

TEORI
RELATIVITAS KHUSUS

257/HD/88

PERPUSTAKAAN IKIP PADANG
KOLEKSI BIDANG ILMU
TIDAK DIPINJAMKAN
KHUSUS NYA DI DALAM PERPUSTAKAAN

Oleh:

IBNU SUUD

PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN
ILMU PENGETAHUAN ALAM
IKIP PADANG
1987

KATA PENGANTAR

Terdorong oleh rasa ingin memberikan sumbangan dalam meningkatkan penguasaan ilmu pengetahuan, penulis mencoba mengemukakan buku ini semoga dapat membantu mahasiswa dalam memahami konsep relativitas. Konsep yang sangat berguna dalam mempelajari ruang lingkup mikroskopis, terutama mengenai perhitungan energi dan gerak partikel yang bermassa kecil dan mempunyai kecepatan mendekati kecepatan cahaya.

Buku ini terbagi atas tiga bab. Pada bab pertama membahas sedikit mengenai gerak relatif dan transformasi kecepatan Galile. Bab dua berisi postulat relativitas Einstein, transformasi momentum dan tenaga, koordinat ruang dan waktu, serta transformasi kecepatan. Kemudian pada bab terakhir dikemukakan beberapa konsekuensi yang ditimbulkan oleh teori relativitas khusus Einstein.

Penulis menyadari bahwa buku kecil ini masih kurang sempurna, karena itu penulis mengharapkan keritikan dan saran dari pembaca demi untuk kebaikan buku ini.

MILITARY LIBRARY KOP PADANG	
TANGGAL	19-10-1987
SIMPAN DI	Gladiak
KOLEKSI	K1
NO. ANGKUTAN	257/200/88-25e1
NO. SERI	530.13 SUU 20

Padang, Agustus 1987

Penulis

D A F T A R I S I

	Hal
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Kecepatan Relativ	1
1.2 Gerak Relativ	4
BAB II TEORI RELATIVITAS KHUSUS	7
2.1 Transformasi Momentum dan Tenaga	10
2.2 Transformasi Ruang Koordinat dan Waktu	18
2.3 Transformasi Kecepatan	22
2.4 Transformasi Percepatan	24
2.5 Transformasi Gaya Menurut Lorentz	26
BAB III KONSEKUENSI DARI TRANSFORMASI EINSTEIN-LORENTZ	29
3.1 Penyusutan Panjang	29
3.2 Dilatasi Waktu	30
3.3 Efek Doppler pada Cahaya	31
DAFTAR PUSTAKA	35

PENDAHULUAN

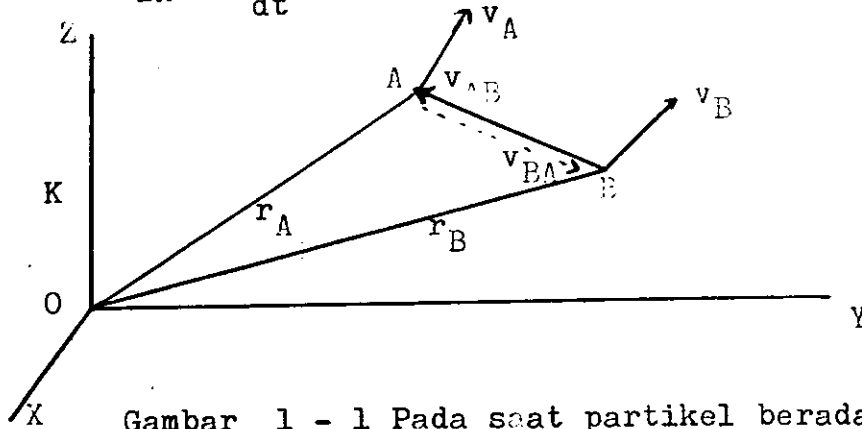
Suatu benda dikatakan bergerak relatif terhadap benda lain bila posisi benda itu berubah setiap saat terhadap benda lain itu. Contohnya; sebuah mobil A dikatakan bergerak relatif terhadap mobil B bila posisi mobil A berubah setiap waktu terhadap mobil B. Mobil B dikatakan sebagai titik acuan dari mobil A. Titik acuan itu bisa juga diambil sebuah kota, atau tempat di bumi. Biasanya dalam membicarakan gerak dalam ruang titik acuannya adalah titik perpotongan tiga salib sumbu yang saling tegak lurus, yang disimbuliskan dengan O. Titik O merupakan perpotongan sumbu X, Y dan Z. Jarak partikel terhadap titik O disimbuliskan dengan r, dan komponen-komponen r terhadap sumbu X, Y dan Z dinyatakan dengan simbol x, y dan z. Titik O beserta ketiga salib sumbu X, Y, dan Z biasa disebut dengan kerangka acuan. Sering disebut kerangka acuan O saja atau nama lain K atau S. Bila membicarakan gerak benda dalam ruang, maka akan membicarakan terhadap kerangka acuan.

1.1. Kecepatan Relatif

Bila ditinjau dua buah partikel A dan B yang sedang bergerak, pada waktu t berjarak r_A dan r_B dari titik O, seperti terlihat dalam gambar 1. Sebutlah kerangka acuannya K. Kecepatan A relatif terhadap kerangka acuan K adalah v_A , dimana $v_A = dr_A/dt$, dan B adalah v_B , dimana $v_B = dr_B/dt$. Kecepatan A relatif terhadap B disimbuliskan dengan v_{AB} , dan kecepatan B relatif terhadap A disimbuliskan dengan v_{BA} , di-

mana; $v_{AB} = \frac{dr_{AB}}{dt}$ (1 - 1)

$v_{BA} = \frac{dr_{BA}}{dt}$



Gambar 1 - 1 Pada saat partikel berada pada titik A dan B dengan kecepatan v_A dan v_B

Dari gambar 1 dapat dilihat bahwa;

$$r_{AB} = r_A - r_B, \quad \text{dan} \quad r_{BA} = r_B - r_A$$

sedangkan kecepatan partikel A relatif terhadap B dapat dirumuskan dalam bentuk;

$$v_{AB} = \frac{dr_{AB}}{dt} = \frac{dr_A}{dt} - \frac{dr_B}{dt} = v_A - v_B, \quad \text{dan}$$

$$v_{BA} = \frac{dr_{BA}}{dt} = \frac{dr_B}{dt} - \frac{dr_A}{dt} = v_B - v_A$$

Jadi $v_{AB} = v_A - v_B$ (1 - 2)

