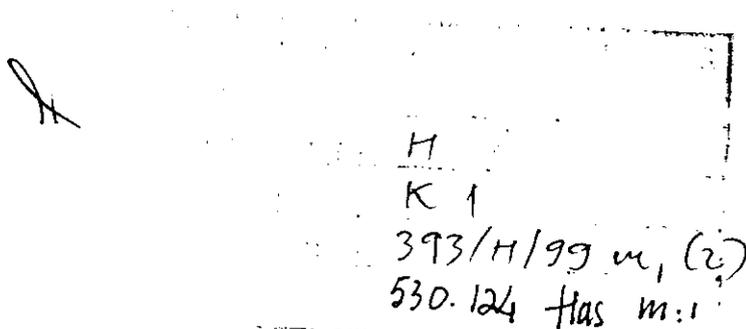


MODULASI GELOMBANG

OLEH :

DRS. AMRAN HASRA



JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
PADANG
1999

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis aturkan kehadiran Allah Yang Maha Kuasa, yang mana atas berkat rahmat dan karuniaNya peulisan buku ini dapat diselesaikan seperti apa adanya. Buku yang diberi judul “MODULASI GELOMBANG” ini, ditulis untuk memenuhi kebutuhan buku-buku pelajaran di sekolah dan perguruan tinggi.

Dalam buku ini dibahas tentang pengertian modulasi dan berbagai jenis teknik modulasi yang digunakan dalam sistem komunikasi.

Penulis sangat menyadari bahwa masih banyak kekurangan-kekurangan dalam buku ini, untuk itu penulis mengharapkan banyak saran dan petunjuk serta kritik sehat dari pembaca demi penyempurnaannya.

Akhirnya penulis mengucapkan banyak teimakasih kepada semua pihak yang telah banyak berjasa dalam mempersiapkan buku ini.

Padang, April 1998

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI	ii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1. Pengertian Modulasi Gelombang.....	1
1.2. Jenis Modulasi Gelombang.....	2
BAB II MODULASI LINEAR.....	4
2.1. Modulasi Double Side Band (DSB).....	4
2.1.1. Perumusan Modulasi DSB Dalam Kawasan Waktu dan Kawasan Frekuensi.....	4
2.1.2. Lebar Pita Transmisi Dan Daya Transmini DSB.....	8
2.1.3. Demodulasi DSB.....	9
2.2. Modulasi Amplitude (AM).....	13
2.2.1. Spektrum Frekuensi Sinyal AM.....	13
2.2.2. Lebar Pita Transmisi dan Efisiensi Transmini AM....	17
2.2.3. Demodulasi AM.....	19
2.3. Modulasi SSB dan VSB.....	25
2.3.1. Modulasi SSB (Single Side Band).....	25
2.3.2. Modulasi VSB (Vestigial Side Band).....	26
BAB III MODULASI SUDUT.....	28
3.1. Modulasi Phase (PM).....	31
3.2. Modulasi Frekuensi (FM).....	32

3.2.1.	Analisis Modulasi FM Nada Tunggal	33
3.2.2.	Daya dan Lebar Pita Transmisi	39
3.2.3.	Demodulasi FM.....	43
BAB IV	MODULASI PULSA	48
4.1.	Modulasi Amplitude Pulsa (PAM).....	48
4.2.	Modulasi Lebar Pulsa (PLM).....	52
4.3.	Modulasi Posisi Pulsa (PPM).....	53
BAB V	MODULASI DIGITAL.....	55
5.1.	Modulasi Kode Pulsa (PCM).....	55
5.2.	Modulasi Delta (DM).....	57
5.3.	Modulasi Dalam Pemancaran Televisi.....	59

DAFTAR PUSTAKA

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Pengertian Modulasi

Modulasi gelombang pada dasarnya adalah proses yang mengubah karakteristik tertentu dari suatu gelombang menurut pola variasi gelombang yang lain. Melalui proses ini, karakteristik gelombang kedua dapat ditumpangkan pada gelombang pertama, dan kemudian dipisahkan kembali bilamana perlu. Dalam teknik komunikasi, gelombang atau sinyal informasi yang disebut sinyal pita dasar (baseband) pada umumnya dikirimkan kepada sasaran yang berjarak jauh dengan memodulasikan terhadap suatu gelombang pembawa (carrier wave) yang berfrekuensi dan berdaya relatif tinggi. Dalam hal ini, sinyal pita dasar tersebut dikenal sebagai gelombang modulasi.

Pengubahan sinyal informasi secara sistematis ditujukan untuk mengubah sinyal informasi dalam bentuk osilasi listrik ke band frekuensi yang lebih tinggi agar lebih mudah dipancarkan. Sedangkan gelombang pembawa yang digunakan untuk membawa sinyal informasi dibangkitkan oleh suatu rangkaian osilator (pemancar). Dalam proses modulasi gelombang ternyata sinyal informasi banyak dipengaruhi oleh : Amplitudo, frekuensi dan fase.

Keuntungan utama yang diperoleh dari teknik modulasi dalam sistem komunikasi adalah antara lain :

1. Memungkinkan pengiriman sinyal berdaya lemah dengan memboncengkan pada gelombang pembawa yang berdaya tinggi (dapat diatur).
2. Reduksi ukuran antena karena pengiriman sinyal dilaksanakan melalui gelombang pembawa yang memiliki frekuensi tinggi (λ pendek).
3. Memungkinkan pergeseran frekuensi sinyal kepada daerah frekuensi yang lebih mudah diolah oleh peralatan tersedia.
4. Memungkinkan pengaturan dan alokasi daerah frekuensi yang terpisah bagi penyaluran sejumlah sinyal secara serempak melalui medium sama.

Selain itu teknik modulasi juga bermanfaat dalam *pengukuran atau eksperimen ilmiah*. Kegunaannya terutama adalah :

1. Peningkatan perbandingan S/N (signal to noise ratio) baik dengan menghindari daerah frekuensi yang berbising (noisy) atau dengan memberi sensitivitas lebih tinggi kepada sistem deteksi yang bersangkutan (misalnya dengan menggunakan “chopper” dan modus deteksi sinkron).
2. Memungkinkan konversi domain kawasan data, misalnya antara tegangan listrik dan frekuensi, atau antara data analog dan data digital.

1.2. Jenis Modulasi Gelombang

Teknik modulasi pada dasarnya dapat dibagi dalam kelompok *teknik analog* dan *teknik digital*. Dalam kelompok analog masih dapat dibedakan beberapa cara yang berlainan seperti diikhtisarkan dibawah ini.

1. Gelombang pembawa berupa *gelombang kontinu* (continuous wave atau CW) atau gelombang harmonis murni, dibedakan atas :
 - a. Modulasi linear, terdiri atas :
 - Modulasi Double Side Band (DSB)
 - Modulasi Amplitudo (AM)
 - Modulasi Single Side Band (SSB)
 - Modulasi Vestigial Side Band (VSB)
 - b. Modulasi sudut, terdiri atas :
 - Modulasi Frekuensi (FM)
 - Modulasi Phase (PM)
2. Gelombang pembawa berupa *pulsa*, terdiri atas :
 - a. Modulasi amplitudo pulsa (PAM)
 - b. Modulasi lebar pulsa (PDM)
 - c. Modulasi posisi pulsa (PPM)

Dalam modulasi kelompok *digital*, perubahan karakteristik gelombang pembawa berbentuk pulsa diolah secara diskret. Beberapa teknik yang lazim digunakan dalam komunikasi digital adalah modulasi kode pulsa (PCM), modulasi kode pulsa diferensial (DPCM) dan modulasi delta (DM).

BAB II

MODULASI LINEAR

2.1. Modulasi Double Side Band (DSB).

Bila suatu gelombang informasi yang akan dikirim dimodulasikan dengan suatu gelombang pembawa, dimana gelombang termodulasi yang diperoleh memiliki tiga komponen frekuensi yaitu satu gelombang pembawa dan dua frekuensi sisi (Side Band) yang terdiri dari frekuensi gelombang pembawa ditambah frekuensi gelombang informasi dan frekuensi gelombang pembawa dikurangi frekuensi gelombang informasi. Berarti gelombang termodulasi terdiri dari gelombang pembawa yang disertai dua frekuensi sisi (Double Side Band).

2.1.1. Perumusan Modulasi DSB Dalam Kawasan Waktu dan Kawasan Frekuensi.

Gelombang pembawa pada umumnya berbentuk gelombang sinusoidal, dan untuk perumusan selanjutnya cukup ditinjau bagian yang bervariasi terhadap waktu (osilasi lokal) seperti persamaan dibawah ini :

$$\psi_c(t) = \psi_c \cos(\omega_c t) \quad (2.1)$$

Andaikan gelombang modulasi berbentuk :

$$\psi_m(t) = \psi_m \cos(\omega_m t) \quad (2.2)$$

Maka hasil modulasi amplitude $\psi(t)$ terhadap $\psi_m(t)$ dalam kawasan t menurut M.O. Tjia (1994,86) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\psi(t) = \psi_c(t) \cdot \psi_m(t) \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \psi_c \psi_m(t) \cos(\omega_c t) \\ &= \psi_c \psi_m \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t) \\ \psi(t) &= \frac{1}{2} \psi_c \psi_m [\cos(\omega_c - \omega_m)t + \cos(\omega_c + \omega_m)t] \quad (2.4) \end{aligned}$$

Operasi “perkalian” ini dikenal dengan sebutan “mixing” atau “heterodyning”, dan hasilnya berupa dua komponen gelombang (sidebands) masing-masing berfrekuensi $\omega_c \pm \omega_m$.

