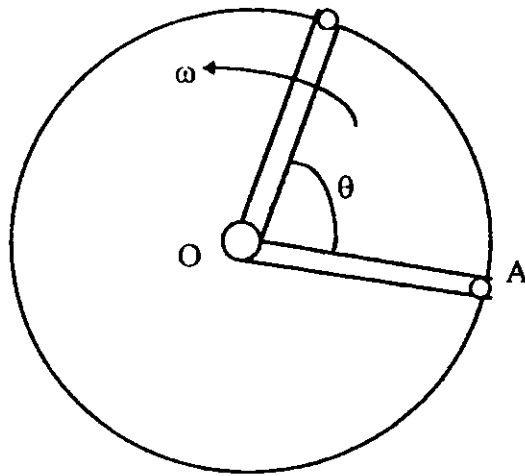
3.2.2. Kecepatan Sudut

Kecepatan sudut didefinisikan sebagai besaran perpindahan sudut pada absis dalam waktu tertentu dan disimbulkan dalam huruf Yunani ω (omega) dengan satuan radian per detik.

Batang OA berputar berlawanan arah jarum jam pada titik pusat (lihat Gambar 3.10). Jika batang tersebut memerlukan waktu selama t detik untuk berputar melalui sudut θ radian, maka batang mempunyai kecepatan sudut, yaitu :

Kecepatan sudut rata-rata = berputaran sudut / waktu,

$$\omega = \theta / t \text{ (rad/dt),} \quad (3. 15)$$



Gambar 3. 10. Kecepatan sudut

jika harga ω tetap, maka batang OA berputar melalui sudut yang sama dalam waktu yang sama pula.

Konversi satuan untuk kecepatan sudut, yaitu satuan revolusi per menit menjadi radian per detik. Misalnya batang OA diputar dengan kecepatan tetap, N Rpm, sehingga :

$$\text{Jumlah revolusi per detik} = N / 60,$$

sedangkan batang berputar 2π radian di dalam revolusi, maka :

$$\text{kecepatan sudut } (\omega) = 2\pi \times \frac{N}{60} \text{ rad/dt},$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60} \text{ rad/dt} . \quad (3.16)$$

Contoh soal

Sebuah pulli dinamo sedang berputar dengan kecepatan sudut 220 rad/dt. Hitung kecepatan di dalam Rpm.

Penyelesaian :

$$\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60} \text{ rad/dt},$$

$$\begin{aligned} N &= \frac{60 \cdot \omega}{2\pi} \text{ rev/menit}, \\ &= (60 \cdot 220 \cdot 7) / (2 \cdot 22), \\ &= 2100 \text{ Rpm}. \end{aligned}$$

3. 2. 3. Percepatan Sudut

Percepatan merupakan besaran perubahan kecepatan sudut di dalam waktu tertentu. Simbul yang umum dipergunakan pada percepatan sudut adalah α dengan satuan radian perdetik kuadrat (rad/dt^2).

Jika sebuah benda bergerak dengan kecepatan sudut tertentu bergerak di dalam lingkaran, berubah dari ω_1 rad/dt menjadi ω_2 rad/dt dalam waktu t detik, percepatan rata-rata dapat dituliskan sebagai berikut, yaitu :

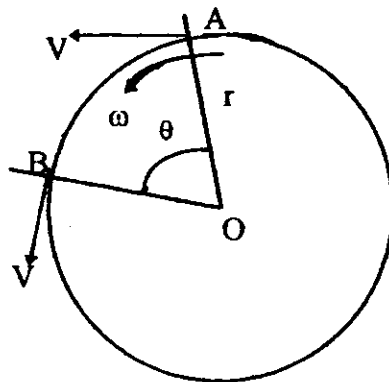
$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \quad (3. 17)$$

Sama halnya dengan percepatan gerak lurus, maka harga percepatan sudut juga dapat positif atau negatif tergantung dari hasilnya apakah bertambah atau berkurang.

3. 2. 4. Hubungan antara Gerak Lurus dan Gerak Melingkar

Jika sebuah titik pada tepi sebuah roda gila yang berjari-jari r , bergerak dengan kecepatan sudut beraturan ω rad/dt (lihat Gambar 3. 11). Kecepatan V pada setiap saat (*instant*) atau disebut juga kecepatan sesaat torus (*instant torus*), dihitung sebagai kecepatan V yang selalu mengarah sepanjang tangen bagian tepi roda gila. Kemudian pada waktu t detik, jari-jari OA berputar melalui sudut θ , sebesar :

$$\theta = \omega \cdot t,$$



Gambar 3. 11. Hubungan kecepatan sudut dengan kecepatan gerak lurus

dengan kondisi ini, titik akan berpindah melalui arcus AB, yaitu :

$$s = r \cdot \theta,$$

$$= r \cdot \omega \cdot t,$$

kecepatan gerak lurus dari titik tersebut pada tepi roda gila adalah :

kecepatan = (jarak waktu ditempuh) / waktu,

$$V = (r \cdot \omega \cdot t) / t ,$$

$$V = r \cdot \omega , \quad (3.18)$$

satuan yang digunakan untuk menyelesaikan hal ini adalah, jika kecepatan sudut ω dalam rad/dt dan r dalam meter, maka kecepatan gerak lurus V akan menjadi meter/detik.

Proses mencari hubungan antara kecepatan sudut dengan kecepatan gerak lurus, juga dipakai untuk mencari hubungan antara percepatan gerak lurus dengan percepatan sudut. Jika roda gila sedang berputar dengan percepatan α (rad/dt²), yaitu :

Percepatan gerak lurus a = percepatan sudut α dikali jari-jari,

$$a = \alpha \cdot r . \quad (3.19)$$

Contoh soal

1. Sebuah mesin gerinda berdiameter 200 mm, berputar 2100 Rpm. Hitunglah kecepatan mesin gerinda dalam meter/detik.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{2\pi \cdot N}{60} \text{ rad/dt,} \\ &= \frac{2\pi \cdot 2100}{60}, \\ &= 220 \text{ rad/dt,}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V &= \omega \cdot r, \\ &= 220 \cdot (200/2), \\ &= 220 \text{ m/dt.}\end{aligned}$$

2. Sebuah truk menambah kecepatan beraturan dari 50 Rpm menjadi 1100 Rpm dalam 40 detik. Hitunglah percepatan sudut roda truk tersebut dalam rad/dt^2 , jika diameter roda 700 mm dan percepatan gerak lurus pada ban truk tersebut.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{kecepatan sudut awal } (\omega_1) &= 50 \cdot (2\pi/60), \\ &= 5\pi / 3 \text{ rad/dt,}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{kecepatan sudut akhir } (\omega_2) &= 1100 (2\pi/60), \\ &= 110 \pi / 3 \text{ rad/dt,}\end{aligned}$$

percepatan sudut tersebut, yaitu :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \text{ rad/dt}^2, \\ &= \left(\frac{110\pi}{3} - \frac{5\pi}{3} \right) \times (1/40),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (105 \pi) / (3 \cdot 40), \\
 &= 2,75 \text{ rad/dt}^2,
 \end{aligned}$$

maka percepatan gerak lurus menjadi,

$$\begin{aligned}
 a &= \alpha \cdot r, \\
 &= 2,75 \times (700/2100), \\
 &= 0,965 \text{ m/dt}^2.
 \end{aligned}$$

3. 2. 5. Persamaan-Persamaan Gerak Melingkar

Persamaan-persamaan gerak melingkar dengan percepatan konstan, umumnya sejalan dengan rumusan untuk persamaan gerak lurus, yaitu :

$$\omega_2 = \omega + \alpha \cdot t \quad , \quad (3.20)$$

$$\theta = \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) \cdot t \quad , \quad (3.21)$$

$$\theta = \omega_1 \cdot t + 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2 \quad , \quad (3.22)$$

$$\omega_2^2 = \omega_1^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \theta \quad . \quad (3.23)$$

Contoh soal

Sebuah roda dalam keadaan diam, dipercepat selama 60 detik dengan percepatan sudut $2,2 \text{ rad/dt}^2$, kemudian diperlambat sampai roda tersebut berhenti dalam waktu 80 detik. Hitunglah :

- a. kecepatan sudut maksimum,
- b. perlambatan,
- c. jumlah putaran roda.