$v_{BA} = v_B - v_A$

Dari persamaan (1 - 2) dapat disimpulkan bahwa,

$$v_{AB} = - v_{BA} \quad \text{.....(1 - 3)}$$

Untuk mencari percepatan partikel A dan B terhadap kerangka acuan K didapatkan dengan menurunkan persamaan ke-

cepatan terhadap waktu, sehingga didapatkan;

$$a_A = \frac{dv_A}{dt} \quad \text{dan} \quad a_B = \frac{dv_B}{dt}$$

dimana; a_A adalah percepatan partikel A terhadap kerangka acuan K

a_B adalah percepatan partikel B terhadap kerangka acuan K

v_A adalah kecepatan partikel A terhadap kerangka acuan K

v_B adalah kecepatan partikel B terhadap kerangka acuan K

Percepatan relatif partikel A terhadap partikel B dapat dinyatakan dalam bentuk;

$$a_{AB} = \frac{dv_{AB}}{dt} = \frac{dv_A}{dt} - \frac{dv_B}{dt} = a_A - a_B$$

sedangkan percepatan partikel B relatif terhadap A dapat dinyatakan dalam bentuk;

$$a_{BA} = \frac{dv_{BA}}{dt} = \frac{dv_B}{dt} - \frac{dv_A}{dt} = a_B - a_A$$

Jadi dapat ditulis kembali;

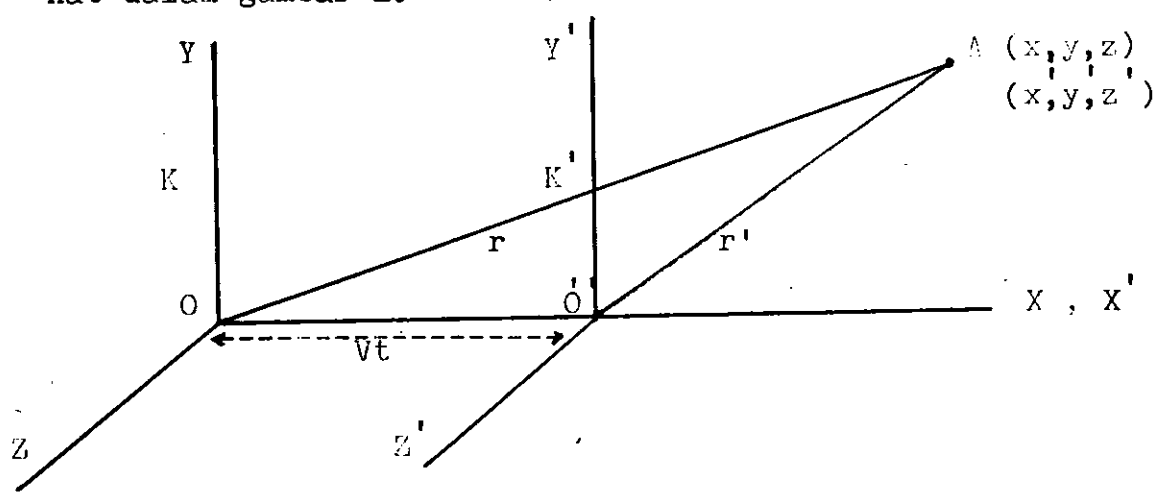
$$\begin{aligned} a_{AB} &= a_A - a_B \\ a_{BA} &= a_B - a_A \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (1 - 4)$$

Dari kedua persamaan (1 - 4) dapat disimpulkan bahwa

$$a_{AB} = - a_{BA} \quad \dots \dots \dots (1 - 5)$$

1.2. Gerak relatif ditinjau dari kerangka acuan inersial

Dua pengamat masing-masing berada di kerangka acuan K dan K', dimana K' bergerak dengan kecepatan konstan V terhadap kerangka acuan K. Untuk mudahnya dipilih kecepatan V sejajar dengan arah sumbu X, dan pada saat t = 0 kerangka acuan K dan K' berimpit, sehingga O dan O' berimpit. O dan O' adalah titik acuan pada kerangka K dan K'. Setelah t detik ditinjau suatu partikel A dari kerangka acuan K dan K'. Posisi A dari O adalah r dan dari O' adalah r' seperti terlihat dalam gambar 2.



Gambar 2. Gerak relatif ditinjau dari kerangka acuan inersia

Kalau dilihat dari gambar 2 didapatkan hubungan

$$r' = r - Vt \dots\dots\dots (1 - 6)$$

- dimana; r adalah jarak partikel A terhadap O
- r' adalah jarak partikel A terhadap O'
- V adalah kecepatan kerangka acuan K' terhadap K
- t adalah selang waktu

Jika dicari hubungan masing-masing komponen pada kerangka acuan K' dengan K , maka didapatkan sebagai berikut:

$$X' = X - Vt, \quad Y' = Y, \quad \text{dan} \quad Z' = Z \quad \dots\dots\dots (1 - 7)$$

Selang waktu $t = t'$, sehingga $dt = dt'$

Kecepatan partikel A relatif terhadap O disimbulkae dengan U.

$$U = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt} u_x + \frac{dy}{dt} u_y + \frac{dz}{dt} u_z, \quad \text{dimana } u_x, u_y$$

dan u_z vektor-vektor satuan arah sumbu X, Y, dan Z.

Kecepatan partikel A relatif terhadap O' disimbulkan dengan U' .

$$U' = \frac{dr'}{dt} = \frac{dx'}{dt} u_{x'} + \frac{dy'}{dt} u_{y'} + \frac{dz'}{dt} u_{z'}, \quad \text{dimana } u_{x'}, u_{y'}$$

$u_{y'}$, dan $u_{z'}$ adalah vektor-vektor satuan arah sumbu X' , Y' , dan Z'

Diturunkan persamaan (1 - 6) terhadap waktu didapat-

kan,

$$\frac{dr'}{dt'} = \frac{dr}{dt} - \frac{dt}{dt'} V, \quad \text{sedangkan ;} \quad dt' = dt$$

$$\frac{dr'}{dt} = U'$$

$$\frac{dr}{dt} = U$$

Kemudian didapatkan $U' = U - V \dots\dots\dots (1 - 8)$

Persamaan (1 - 8) disebut juga dengan transformasi kecepatan Galile.

Percepatan partikel A relatif terhadap O dan O' dapat dicari dengan menurunkan persamaan kecepatan terhadap waktu

$$a = \frac{dU}{dt}, \text{ dan } a' = \frac{dU'}{dt}$$

Persamaan (1 - 8) bila diturunkan terhadap waktu didapatkan

$$\frac{dU'}{dt} = \frac{dU}{dt} - \frac{dV}{dt}, \text{ sedangkan } V = \text{konstan, sehingga didapat}$$

kan dari persamaan diatas $a' = a \dots\dots\dots (1 - 9)$

Untuk ketiga komponen tentu saja harganya akan sama yaitu:

$$a'_x = a_x, \quad a'_y = a_y, \text{ dan } a'_z = a_z \dots\dots (1 - 10)$$

Dengan kata lain kedua pengamat baik dikerangka acuan K maupun di kerangka acuan K' akan mendapatkan hasil yang sama dari percepatan partikel ($a = a'$). Jadi percepatan suatu partikel adalah sama bagi semua pengamat yang berada dalam kerangka acuan yang bergerak lurus satu sama lainnya dengan kecepatan konstan.