Representasi kawasan *frekuensi* untuk masing-masing gelombang diatas langsung diperoleh dengan transformasi Fourier dan hasilnya adalah :

$$g_c(\omega) = \pi \psi_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] = \frac{1}{2} \omega_c [\delta(\nu - \nu_c) + \delta(\nu + \nu_c)] \quad (2.5)$$

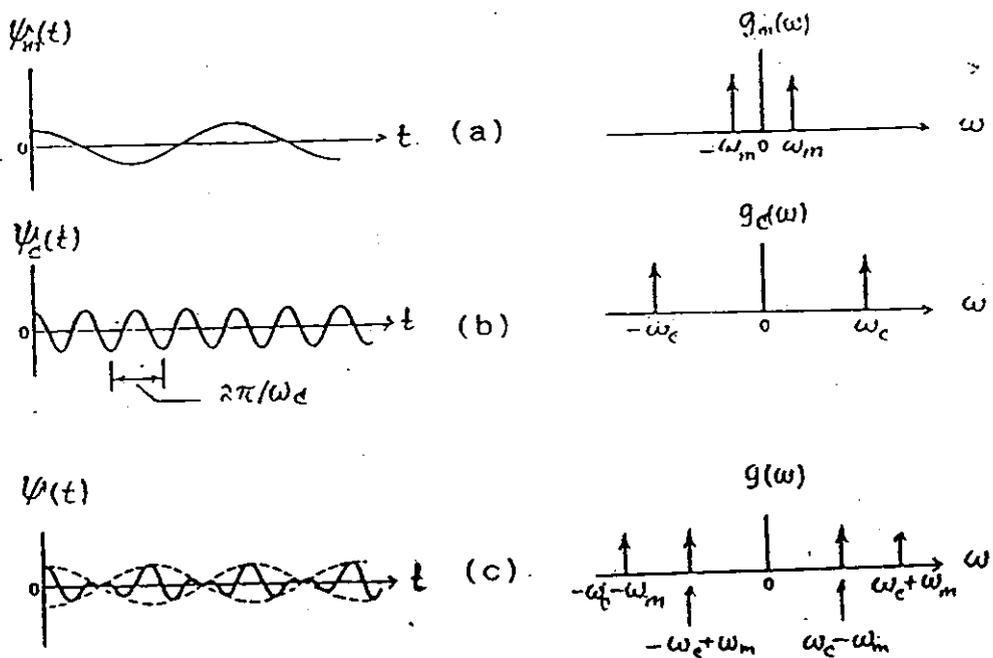
$$g_m(\omega) = \pi \psi_m [\delta(\omega - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_m)] = \frac{1}{2} \psi_m [\delta(\nu - \nu_m) + \delta(\nu + \nu_m)] \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{\pi}{2} \psi_c \psi_m [\delta(\omega - \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega - \omega_c + \omega_m)] \\ &+ [\delta(\omega + \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + \omega_m)] \quad (2.7) \end{aligned}$$

Atau dalam notasi lebih umum,

$$g(\omega) = \frac{1}{2} \psi_c [g_m(\omega - \omega_c) + g_m(\omega + \omega_c)] \quad (2.8)$$

Uraian ini menunjukkan secara lebih eksplisit, akibat modulasi merupakan translasi frekuensi gelombang modulasi sejauh $\pm \omega_c$ dari ω_m menjadi $\omega_c \pm \omega_m$. Efek modulasi DSB dalam kawasan waktu dan kawasan frekuensi sebagaimana diuraikan di atas diperlihatkan pula dalam gambar 2.1. berikut ini.



Gambar 2.1. Ilustrasi hasil modulasi DSB dalam kawasan t dan dalam kawasan ω . (a) gelombang modulasi, (b) gelombang (M.O.Tjia, 1994, 88).

Dalam kasus yang lebih realistis, $\psi_c \psi_m(t) \cos(\omega_c t)$ tidak bersifat monokromatis dan hasil modulasi hanya dapat dituliskan secara umum dalam bentuk pers (2.3) :

$$\psi(t) = \psi_c \psi_m(t) \cos(\omega_c t)$$

Namun dengan diketahui spektrum gelombang modulasi $g_m(\omega)$ sehingga yang memenuhi hubungan transformasi Faurier (TF) :

$$\psi_m(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_m(\omega') e^{i\omega' t} d\omega' \quad (2.9)$$

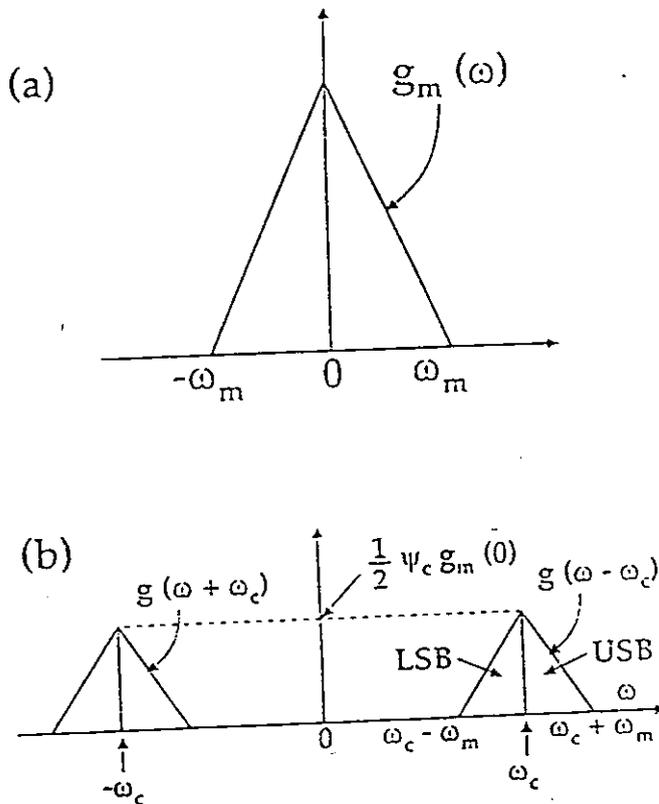
maka spektrum gelombang DSB $\psi(t)$ dapat ditentukan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{1}{2} \psi_c \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' g_m(\omega') \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{-i(\omega' - \omega_c - \omega)t} + e^{-i(\omega' + \omega_c - \omega)t} \right] dt \\ &= \frac{1}{2} \psi_c [g_m(\omega - \omega_c) + g_m(\omega + \omega_c)] \end{aligned} \quad (2.10)$$

sesuai dengan bentuk pers (2.8). Dengan demikian kita dapat menuliskan hubungan T.F. umum sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \psi_c \psi_m(t) \cos(\omega_c t) \longleftrightarrow \\ g(\omega) &= \frac{1}{2} \psi_c [g_m(\omega - \omega_c) + g_m(\omega + \omega_c)] \\ \text{bila } \psi_m(t) &\longleftrightarrow g_m(\omega) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Jelas terlihat secara umum dari uraian-uraian diatas bahwa akibat modulasi itu berupa translasi daerah frekuensi pada gelombang modulasi sejauh $\pm \omega_c$ dan memperlebar pita menjadi 2 kali namun mereduksi amplitude dengan faktor $\frac{1}{2}$, seperti ditunjukkan dalam gambar 2.2. Pelebaran pita tersebut berhubungan dengan munculnya komponen pita pada kedua sisi ω_c yang disebut pita sisi atas (upper side band, disingkat USB) dan pita sisi bawah (lower side band, disingkat LSB).



Gambar 2.2. Ilustrasi akibat modulasi DSB dalam kawasan frekuensi.
 (a) Spektrum sinyal dan (b) Spektrum gelombang DSB.
 (M.O. Tjia, 1994,89)

2.1.2. Lebar Pita Transmisi dan Daya Transmisi DSB

Lebar pita (bandwidth) transmisi B untuk gelombang DSB (jelas dari gambar 2.2) yaitu sama dengan *dua kali lebar pita* gelombang modulasi ω . Jadi persamaan lebar pita transmisi adalah :

$$B = 2 \omega_m \quad (2.12)$$

Atau $B = 2 \nu_m$ dalam hertz.

Daya rata-rata yang diteruskan berbanding lurus dengan :

$$N = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\psi(t)]^2 dt \quad (2.13)$$

substitusi pers (2.3) untuk $\psi(t)$ di atas menghasilkan :

$$\begin{aligned} N &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_c^2 \psi_m^2(t) \cos^2(\omega_c t) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{\psi_c^2}{2} \left[\int_{-T/2}^{T/2} \psi_m^2(t) dt + \int_{-T/2}^{T/2} \psi_m^2 \cos(2\omega_c t) dt \right] \end{aligned}$$

Untuk $\omega_c \gg \omega_m$, dan $\omega_m =$ frekuensi maksimum gelombang modulasi, maka

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_m^2(t) \cos(2\omega_c t) dt = 0$$

Dengan demikian, daya transmisi rata-rata gelombang termulasi DSB adalah :

$$N = N_c N_m \quad (2.14)$$

Dengan ketentuan, dimana :

$$N_c = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_c^2 \cos^2(\omega_c t) dt = \frac{1}{2} \psi_c^2 \quad (2.14a)$$

$$N_m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_m^2(t) dt \quad (2.14b)$$

2.1.3. Demodulasi DSB

Pada prinsipnya, demodulasi adalah merupakan operasi pemisahan gelombang termulasi untuk memperoleh kembali

sinyal informasi $\psi_m(t)$ dari $\psi(t)$. operasi ini dapat dilaksanakan dalam dua tahap sebagai berikut .

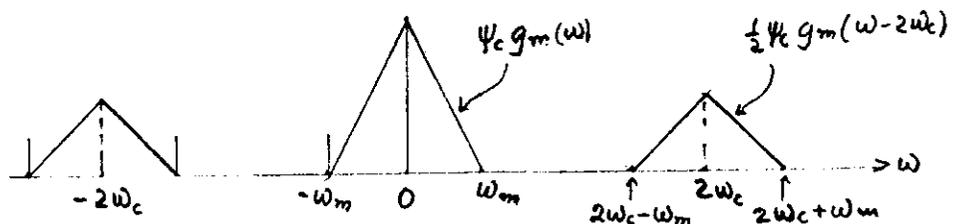
1. *Multiplikasi* dengan osilator lokal yang sinkron dengan gelombang pembawa, yaitu $2 \cos (\omega_c t)$. hasil operasi ini diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\psi(t) &= \psi(t) 2 \cos (\omega_c t) \\ &= \psi_c \psi_m(t) 2 \cos^2 (\omega_c t) \\ &= \psi_c \psi_m(t) + \psi_c \psi_m(t) \cos (2\omega_c t)\end{aligned}$$

jika spektrum $\psi_m(t)$ adalah $g_m(\omega)$, maka dengan persamaan (2.3) spektrum $\psi(t)$ diungkapkan oleh :

$$g'(\omega) = \psi_c g_m(\omega) + \frac{1}{2} \psi_c [g_m(\omega - 2\omega_c) + g_m(\omega + 2\omega_c)]$$

seperti ditunjukkan oleh gambar 2.3 jelas dari gambar ini bahwa operasi “mixing” menghasilkan komponen pita dasar yang terpisah dari komponen lainnya.