Penyelesaian :

Selama percepatan beraturan,

kecepatan sudut awal (ω_1) = 0,

kecepatan sudut akhir (ω_2) = ?,

percepatan sudut (α) = 2,2 rad/det²,

waktu (t) = 60 detik.

jarak tempuh sudut (θ) = ?,

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \omega + \alpha \cdot t, \\ &= 0 + 2,2 \cdot 60 \text{ rad/dt}, \\ &= 132 \text{ rad/dt},\end{aligned}$$

kecepatan sudut maksimum = 132 rad/det.

Sekarang :

$$\begin{aligned}\theta &= \omega_1 \cdot t + 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2 \\ &= 0 + 1/2 \cdot 2,2 (60)^2, \\ &= 3960 \text{ rad},\end{aligned}$$

jumlah putaran yang dibuat roda selama percepatan sudut, yaitu :

$$\begin{aligned}N &= \theta / 2\pi, \\ &= (3600/2) \times (7/22), \\ &= 630 \text{ revolusi},\end{aligned}$$

selama perlambatan,

kecepatan sudut awal (ω_1) = 132 rad/dt,

kecepatan sudut akhir (ω_2) = 0,

waktu (t) = 80 detik,

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \text{ rad/dt}^2,$$

$$= \frac{0 - 132}{80},$$

$$= -1,65,$$

jadi perlambatan sudut $1,65 \text{ rad/dt}^2$,

$$\theta = \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) \cdot t,$$

$$= \left(\frac{132 + 0}{2} \right) \cdot 80,$$

$$= 5280 \text{ rad},$$

jumlah putaran yang dibuat roda selama perlambatan, yaitu :

$$N = \theta / 2\pi,$$

$$= (5280/2) \times (7/22),$$

$$= 840 \text{ revolusi},$$

jadi jumlah putaran yang dibuat roda selama 140 detik adalah :

$$N \text{ total} = 630 + 840,$$

$$= 1470.$$

3. 2. 6. Percepatan Centripetal

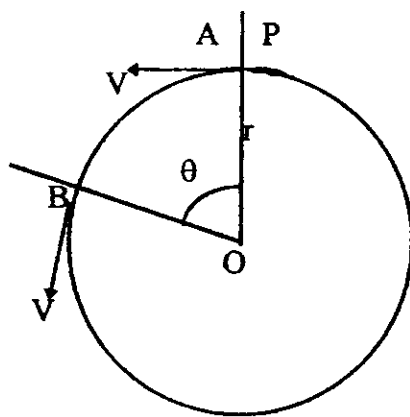
Jika sebuah titik bergerak dengan kelajuan tetap pada keliling lingkaran, maka arahnya cenderung selalu berubah, akibatnya kelajuannya konstan sedangkan kecepataannya berubah dengan kata lain titik tersebut mempunyai percepatan.

Misalnya titik P (lihat Gambar 3. 12a), titik bergerak pada keliling lingkaran berjari-jari r dengan kelajuan V , maka titik berpindah melalui sudut yang sangat kecil θ , sehingga terbentuk arcus AB dalam waktu t detik. Jika θ adalah sudut yang kecil, maka perbedaan antara garis AB dengan arcus AB dapat diabaikan. Hal ini mengakibatkan jarak yang ditempuh P dalam t detik adalah :

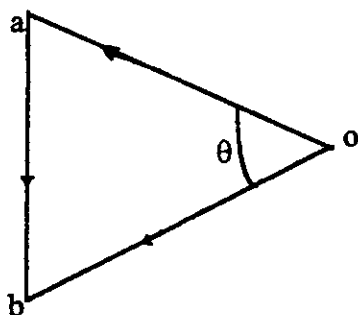
$$\theta = AB,$$

$$= V \cdot t.$$

Kemudian titik O, lukisan vektor O yang tegak lurus pada OA dan sama dengan V , hal ini menunjukkan kecepatan tangensial titik P pada A dari titik O. Selanjutnya lukisan vektor O yang tegak lurus dengan OB dan sama dengan V . Hubungan antara a dan b dari diagram kecepatan (lihat Gambar 3.12b). Perubahan kecepatan titik P di dalam perpindahan dari A ke B selama t detik ditunjukkan oleh vektor ab . Vektor ab mengarah ke pusat lingkaran O, jika θ sangat kecil kecil, maka segitiga AOB sama dengan aob .



(a)



(b)

Gambar 3. 12. (a) Gaya centripetal dan (b) Diagram kecepatan.

$$\frac{ab}{oa} = \frac{AB}{OA},$$

$$\frac{ab}{V} = \frac{v \cdot t}{r},$$

$$\frac{ab}{t} = \frac{V^2}{r} \quad (3.24)$$

dengan : ab/t sama dengan perubahan kecepatan per waktu (percepatan),
 harga dari V^2/r menunjukkan percepatan titik P yang mengarah ke pusat lingkaran O.
 Percepatan tersebut dinamakan percepatan radial atau percepatan centripetal.

Jika ω rad/dt adalah kecepatan sudut titik P, maka kecepatan gerak lurus titik P, yaitu :

$$V = \omega \cdot r, \quad (3.25)$$

dari persamaan (3.24) dan (3.25) dapat diformulasikan hubungan kecepatan gerak lurus dengan kecepatan gerak melingkar di dalam percepatan centripetal, yaitu :

$$\frac{V^2}{r} = \omega^2 \cdot r, \quad (3.26)$$

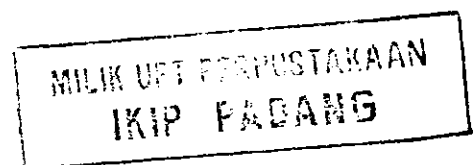
persamaan (3.26) disebut dengan persamaan percepatan centripetal.

Contoh soal

Sebuah motor bensin mempunyai panjang langkah pena dengan porosnya 100 mm. Hitung percepatan centripetal bila mesinnya berputar 1800 Rpm.

Penyelesaian :

kecepatan sudut pena poros (ω) adalah :



$$\begin{aligned}\omega &= (2\pi/60) \cdot 1800, \\ &= 188,5 \text{ rad/dt},\end{aligned}$$

jari-jari poros (r) adalah :

$$\begin{aligned}r &= 1/2 \text{ langkah}, \\ &= (10^{-1}) / 2, \\ &= 0,05 \text{ m},\end{aligned}$$

percepatan centripetal dari motor bensin, yaitu :

$$\begin{aligned}&= \omega^2 \cdot r, \\ &= (188,5)^2 \cdot 0,05, \\ &= 1720 \text{ m/dt}^2.\end{aligned}$$

3. 3. Soal Latihan

1. Sebuah mobil menempuh jarak 80 km ke arah 20° timur laut, kemudian dilanjutkan 60 km lagi ke arah tenggara. Tentukan secara grafis besar dan arah perpindahan dari titik awal sampai ke titik akhir.
(kunci jawaban : 72,1 km, $23,9^\circ$).
2. Seorang pembalap menempuh jarak 60 km dalam waktu 40 menit, setelah beristirahat selama 5 menit, pembalap tersebut menempuh jarak 40 km dalam waktu 35 menit. Hitung kelajuan rata-rata pembalap tersebut selama perjalanan.
(kunci jawaban : 75 km/jam).
3. Sebuah pesawat udara terbang ke arah Barat menempuh jarak 1000 km di dalam perjalanannya dengan kecepatan 400 km/jam. Berapakah kecepatan rata-rata untuk 600 km selanjutnya, apabila kecepatan rata-rata untuk jarak 1600 km adalah 500 km/jam.
(kunci jawaban : 857 km/jam).

4. Sebuah kerek bergerak dengan kecepatan maksimum 5 m/dt. Hitung perlambatan yang diperlukan agar kerek tersebut berhenti pada jarak 50 meter dan berapa waktu yang dibutuhkan untuk berhenti.

(kunci jawaban : $0,25 \text{ m/dt}^2$, 20 detik).

5. Sebuah mobil bergerak dari keadaan diam, dipercepat beraturan dalam 6 detik supaya kecepatan menjadi 45 km/jam, kemudian mobil tersebut terus bergerak dengan kecepatan tersebut sampai rem digunakan untuk menghentikan mobil dengan perlambatan konstan pada jarak 25 m. Jika waktu seluruhnya 20 detik dari keadaan diam sampai berhenti. Hitunglah :

- jarak yang ditempuh dari keadaan diam sampai kecepatan menjadi 45 km/jam,
- waktu yang diperlukan untuk mengerem sampai berhenti (detik),
- perlambatan (m/dt^2),
- jarak total yang ditempuh (meter).