TEORI RELATIVITAS KHUSUS

Pada waktu sekitar perumusan teori relativitas khusus dan tahun-tahun sebelumnya, para fisikawan berpendapat bahwa cahaya adalah gerak gelombang yang merambat dalam eter. Medium eter dihipotesakan adanya oleh ahli-ahli fisika pada waktu itu hanya untuk memberikan tempat penjalaran bagi gelombang-gelombang cahaya, karena ada anggapan bahwa perambatan gelombang memerlukan medium (zat antara). Hipotesis adanya eter itu kemudian ternyata lebih banyak menimbulkan kesulitan-kesulitan saja dalam fisika dari pada untuk menolong menjelaskan penemuan fisika. Kesulitan-kesulitan itu diantaranya adalah mengenai sifat eter itu sendiri yang sukar diterima dengan akal kita. Seperti dihipotesakan eter itu suatu zat fisis; yang tidak mempunyai berat, meresap dalam seluruh benda dan ruang sehingga ruang hampapun harus dianggap berisi eter. Dari segi lain eter itu harus bersifat kaku agar sifat gelombang cahaya yang transversal dapat menjalar di dalam eter. Eter itu kaku, tetapi meresap dalam seluruh benda, dan tidak punya berat, hal ini sulit dibayangkan bagaimana bentuk zat yang mempunyai sifat seperti ini. Kesulitan yang lain lagi dan lebih mendasar adalah mengenai persoalan apakah eter itu bergerak bersama-sama dengan bumi kita di ruang alam semesta ataukah bumi ini bergerak terhadap eter yang tetap diam di alam kosmos ini. Seandainya bumi bergerak terhadap eter, maka kelajuan perambatan cahaya dalam arah yang sejajar dengan arah gerak bumi akan berbeda dari kelaju

annya dalam arah yang tegak lurus padanya.

Untuk mengetahui kelajuan mutlak bumi di dalam ruang kosmos ini, dapat dengan cara mengukur dan membandingkan kelajuan penjalaran cahaya dalam arah sejajar dengan arah gerak bumi dengan yang penjalarnya tegak lurus dengan arah gerak bumi. Pengukuran-pengukuran kelajuan cahaya yang sejajar arah gerak bumi dan yang tegak lurus arah gerak bumi dengan teliti sudah dilakukan oleh Morley dan Michelson. Namun hasil-hasil penelitian mereka menunjukkan bahwa kelajuan penjalaran cahaya dalam arah yang sejajar dengan gerak bumi dan penjalaran kelajuan cahaya dalam arah tegak lurus pada arah gerak bumi tidak terdapat perbedaan. Karena itu anggapan bahwa bumi bergerak terhadap eter itu tidak benar. Dalam hal sebaliknya bila eter dianggap bergerak bersama-sama bumi, maka anggapan inipun tidak sesuai dengan kenyataan. Penemuan-penemuan Bradley pada waktu peneropongan-peneropongan terhadap bintang-bintang dilangit bahwa untuk dapat melihat sebuah bintang yang berada di atas kepala melalui suatu teropong ia harus memasang teropongnya itu condong kearah gerak bumi dengan sudut α yang memenuhi $\text{tg}\alpha = v/c$; yaitu seakan-akan cahaya bintang itu jatuh tegak lurus kebawah atau menjalar di dalam eter ke bawah tanpa dipengaruhi oleh gerak bumi.

Karena ahli-ahli fisika dihadapkan pada masalah yang sulit yaitu mengenai bergerak atau tidaknya eter terhadap bumi, pilihan yang manapun yang akan diambil akan bertentangan dengan salah satu kenyataan yang ada, maka Einstein telah

membuang sama sekali hipotesis adanya eter, yang hanya menyulitkan ahli-ahli fisika saja, sedangkan adanya eter itu tidak dapat dibuktikan. Begitu juga hasil-hasil experiment menunjukkan bahwa kecepatan cahaya itu tidak berbeda besarnya baik diukur oleh pengamat yang berada kerangka inersia K maupun di kerangka inersia K' . Hal ini berlawanan dengan transformasi kecepatan dari Galile seperti yang ada dalam persamaan (1 - 8). Hal yang serupa juga terjadi pada partikel-partikel yang bergerak dengan kelajuan mendekati kelajuan cahaya seperti gerak elektron, bila menggunakan transformasi kecepatan Galile, hasilnya jauh berbeda dengan hasil experiment

Untuk mengatasi masalah ketidakcocokan penjelasan teori yang ada dengan hasil experiment ini, Einstein mengemukakan teori relativitas khususnya yang berlandaskan pada dua postulatnya. Adapun postulatnya itu adalah;

1. Kelajuan cahaya di dalam ruang hampa senantiasa mempunyai nilai (harga) yang sama (konstan) dan tidak bergantung kepada gerak sumber terhadap pengamat yang berada di kerangka inersia K maupun K'
2. Semua hukum alam (tidak hanya dinamika) harus berlaku sama untuk semua kerangka peninjau inersia yang bergerak dengan kecepatan konstan satu sama lainnya.

Postulat Einstein ini mengemukakan bahwa kelajuan cahaya dalam ruang hampa selalu tetap besarnya, tidak tergantung kepada kerangka peninjauan si pengamat, dan semua hukum alam mempunyai perumusan yang bentuknya tidak bergan-

tung pada kerangka peninjauan inersia yang digunakan.

Masalahnya sekarang bagaimana besaran-besaran fisis seperti: $F_1, F_2, \dots, E_1, E_2, \dots, X, Y, Z, U, a, t$, yang oleh pengamat yang diam di kerangka inersia K akan berubah nilainya (tertransformasi) menjadi nilai lain apabila dilakukan pengukuran oleh pengamat yang lain yang diam di kerangka inersia K' . Transformasi ini terjadi sedemikian rupa sehingga hukum-hukum yang menghubungkan besaran-besaran F'_1, F'_2 dan seterusnya harus sebetuk dengan yang menghubungkan F_1, F_2 , dan seterusnya.

Dalam fisika mikroskopis yang dalam penyelidikan menggunakan proses hamburan dan spektroskopis yang memperhitungkan kecepatan partikel yang mendekati kecepatan cahaya, perangkat variabel momentum p dengan komponen-komponennya p_x, p_y , dan p_z serta tenaga (E) mempunyai peranan yang lebih penting dari pada perangkat (X, Y, Z, t).