Gambar 2.3. Pemisahan komponen sinyal dari komponen lain melalui operasi “mixing” dengan osilator lokal.

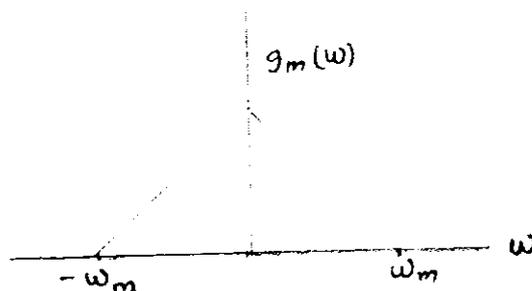
2. *Operasi penapisan*. Mengingat bahwa $\omega_m \ll \omega_c$, maka dalam hal ini jelas berlaku hubungan :

$$\omega_m \ll 2 \omega_c - \omega_m$$

perlu disadari bahwa pengadaan *osilator lokal* yang *sinkron* dengan gelombang pembawa memerlukan teknik pelaksanaan yang cukup sulit. Masalah ini dapat diatasi dalam metoda modulasi Amplitudo (AM).

Contoh soal

Sinyal pita dasar $\psi_m(t)$ mempunyai distribusi spektral seperti yang ditunjukkan dalam gambar dengan batas frekuensi $\omega = \pm \omega_m$, $\omega_m = 1$ KHz.



Gelombang ini disalurkan dengan modulasi DSB dan gelombang pembawa $\psi_c(t) = \psi_c \cos(\omega_c t)$, dengan $\omega_c = 100$ KHz.

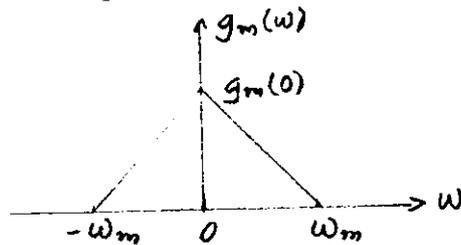
- Tentukan spektrum frekuensi gelombang DSB yang terjadi !
- Jika untuk demodulasi digunakan detektor lokal yang sinkron dengan gelombang pembawa, tentukan spektrum frekuensi gelombang yang dihasilkan oleh detektor tersebut !
- Berapa frekuensi maksimum $\psi_m(t)$ yang diperbolehkan agar sinyal $\psi_m(t)$ dapat terpisah dengan baik dalam proses demodulasi tersebut?

Penyelesaian

a. Gelombang pembawa, $\psi_c(t) = \psi_c \cos(\omega_c t)$

$$\omega_c = 100 \text{ KHz} = 100 \times 10^3 \text{ Hz}$$

distribusi spektral sinyal pita dasar $g_m(\omega)$



$$\omega_m = 1 \text{ KHz} = 1 \times 10^3 \text{ Hz}$$

hasil modulasi DSB

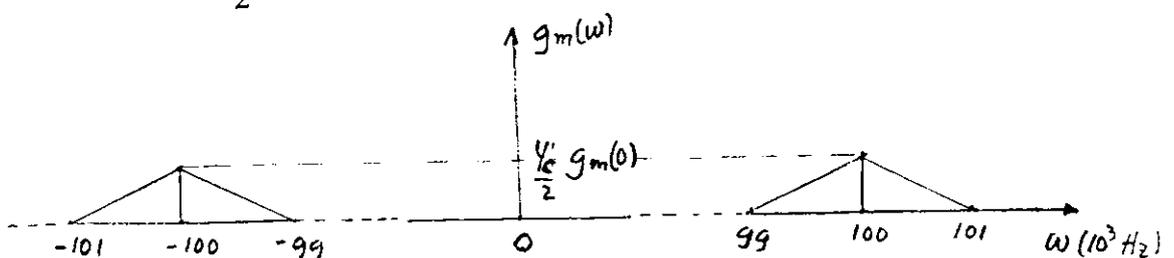
$$\psi(t) = \psi_c \psi_m(t) \cos(\omega_c t)$$

dengan :

$$\psi_m(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_m(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

spektrum frekuensi gelombang DSB

$$\begin{aligned} g_m &= \psi_c \int_{-\infty}^{\infty} \psi_m(t) \cos(\omega_c t) e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{\psi_c}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_m(\omega') \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{-i(\omega - \omega' - \omega_c)t} + e^{-i(\omega - \omega' + \omega_c)t} \right] dt \right\} d\omega' \\ &= \frac{1}{2} \psi_c (g_c [g_m(\omega - \omega_c) + g_m(\omega + \omega_c)]) \end{aligned}$$



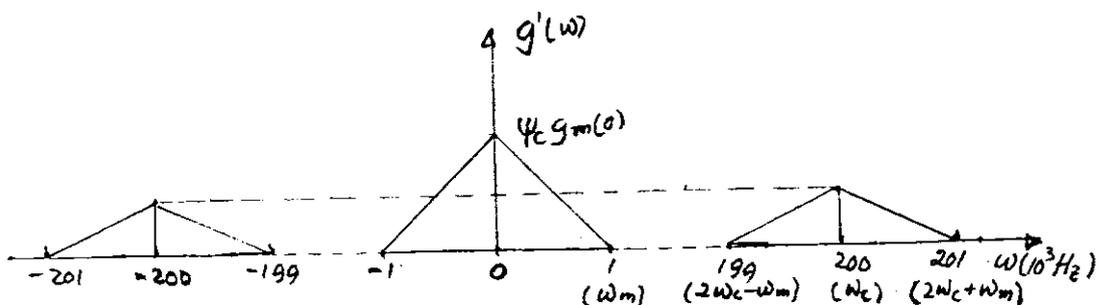
- b. Demodulasi dengan detektor lokal yang sinkron $2 \cos(\omega_c t)$.

Hasil demodulasi.

$$\begin{aligned}\psi'(t) &= \psi(t) \cdot 2 \cos(\omega_c t) \\ &= 2\psi_c \psi_m(t) \cos^2(\omega_c t) \\ &= \psi_c \psi_m(t) [1 + \cos(2\omega_c t)] \\ &= \psi_c \psi_m(t) + \psi_c \psi_m(t) \cos(2\omega_c t)\end{aligned}$$

Spektrum frekuensi hasil demodulasi

$$g'(\omega) = \psi_c g_m(\omega) + \frac{1}{2} \psi_c [g_m(\omega - 2\omega_c) + g_m(\omega + 2\omega_c)]$$



Selanjutnya sinyal pita dasar $\psi_m(t)$ dapat diperoleh kembali

dengan menggunakan penapis (filter) lolos bawah.

- c. Agar sinyal $\psi_m(t)$ dapat dipisahkan dengan baik, haruslah frekuensi maksimumnya : $\omega_m \cong \omega_c$.

2.2. Modulasi Amplitudo (AM)

2.2.1. Spektrum Frekuensi Sinyal AM

Pada dasarnya sinyal Amplitudo Modulasi (AM) adalah sama dengan sinyal modulasi DSB ditambah dengan komponen gelombang

pembawanya. Dalam kawasan waktu t perumusan sinyal AM dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\psi(t) = \psi_c [1 + \psi_m(t)] \cos(\omega_c t) \quad (2.15)$$

(Mischa Schwartz, 1986; 256)

atau:

$$\psi(t) = A(t) \cos(\omega_c t) \quad (2.15a)$$

dengan faktor modulasi :

$$A(t) = \psi_c [1 + \psi_m(t)] \quad (2.15b)$$

Faktor ini mengungkapkan perubahan selubung amplitudute (envelope) gelombang AM yang terjadi. Untuk memudahkan proses demodulasi biasanya dapat dibuat ketentuan-ketentuan sebagai berikut :

$$|\psi_m(t)| < 1 \quad (2.16)$$

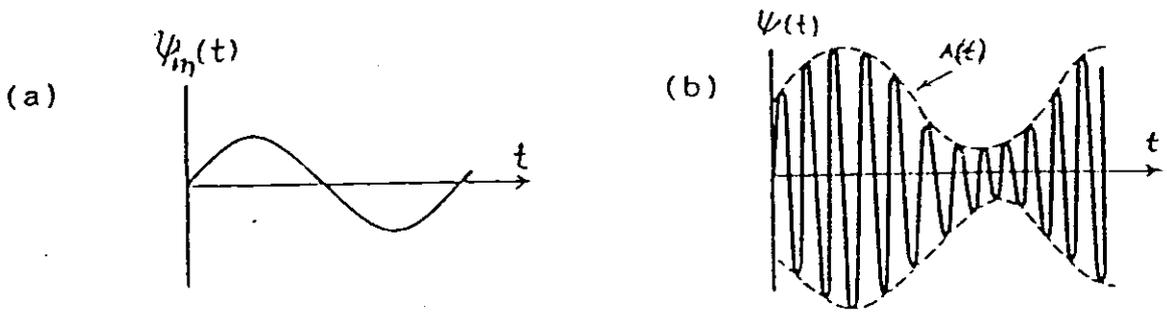
$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi(t) dt = 0 \quad (2.17)$$

Persamaan (2.17) menyatakan bahwa $\psi_m(t)$ tidak mengandung komponen sisir Dirac/DC (dirac Comb).