(kunci jawaban : a. 125 meter, b. 4 detik, c. $3,125 \text{ m/dt}^2$, d. 187 m)

6. Sebuah baut jatuh dari atap sebuah pabrik yang tingginya 10 m dari lantai. Hitung :

- kecepatan baut pada waktu menompa lantai,
- waktu yang dibutuhkan untuk ($9,81 \text{ m/dt}^2$).

(kunci jawaban : a. $14,01 \text{ m/dt}$, b. 1,428 detik).

7. Tali ban penggerak dinamo dan pompa air dihubungkan dengan kerek yang berdiameter 140 mm dengan panjang arcus 176 mm. Tentukan sudut yang bersentuhan dengan tali ban dalam derajat dan radian.

(kunci jawaban : 144° dan 1,519 rad).

8. Kecepatan sebuah benda tercatat sebagai berikut (lihat Tabel 3. 1) :

Tabel 3.1. Kecepatan dan waktu

Waktu (detik)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Kecepatan	2,47	3,83	4,95	4,95	4,95	3,71	2,47	1,27	0

Hitunglah :

- a. percepatan benda pada detik pertama,
- b. percepatan benda pada waktu 5 detik,
- c. jarak yang ditempuh selama 8 detik.

(kunci jawaban : a. $1,125 \text{ m/dt}^2$, b. $-1,238 \text{ m/dt}^2$, c. $27,45 \text{ m}$).

9. Armature sebuah motor listrik berputar 5000 Rpm, jika motor berhenti dalam 10 detik sesudah aliran listrik diputuskan. Hitung :

- a. perlambatan rata-rata armature,
- b. jumlah putaran yang dibuat armature sampai listrik dipadamkan.

(kunci jawaban : a. $52,38 \text{ rad/dt}$, b. $416,6 \text{ revolusi}$).

10. Roda gila berdiameter 360 mm, kecepatannya ditambah beraturan dari keadaan diam, sampai 9 m/dt dalam 60 putaran. Hitung :

- a. percepatan sudutnya,
- b. jika roda terus diputar dengan percepatan sudut (a), berapa percepatan centripetal sebuah titik pada tepi roda, apabila roda tersebut diputar 50 revolusi lagi.

(kunci jawaban a. $4,315 \text{ rad/dt}^2$, b. 946 m/dt^2).

BAB 4

GAYA STATIS

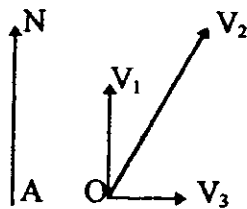
4. 1. Besaran Skalar dan Vektor

Besaran skalar merupakan kuantitas yang hanya mempunyai besaran, misalnya : massa 10 kg, volume 10 m³, massa jenis 1000 kg/m³, waktu, kelajuan, kerja, daya dan lain-lain. Sedangkan besaran vektor adalah kuantitas yang mempunyai besaran dan arah contoh : kecepatan, percepatan, gaya, medan listrik, medan magnet dan lain-lain.

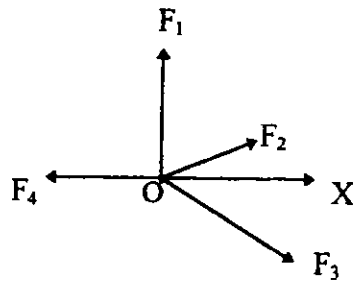
Besaran vektor dapat digambarkan dengan diagram, yaitu berupa garis lurus dengan panjang tertentu dan dilukis dengan arah tertentu. Panjang garis menyatakan besarnya kuantitas, sedangkan arah panah menunjukkan arah dari vektor. Contohnya pada Gambar 4.1, kecepatan $V_1 = 1,6$ m/dt ditunjukkan dengan diagram panjang garis 16 mm (skala 10 mm = 1 m) dengan arah vertikal (AN), $V_2 = 2,4$ m/dt dengan arah 30° dari arah AN dan $V_3 = 0,85$ m/dt dengan arah 90° dari AN.

4. 2. Gaya

Gaya merupakan besaran vektor karena mempunyai besaran dalam Newton (N) dan mempunyai arah tertentu, misalnya ditarik atau ditekan dan mempunyai titik tangkap. Contohnya pada Gambar 4.2, terdapat 4 gaya, yaitu : F_1 , F_2 , F_3 dan F_4 yang bekerja di titik tangkap O.



Gambar 4. 1. Garis dan sudut vektor



Gambar 4. 2. Vektor gaya bekerja di titik O

Jika skala lukisan $10 \text{ mm} = 20 \text{ N}$, maka garis OX (absis) panjangnya 20 mm dan arahnya OX, hal ini menunjukkan besarnya gaya $40 \angle 0^\circ$. Dengan menggunakan mistar dan busur derajat (sudut) dapat dihitung besarnya dan arah gaya F_1 , F_2 , F_3 dan F_4 , yaitu :

$$F_1 = 38 \text{ N} \angle 90^\circ,$$

$$F_2 = 37 \text{ N} \angle 27^\circ,$$

$$F_3 = 40 \text{ N} \angle 315^\circ,$$

$$F_4 = 32 \text{ N} \angle 180^\circ.$$

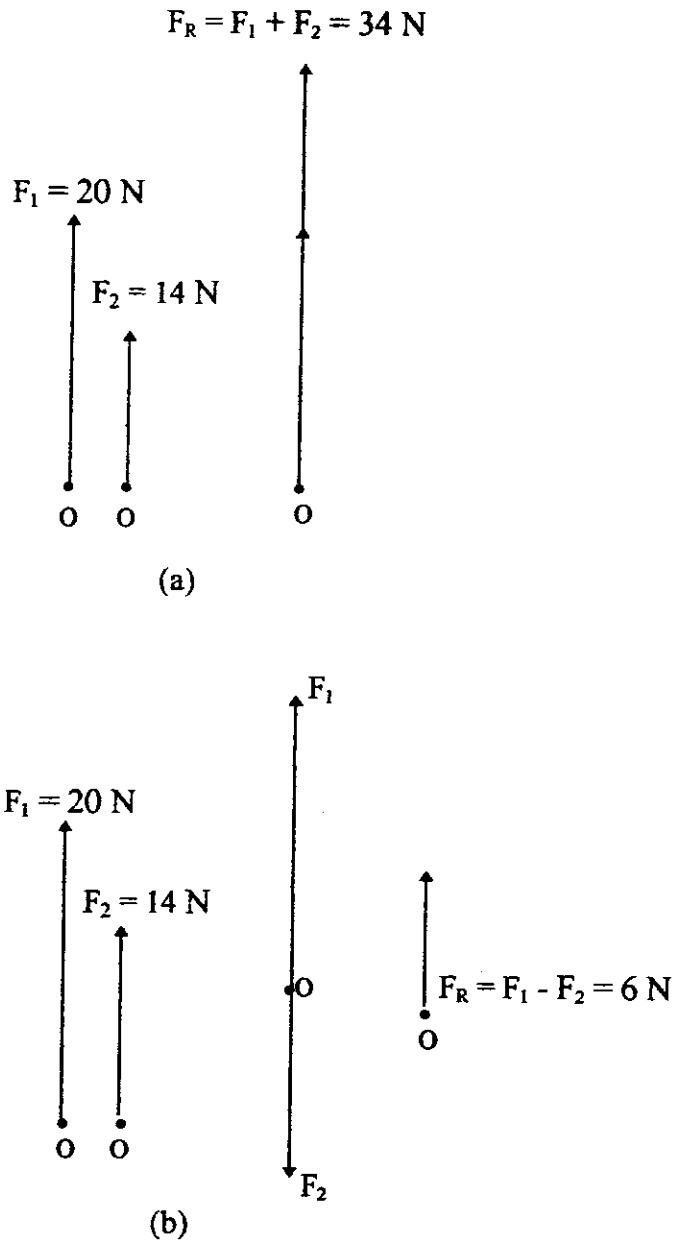
4. 3. Resultan Gaya-Gaya pada Bidang Datar

Resultan 2 buah gaya yang bekerja pada satu titik tangkap dengan garis kerja yang sama adalah jumlah kedua buah gaya pada arah yang sama. Kebalikan, selisih dua buah gaya bila arahnya berlawanan (lihat Gambar 4.3).