2.1. Transformasi Momentum dan Tenaga

Penyelidikan mengenai struktur atom akan mengutamakan cara untuk memperoleh aturan transformasi dari (p_x, p_y, p_z, t) yang diukur di kerangka inersia K ke nilai-nilai yang baru (p'_x, p'_y, p'_z, t) yang diukur di kerangka K' yang bergerak dengan kecepatan konstan terhadap kerangka K . Sumbu-sumbu kartesian yang digunakan di kedua kerangka inersia tersebut selalu diambil saling sejajar $X'//X, Y'//Y$, dan $Z'//Z$. Antara tenaga E dan momentum p dari gelombang elektromagnetik

pada umumnya dan cahaya khususnya, yang merambat dalam ruang hampa berlaku hubungan

$$E = p c \quad \dots\dots\dots (2 - 1)$$

Hubungan antara energi dengan momentum dalam persamaan (2 - 1), menurut postulat ke dua Einstein harus berlaku baik di kerangka inersia K maupun di K'. Jadi untuk gelombang elektromagnetik berlaku hubungan

$$E^2 - p^2 c^2 = E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) c^2 = 0 \quad \dots (2 - 2)$$

$$E'^2 - p'^2 c^2 = E'^2 - (p_x'^2 + p_y'^2 + p_z'^2) c^2 = 0$$

Untuk partikel-partikel yang bermateri pada umumnya $E^2 - p^2 c^2 \neq 0$, demikian juga $E'^2 - p'^2 c^2 \neq 0$, tetapi ke dua bentuk ini mempunyai dimensi dan orde yang sama, maka bentuk $(E'^2 - p'^2 c^2)$ harus merupakan suatu fungsi linear dari bentuk pertama $(E^2 - p^2 c^2)$. Supaya persamaan (2 - 2) dipenuhi sebagai suatu kejadian yang khusus haruslah;

$$E'^2 - p'^2 c^2 = a (E^2 - p^2 c^2) \dots\dots\dots (2 - 3)$$

dimana a adalah tetapan yang nilainya ditentukan oleh kelajuan K' terhadap K (a tidak mungkin bergantung kepada arah dari V, karena sifat isotropis yang dimiliki oleh ruang, dengan memilih $p = 0$, maka partikel akan nampak serupa dari semua kerangka K' dengan |V| yang sama tetapi arah V yang berbeda)

Bila $(E^2 - p^2 c^2)$ disimbulkan dengan M^2 dan harga $(E'^2 - p'^2 c^2)$ disimbulkan dengan M'^2 maka persamaan (2 - 3)

yaitu :

$$\frac{p^2}{2m_0} = \frac{p^2 c^2}{2E'} \dots\dots E' = m_0 c^2 \dots\dots (2 - 9)$$

dimana E' adalah energi diam partikel di kerangka inersia K'

Harga E' dalam persamaan (2 - 8) diganti dengan $m_0 c^2$,
didapatkan persamaan dispersi relativistik;

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \dots\dots\dots (2 - 10).$$

Untuk mencari hubungan p dan E dengan kecepatan U dari partikel dapat diturunkan dari persamaan-persamaan:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad dE = F dr \quad dr = U dt$$

dimana F = gaya, p = momentum, U = kecepatan, dan r = perpindahan.

$$dE = F U dt = \frac{dp}{dt} U dt = U dp \dots (2 - 10a)$$

$dE = U_x dp_x + U_y dp_y + U_z dp_z$, kemudian dapat ditulis

dalam bentuk;
$$U_{x,y,z} = \frac{\partial E}{\partial p_{x,y,z}} = \nabla_p E$$

$$|U| = \frac{dE}{dp}$$

Persamaan (2 - 10) bila diturunkan, maka didapatkan hasilnya;

$$2 E dE = c^2 2 p dp$$

$$dE = \frac{c^2 p dp}{E} \dots\dots\dots (2 - 10b)$$

kemudian disubsitusikan harga $dE = U dp$ ke dalam persamaan (2 - 10b) didapatkan;

$$U dp = \frac{c^2 p dp}{E}, \text{ kemudian disederhakan}$$

menjadi:

$$U = \frac{c^2 p}{E} \dots\dots\dots (2 - 11)$$

Jika partikel bergerak dengan kecepatan $U = c$, seperti gelombang elektromagnetik, persamaan (2 - 11) dapat disederhanakan menjadi;

$$E = p c \dots\dots\dots (2 - 11b)$$

Bentuk persamaan (2 - 11) dapat juga ditulis menjadi $(EU/c) = cp$, bila harga ini disubstitusikan ke dalam persamaan (2 - 10) didapatkan persamaan;

$$E^2 = m_0^2 c^4 + (U/c)^2 E^2, \text{ dan kemudian disederhanakan dan hasilnya; } E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{c^2}}} = \gamma m_0 c^2 \dots (2 - 12)$$

dimana; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{c^2}}}$

Harga E dari persamaan (2 - 12) dimasukkan ke dalam persamaan (2 - 11) akan diperoleh;

$$p = \frac{E U}{c^2} = \frac{m_0 U c^2}{c^2 (1 - \frac{U^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} = \gamma m_0 U \dots (2 - 13)$$

Persamaan (2 - 7) beserta syarat adanya transformasi balik (invers) mengharuskan sifat-sifat linear dan homogen untuk transformasi tersebut. Untuk memudahkan perhitungan ditinjau transformasi yang khusus dengan mengambil:

$$p'_y = p_y \text{ dan } p'_z = p_z$$

$$p'_x = \gamma (p_x - b E) \text{ dan } E' = \gamma (E - d p_x) \dots (2 - 14)$$

Penerapan persamaan (2 - 14) untuk partikel yang diam di kerangka inersia K' (dimana K' bergerak dengan kecepatan V terhadap kerangka inersia K), maka didapatkan hasilnya sebagai berikut:

$$p'_x = p'_y = p'_z, \text{ dan } p_y = p_z = 0$$

$$p_x = b E \text{ atau } b = \frac{p_x}{E}$$

Kembali dapat dilihat dari persamaan (2 - 13) dimana

$$p = p_x \frac{p_x}{E} = \frac{U}{c^2}.$$

Jadi, $b = \frac{p_x}{E} = \frac{U}{c^2}$, karena partikel diam terha-

dap kerangka inersia K' , maka $U = V$, sehingga harga b dapat ditulis menjadi;

$$b = \frac{V}{c^2} \dots\dots\dots (2 - 15)$$

Persamaan (2 - 14) dapat juga digunakan untuk partikel yang diam terhadap kerangka inersia K , maka $p = 0$, $E = m_0 c^2$, tetapi terhadap kerangka inersia K' partikel bergerak dengan kecepatan $-V$ sejajar sumbu X , sehingga dari persamaan tersebut didapatkan;

$$p'_y = p'_z = 0$$

$$p'_x = -TbE = -Tbm_0 c^2, \text{ yang harus sama}$$

dengan harga $-m_0 V / (1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$, sehingga f mempunyai harga

$$f = (1 - V^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} = T.$$

Seterusnya dicari nilai d dari persamaan (12 - 14).