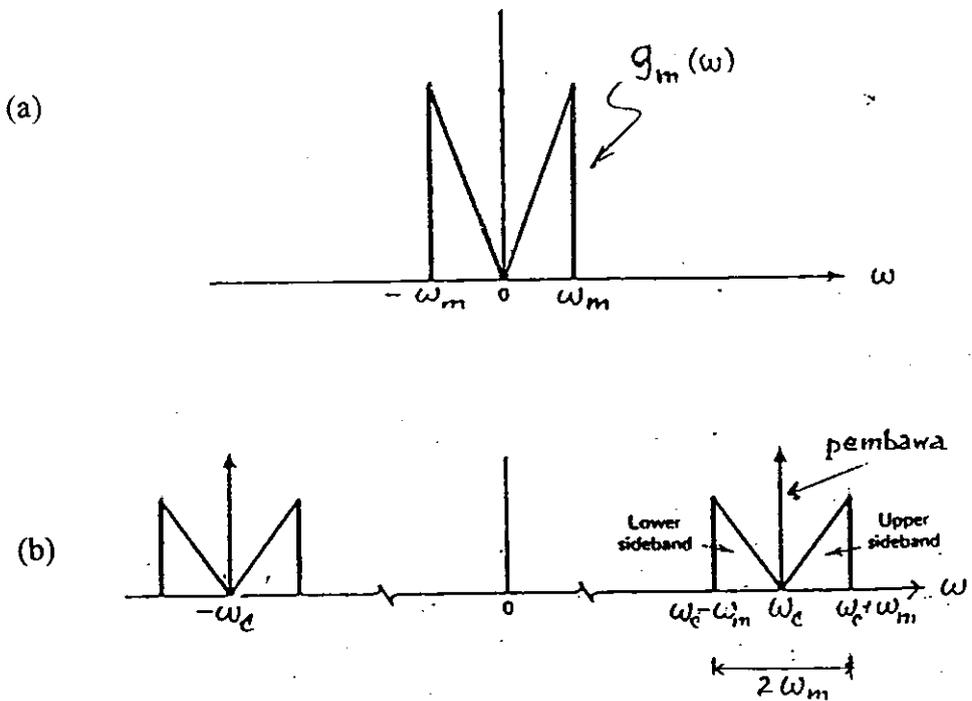
Dalam kawasan frekuensi persamaan (2.15) memiliki transformasi fourier :

$$g(\omega) = \frac{1}{2} \psi_c \{ 2\pi \delta(\omega - \omega_c) + 2\pi \delta(\omega + \omega_c) + g_m(\omega - \omega_c) + g_m(\omega + \omega_c) \} \quad (2.18)$$

Hasil amplitudute untuk kasus sinyal sinusoidal dan kasus lebih umum dapat diperjelas lebih lanjut seperti dalam gambar 2.4 dan 2.5.



Gambar 2.4. (a) sinyal sinusiodal $\psi_m(t)$ dan (b) hasil modulasi aM dalam domain t



gambar 2.5 (a) Spektrum sinyal $\psi_m(t)$ dan (b) spektrum gelombang AM yang bersangkutan.

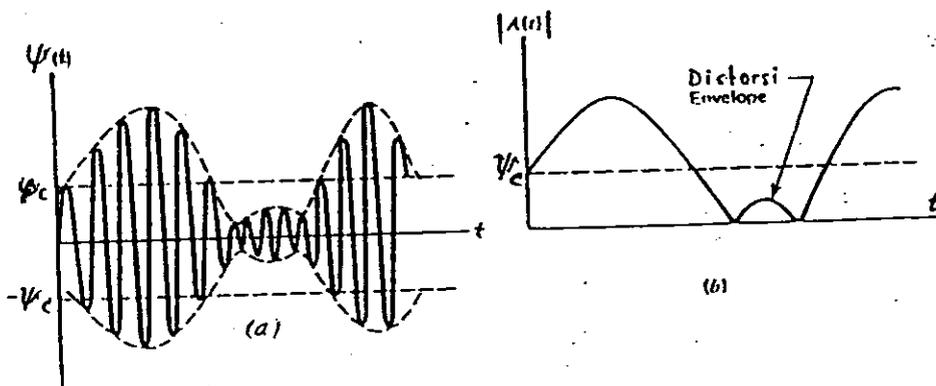
Perhatikan bahwa dengan persyaratan $|\psi_m(t)| < 1$, fungsi amplitude $A(t)$ untuk gelombang $\psi(t)$ tidak pernah memotong sumbu t . Untuk sinyal sinusoidal dapat dituliskan $\psi_m(t) = m \cos(\omega_m t)$ dengan m dikenal sebagai indeks modulasi. Menurut M.O Tjia (1994,84)

$$m = \frac{[A(t)]_{\max} - [A(t)]_{\min}}{[A(t)]_{\max} + [A(t)]_{\min}} \quad (2.19)$$

Dalam notasi ini, syarat-syarat tersebut menjadi

$$m < 1 \quad (2.20)$$

dalam hal $m > 1$, fungsi “envelope” $|A(t)|$ akan mengalami distorsi dan menyimpang dari bentuk $\psi_m(t)$ seperti diperlihatkan oleh gambar 2.6. dibawah ini.



Gambar 2.6. Distorsi bentuk $\psi(t)$ dalam kasus $m > 1$ akibat pembalikan fase (tanda) $A(t)$. (a) Bentuk fungsi $\psi(t)$, (b) bentuk “envelope” $|A(t)|$.

2.2.2. Lebar Pita Transmisi dan Efisiensi Transmisi AM

Pengertian lebar pita transmisi juga diungkapkan sebagai :

“The maximum frequency minus the minimum frequency is called the bandwidth :

$$\text{Bandwidth} = \Delta v = v(\text{max}) - v(\text{min}) = 2 v_{\text{mod}}(\text{max})$$

(Frank S. Crawford Jr, 1968,275)

Jelas dari gambar spektrum frekuensi $g(\omega)$ bahwa *lebar pita transmisi* dari sinyal AM sama dengan hasil modulasi DSB :

$$B=2\omega_m \quad (2.21)$$

Atau $B=2v_m$ jika dinyatakan dalam frekuensi (Hertz).

Selanjutnya daya rata-rata sinyal AM ditentukan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} N_T &= T \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_c^2 [1 + \psi_m(t)]^2 \cos^2(\omega_c t) dt \\ &= T \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\psi_c^2}{2} [1 + \psi_m^2(t) + 2\psi_m(t)] [1 + \cos(2\omega_c t)] dt \end{aligned}$$

(M.O. Tjia, 1994;84)

Mengingat bahwa untuk $\omega_c \gg \omega_m$ berlaku hubungan :

$$T \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_c^2 [1 + \psi_m(t) + 2\psi_m(t)] \cos(2\omega_c t) dt = 0$$

Dan menurut persamaan (2.17)

$$T \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_m(t) dt = 0$$

Maka

$$N_T = N_c + N_c N_m \quad (2.22)$$

Dalam sinyal AM, bagian gelombang pembawa tidak mengandung informasi dan oleh karenanya merupakan bagian yang “tidak berguna”. Sehubungan dengan ini dapat didefinisikan *efisiensi daya* transmisi.

$$e = \frac{N_c N_m}{N_c + N_c N_m} = \frac{N_m}{1 + N_m} \quad (2.23)$$

mengingat bahwa $|\psi_m(t)| \leq 1$, jelas $\epsilon \leq 50\%$ untuk gelombang AM. Khususnya untuk $\psi_m(t)$ sinusoidal dapat ditunjukkan bahwa $\epsilon \leq 33.3\%$.

Sebagai contoh akan ditinjau sebuah pemancar radio AM yang memancarkan gelombang sinyal dengan daya 10 Kw. Indeks modulasi sinyal AM tersebut sama dengan 0,707 dan sinyal baseband yang bersangkutan berupa gelombang sinusoidal. Berdasarkan data ini dapat ditentukan daya sinyal, efisiensi daya transmisi dan daya komponen pembawanya. Untuk tujuan ini kita tuliskan secara eksplisit gelombang AM tersebut sebagai berikut :

$$\psi(t) = \psi_c [1 + 0.707 \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t)]$$

dengan

$$\psi_m(t) = 0.707 \cos(\omega_m t)$$

$$N_T = 10 \text{ kw}$$

Daya sinyal pita dasar

$$\begin{aligned} N_m &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (0.707)^2 \cos^2(\omega_c t) dt \\ &= \frac{1}{2} (0.707)^2 \simeq 0,25 \end{aligned}$$

jadi $N_m = 0,25 \text{ kw}$

efisiensi daya yang bersangkutan sama dengan

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \left(\frac{N_m}{1 + N_m} \right) \times 100\% \\ &= \left(\frac{0,25}{1 + 0,25} \right) \times 100\% = 20\%\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.22) maka diperoleh hasil :

$$\begin{aligned}N_c &= N_T / (1 + N_m) \\ &= \frac{10 \text{ kw}}{1 + 0,25} \\ &= 8 \text{ kw}\end{aligned}$$

2.2.2. Demodulasi AM

Demodulasi AM merupakan proses pemisahan kembali sinyal pita dasar dari sinyal AM. Untuk demodulasi AM tidak dapat digunakan osilator lokal yang sinkron dengan gelombang pembawa seperti halnya demodulasi DSB. Ada dua cara yang lazim digunakan dalam proses demodulasi sinyal AM, yaitu :

1. Demodulasi Dengan Detektor Hukum Kuadrat (Square Law Detector)

Pada *tahap pertama* dilakukan deteksi dengan detektor "square law" yang memiliki hubungan antara masukan $\psi_i(t)$ dan keluaran $\psi_o(t)$ sebagai berikut :

$$\psi_o(t) = a_1 \psi_i(t) + a_2 \psi_i^2(t) \quad (2.24)$$

dalam hal ini, $\psi_I(t)$ diberikan oleh persamaan (2.15) :

$$\psi_I(t) = \psi_{AM}(t) = \psi_c [1 + \psi_m(t)] \cos(\omega_c t)$$

jadi hasil deteksi yang bersangkutan adalah :

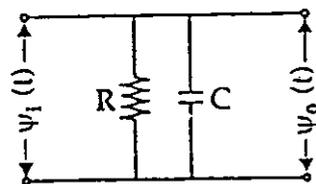
$$\begin{aligned} \psi_o(t) = & a_1 \psi_c [1 + \psi_m(t)] \cos(\omega_c t) \\ & + \frac{a_2}{2} \psi_c^2 [1 + 2\psi_m(t) + \psi_m^2(t)] [1 + \cos(2\omega_c t)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

sinyal informasi yang hendak diperoleh kembali adalah suku $a_2 \psi_c^2 \psi_m(t)$, yang berasal dari suku kuadratis diatas.