Analitis besarnya resultante dari dua buah gaya yang bekerja pada satu garis kerja yang sama, yaitu :

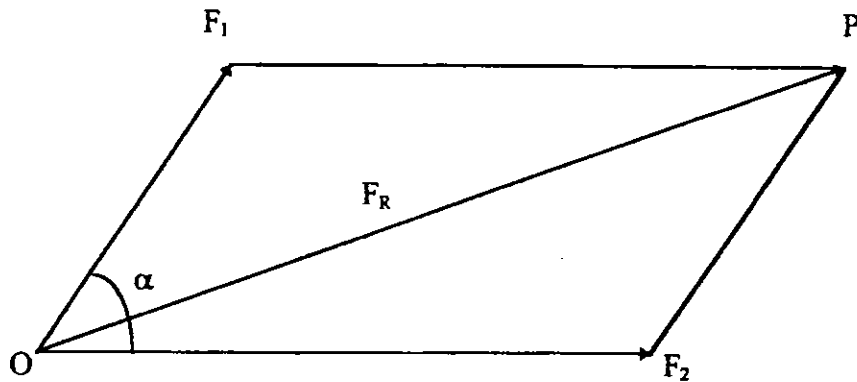
$$F_R = F_1 \pm F_2, \quad (4.1)$$

dengan $F_R = \text{resultante gaya}$.



Gambar 4.3. (a) Penjumlahan vektor gaya dan (b) Selisih vektor gaya

Jika dua buah gaya yang bekerja pada satu titik tangkap, akan tetapi tidak berada pada satu garis kerja yang sama, resultan gayanya dapat ditentukan dengan melukiskan diagram paralelgram (lihat Gambar 4.4).



Gambar 4. 4. Resultante dua buah gaya

Pada Gambar 4.4 terlihat dua buah gaya bekerja pada satu titik tangkap yang besar dan arahnya membentuk sudut dari kedua sisi diagram jajaran genjangnya, maka garis diagonal jajaran genjang tersebut menunjukkan besar dan arah resultan kedua gaya tersebut.

Secara analitis besarnya diagonal OP (F_R) dapat dihitung dengan formulasi berikut, yaitu :

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \quad , \quad (4.2)$$

dengan: α = sudut antara F_1 dengan F_2 .

4. 4. Diagram Gaya-Gaya Poligon

Resultan gaya untuk lebih dari dua gaya yang bekerja pada bidang datar dengan satu titik tangkap dapat juga ditentukan dengan cara grafis, metoda dikenal dengan gaya-gaya poligon.

4. 4. 1. Resultan Tiga Gaya pada Bidang Datar

Untuk menentukan resultante 3 buah gaya seperti terlihat pada Gambar 4. 5a. Diagram ini menunjukkan besar dan arah gaya yang biasa dikenal sebagai diagram ruang (*space diagraph*), gaya tersebut bekerja pada titik tangkap O, yaitu :

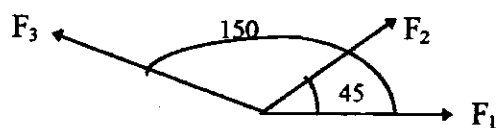
$$F_1 = 25 \text{ N } \angle 0^\circ,$$

$$F_2 = 20 \text{ N } \angle 45^\circ,$$

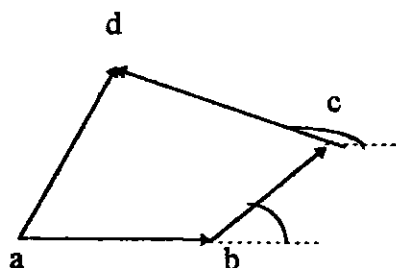
$$F_3 = 30 \text{ N } \angle 150^\circ.$$

untuk mendapatkan resultante dari ketiga gaya tersebut :

1. tentukan skala gambar, misalnya $1 \text{ mm} = 1 \text{ N}$,
2. lukis $F_1 = 25 \angle 0^\circ$, dengan panjang garis 25 mm ke arah OX (garis ab pada Gambar 4.5b),
3. dari ujung panah F_1 , lukis $F_2 = 20 \angle 45^\circ$ dan panjangnya 20 mm (garis bc pada Gambar 4.5b),
4. dari ujung panah F_2 , lukis $F_3 = 30 \angle 150^\circ$, panjangnya garis 30 mm (garis cd pada Gambar 4.5b) yang membuat sudut 150° dengan OX,
5. garis-garis ab, bc dan cd adalah garis menunjukkan F_1 , F_2 dan F_3 sebagai vektor gaya.



(a)



(b)

Gamabr 4. 5. (a) Poligon gaya dan (b) Resultante gaya

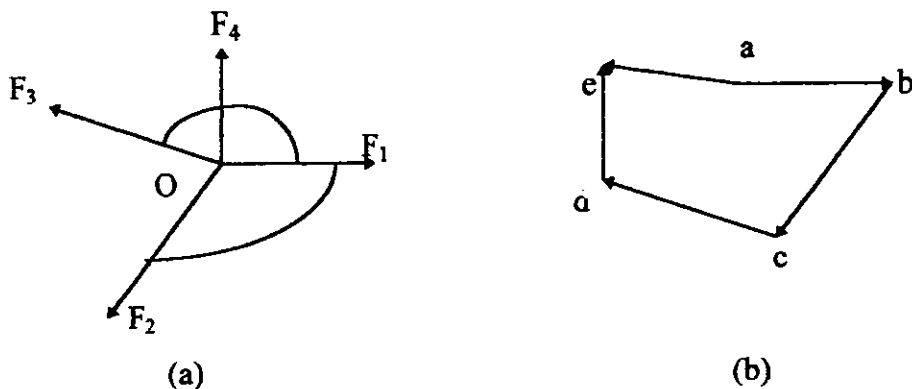


6. resultante ketiga gaya tersebut didapatkan dengan melukiskan ad, yaitu vektor dari titik pangkal a yang dihubungkan dengan ujung panah cd atau F_3 ,
 7. besarnya resultante gaya sama dengan panjang ad, yaitu 32 mm,
 8. besarnya sudut yang terjadi terhadap OX dapat diukur yaitu $60,5^\circ$,
- jadi resultan ketiga gaya tersebut adalah : $F_R = 32 \text{ N} \angle 60,5^\circ$.

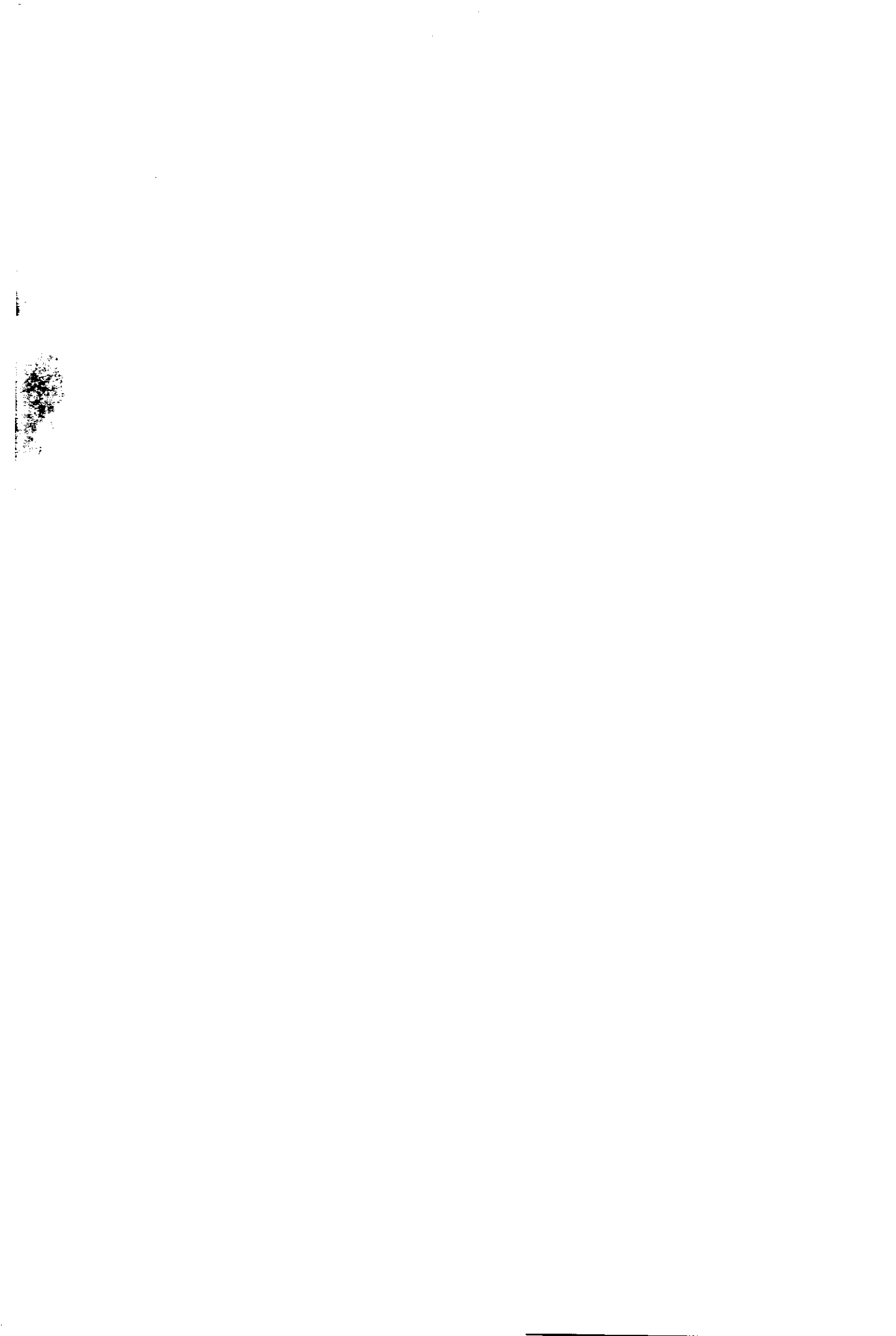
Diagram yang dilukiskan ini disebut diagram poligon gaya, dengan tiga gaya poligon akan membentuk 4 buah garis, garis terakhir menunjukkan besar dan arah dari resultan gaya, demikian seterusnya. Apabila ada 4 gaya, maka akan terlukis 5 buah garis. Jika ingin membuat hasil kerja ketiga gaya di dalam keadaan seimbang (*equilibrium*), maka harus ada gaya penyeimbangan yang besarnya sama dengan resultante gaya, tetapi arahnya berlawanan. Gaya penyeimbangan pada diagram poligon, dikenal dengan istilah vektorda.