257/2ed/RR C, (2)

530.13

SUU

Z

Kembali ditinjau partikel yang diam terhadap kerangka iner -
sia K' sehingga $E' = m_0 c^2$, $p_y = p_z = 0$, dan harga:

$$p_x = \frac{m_0 V}{(1 - V^2/c^2)^{1/2}}, \quad E = \frac{m_0 c^2}{(1 - V^2/c^2)^{1/2}}$$

Penyederhanaan dari persamaan (2 - 14) didapatkan harga dari

$$d = \frac{E}{p_x} - \frac{E'}{p_x'} = \frac{T m_0 c^2}{T m_0 V} - \frac{m_0 c^2}{T m_0 V T}$$

$$d = \frac{c^2}{V} (1 - 1/T^2) = V$$

$$d = V \dots\dots\dots (2 - 5a)$$

Harga dari T, f, b, dan d bila dimasukkan ke dalam
persamaan (2 - 14) kembali, maka transformasi Lorentz untuk
momentum dan tenaga dari kerangka inersia K ke kerangka
inersia K' (dimana K' bergerak dengan kecepatan V terhadap
kerangka K) arah sumbu X adalah:

$$p_x' = T(p_x - \frac{V}{c^2} E) ; \quad p_y' = p_y ; \quad p_z' = p_z$$

$$E' = T(E - V p_x) \quad (2 - 16)$$

dimana $T = (1 - V^2/c^2)^{1/2}$

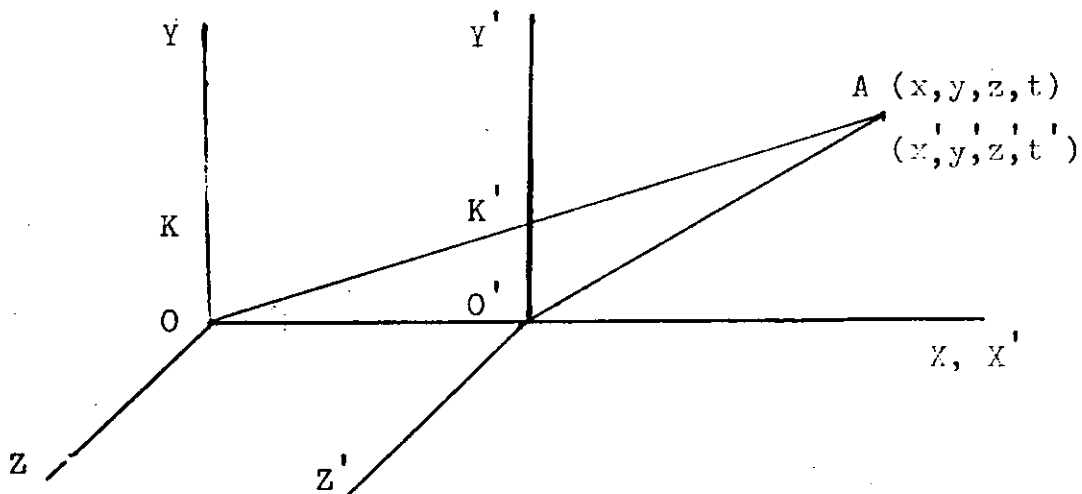
Untuk arah V yang sebarang, maka persamaan (2 - 16)
perlu diubah dan cukup hanya dengan menggantikan p_x dan p_x'
dengan $p_{||}$ dan $p_{||}'$ dan komponen $p_{y,z}$ dan $p_{y,z}'$ dapat sekali
gus dengan p_{\perp} dan p_{\perp}' yaitu komponen dari p dan p' yang arah
nya tegak lurus pada arah V

PERPUSTAKAAN IKIP PADANG
KOLEKSI BIDANG ILMU
TIDAK DIPINJAMKAN
KELOMPOK BAHASA DAN BUDAYA

MILIK UPT PERPUSTAKAAN
IKIP PADANG

2.2. Transformasi Einstein-Lourentz Mengenai Ruang Kordinat dan Waktu

Bagaimanakah hubungan variabel (X, Y, Z, t) yang diukur oleh pengamat yang berada pada kerangka inersia K dengan hasil-hasil pengukuran dari (X', Y', Z', t') yang diperoleh oleh pengamat yang berada di kerangka inersia K' , dimana K' bergerak dengan kecepatan V terhadap K . Dengan memilih sedemikian rupa sistim koordinat dan waktunya, sehingga pada saat $t = t' = 0$ sumbu-sumbu koordinat (X', Y', Z', t') dan (X, Y, Z, t) berimpit, sedangkan K' bergerak // sumbu X dengan kecepatan V terhadap K . Dari pusat koordinat $O = O'$ pada saat $t' = t = 0$ dinyalakan suatu sinyal. Setelah selang waktu t diambil suatu permukaan gelombang sinyal cahaya di titik A , seperti pada gambar 3.



Gambar 3. Pada $t = 0$ kerangka inersia K dan K' berimpit. K' bergerak dengan kecepatan V sejajar sumbu X

Dari gambar 3. dapat dilihat bahwa $r = ct$, dan kalau

MINI LIBRARY
KEMENTERIAN
PENDIDIKAN

ditulis dalam bentuk komponen-komponen menurut sumbu X, Y, dan Z adalah ;

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = c^2 t^2$$

atau

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - c^2 t^2 = 0 \dots\dots\dots (2 - 17)$$

dimana c adalah kecepatan cahaya dan t selang waktu menurut kerangka inersia K. Kalau ditinjau titik A dari kerangka K',

$$r' = ct'$$

atau

$$X'^2 + Y'^2 + Z'^2 = c^2 t'^2$$

$$X'^2 + Y'^2 + Z'^2 - c^2 t'^2 = 0 \dots\dots\dots (2 - 18)$$

Persyaratan yang harus dipenuhi oleh transformasi ini diruang konfigurasi adalah berlakunya secara timbal balik

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad X'^2 + Y'^2 + Z'^2 - c^2 t'^2 = 0 \quad (2 - 19)$$

dan hubungan transformasinya adalah linear.

$$X' = k(X - Vt)$$

$$Y' = Y$$

$$Z' = Z$$

$$t' = a(t - bX)$$

$$\dots\dots\dots (2 - 20)$$

dimana k, a, dan b adalah konstanta .

Disubsitusikan harga-harga yang ada dalam persamaan (2 - 20) ke dalam persamaan (2 - 19), maka diperoleh;

$$k^2(X^2 - 2VXt + V^2 t^2) + Y^2 + Z^2 = c^2 a^2 (t^2 - 2bXt + b^2 X^2).$$

disusun sehingga menjadi;

$$(k^2 - b^2 a^2 c^2) X^2 - 2(k^2 V - b a^2 c^2) X t + Y^2 + Z^2 =$$

$$\left(a^2 - \frac{k^2 V^2}{c^2} \right) c^2 t^2 \quad \dots\dots\dots (2 - 21)$$

Persamaan (2 - 21) serupa dengan persamaan (2 - 19), sehingga koefisien-koefisiennya dapat disamakan, dan kemudian diperoleh;

$$k^2 - b^2 a^2 c^2 = 1$$

$$k^2 V - b a^2 c^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2 - 22)$$

$$a^2 - \frac{k^2 V^2}{c^2} = 1$$

Harga-harga a, b, dan k dari persamaan-persamaan di atas dapat dicari, dan dari penyelesaiannya diperoleh;

$$a = k = (1 - V^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$b = V/c^2$$

ini cocok juga dengan transformasi momentum (p) dan energi (E) dimana $T = a = k$, dan $b = V/c^2$.