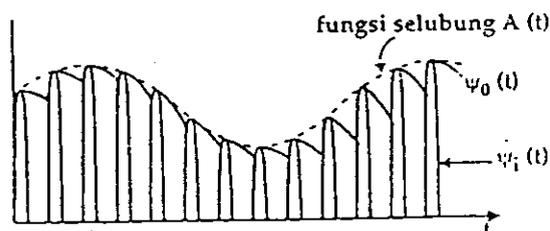
Pada *tahap kedua*, suku tersebut diatas dapat dipisahkan melalui tapis sederhana, asal dipenuhi syarat $|\psi_m(t)| \ll 1$.

2. Demodulasi dengan detektor "envelope"

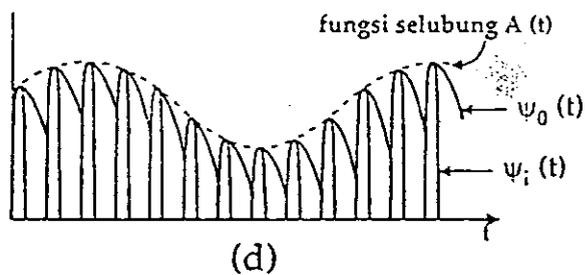
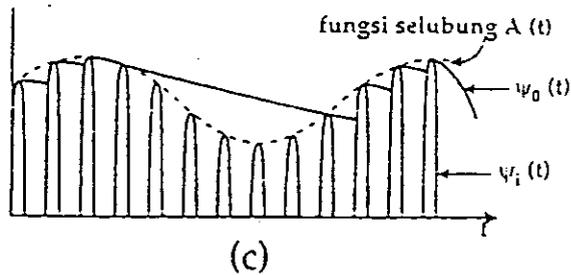
Cara ini terutama berguna secara umum untuk gelombang AM dengan *Pita sempit* (atau $\omega_c \gg \omega_m$) dan indeks modulasi yang kurang dari 100%. Rangkaian dasar dari detektor serta fungsinya diperlihatkan dalam gambar (2.7) berikut ini.



(a)



(b)



gambar 2.7. Ilustrasi cara demodulasi dengan detektor “selubung”. (a) Rangkaian dasar detektor, (b) proses demodulasi dengan pemilihan konstanta RC yang tepat, (c) kasus dengan RC yang terlampau besar (respons terlalu lambat) dan (d) kasus dengan RC terlampau kecil (respons terlalu cepat).

Perlu diingat bahwa pemilihan harga RC akan menentukan mutu demodulasi. Sebagai pedoman untuk kasus dengan $\omega_c \gg \omega_m$, harga RC tepat ditentukan oleh syarat :

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega_c} \ll RC \ll \frac{2\pi}{\omega_m} = T_m \quad (2.26)$$

Dalam keadaan operasi sempurna, hasil demodulasi dapat dinyatakan oleh rumus :

$$\psi_o(t) = k_o + k \psi_m(t), \quad (2.27)$$

sesuai dengan grafik (b) dalam gambar (2.7), perhatikan pula bahwa dalam proses demodulasi sinyal AM tidak diperlukan osilator lokal yang sinkron/kohern dengan gelombang pembawa. Keuntungan ini dibayar dengan kerugian dalam bentuk pengorbanan efisien transmisi.

Contoh soal

- a. Tunjukkan bahwa untuk gelombang AM

$$\psi(t) = \psi_c [1 + m \cos(\omega_m t) \cos(\omega_c t)]$$

Berlaku

$$m = \frac{[A(t)]_{maks} - [A(t)]_{min}}{[A(t)]_{maks} + [A(t)]_{min}}$$

Dengan

$$A(t) = \psi_c [1 + m \cos(\omega_m t)]$$

- b. Tunjukkan bahwa untuk gelombang AM dengan pita dasar sinusoidal, efisiensi daya yang dapat dicapai tidak dapat melebihi harga 33.3%!
- c. Jelaskan syarat yang harus dipenuhi konstanta RC dalam proses demodulasi dengan detektor “envelope” !
- d. Mengapa cara demodulasi ini tidak dapat diterapkan pada gelombang DSB?

Penyelesaian

- a. Gelombang AM

$$\psi(t) = \psi_c [1 + m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t)$$

$$\psi(t) = A(t) \cos(\omega_c t) \quad , \quad A(t) = \psi_c [1 + m \cos(\omega_m t)]$$

$$[A(t)]_{\text{maks}} = \psi_c(1+m) \quad , [A(t)]_{\text{min}} = \psi_c(1-m)$$

$$\frac{[A(t)]_{\text{maks}}}{[A(t)]_{\text{min}}} = \frac{1+m}{1-m} \quad [A(t)]_{\text{maks}}(1-m) = [A(t)]_{\text{min}}(1+m)$$

$$m = \frac{[A(t)]_{\text{maks}} - [A(t)]_{\text{min}}}{[A(t)]_{\text{maks}} + [A(t)]_{\text{min}}}$$

terbukti

b. Efisiensi daya modulasi AM

$$\varepsilon = \frac{N_m}{1 + N_m} \quad , N_m = \text{daya rata-rata sinyal pita dasar}$$

$$N_m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\psi_m(t)]^2 dt$$

untuk sinyal pita dasar sinusoidal, misal $\psi_m(t) = \psi_m \cos(\omega_m t)$

diperoleh.

$$N_m = \psi_m^2 \underbrace{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos^2(\omega_m t) dt}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \psi_m^2$$

Ingat bahwa untuk modulasi AM,

$$(|\psi_m(t)|)_{\text{maks}} \leq 1 \quad \xrightarrow{\text{berarti}} \quad (\psi_m)_{\text{maks}} \leq 1$$

Jadi

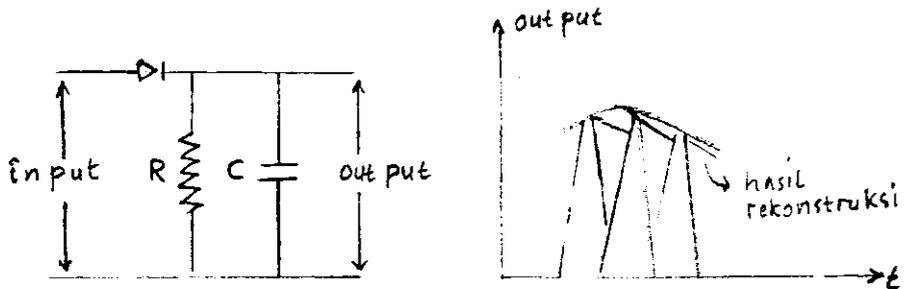
$$(N_m)_{\text{maks}} \leq \frac{1}{2}$$

Dan

$$\varepsilon_{\text{maks}} \leq \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\varepsilon_{\text{maks}} \leq 3,33\%}{\text{terbukti}}$$

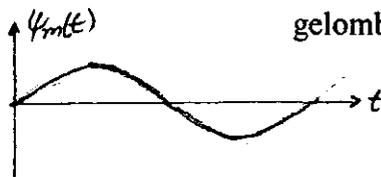
- c. proses demodulasi dengan detektor “Envelope” berguna untuk gelombang AM dengan pita sempit ($\omega_c \gg \omega_m$) dan indeks modulasi $< 100\%$.



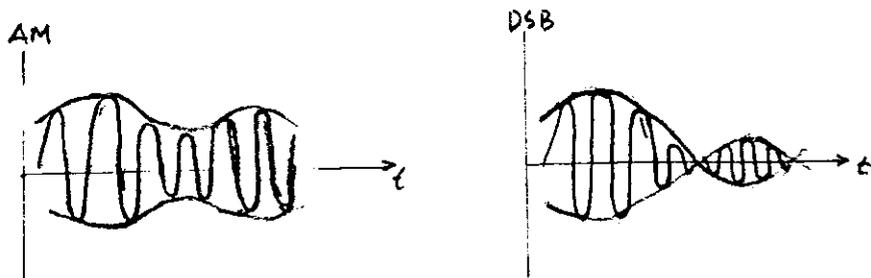
Rekonstruksi gelombang modulasi dapat dilakukan dengan baik jika :

- $RC \gg T_c$, $T_c =$ perioda gelombang pembawa
- $RC \ll (T_m)_{maks}$, $(T_m)_{maks} =$ perioda maksimum gelombang modulasi

$$(T_m)_{maks} = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \{ \text{frekuensi maksimum gelombang modulasi} \}$$



d.



- Hasil modulasi AM

Jika tidak terjadi overmodulasi/distorsi ($|\psi_m(t)| < 1$)

→ Pola “envelope” hasil modulasi = pola $\psi_m(t)$

- Hasil modulasi DSB

Meskipun $|\psi_m(t)| < 1$

→ Pola “envelope hasil modulasi \neq pola $\psi_m(t)$ ”

Karena itu, cara demodulasi dengan detektor “envelope” tidak dapat diterapkan pada gelombang DSB

2.3. Modulasi SSB dan VSB

2.3.1. Modulasi SSB (Single Side Band)

Pada prinsipnya modulasi Single side Band (SSB) adalah sama dengan modulasi Double Side Band (DSB), dalam modulasi SSB hanya salah satu sisi (LSB atau USB) yang diteruskan/ditransmisikan agar dapat menghemat pita transmisi. Cara ini biasanya digunakan untuk saluran komunikasi khusus, misalnya pada komunikasi radio CB (Citizen Band). Beberapa keuntungan dari modulasi SSB :

1. Untuk memancarkan sinyal modulasi SSB dibutuhkan tenaga yang lebih kecil.
2. Dengan lebar pita transmisi yang sempit dibandingkan sinyal DSB dan sinyal AM, maka pesawat penerima SSB dapat dibuat lebih selektif.