4. 4. 2. Resultante Empat Gaya dengan Satu Titik Tangkap pada Bidang Datar

Untuk menentukan resultante 4 buah gaya pada satu titik tangkap, dengan kondisi ke empat gaya tersebut sebidang (lihat Gambar 4. 6). Besar dan arah gaya tersebut adalah : jika skala $1 \text{ mm} = 1 \text{ N}$, maka F_1 , F_2 , F_3 dan F_4 adalah ab, bc, ad, dan de (lihat Gambar 4. 6b). Resultante ae terlukis dari titik a ke ujung panah e yang mempunyai panjang 22 mm dan membuat sudut 144° dengan ab.



Gambar 4. 6. (a) Diagram empat gaya dan (b) Resultante gaya



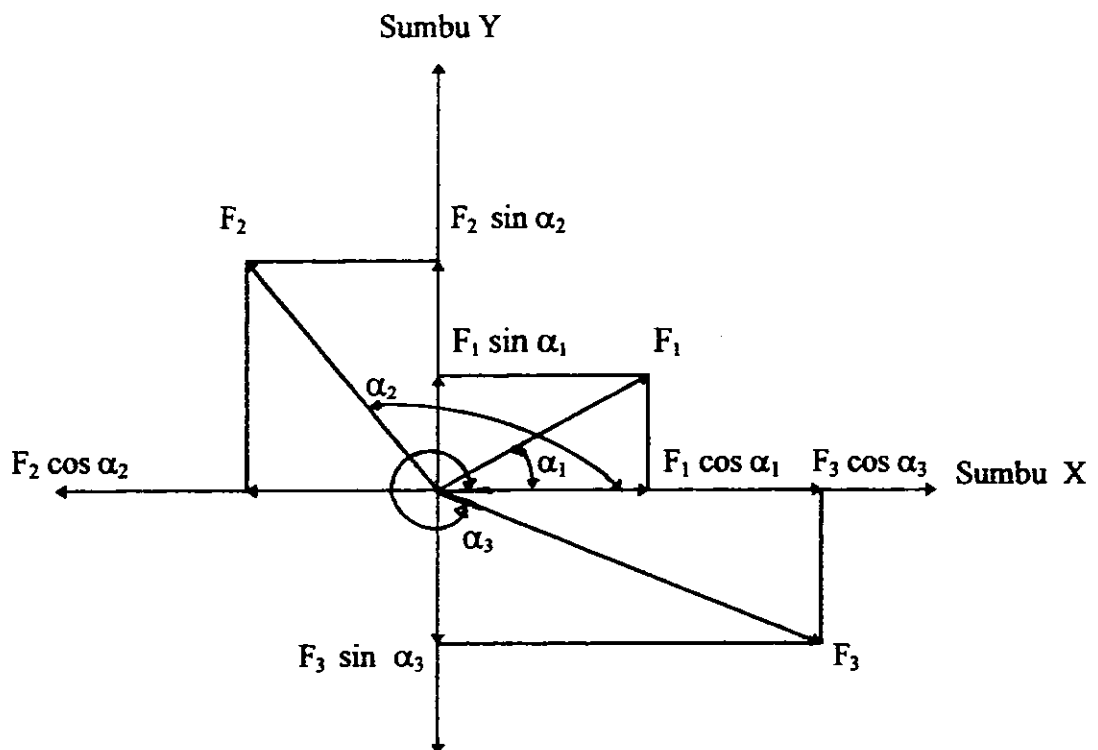
Jadi resultante gaya tersebut adalah :

$$F_R = 22 \text{ N } \angle 144^\circ.$$

4. 5. Analitis

Untuk menghitung resultante gaya dapat juga dilakukan secara analitis dengan metode sumbu siku-siku. Prosedur analitis tersebut, yaitu melalui titik tangkap gaya-gaya dibuat sistem salib sumbu tegak lurus X (*absis*) dan Y (*ordinat*). Kemudian setiap gaya diuraikan pada sumbu X dan Y (lihat Gambar 4. 7).

Gaya-gaya pada sumbu X dan Y dijumlahkan menjadi R_X dan R_Y , setelah gaya ditabulasikan (lihat Tabel 4.1), maka resultante gaya dapat dihitung.



Gambar 4. 7. Resultante gaya pada sumbu siku-siku

Tabel 4. 1. Analitis

F	cos α	sin α	F cos α	F sin α
F ₁	cos α_1	sin α_1	F cos α_1	F sin α_1
F ₂	cos α_2	sin α_2	F cos α_2	F sin α_2
F ₃	cos α_3	sin α_3	F cos α_3	F sin α_3
			R _X =	R _Y =

$$R_X = \Sigma F \cos \alpha , \quad (4.3)$$

$$R_Y = \Sigma F \sin \alpha , \quad (4.4)$$

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} , \quad (4.5)$$

arah resultante gaya (R), yaitu :

$$\text{tg } \alpha_R = R_Y / R_X \quad (4.6)$$

Hal-hal istimewa, yaitu :

1. bila $R_X = 0$, mengakibatkan $R = R_Y$,
2. bila $R_Y = 0$, mengakibatkan $R = R_X$,
3. bila $R_X = 0$ dan $R_Y = 0$, mengakibatkan $R = 0$, artinya gaya-gaya saling meniadakan atau gaya-gaya berada di dalam keseimbangan.

Contoh soal

Sejumlah gaya bertitik tangkap pada titik O, yaitu titik berpotongan antara sumbu X dan Y yang saling tegak lurus, sudut yang dibuat antara gaya-gaya tersebut seperti berikut :

$$F_1 = 14 \text{ N } \angle 45^\circ, F_2 = 20 \text{ N } \angle 60^\circ, F_3 = 18 \text{ N } \angle 180^\circ, F_4 = 30 \text{ N } \angle 210^\circ, \text{ dan}$$

$$F_5 = 16 \text{ N } \angle 300^\circ,$$

tentukan besarnya resultante kelima gaya tersebut dan sudut gaya resultantennya.