Pensubstitusian harga-harga a, b, dan k di atas ke dalam persamaan (2 - 20) akan menghasilkan;

$$X' = k(X - Vt) = \frac{(X - Vt)}{(1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$Y' = Y \quad , \quad Z' = Z \quad \dots\dots\dots (2 - 23)$$

$$t' = a(t - bX) = \frac{(t - \frac{V}{c^2} X)}{(1 - V^2/c^2)^{\frac{1}{2}}}$$

Persamaan-persamaan (2 - 23) bisa dibalikkan atau di songsangkan dengan menganggap K' yang diam dan K yang bergerak dengan kelajuan $-V$, sehingga menjadi;

$$X = \frac{X' + Vt'}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

$$Y = Y', \quad Z = Z' \quad \dots\dots\dots (2 - 23b)$$

$$t = \frac{t' + (VX'/c^2)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

Karena dalam pengambilan dimana $X//V$, sedangkan X itu adalah r_{II} dengan V , dan Y serta Z adalah r_I terhadap V maka persamaan (2 - 23) menjadi;

$$r_{II}' = \frac{r_{II} - Vt}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

$$r_I' = r_I \quad \dots\dots\dots (2 - 24)$$

$$t' = \frac{t - (Vr_{II}/c^2)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

dan persamaan-persamaan (2 - 23b) yang dibalikkan menjadi;

$$r_{II} = \frac{r_{II}' + Vt'}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} \quad \dots\dots\dots (2 - 24b)$$

$$t = \frac{t' + (Vr_{II}'/c^2)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

2.3, Transformasi kecepatan

Untuk mencari hubungan kecepatan yang diukur oleh pengamat yang berada di kerangka inersia K dengan yang diukur oleh pengamat yang berada di kerangka inersia K', dapat diturunkan dari ;

$$U = \frac{dr}{dt}$$

$$U' = \frac{dr'}{dt}$$

Persamaan-persamaan (2 - 24) bila dideferinsir akan diperoleh;

$$dr'' = \frac{dr_{11} - Vdt}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

$$dr'_1 = dr_1 \quad \cdot (2 - 25)$$

$$dt' = \frac{dt - (Vdr_{11}/c^2)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} = \frac{1 - (VU_{11}/c^2)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} dt$$

Harga- harga dalam persamaan (2 - 25) dimasukkan ke - dalam persamaan kecepatan di atas, dan didapatkan;

$$U'' = \frac{dr''}{dt'} = \frac{(U' - V)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} dt : \frac{1 - (VU_{11}/c^2)}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} dt$$

$$U'' = \frac{U' - V}{1 - (VU_{11}/c^2)} \quad \dots\dots\dots (2 - 26)$$

$$U'_1 = \frac{dr'_1}{dt'} = \frac{dr_1}{(1 - (VU_{11}/c^2))dt : \sqrt{1 - (V^2/c^2)}}$$

$$U'_x = (U_x dt) : \frac{(1 - (VU_{xx}/c^2))}{\sqrt{1 - (V^2/c^2)}} dt = \frac{U_x \sqrt{1 - (V^2/c^2)}}{1 - (VU_{xx}/c^2)}$$

$$\text{Jadi; } U'_x = \frac{U_x \sqrt{1 - (V^2/c^2)}}{1 - (VU_{xx}/c^2)} \dots\dots\dots (2 - 26b)$$

Kalau yang diukur adalah kecepatan cahaya, dimana $U_{xx} = c$, maka bila dimasukkan ke dalam persamaan (2 - 26) didapatkan hasilnya;

$$U'_{xx} = \frac{c - V}{1 - (Vc/c^2)} = \frac{c - V}{(c - V)/c} = c$$

Hasil ini cocok dengan postulat Einstein yang ke dua.

Persamaan (2 - 26) dan (2 - 26a) merupakan persamaan transformasi Einstein-Lorentz mengenai kecepatan, dimana kerangka K' bergerak dengan kecepatan V terhadap kerangka K . Jika yang dianggap K yang bergerak terhadap K' , tentu saja kecepatannya adalah $-V$ terhadap K' . Transformasinya akan menjadi;

$$U_{xx} = \frac{U'_{xx} + V}{1 + (U'_{xx}V/c^2)} \dots\dots\dots (2 - 27)$$

$$U_x = \frac{U'_x \sqrt{1 - (V^2/c^2)}}{1 + (U'_{xx}V/c^2)} \dots\dots\dots (2 - 27a)$$

Harga dari kecepatan $U^2 = U_{xx}^2 + U_x^2$, maka didapatkan,

$$\begin{aligned} U^2 &= \left[\frac{U'_{xx} + V}{1 + (U'_{xx}V/c^2)} \right]^2 + \left[\frac{U'_x \sqrt{1 - (V^2/c^2)}}{1 + (U'_{xx}V/c^2)} \right]^2 \\ &= c^2 - c^2 \frac{1 - (V^2/c^2)}{[1 + (U'_{xx}V/c^2)]^2} \frac{1 - (U'^2/c^2)}{1 - (V^2/c^2)} \end{aligned}$$

$$a'_1 = \frac{a_1 + a(VU_1/c^2)(1 - (VU_{11}/c^2))^{-1}}{T^2(1 - (VU_{11}/c^2))^2} \dots (2 - 28b)$$

2.5. Transformasi Gaya Menurut Laurentz

Transformasi ini didapatkan dari persamaan dinamis yang berlaku di kerangka inersia K maupun K'. Adapun persamaannya adalah;

$$F = \frac{dp}{dt}, \text{ dan } F' = \frac{dp'}{dt'} \dots (2 - 29)$$

Dengan menggunakan persamaan-persamaan (2 - 16) dan (2 - 25) dimana;

$$p'_{11} = T(p_{11} - (VE/c^2)), \quad p'_1 = p_1$$

$$E' = T(E - Vp_{11}), \text{ dan } dt' = T(1 - (VU_{11}/c^2))dt ;$$

dan kemudian didapatkan;

$$dp'_{11} = T(dp_{11} - (VdE/c^2)) \dots (2 - 30)$$

Substitusikan persamaan (2 - 10a) ke dalam persamaan (2 - 30) dimana $dE = U.dp = U_{11}dp_{11} + U_1dp_1$, sehingga persamaan (2 - 30) menjadi;

$$\begin{aligned} dp'_{11} &= T(dp_{11} - (VU_{11}/c^2)dp_{11} - (VU/c^2)dp_1) \\ &= T(1 - (VU_{11}/c^2))dp_{11} - T(VU/c^2)dp_1 \end{aligned}$$