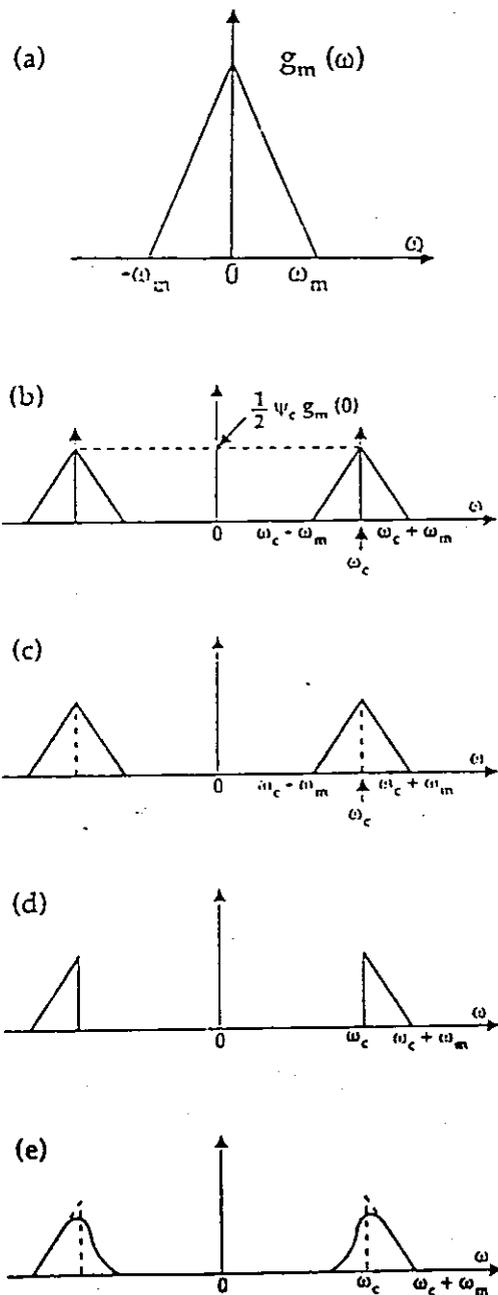
Kerugian yang terdapat pada sistem SSB lebih banyak ditujukan pada masalah teknis yang bersifat ekonomis karena pada pemancaran informasi dengan menggunakan sistem SSB, gelombang pembawa tidak dipancarkan. Sedangkan gelombang pembawa ini sangat diperlukan pada pesawat penerima guna

demodulasi untuk mendapatkan kembali informasi asli. Untuk itu harus dapat dibangkitkan kembali frekuensi gelombang pembawa yang dihapus atau di “suppressed” pada pemancar. Jika frekuensi yang dibangkitkan pada pesawat penerima tidak sama dengan yang dihapus pada pemancar akan menimbulkan cacat pada penerimaan. Dan bila perbedaan ini terlalu besar maka ada kemungkinan informasi yang diterima tidak bisa dimengerti sama sekali, untuk itu diperlukan kestabilan frekuensi baik pada pemancar maupun penerima. Jadi untuk menghasilkan rangkaian yang dapat membuat frekuensi yang stabil diperlukan perencanaan dan biaya yang mahal.

2.3.2. Modulasi VSB (Vestigial Side Band)

Pada hakekatnya modulasi VSB sama dengan SSB yang dipadu dengan sebagian kecil dari pita sisi lainnya. Cara ini digunakan dalam komunikasi televisi (TV), faximile dan komunikasi data kecepatan tinggi yang banyak sekali mengandung komponen frekuensi rendah dalam pita dasarnya.

Sebagai perbandingan dari keempat cara tersebut diperlihatkan oleh gambar 2.8 dalam kawasan ω .



gambar 2.8 (a) Spektrum pita dasar (b) Spektrum sinyal AM
 (c) Spektrum sinyal DSB (d) Spektrum sinyal SSB
 dan (e) Spektrum sinyal VSB.

BAB III

MODULASI SUDUT

Pada dasarnya teknik modulasi sudut merupakan proses perubahan *sudut fase* dari gelombang pembawa menurut pola perubahan gelombang modulasi. Oleh karena itu modulasi sudut bersifat *nonlinier*, dan tidak dapat diuraikan dengan prinsip superposisi. Ditinjau dari segi teknis, modulasi sudut lebih sulit dari pada modulasi linier dan memerlukan lebar pita transmisi yang lebih besar. Keuntungannya terutama terletak pada peningkatan mutu sinyal dengan memperbesar perbandingan sinyal dengan Noise (S/N).

A. Perumusan modulasi sudut dalam domain waktu dapat dijelaskan sebagai berikut :

Misalkan gelombang pembawa dinyatakan oleh fungsi :

$$\psi_c(t) = \psi_c \cos[\omega_c t + \varphi] \quad (3.1)$$

Maka modulasi sudut berarti mengubah konstanta φ menjadi fungsi $\varphi(t)$ sesuai dengan sifat gelombang modulasi yang bersangkutan. Untuk merumuskan hubungan antara $\varphi(t)$ dan sinyal modulasi kita tuliskan hasil modulasi dalam bentuk :

$$\psi_c(t) = \psi_c \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (3.2)$$

$$= \psi_c \cos[\theta(t)] \quad (3.3)$$

dengan :

$$\omega(t) = \omega_c t + \varphi(t) \quad (3.4)$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$$= \omega_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

$$\omega(t) = \omega_c = \omega'(t) \quad (3.5)$$

Deviasi frekuensi sudut ω' dan deviasi fasa $\varphi(t)$ diatas jelas memenuhi

hubungan :

$$\omega'(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (3.6)$$

Andaikan gelombang modulasi yang tinjau adalah $\psi_m(t)$, maka kita dapat membedakan dua macam modulasi sudut sebagai berikut :

1. *Modulasi Phase (PM)*

$$\varphi(t) = k_p \psi_m(t) \quad (3.7)$$

dengan $k_p =$ konstanta deviasi fasa ($\leq \pi$)

2. *Modulasi Frekuensi (FM)*

$$\omega'(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = k_f \psi_m(t) \quad (3.8)$$

$$\varphi(t) = k_f \int_{t_0}^t \psi_m(t') dt' + \varphi(t_0) \quad (3.9)$$

dengan $k_f =$ konstanta deviasi frekuensi. Dalam integral di atas, t_0 adalah titik awal yang dapat dipilih sama dnegan 0 atau ∞ , sesuai dengan asumsi $\varphi(0) = 0$ atau $\varphi(-) = 0$. Jadi, untuk pilihan pertama, persamaan (3.9) menjadi.

$$\varphi(t) = k_F \int_{t_0}^t \psi_m(t') dt' \quad (3.10)$$

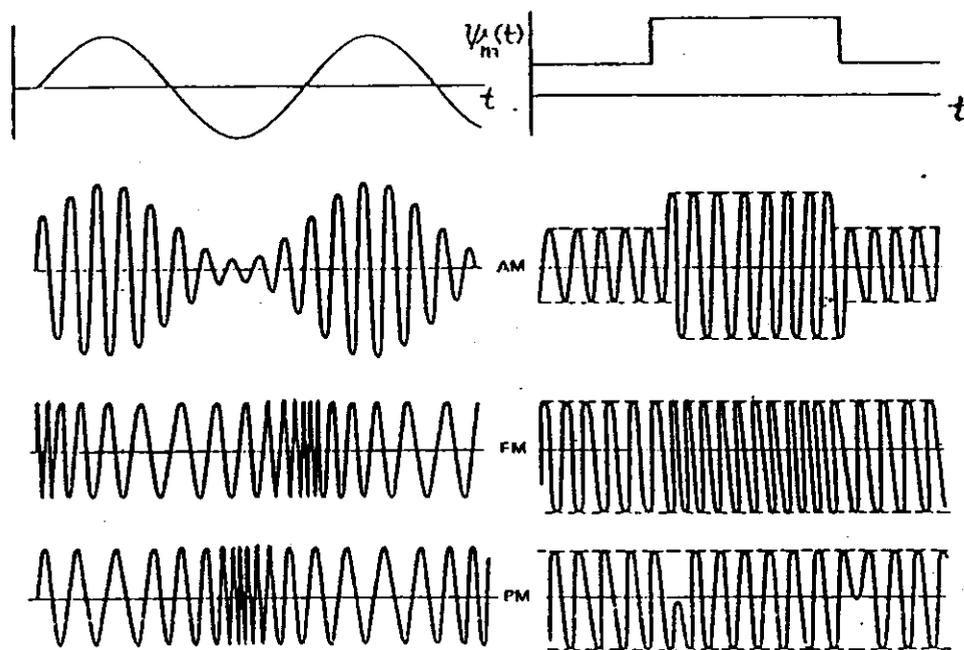
dengan demikian hasil modulasi sudut $\psi_c(t)$ oleh $\psi_m(t)$ adalah :

$$\psi_{PM}(t) = \psi_c \cos \left[\omega_c t + k_P \psi_m(t) \right] \quad (3.11)$$

$$\psi_{FM}(t) = \psi_c \cos \left[\omega_c t + k_F \int_0^t \psi_m(t') dt' \right] \quad (3.12)$$

(M.O. Tjia,1994,102)

perbandingan antara modulasi AM, PM, dan FM ditunjukkan dalam gambar (3.1) berikut ini.