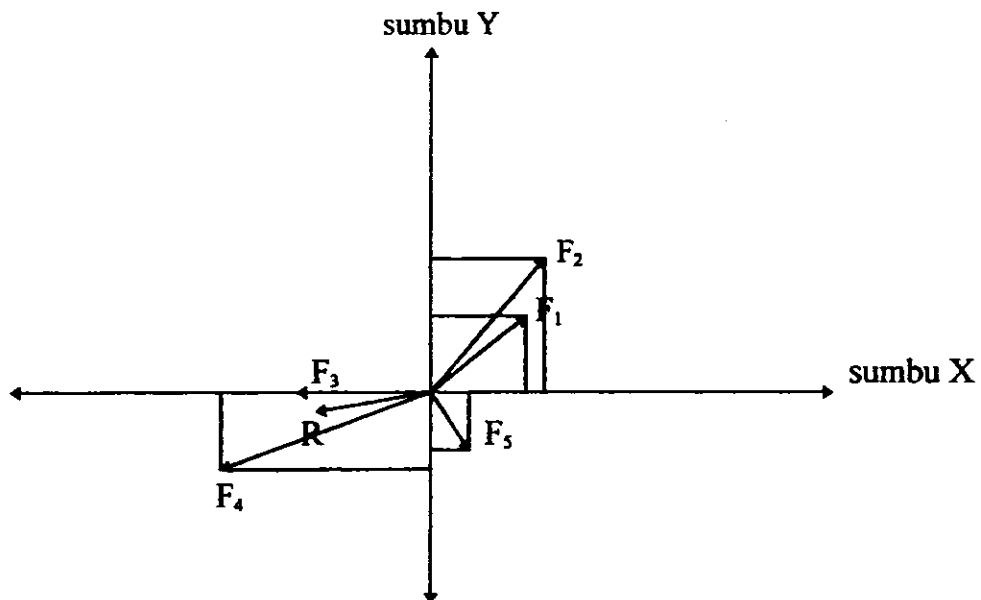


Penyelesaian :

lihat Tabel 4.2 dan Gambar 4. 8,

Tabel 4. 2. Harga gaya pada sistem salib sumbu

F	cos α	sin α	F cos α	F sin α
$F_1 = 14 \text{ N}$	$1/2 \sqrt{2}$	$1/2 \sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$
$F_2 = 20 \text{ N}$	$1/2$	$1/2 \sqrt{3}$	10	$10\sqrt{3}$
$F_3 = 18 \text{ N}$	-1	0	-18	0
$F_4 = 30 \text{ N}$	$-1/2 \sqrt{3}$	-1/2	$-15\sqrt{3}$	-15
$F_5 = 16 \text{ N}$	$1/2$	$-1/2 \sqrt{3}$	8	$-8\sqrt{3}$
			$R_x = -16 \text{ N}$	$R_y = -1,6 \text{ N}$



Gambar 4. 8. Resultante pada sumbu siku-siku

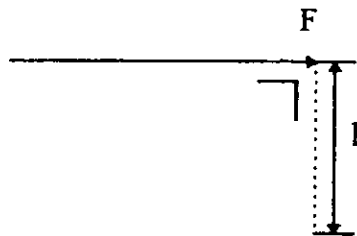
$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \\
 &= \sqrt{(-16)^2 + (-1,6)^2}, \\
 &= 16,1 \text{ N}, \\
 \text{tg } \alpha_R &= R_y / R_x, \\
 &= (-1,6) / (-16), \\
 &= 0,1 \text{ (kuadran IV)}, \\
 \text{tg } (180 + \alpha_R) &= 0,1, \\
 180 + \alpha_R &= 5,42^\circ, \\
 \alpha_R &= -174,18^\circ, \\
 \alpha_R &= 360^\circ - 174,18^\circ, \\
 \alpha_R &= 185,42^\circ,
 \end{aligned}$$

dengan : α_R = sudut antara gaya resultante dengan sumbu X positif.

4. 6. Gaya Paralel

4. 6. 1. Momen

Apabila sebuah pintu didorong dengan gaya tertentu melalui handelnya, maka dorongan tersebut akan mengakibatkan pintu berputar pada engselnya. Efek putar ini tergantung pada jarak tegak lurus antara garis kerja dan titik tertentu pada jarak tersebut.



Gambar 4. 9. Momen gaya

Efek putar ini disebut juga dengan momen gaya dan harganya sebagai hasil kali gaya dan lengan (lihat Gambar 4. 9), yaitu :

$$M = F \cdot l , \quad (4.7)$$

dengan M = momen gaya (Nm),

F = gaya yang bekerja (N),

l = lengan (m).

Contoh soal

Sebuah batang A (lihat Gambar 4.10) mengalami pembebanan dengan gaya (F_1)10 kN gaya (F_2) 5 kN. Gaya F_2 membuat sudut 30° dengan A. Hitung momen gaya di A.

Penyelesaian :

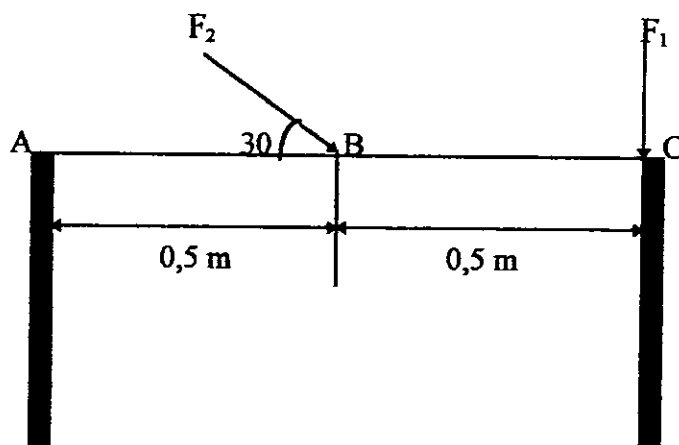
Besar gaya vertikal di titik C = 10 kN,

besar gaya vertikal dititik B = $F_2 \sin 30$,

$$= 5 \cdot 0,5,$$

$$= 2,5 \text{ kN},$$

jumlah momen di titik A, yaitu :



Gambar 4. 10. Batang A



$$\begin{aligned}
 M_A &= F_1 \cdot 1 + F_2 \sin 30 \cdot 0,5, \\
 &= 10 \cdot 1 + 2,5 \cdot 0,5, \\
 &= 11,25 \text{ kN meter.}
 \end{aligned}$$

4. 6. 2. Keseimbangan pada Gaya-Gaya Sejajar

Sebuah benda dikatakan setimbang, apabila tidak ada kecenderungan benda tersebut untuk bergerak. Untuk lebih lanjut, jika menginginkan benda berada dalam keseimbangan, maka total momen-momen gaya yang bekerja pada benda tersebut haruslah sama dengan nol.

Apabila pada suatu batang bekerja gaya-gaya tegak lurus terhadap batang tersebut, dengan gaya-gaya tersebut di dalam keadaan sejajar, maka batang tersebut akan tetap berada dalam keseimbangan atau tidak ada kecederungan untuk bergerak lurus maupun berputar.

Ada dua kondisi yang harus dipenuhi apabila suatu batang berada di dalam keseimbangan, yaitu :

1. jumlah vektor gaya-gaya yang bekerja pada batang haruslah nol,
2. jumlah aljabar dari momen di setiap titik pada batang yang disebabkan gaya-gaya yang bekerja haruslah nol.

Di dalam bentuk formulasi ditulis sebagai berikut :

$$\Sigma F = 0, \tag{4.8}$$

$$\Sigma M = 0, \tag{4.9}$$

dengan kata lain jika batang berada di dalam keseimbangan, maka kedua kondisi ini harus dipenuhi.

Sesuai dengan prinsip momen, yaitu apabila sejumlah gaya-gaya sejajar bekerja pada sebuah benda, jika benda tersebut berada dalam keseimbangan, maka jumlah aljabar dari momen-momen gaya tersebut di setiap titik akan sama dengan nol

atau dengan kata lain total momen searah jarum jam pada beberapa titik sama dengan total momen yang berlawanan arah jarum jam pada titik yang sama.

Contoh soal

1. Dua orang anak, yang pertama bermassa 21 kg dan kedua 28 kg, duduk pada kedua ujung papan yang ditumpu sebuah tumpuan ditengahnya. Jika yang massanya kecil duduk pada jarak 2m dari tumpuan, berapa jauh dari tumpuan anak yang bermassa lebih besar duduk pada papan tersebut, agar papan berada di dalam kesetimbangan horizontal.

Penyelesaian :

lihat Gambar 4.11, besar momen berlawanan arah dengan jarum jam, yaitu

$$= 21 \cdot 9,81 \cdot 2,$$

$$= 412 \text{ NM},$$

besar momen yang searah jarum jam, yaitu :

$$= 28 \cdot 9,81 \cdot X,$$

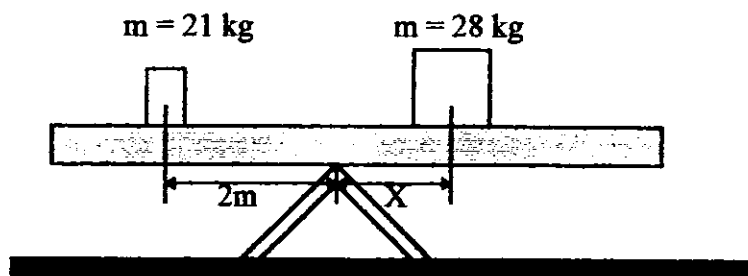
$$= 274,7 \text{ Nm},$$

besar momen berlawanan arah jarum jam = searah jarum jam,

$$412 = 274,7 \cdot X,$$

$$X = 1,5 \text{ m},$$

anak yang bermassa lebih besar harus duduk 1,5 meter dari tumpuan.