$$\frac{dp'_{11}}{dt'} = \frac{T(1 - (VU_{11}/c^2))dp_{11} - T(V/c^2)Udp_1}{T(1 - (VU_{11}/c^2))dt}$$

$$\begin{aligned} &= (dp_{11}/dt) - (1 - V.U/c^2)^{-1}(V/c^2)U.(dp_1/dt) \dots \\ &,,,\dots\dots\dots(2 - 31) \end{aligned}$$

$$\frac{dp'_1}{dt'} = \frac{dp_1}{T(1 - (V.U/c^2))dt} = T^{-1}(1 - (V.U/c^2))^{-1} \frac{dp_1}{dt}$$

atau $\frac{dp_1}{dt} = \frac{dp'_1}{dt'} \cdot T(1 - (V.U/c^2)) = T(1 - (V.U/c^2))F'_1$

$$F_1 = T(1 - (V.U/c^2))F'_1 \quad \dots\dots\dots (2 - 32)$$

Persamaan (2 - 31) dapat juga ditulis dalam bentuk ;

$$\frac{dp_{11}}{dt} = \frac{dp'_{11}}{dt'} + (1 - (V.U/c^2))^{-1}(V/c^2)(U.F'_1)$$

$$F_{11} = F'_{11} + (1 - (V.U/c^2))^{-1}(V/c^2)(U.F'_1) \quad \dots\dots\dots (2 - 33)$$

Bila persamaan (2 - 32) dan (2 - 33) disatukan akan didapatkan persamaan gaya dalam bentuk;

$$F = F_{11} + F_1 = F'_{11} + T(V/c^2)(U.F'_1) + T(1 - (V.U/c^2)) F'_1$$

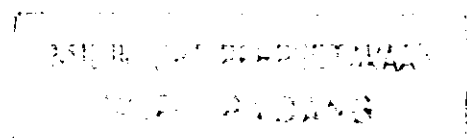
$$F = F'_{11} + T(1 - (V.U/c^2))F'_1 + T(V/c^2)(U.F'_1) \\ = F'_{11} + T F'_1 + (T/c^2) (V.(U.F'_1) - (V.U)F'_1) \quad \dots\dots(2 - 34)$$

Menurut analisa vektor ;

$$V (U.F'_1) - (V.U)F'_1 = U \times (V \times F'_1) ; \text{ dan karena, } \\ V \times F'_{11} = 0, \text{ maka; } U \times (V \times F'_1) = U \times (V \times F'_1).$$

Harga di atas bila disubsitusikan ke dalam persamaan (2 - 34) maka akan diperoleh;

$$F = F'_{11} + T F'_1 + (T/c^2) U \times (V \times F'_1) \quad \dots\dots\dots (2 - 35)$$



dimana;

F = gaya menurut kerangka inersia K

$F'_{||}$ = gaya yang sejajar dengan V menurut kerangka inersia K'

F'_{\perp} = gaya yang tegak lurus dengan V menurut kerangka inersia K'

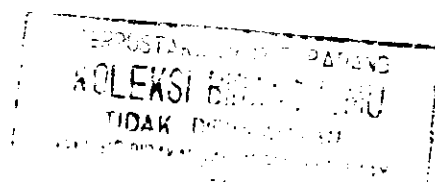
U = kecepatan relatif F terhadap kerangka inersia K

V = kecepatan relatif kerangka K' terhadap K

$$T = \frac{1}{1 - (V^2/c^2)}$$

c = kecepatan cahaya diruang hampa.

Persamaan (2 - 35) adalah merupakan persamaan transformasi gaya antara K dan K' .



KONSEKUENSI DARI TRANSFORMASI EINSTEIN-LORENTZ

Transformasi relativitas Einstein-Lorentz menimbulkan konsekuensi-konsekuensi, diantaranya akan dibicarakan dalam uraian berikut.

3.1 Penyusutan Panjang.

Panjang suatu batang dapat didefinisikan sebagai jarak antara kedua ujungnya. Bila suatu batang dalam keadaan relatif bergerak terhadap pengamat yang ingin mengukurnya, maka posisi kedua ujungnya harus dicatat serentak.

Sebuah batang diam pada kerangka inersia K' dan sejajar dengan sumbu X' . Sebutlah ke dua ujungnya berturut-turut a dan b . Panjang batang diukur oleh pengamat yang diam di K' adalah $L' = x'_b - x'_a$. Pengamat diam di kerangka K melihat batang bergerak dengan kecepatan V ($V =$ kecepatan kerangka K' terhadap kerangka K) dan panjang batang $L = x_b - x_a$. Dengan menggunakan persamaan (2 - 23) diperoleh hubungan antara x'_a dengan x_a dan x'_b dengan x_b sebagai berikut;

$$x'_a = T(x_a - Vt) \quad , \quad x'_b = T(x_b - Vt)$$

$$\begin{aligned} x'_b - x'_a &= T(x_b - Vt) - T(x_a - Vt) \\ &= T(x_b - x_a) \end{aligned}$$

$$L' = T L$$

L' adalah panjang batang yang diukur oleh pengamat yang diam terhadap batang (kerangka K') dan ini biasa juga disimbulken dengan L_0 (panjang pribadi batang), sedangkan L adalah panj -

jang batang yang diukur oleh pengamat yang bergerak terhadap batang dan searah dengan panjang batang dengan kelajuan V . Kalau ditulis kembali perumusan panjang batang itu, maka didapatkan dalam bentuk;

$$L_0 = \gamma L \quad L_0 = \frac{L}{1 - (V^2/c^2)}$$

atau dalam bentuk;

$$L = L_0 \sqrt{1 - (V^2/c^2)} \dots\dots\dots (3 - 1)$$

Harga $\sqrt{1 - (V^2/c^2)}$ < 1 , sehingga $L_0 > L$

Jadi panjang batang yang diukur dalam keadaan sedang bergerak lebih pendek dari pada panjang batang bila diukur dalam keadaan diam. Pemendekan ini dikenal dengan sebutan pemendekan Lorentz-Fitzgerakd.

3.2. Dilatasi Waktu

Interval waktu (selang waktu) dapat dikatakan sebagai waktu yang berlalu antara dua kejadian. Suatu kejadian terjadi pada kerangka inersia K' . Pengamat yang berada di kerangka K' mencatat interval waktu kejadian selama $t' = t'_b - t'_a$ dimana t'_a adalah waktu mulai kejadian, dan t'_b adalah waktu kejadian berakhir. Bagi pengamat yang berada di kerangka K yang melihat kejadian bergerak dengan kecepatan V (V adalah kecepatan kerangka inersia K' bergerak terhadap kerangka K) interval waktu kejadian yang dicatatnya $t = t_b - t_a$.