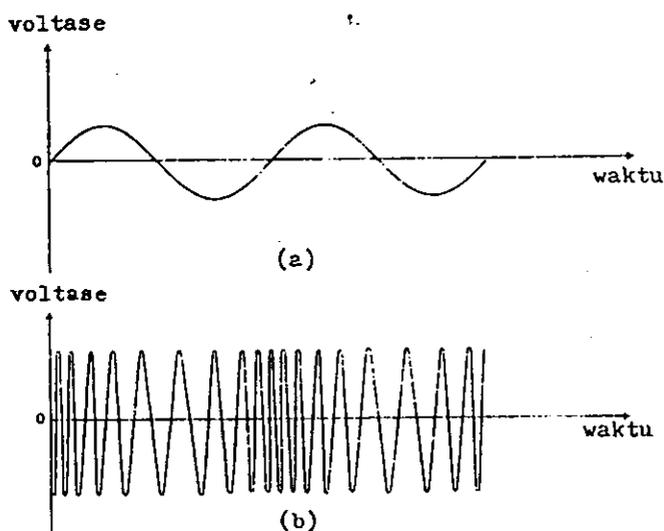


Gambar 3.1. Perbandingan hasil berbagai teknik modulasi untuk kasus gelombang sinyal yang (a) bersifat analog dan (b) berbentuk pulsa digital.

Mengingat bahwa bentuk $\psi_{AM}(t)$ dan $\psi_{PM}(t)$ cukup berdekatan itu, uraian selanjutnya akan dibatasi pada kasus $\psi_{PM}(t)$ yang memiliki kemampuan lebih besar dalam meningkatkan nisbah (rasio) S/N.

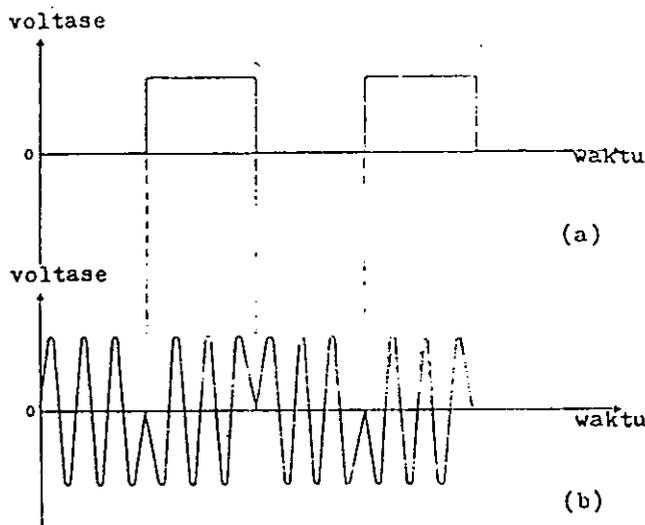
3.1. Modulasi Phase (PM)

Dalam banyak hal modulasi phase (PM) dan modulasi frekuensi (FM) mempunyai banyak kesamaan. Gambar (3.2) memperlihatkan bentuk modulasi phase dari suatu sinyal sinus soida. Ilustrasi ini dengan jelas memperlihatkan persamaan dan perbedaan antara modulasi frekuensi dengan modulasi phase, persamaannya terletak pada amplitudo, dimana amplitudo kedua macam modulasi ini adalah sama, pada modulasi frekuensi, saat sinyal audio pada tegangan positif frekuensi lebih rapat dari dari saat sinyal pada tegangan negatif. Untuk modulasi phase frekuensi yang rapat pada saat pergeseran dari phase negatif ke positif dan terjadi pembalikan phase, memang pada gambar (3.2) tidak kelihatan jelas karena sinyal informasi dalam bentuk sinus. Untuk memperjelas bentuk modulasi phase ini perhatikan gambar (3.3) yang menggunakan gelombang pulsa sebagai informasi.



Gambar. 3.2 (a) sinyal informasi yang berbentuk sinusoida. (b) Bentuk modulasi phase dari sinyal informasi

Terjadinya pertukaran phase oleh sinyal informasi dikatakan juga dengan istilah pembelokan phase (phase deviation). Banyaknya jumlah pembelokan phase untuk sinyal informasi yang diberikan dapat juga bervariasi dengan berubahnya sensitivitas dari modulasi.



Gambar. 3.3 (a) sinyal informasi dalam bentuk gelombang kotak. (b) Bentuk gelombang modulasi phase dari sinyal informasi yang berbentuk gelombang kotak.

3.2. Modulasi Frekuensi (FM)

Pada modulasi frekuensi amplitudo dari gelombang pembawa dibuat konstan. Tujuan utama dari operasi sistem ini adalah untuk mengatasi noise yang sering timbul dalam sistem modulasi amplitudo. Bila noise atau derau yang telah diterima serentak dengan gelombang modulasi amplitudo hal ini biasanya akan memberikan tambahan variasi pada amplitudo yang sebenarnya.

Berdasarkan perjanjian Internasional ditetapkan pula bahwa rentangan frekuensi yang boleh digunakan dalam teknik modulasi frekuensi berada pada daerah frekuensi antara 88-108 MHz. Dan juga ditetapkan nilai pembelokan frekuensi untuk siaran radio dengan sistem modulasi frekuensi sebesar 75

KHz. Sedangkan untuk siaran televisi yang menggunakan sistem modulasi frekuensi pada bagian suaranya ditetapkan pembelokkan frekuensi $f=25$ KHz.

3.2.1. Analisis Modulasi FM Nada Tunggal

Uraian spektrum gelombang FM untuk sinyal berbentuk umum memerlukan penanganan yang rumit berhubung dengan sifatnya yang nonlinier itu. Sebagai ilustrasi akan ditinjau kasus dengan sinyal informasi yang merupakan suatu *nada tunggal* (singler tone) atau sinusiodal murni seperti diungkapkan oleh persamaan (2.2)

$$\psi_m(t) = \psi_m \cos(\omega_m t)$$

Menurut rumus (3.10) :

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= k_F \int_0^t \psi_m(t') dt' = k_F \int_0^t \psi_m \cos(\omega_m t) dt \\ \varphi(t) &= \frac{k_F \psi_m}{\omega_m} \sin(\omega_m t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

dan menurut persamaan (3.8)

$$\begin{aligned} \omega'(t) &= k_F \psi_m \cos(\omega_m t) \\ &= \omega' \cos(\omega_m t) \end{aligned}$$

dengan

$$\omega' = k_F \psi_m = k_F [\psi_m(t)]_{maks} \quad (3.14)$$

Selanjutnya parameter yang disebut *indeks modulasi FM* didefinisikan sebagai perbandingan harga maksimum dari pembelokan frekuensi dengan frekuensi modulasi. Jadi rumus indeks modulasi FM :

$$\beta = \frac{k_f \psi_m}{\omega_m} = \frac{[\varphi(t)]_{maks}}{\omega_m} = \frac{\omega'}{\omega_m} \quad (3.15)$$

maka hasil modulasi FM untuk $\psi_m(t)$ bernada tunggal dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\psi(t) = \psi_c \cos[\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)] \quad (3.16)$$

Karakteristik spektral fungsi $\psi(t)$ dapat dipelajari dengan uraian deret Fourier. Untuk ini dituliskan persamaan (3.16) dalam bentuk :

$$\psi(t) = \psi_c \operatorname{Re} \left\{ e^{i[\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)]} \right\} \quad (3.17)$$

Mengingat fungsi eksponensial kompleks di atas bersifat periodik :

$$e^{i\beta \sin(\omega_m t)} = e^{i\beta \sin\left[\omega_m \left(t + \frac{2\pi}{\omega_m}\right)\right]}$$

Dengan periode, $T_m = 2\pi/\omega_m$, maka fungsi tersebut dapat diuraikan dalam deret Fourier sebagai berikut :

$$e^{i\beta \sin(\omega_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in \omega_m t} \quad (3.18)$$

(M.O Tjia, 1994, 104)

dengan

$$\begin{aligned}
 C_n &= \frac{1}{T_m} \int_{-T_m/2}^{T_m/2} e^{i\beta \sin(\omega_m t)} e^{-in \omega_m t} dt \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(\beta \sin \theta - n\theta)} d\theta,
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

dan

$$\theta = \omega_m t = \left(\frac{2\pi}{T_m} \right) t \tag{3.20}$$

Ternyata integral di atas merupakan fungsi Bessel jenis pertama order ke- n , yang bersifat *real*. Dengan kata lain.

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(\beta \sin \theta - n\theta)} d\theta = j_n(\beta) \tag{3.21}$$

Sehingga persamaan (3.18) menjadi

$$e^{i\beta \sin \omega_m t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\beta) e^{in\omega_m t} \tag{3.22}$$

(Mischa Schwartz, 1986; 289)

Disamping representasi integral di atas $J_n(\beta)$ dapat pula dinyatakan sebagai deret :

$$j_n(\beta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{\beta}{2} \right)^{n+2m}}{m!(n+m)!} \tag{3.23}$$

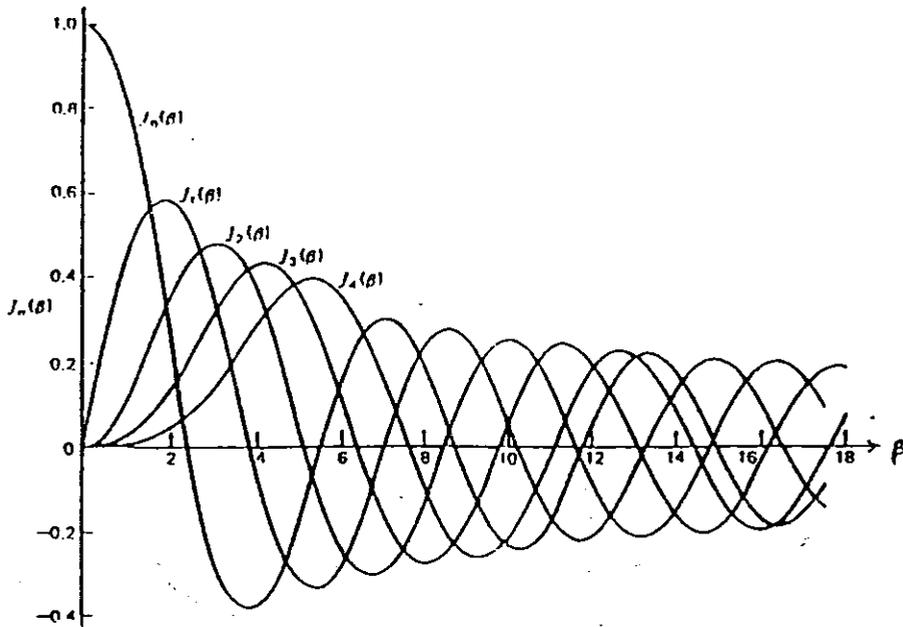
Yang memenuhi hubungan (untuk n bulat) :

$$j_{-n}(\beta) = (-1)^n j_n(\beta) \tag{3.24}$$

$$j_n(\beta) = (-1)^n j_n(\beta) \tag{3.25}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\beta) = 1 \quad (3.26)$$

karakteristik dari fungsi Bessel ditunjukkan dalam gambar (3.4)