Gambar 4. 11. Gaya berada dalam keadaan setimbang

MILIK UPT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

2. Sebuah batang baja, massanya 200 kg dan panjangnya 8 meter, di setiap ujungnya disangga dengan tiang tegak lurus, batang tersebut menahan beban 1000 kg dan 2500 kg, yang berjarak 2 m dan 6 m dari tiang sebelah kiri berturut-turut. Hitung gaya reaksi pada setiap tiang, ambil $g = 9,81 \text{ m/dt}^2$.

Penyelesaian :

lihat Gambar 4. 12, dipergunakan perumusan bahwa jumlah gaya ke atas sama dengan gaya ke bawah, yaitu :

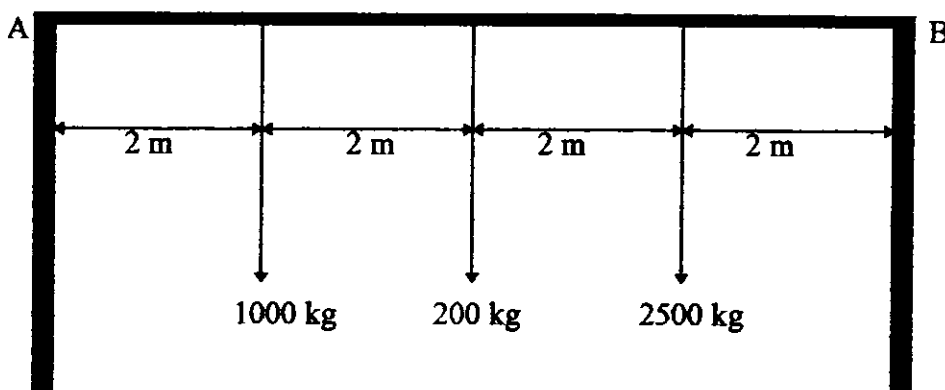
$$\begin{aligned} R_1 + R_2 &= 1000 \text{ g} + 200 \text{ g} + 2500 \text{ g}, \\ &= 3700 \text{ g N}. \end{aligned}$$

besar momen di ujung pilar A adalah :

$$\begin{aligned} (1000\text{g} \cdot 2) + (200 \cdot 4) + (2500\text{g} \cdot 6) &= R_2 \cdot 8, \\ R_2 &= (17800 \cdot 9,81) / 8, \\ &= 21830 \text{ N}, \end{aligned}$$

R_1 dapat dicari dengan jalan :

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 &= 3700 \cdot 9,81, \\ R_1 &= (3700 \cdot 9,81) - 21380, \\ &= 144700. \end{aligned}$$



Gambar 4. 12. Batang di atas tiang penyangga

3. Lihat Gambar 4. 13, tentukan R_B dan R_D .

Penyelesaian :

Bila diambil momen di titik D, $\Sigma M = 0$,

$$R_B \cdot 10 + (3 \cdot 2) - (2 \cdot 13) - (5 \cdot 4) = 0,$$

$$10 R_B = 26 + 20 - 6,$$

$$R_B = 4 \text{ kN},$$

bila diambil momen di titik B, $\Sigma M = 0$,

$$(5 \cdot 6) + (3 \cdot 12) = (R_D \cdot 10) + (2 \cdot 3),$$

$$R_D = 6 \text{ kN},$$

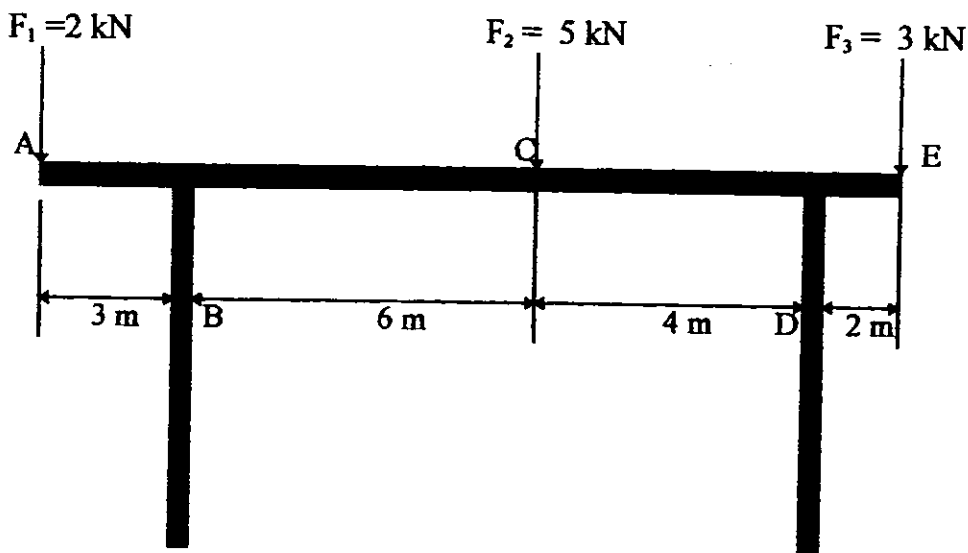
untuk membuktikan kebenaran perhitungan ini, digunakan persamaan, yaitu :

$$\Sigma F = 0,$$

jumlah gaya vertikal ke bawah = jumlah gaya vertikal ke atas :

$$F_1 + F_2 + F_3 = R_B + R_D,$$

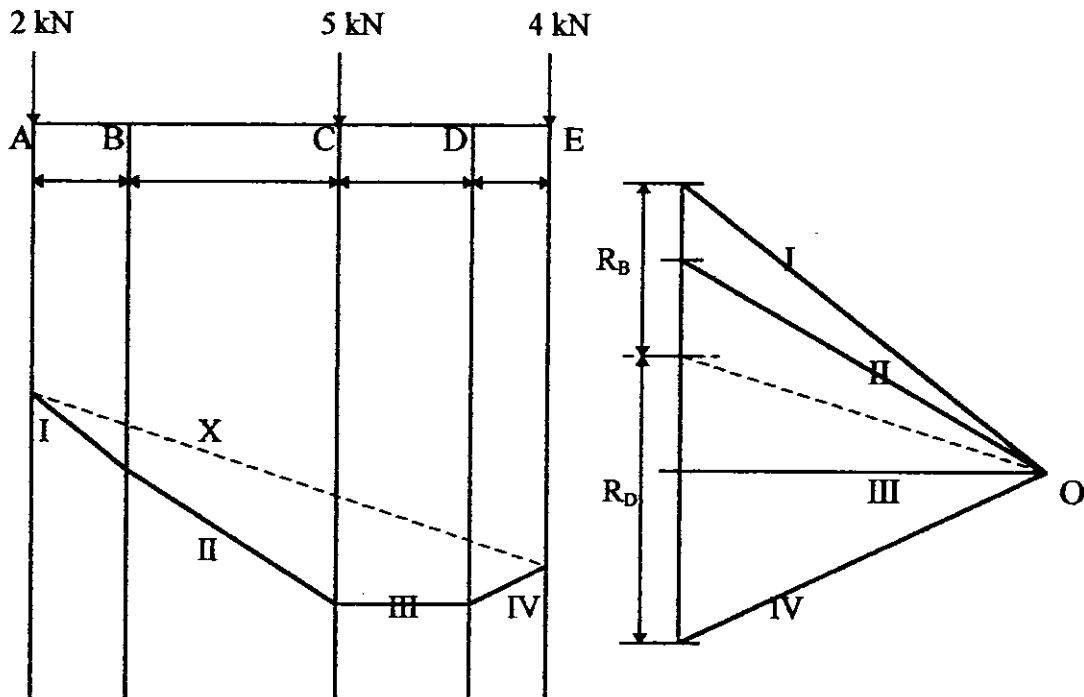
$$2 + 5 + 3 = 4 + 6, \text{ terbukti.}$$



Gambar 4. 13. Batang disangga oleh tiang yang tidak terletak diujungnya

Permasalahan dari soal 3, juga dapat diselesaikan secara grafis dengan menggunakan prinsip garis kutub untuk menentukan besar harga R_B dan R_D (lihat Gambar 4. 14), yaitu seperti prosedur berikut:

1. tentukan titik O sembarang,
2. lukis gaya-gaya vertikal FA, FC dan FE dengan skala, misalnya $1 \text{ N} = 1 \text{ cm}$,
3. hubungkan titik O dengan pangkal garis FA, FC dan FE,
4. pindahkan garis-garis kutub I, II, III dan IV, sejajar dengan diagram (lihat Gambar 4. 14),
5. hubungkan ke dua ujung garis kutub I dan IV
6. pindahkan kembali garis X ke luikisan kutub, sehingga memotong garis tegak lurus (gaya-gaya vertikal),
7. besar R_B dan R_D dapat diukur, kemudian diskalakan ($1 \text{ N} = 1 \text{ cm}$).