Kalau digunakan persamaan (2 - 23b), maka akan didapatkan harga t'_a dan t'_b sebagai berikut;

$$t_a = T (t'_a + (VX'/c^2))$$

$$t_b = T (t'_b + (VX'/c^2))$$

$$t_a - t_b = T(t'_b + (VX'/c^2)) - T(t'_a + (VX'/c^2))$$

$$= T(t'_b - t'_a)$$

$$t = T t' \dots\dots\dots (3 - 2)$$

dimana t' adalah interval waktu kejadian yang diukur oleh pengamat yang diam terhadap kejadian dan biasanya juga disebut dengan waktu pribadi dan disimbulkan dengan (t_0) dan

t adalah interval waktu kejadian yang dicatat oleh pengamat yang bergerak terhadap kejadian. Harga dari T selalu besar dari satu (untuk $V \neq 0$), dan persamaan (3 - 2) berarti bahwa interval waktu yang diukur oleh pengamat yang bergerak akan lebih besar dari interval waktu yang diukur oleh pengamat yang diam terhadap suatu kejadian.

3.3 Efek Doppler untuk Cahaya

Dalam kehidupan sehari-hari ditemui bahwa bila suatu sumber bunyi bergerak menuju kita, akan terdengar nadanya lebih tinggi dari nada sumbernya, dan bila sumber bunyi itu bergerak menjauhi kita maka nada yang kita dengar lebih rendah dari nada sumbernya. Begitu pula bila kita bergerak mendekati sumber bunyi yang diam, maka nada yang kita dengar lebih tinggi dari nada sumbernya, dan bila kita bergerak menjauhi sumber bunyi, maka nada yang kita dengar lebih rendah

dari nada sumbernya. Bila nada yang kita dengar lebih tinggi berarti frekuensi yang didengar lebih besar, dan bila nada yang kita dengar lebih rendah berarti frekuensi yang didengar lebih rendah. Hubungan frekuensi sumber bunyi (f_0) dengan frekuensi yang didengar oleh pengamat (f) adalah;

$$f = f_0 \frac{1 \pm (v/u)}{1 \mp (V/u)} \dots\dots\dots (3 - 3)$$

dimana ; u adalah kelajuan sumber bunyi dalam medium
 v adalah kelajuan pengamat ($v +$ bila ia bergerak ke arah sumber dan $-$ bila menjauhi sumber)
 V kelajuan sumber ($+$ bila bergerak ke arah pengamat dan $-$ bila menjauhi pengamat)

Pada gelombang bunyi yang dapat merambat dalam medium materi seperti air atau udara, dan mediumnya itu sendiri sebagai kerangka acuan, terhadap kerangka inilah gerak sumber dan pengamat dapat diamati dan diukur. Berlainan dengan kasus cahaya. Cahaya hanya bergerak relatif antara sumber dan pengamat saja yang berarti. Karena itu efek Doppler untuk cahaya berbeda dengan efek Doppler untuk bunyi.

Penganalisaan efek Doppler terhadap cahaya dapat dimisalkan sumber cahaya bergetar f_0 (f_0 frekuensi sumber cahaya) kali perdetik, maka interval waktu satu getaran disebut dengan p_0 (periode pribadi sumber cahaya). Untuk mencari hubungan frekuensi cahaya yang diamati pengamat dengan frekuensi sumber cahaya dapat diuraikan sebagai berikut.

3.3.1. Pengamat Bergerak Arah Tegak Lurus Sumber Cahaya

Sudah dimisalkan bahwa frekuensi pribadi sumber cahaya f_0 dan waktu priode pribadinya $p_0 = 1/f_0$. Waktu priode atau waktu getar yang diukur dari kerangka inersia pengamat adalah p . Menurut teori relativitas hubungannya adalah;

$$p = \frac{p_0}{1 - (v^2/c^2)}$$

dan frekuensi yang teramati oleh pengamat adalah $f = 1/p$, maka didapatkan;

$$f = f_0 \left(1 - (v^2/c^2) \right) \dots\dots (3 - 4)$$

Dari persamaan (3 - 4) nampak bahwa frekuensi yang diamati pengamat lebih kecil dari frekuensi sumber cahaya.

3.3.2. Pengamat Bergerak Menjauhi Sumber Cahaya

Karena pengamat bergerak menjauhi sumber cahaya, maka dalam waktu getaran pengamat menempuh jarak sejauh pv , dan ini memerlukan waktu (pv/c) , sehingga priode getaran yang diamati pengamat adalah $P = p + (pv/c)$. Bila dimasukkan harga

$$p = \frac{p_0}{1 - (v^2/c^2)},$$

maka akan didapatkan;

$$P = p + (pv/c) = \frac{p_0}{1 - (v^2/c^2)} + \frac{p_0(v/c)}{1 - (v^2/c^2)}$$

$$P = p_0 \frac{1 + (v/c)}{1 - (v^2/c^2)} = p_0 \frac{1 + (v/c)}{1 - (v/c)}$$

Dimasukkan harga $P = (1/f)$ dan $p_0 = (1/f_0)$, kemudian dida -
patkan;

$$f = f_0 \frac{1 - (v/c)}{1 + (v/c)} \dots\dots\dots (3 - 5)$$

Ternyata frekuensi yang diamati pengamat lebih rendah dari frekuensi sumber cahaya (f_0). Untuk cahaya tidak terdapat perbedaan apakah pengamat menjauhi sumber atau sumbernya menjauhi pengamat.

3.3.3. Pengamat Bergerak Mendekati Sumber Cahaya.

Dalam waktu satu priode (p) pengamat menempuh jarak sejauh pv mendekati sumber cahaya. Jadi waktu yang diamati pengamat antara dua getaran yang datang padanya adalah;

$$P = p - (pv/c)$$

atau ;

$$P = \frac{p_0}{1 - (v^2/c^2)} - \frac{p_0(v/c)}{1 - (v^2/c^2)} = p_0 \frac{1 - (v/c)}{1 - (v^2/c^2)}$$

$$P = p_0 \frac{1 - (v/c)}{1 + (v/c)}$$

atau dalam hubungan f ;

$$f = f_0 \frac{1 + (v/c)}{1 - (v/c)} \dots\dots\dots (3 - 6)$$

Persamaan (3 - 6) memperlihatkan bahwa frekuensi yang dia -
mati pengamat yang bergerak dengan kelajuan v menuju sumber lebih besar dari frekuensi sumber cahaya tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- A. Baiquni. Fisika Modern, Badan Tenaga Atom Nasional, Jakarta 1978.
- Arthur Beiser. Concepts of Modern Physics, McGraw-Hill, Inc 1981.
- Constant. F.W. Theoretical Physics, Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc 1958.
- G. Leib. Physics, Mir Publisher 1980.
- John David Jackson. Classical Electrodynamics. John Wiley and Sons, 1975
- Marcelo Alonso and Edward J Finn. Fundamental University Physics Volume I. Massachusetts Addison-Wesley Publishing Company, Inc 1978