Gambar 3.4. Ilustrasi pola pokok (osilasi dengan amplitude mengecil) beberapa fungsi Bessel jenis pertama (M.O. Tjia, 1994,106)

Perhatikan kembali ungkapan persamaan (3.17), dengan bantuan persamaan (3.22) ungkapan tersebut menjadi :

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \psi_c \operatorname{Re} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\beta) e^{i(n\omega_m t + \omega_c t)} \right) \\ &= \psi_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\beta) \cos[(\omega_c + n\omega_m)t] \end{aligned} \quad (3.27)$$

transformasi fourier dari persamaan ini menghasilkan sinyal gelombang FM sebagai berikut :

$$G(\nu) = \frac{\psi_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\beta) [\delta(\nu - \nu_c - n\nu_m) + \delta(\nu + \nu_c + n\nu_m)] \quad (3.28)$$

Berdasarkan ungkapan ini dapat disimpulkan bahwa :

- a. Sinyal FM dengan sinyal nada tunggal mengandung komponen pembawa dan komponen frekuensi sideband yang tak terhingga jumlahnya :

$$v = v_c + n v_m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.29)$$

- b. Amplitudo masing-masing komponen frekuensi bergantung pada β , yang selanjutnya bergantung pula pada karakteristik informasi ψ_m dari gelombang pembawa ψ_c (lihat tabel 3.1)
- c. Untuk kasus pita sempit (narrow band), $\beta \ll 1$, maka :

$$J_0(\beta) \simeq 1 \quad (3.30)$$

$$J_1(\beta) \simeq \beta/2 \quad (3.31)$$

$$J_n(\beta) \simeq 0, \quad n > 1 \quad (3.32)$$

Jadi, dalam kasus ini, spektrum frekuensi hanya mengandung komponen-komponen ω_c dan $\omega_c \pm \omega_m$ seperti halnya dengan gelombang AM, sesuai dengan sebutan kasus "narrow band". Dalam kasus pita lebar (wideband), $\beta \gg 1$, $\psi(t)$ jelas mengandung jumlah komponen "side band" yang cukup besar, dan oleh karenanya memiliki lebar pita yang besar namun tetap terbatas.

Tabel 3.1

Amplitude dari komponen-komponen frekuensi sisi (side band) dan gelombang pembawa pada frekuensi modulasi

Indek modulasi β	Gelombang pembawa $J_0(\beta)$	Frekuensi Sisi											
		$J_1(\beta)$	$J_2(\beta)$	$J_3(\beta)$	$J_4(\beta)$	$J_5(\beta)$	$J_6(\beta)$	$J_7(\beta)$	$J_8(\beta)$	$J_9(\beta)$	$J_{10}(\beta)$	$J_{11}(\beta)$	$J_{12}(\beta)$
0.25	0.98	0.12	0.01										
0.5	0.94	0.24	0.03										
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02									
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01								
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	0.01							
2.4	0	0.52	0.43	0.20	0.06								
3.0	-0.26	0.34	0.59	0.31	0.13	0.04	0.01						
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02					
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	0.01			
5.5	0	-0.34	-0.12	0.26	0.40	0.32	0.19	0.09	0.03	0.01			
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	0.01		
7.0	0.30	0	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	0.01	
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	0.01
8.65	0	0.27	0.06	-0.24	-0.23	0.03	0.26	0.34	0.28	0.18	0.10	0.05	0.02

(Fasrijal Yakub, 1984,35)

3.2.2. Daya dan Lebar Pita Transmisi

Lebar pita transmisi pada hakekatnya adalah rentangan frekuensi yang mengandung semua komponen “sideband” sinyal FM yang harus diteruskan untuk menjamin mutu sinyal yang diterima. Dengan kata lain, lebar pita transmisi sinyal FM dapat saja *terbatas* harganya, sekalipun seluruh selang frekuensi FM tak terhingga lebarnya. Berdasarkan hasil eksperimen, ternyata distorsi sinyal tidak berarti lagi jika paling sedikit 98% dari daya sinyal FM sudah terkandung di dalam pita transmisi.

Untuk menentukan pita transmisi tersebut dapat kita tinjau perbandingan antara daya N_n untuk pita transmisi dengan daya transmisi total N_T dimana n komponen pertama :

$$a_n = \frac{N_n}{N_T} \quad (3.33)$$

dengan

$$N_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \psi_n^2(t) dt \quad (3.34.)$$

$$\psi_n(t) = \psi_c \sum_{e=-n}^n J_e(\beta) \cos[(\omega_c + n\omega_m)t] \quad (3.35)$$

Berdasarkan persamaan (3.27), N_n dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$N_n = \frac{1}{2} \psi_c^2 \sum_{e=-n}^n J_e^2(\beta) \quad (3.36)$$

karena suku-suku silang dalam penjumlahan $\psi_n^2(t)$ menghasilkan harga rata-rata nol. Dan sejalan dengan itu dapat pula dituliskan untuk N_T :

$$N_{Tc} = \frac{1}{2} \psi_c \sum_{e=-\infty}^{\infty} J_e^2(\beta) \quad (3.37)$$

setelah digunakan *identitas* persamaan (3.26) yaitu :

$$\sum_{e=-\infty}^{\infty} J_e^2(\beta) = 1$$

maka solusi dari persamaan (3.37) sesuai dengan kenyataan bahwa *amplitude sinyal FM adalah konstan*. Dengan hasil-hasil tersebut kita dapatkan harga a_n menurut persamaan (3.34), diperoleh :

$$a_n = \sum_{e=-n}^n J_e^2(\beta) \quad (3.38)$$

secara numerik dapat ditunjukkan bahwa untuk sinyal FM dengan *modulasi nada tunggal*,

$$a_n \geq 0,98, \quad \text{untuk } n \geq \beta + 1 \quad (3.39)$$

Jadi lebar pita transmisi yang bersangkutan dapat dinyatakan oleh

$$B \simeq 2(\beta + 1) \omega_m = 2(\omega' + \omega_m) \quad (3.40)$$

Berarti $B \simeq 2 \omega_m$ hanya berlaku untuk kasus FM pita sempit (NBFM), yaitu $\beta \ll 1$. Sedangkan untuk sinyal FM lebih umum, indeks modulasi β tidak dapat didefinisikan, dan untuk B berlaku *kaidah Carson* :

$$B = 2(D + 1) \omega_m = 2(\omega'_{\max} + \omega_m) \quad (3.41)$$

Dengan D menyatakan perbandingan :

$$D \frac{k_f x[\psi_m(t)]_{\max}}{\omega_m} = \frac{\omega' \max}{\omega_m} \quad (3.42)$$

(M.O. Tjia, 1994;109)

jadi lebar pita transmisi berbanding lurus dengan k_f .

Sebagaimana yang telah dikemukakan bahwa modulasi sudut dapat meningkatkan *perbandingan S/N* dari hasil modulasi ideal yang besarnya *berbanding lurus dengan $(k_p)^2$ untuk sinyal FM*. Ini berarti bahwa peningkatan harga S/N dapat dilakukan dengan memperbesar *sensitivitas modulator* yang bersangkutan, yaitu k_f . Akibat lain yang akan terjadi adalah pelebaran pita transmisi B karena pengaruh D dan K_f , tetapi tanpa memperbesar daya transmisi sebab amplitudute gelombang karier tetap sama. “Pengorbanan” B untuk mutu sinyal yang lebih baik adalah ciri khas teknik WBFM (Wideband Frequencuy Modulation). Dalam teknik modulasi PM, “Permainan” (trade-off) tersebut diatas tidak seeluasa modulasi FM karena pembatasan $k_p \leq \pi$. Selanjutnya parameter-parameter B, S/N akan menentukan kapasitas saluran menurut rumus *shannon-hartley* untuk sistem ideal :

$$C = B \log_2(1 + S/N) \text{ bits/det.} \quad (3.43)$$

Contoh soal

Kita tinjau suatu gelombang pembawa dengan frekuensi 20 Mhz yang dimodulasi oleh gelombang sinyal sinusiodal dan menimbulkan deviasi frekuensi maksimal sebesar 300 Khz. Tentukan indeks

modulasi dan lebar pita sinyal modulasi dengan frekuensi (a) 1 KHz,
(b) 100 KHz

Penyelesaian :

Diketahui dari keterangan soal diatas bahwa

$$v' = 300 \text{ KHz} = 3 \times 10^5 \text{ Hz} = \beta v_m$$

$$v_c = 20 \text{ Mhz} = 2 \times 10^7 \text{ Hz}$$

jadi jelas $v_c \gg v'$. Indeks modulasi β dan lebar pita transmisi B

ditentukan dengan rumus :

$$\beta = \frac{\omega'}{\omega_m} = \frac{v'}{v_m}$$

$$B = 2(\beta + 1)v_m$$

a) Untuk $v_m = 1 \text{ KHz} = 10^3 \text{ Hz}$

$$\beta \frac{3 \times 10^5}{10^3} = 300$$

Harga ini menunjukkan bahwa hasil modulasi merupakan sinyal

WBFM dengan :

$$B \simeq 2(300 + 1) \times 10^3 = 602 \times 10^3 \text{ Hz}$$

$$= 602 \text{ KHz}$$

b) untuk $v_m = 1000 \text{ KHz} = 10^6 \text{ Hz}$,

$$\beta = \frac{3 \times 10^5}{10^6} = 0,3$$

ini dapat dianggap sebagai kasus *NBFM* dengan :

$$B = 2 v_m = 2 \times 1000 \text{ KHz} = 2000 \text{ KHz}$$

$$= 2 \text{ Mhz}$$