Gambar 4. 14. Lukisan kutub

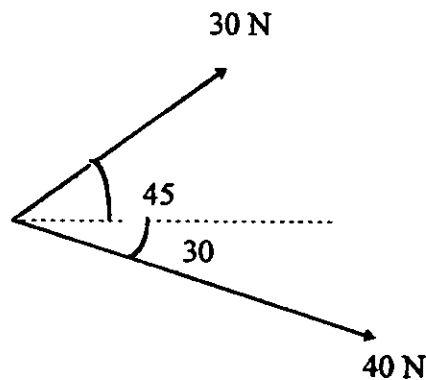
4. 7. Soal Latihan

1. Tentukan secara grafis, resultan gaya dari :
 - a. $F_1 = 100 \text{ N} \angle 0^\circ$ dan $F_2 = 75 \text{ N} \angle 90^\circ$,
 - b. $F_1 = 100 \text{ N} \angle 0^\circ$, $F_2 = 75 \text{ N} \angle 90^\circ$ dan $F_3 = 80 \text{ N} \angle 30^\circ$.

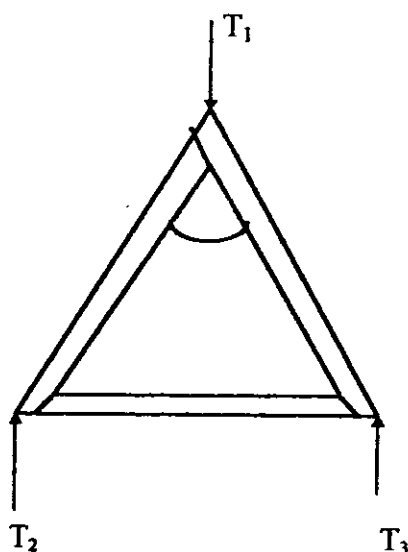
2. Gunakan diagram gaya-gaya poligon untuk menentukan resultan dari gaya-gaya yang sebidang dengan 1 titik tangkap, yaitu :
 - a. $F_A = 40 \text{ N} \angle 0^\circ$, $F_B = 30 \text{ N} \angle 50^\circ$, dan $F_C = 50 \text{ N} \angle 90^\circ$,
 - b. $F_1 = 200 \text{ N} \angle 0^\circ$, $F_2 = 100 \text{ N} \angle 30^\circ$, $F_3 = 300 \text{ N} \angle 120^\circ$, dan $F_4 = 150 \text{ N} \angle 180^\circ$.

3. Tentukan resultante R (besar dan arahnya) dengan analitis yang menggunakan sumbu siku-siku, bila : $F_1 = 15 \text{ N} \angle 30^\circ$, $F_2 = 25 \text{ N} \angle 60^\circ$, $F_3 = 30 \text{ N} \angle 135^\circ$, $F_4 = 20 \text{ N} \angle 270^\circ$, dan $F_5 = 225 \text{ N} \angle 315^\circ$.

4. Tentukan resultan 2 buah gaya seperti pada Gambar 4. 15.

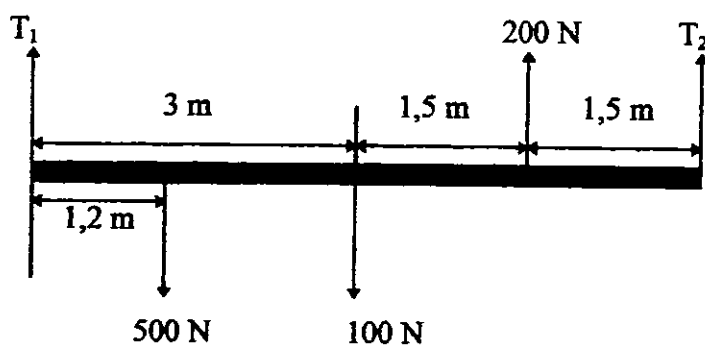


Gambar 4. 15. Resultan gaya



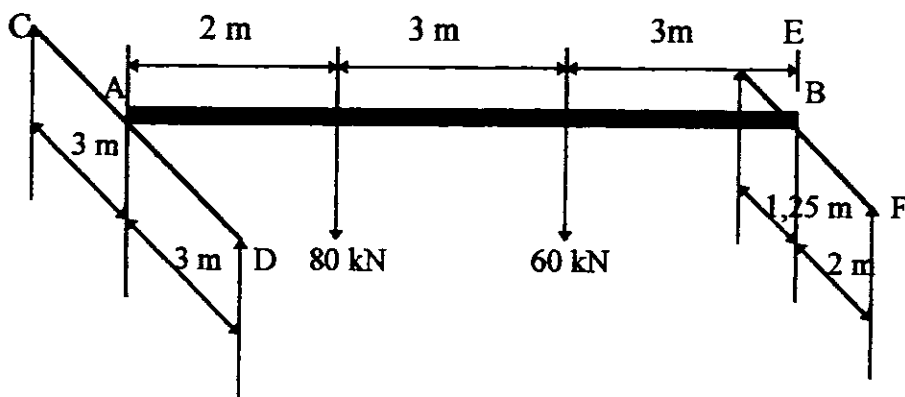
Gambar 4. 16. Rangka batang

5. Rangka batang seperti pada Gambar 4.16, terdiri dari 3 batang yang sama panjangnya, kemudian ujungnya dihubungkan dengan pena. Rangka batang ini mendukung beban yang besarnya 2500 N, tegak lurus pada rangka. Tentukan gaya T_2 dan T_3 pada rangka batang.
6. Lihat Gambar 4. 17, tentukan gaya T_1 dan T_2 .



Gambar 4. 17. Batang yang dibebani

7. Jembatan kecil terbuat dari balok horizontal terpadu, didukung oleh tiang beton di kedua ujungnya. Massa balok 1500 kg dengan panjang 12 m. Tentukan gaya reaksi tiang beton bila jembatan dibebani :
- sebuah mobil dengan massa 1500 kg pada tengah jembatan,
 - bila sebuah vespa bermassa 1500 kg dan mobil bermassa 1500 kg, masing-masing bekerja pada jarak 2 m dan 8 m dari kiri ujung jembatan.
8. Sebuah batang AB membawa 2 beban pada ujungnya didukung oleh 2 batang, yaitu CD dan EF (lihat Gambar 4. 18). Hitung reaksi tumpuan di C, D, E dan F.



Gambar 4. 18. Rangka batang yang dibebani

DAFTAR ACUAN

Beiser, Arthur, *The Foundations Physics*, Addison Wesley Publishing Company, Inc, London, 1964.

Bell, A.E., *Mechanical Engineering Science*, Cassel Technical Book, London, 1975.

Besari, Ismail, *Kamus Fisika*, Penerbit Pionir Jaya, Bandung, 1987.

Forgiel, M., *The Mechanics Problem Solver (Statics and Dynamics)*, Research and Education Association, New York, 1986.

Kane dan Sternhein, *Physics SI Version*, John Wiley and Sons, Inc, London, 1980.

Meadows, R.G., *Technician Engineering Science I*, Cassel Technical Book, London, 1978

Meadows, R.G., *Technician Engineering Science II*, Cassel Technical Book, London, 1978

Meriam, J. L., *Engineering Mechanics (Statics and Dynamics)*, John Wiley and Sons, Inc, New York 1980.

Nelkon, M., *Principles of Physics*, Fletcher and Son, London, 1977.

Resnick, Robert and David Halliday, *Physics Part I*, John Wiley and Sons, Inc, New York, 1966.

Schofield, Walter, *Physics for Engineers*, Mc Geaw-Hill Book Company, London, 1970.

Soetrisno, *Fisika Dasar*, Penerbit ITB, Bandung, 1978.